

ÉPREUVE ÉCRITE

Objectif CRPE

NOUVEAU
CONCOURS

Maths



230 exercices
pour BIEN s'entraîner

☒ Un programme d'entraînement efficace au concours

☒ Des corrigés très détaillés

☒ Tous les conseils pour réussir



hachette
ÉDUCATION



Tous
les corrigés
des exercices
en vidéo



ÉPREUVE ÉCRITE

Objectif CRPE

NOUVEAU
CONCOURS

Maths



230 exercices
pour **BIEN** s'entraîner

Erik Kermorvant

Professeur agrégé de mathématiques

Formateur à l'INSPE de Bretagne, Master MEEF 1^{er} et 2nd degrés



hachette
ÉDUCATION

Cet ouvrage propose
les corrigés de tous les exercices en vidéo,
accessibles par des QR codes.

Vous pouvez aussi retrouver
la liste exhaustive de ces vidéos
à l'adresse suivante :

hachette-clic.fr/crpeexosmaths



Le corrigé
en vidéo

© Scratch : pp. 48, 52, 53, 54, 55, 56, 62, 68, 70, 71, 73, 78, 8à, 81, 83, 92, 103, 192, 211, 212.

« Scratch est développé par le groupe Lifelong Kindergarten auprès du MIT Mediz Lab.

Voir <http://scratch.mit.edu> »

Couverture : Stéphanie Benoit

Maquette intérieure : Stéphanie Benoit

Mise en pages et schémas : Ma petite FaB – Laurent Grolleau

Responsable éditoriale : Elisabeth Sanchez

Édition : Akyz

ISBN : 978-2-01-728702-5

© Hachette Livre, 2024.

58, rue Jean Bleuzen, CS 70007, 92178 Vanves Cedex.

www.parascolaire.hachette-education.com

*Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous
pays.*

Sommaire

Présentation de l'ouvrage	4
L'épreuve écrite de mathématiques au CRPE	5
1 Nombres entiers et calculs	
Je me teste.....	6
Je m'entraîne.....	7
Corrigés.....	13
2 Arithmétique et tableur	
Je me teste	24
Je m'entraîne.....	26
Corrigés.....	32
3 Algèbre, mise en équation, algorithmique	
Je me teste.....	47
Je m'entraîne.....	49
Corrigés.....	59
4 Géométrie plane	
Je me teste.....	76
Je m'entraîne.....	78
Corrigés.....	85
5 Proportionnalité	
Je me teste.....	99
Je m'entraîne.....	100
Corrigés.....	105
6 Ensembles de nombres	
Je me teste.....	120
Je m'entraîne.....	121
Corrigés.....	128
7 Fonctions	
Je me teste.....	140
Je m'entraîne.....	141
Corrigés.....	154
8 Géométrie dans l'espace	
Je me teste.....	171
Je m'entraîne.....	172
Corrigés.....	177
9 Grandeurs et mesures	
Je me teste.....	187
Je m'entraîne.....	188
Corrigés.....	194
10 Statistiques et probabilités	
Je me teste.....	206
Je m'entraîne.....	207
Corrigés.....	214

Présentation de l'ouvrage

Un traitement exhaustif de toutes les notions du programme de mathématiques au CRPE

- L'ouvrage que vous tenez entre les mains a été conçu pour vous aider dans votre **préparation à l'épreuve du CRPE** tout au long de l'année. Toutes les **notions récurrentes** du concours y sont **présentes**.
- Il contient **plus de 230 exercices** de difficulté progressive, classés par grands domaines mathématiques. Certains sont extraits de **sujets du concours**, d'autres sont **originaux**.

Le seul ouvrage où tous les corrigés sont aussi explicités sous forme de vidéo !

- Pour chaque exercice, un **corrigé complet** et **détaillé** est proposé, mettant en évidence les **pièges à éviter** et valorisant la (ou les) **méthode(s)** à utiliser.

Pour faciliter leur compréhension, vous avez aussi la possibilité de regarder une **vidéo explicative**. Ainsi vous pourrez bénéficier d'un **accompagnement personnalisé**, visionner les explications pour **bien cerner la démarche attendue**. Les apprentissages mathématiques exigent en effet du temps si l'on veut à la fois **comprendre les notions en jeu** et posséder une certaine **dextérité** dans leur mise en œuvre. Si nécessaire, vous pourrez **écouter plusieurs fois** les explications, comme si un enseignant bienveillant était à vos côtés.



Le corrigé en vidéo

- Le fait d'avoir toutes les **corrections en vidéo pour tous les exercices**, quel que soit le niveau de difficulté, permet de **s'adapter à votre profil** :

- les candidats qui sont moins à l'aise en mathématiques et qui recherchent des compléments d'explications, des conseils, même pour des exercices de niveau 1 ;
- les candidats qui ont plus de facilités et qui ont juste besoin d'avoir un complément d'explications pour les exercices plus difficiles.

Votre programme d'entraînement

- **Fixez-vous un objectif** :

- Pour viser la **moyenne**, vous devez réussir à faire les échauffements et tous les exercices de niveau 1 (indiqués par ★) ;
- Pour viser entre **12/20 et 14/20**, vous devez réussir la majorité des exercices de niveau 2 (indiqués par ★★)
- Pour viser une note supérieure à **17/20**, vous devez réussir les exercices de niveau 3 (indiqués par ★★★)

- Commencez par le **chapitre qui vous tente**, vérifiez vos connaissances avec les exercices de la rubrique « **Je me teste** ». Si vous n'avez pas de difficultés, passez à la partie « **Je m'entraîne** ».

L'épreuve écrite de mathématiques au CRPE

Descriptif de l'épreuve

- ▶ L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat. Les sujets des années précédentes proposaient quatre à cinq exercices, dont le plus long s'apparente à un problème.
- ▶ L'épreuve est notée sur 20. Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.
- ▶ Durée : trois heures ; coefficient 1.

Programme de l'épreuve

Le programme de l'épreuve est constitué du programme en vigueur de mathématiques du cycle 4 (fin de Troisième) complété de la partie « Nombres et calculs » du programme de mathématiques de Seconde générale et technologique.

Retrouvez toute l'actualité du CRPE sur notre site
hachette-clic.fr/obcrpe

Être efficace pendant l'épreuve

▶ **Lisez en diagonale l'énoncé** de manière à repérer les domaines mathématiques des exercices les plus courts : probabilité, statistiques, géométrie, arithmétique, algorithmique, etc. Cela vous permettra de **traiter prioritairement ceux qui appartiennent aux champs que vous maîtrisez le mieux**.

▶ **L'exercice le plus long s'apparente à un problème** dans lequel vous retrouverez différents domaines. En général la difficulté est progressive, vous pouvez donc l'aborder en premier.

▶ **La gestion du temps** est essentielle pour réussir l'épreuve. Ne pas passer plus de cinq ou dix minutes sur une même question si vous n'avez aucune idée de la méthode à mettre en œuvre, quitte à admettre explicitement le résultat demandé pour pouvoir traiter le reste de l'exercice. Vous pourrez éventuellement y revenir plus tard. Inversement ne consacrez pas plus de temps que nécessaire à une question que vous savez traiter : restez concis et précis.

▶ **Effectuez vos recherches au brouillon et rédigez directement, sur votre copie, les réponses**, question par question, ou exercice par exercice, en mettant en évidence l'enchaînement logique des arguments pour passer des données de l'énoncé à la conclusion visée.

▶ **Faites attention à la langue** car il s'agit de résoudre des problèmes de mathématiques mais aussi de montrer votre capacité à enseigner, donc vos qualités d'expression et de raisonnement. Soignez votre écriture et n'utilisez le langage mathématique qu'à bon escient. Relisez votre copie et vérifiez que les exercices et les réponses sont bien numérotés.

▶ **Réalisez les figures sur des intercalaires individuels** de manière à les conserver sous les yeux pendant que vous rédigez vos réponses.

▶ Enfin, n'oubliez pas que l'épreuve est conçue pour qu'un **candidat bien préparé** puisse montrer l'étendue de **ses connaissances** et de **ses capacités** !



LE MATÉRIEL LE JOUR J

Le jour de l'épreuve, vous devez apporter votre matériel, du crayon à la calculatrice, sans oublier une montre car le téléphone n'est pas autorisé.

La numération entière et les calculs avec des nombres entiers sont deux points essentiels de l'enseignement des mathématiques à l'école (aux cycles 2 et 3) ; la maîtrise des différents exercices liés à ces deux notions est primordiale pour passer le CRPE.

Je me teste

1 Distinguer « chiffre des » et « nombre de »

Compléter les phrases suivantes.

1. Dans 1 997, le nombre de dizaines est égal à
2. Dans 1 997, le chiffre des dizaines est
3. Dans 21 703, le chiffre des unités est
4. Dans 21 703, le nombre de centaines est
5. Dans 21 703, le nombre d'unités est égal à

2 Recomposer un nombre entier naturel

Déterminer tous les nombres entiers naturels suivants.

1. Le premier nombre entier a 35 dizaines et son chiffre des unités est 7.
2. Le second nombre entier peut être décomposé en 18 unités et 62 centaines.
3. Le troisième nombre entier peut être décomposé en 10 centaines et 4 unités.
4. Le quatrième entier est un nombre de 5 chiffres qui est écrit avec les chiffres 4 et 9. Lorsqu'on lui ajoute un, tous ses chiffres changent.

3 Effectuer un calcul en respectant la priorité des opérations

Effectuer les calculs suivants.

1. $12 + 24 \div 6$
2. $(12 + 24) \div 6$
3. $7 + 25 \div 5 - 3$
4. $-3 - 2 \times 4 + 9$
5. $2 \times (-11 + 5) + 17 \times 3$

4 S'organiser pour trouver toutes les solutions de calculs

En plaçant une parenthèse ouvrante « (» et une parenthèse fermante «) » dans cette expression, déterminer tous les résultats différents que l'on peut obtenir : $3 \times 8 + 5 - 17 \times 2$

5 Remplacer des lettres par des valeurs numériques

On a : $C = a - b^2 + 3ab$

Calculer la valeur de C lorsque que $a = 2$ et $b = -4$.

6 Traduire une formulation en calcul

Traduire chaque formulation sous la forme d'un calcul et l'effectuer :

1. Le produit de douze par l'opposé de moins trois.
2. Le carré de la somme du double de quatre et du triple de deux.

Je m'entraîne

Exercice 1 ★

Validé ☐ Oui ☐ Non

On recherche un nombre entier naturel. Voici ce qu'on sait de lui :

- Son chiffre des unités est égal à 5.
- Il a 431 centaines.
- Son chiffre des dizaines est égal à 2.

Quel est ce nombre ?

Exercice 2 ★

Sujet CRPE

Validé ☐ Oui ☐ Non

On recherche un nombre entier naturel. Voici ce qu'on sait de lui :

- Il est strictement compris entre 15 000 et 16 000.
- Tous ses chiffres sont différents.
- Son chiffre des centaines est un multiple de 3.
- Son chiffre des unités est un nombre pair supérieur à 5.
- Son chiffre des dizaines est le successeur du chiffre des centaines.

Quel peut être ce nombre ? Donner toutes les possibilités.

Exercice 3 ★★

Sujet CRPE

Validé ☐ Oui ☐ Non

- Combien y a-t-il de nombres entiers naturels à deux chiffres ?
à trois chiffres ? à quatre chiffres ?
- Combien y a-t-il de nombres entiers naturels strictement compris entre 252 et 891 ?
- Parmi les nombres entiers naturels à trois chiffres :
 - Combien ont trois chiffres identiques ?
 - Combien ont trois chiffres différents ?
 - Combien ont deux chiffres identiques ?

Exercice 4 ★★

Sujet CRPE

Validé ☐ Oui ☐ Non

Soit $N = \overline{mcd u}$ un nombre entier naturel écrit en base dix pour lequel $m > c > d > u > 0$.

- Quel est le plus petit nombre N possible ?
- Quel est le plus grand nombre N possible ?
- Dresser la liste des nombres N pour lesquels le chiffre des milliers est 6.

On appelle N' le nombre entier obtenu à partir de N en permutant le chiffre des unités avec celui des unités de mille et le chiffre des centaines avec celui des dizaines.

On appelle D le nombre obtenu en faisant la différence $N - N'$.

- Exprimez D en fonction de m , c , d et u .

5. Montrez que D est un multiple de 9.

6. Quelle est la valeur maximum de D ? Pour quelle(s) valeur(s) de N , D est-il maximum ?

7. Quelle est la valeur minimum de D ? Pour quelle(s) valeur(s) de N , D est-il minimum ?

Exercice 5 ★★

Validé ☐ Oui ☐ Non

Voici deux méthodes anciennes utilisées pour calculer des différences posées en colonnes.

• La méthode de Ramus (1515-1572)

$$\begin{array}{r} 6\ 4\ 5\ 6 \xrightarrow{+543} 6\ 9\ 9\ 9 \\ -2\ 8\ 7\ 8 \xrightarrow{+543} -3\ 4\ 2\ 1 \\ \hline 3\ 5\ 7\ 8 \xleftarrow{\hspace{1cm}} 3\ 5\ 7\ 8 \end{array}$$

On recopie le résultat

Détail des calculs :

Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
$\begin{array}{r} 6\ 4\ 5\ 6 \\ -2\ 8\ 7\ 8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\ 9\ 9\ 9 \\ - \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\ 9\ 9\ 9 \\ -3\ 4\ 2\ 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\ 9\ 9\ 9 \\ -3\ 4\ 2\ 1 \\ \hline 3\ 5\ 7\ 8 \end{array}$

• Une méthode utilisée par les mathématiciens arabes (au XIII^e siècle)

Elle consistait à effectuer la soustraction de la gauche vers la droite et en modifiant les chiffres du résultat si besoin.

$$\begin{array}{r} 6_1 4_1 5_1 6 \\ -2\ 8\ 7\ 8 \\ \hline \cancel{4}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ 8 \\ 3\ 5\ 7 \end{array}$$

Détail des calculs :

Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
$\begin{array}{r} 6\ 4\ 5\ 6 \\ -2\ 8\ 7\ 8 \\ \hline 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6_1 4\ 5\ 6 \\ -2\ 8\ 7\ 8 \\ \hline \cancel{4}\ 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6_1 4_1 5\ 6 \\ -2\ 8\ 7\ 8 \\ \hline \cancel{4}\ \cancel{8}\ 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6_1 4_1 5_1 6 \\ -2\ 8\ 7\ 8 \\ \hline \cancel{4}\ \cancel{8}\ \cancel{8}\ 8 \end{array}$
« $6 - 2 = 4$ »	3	3 5	3 5 7

« $4 - 8$ on ne peut pas », on enlève 1 millier au résultat et on ajoute 10 centaines au 1^{er} terme de la soustraction.

1. Utiliser ces méthodes pour calculer :

a) $5234 - 2678$

b) $2000 - 521$.

2. Donner deux techniques actuelles pour le calcul d'une soustraction en les illustrant par le calcul de $5\,234 - 2\,678$.

Sur quelles propriétés s'appuient ces deux techniques actuelles ?

Exercice 6 ★★

Validé ☐ Oui ☐ Non

Voici deux propositions concernant des nombres entiers donnés en écriture décimale. Dire, pour chacune d'elles, si elle est vraie ou fausse et justifier.

• **Proposition A** : Si l'écriture d'un nombre entier se termine par 2, alors l'écriture du carré de ce nombre se termine par 4.

• **Proposition B** : Si l'écriture d'un nombre entier se termine par 4, alors l'écriture du carré de ce nombre se termine par 16.

Exercice 7 ★★

Validé ☐ Oui ☐ Non

Soit A un nombre entier naturel.

1. Trouver une condition nécessaire sur le dernier chiffre de A pour que A soit le carré d'un nombre entier naturel. Cette condition est-elle suffisante ?

2. Trouver une condition nécessaire sur le dernier chiffre de A pour que A soit le produit de deux entiers consécutifs. Cette condition est-elle suffisante ?

Exercice 8 ★★ *Sujet CRPE*

Validé ☐ Oui ☐ Non

Les nombres 2 882 et 19 591 sont des palindromes (cela signifie qu'en les lisant de gauche à droite ou de droite à gauche, on a le même nombre).

Trouver tous les palindromes ayant quatre chiffres et qui sont divisibles par 9.

Exercice 9 ★★

Validé ☐ Oui ☐ Non

On peut multiplier deux nombres compris entre 6 et 10 avec les doigts.

– En regardant simultanément les paumes des mains et en plaçant les doigts de même nom en vis à vis, on les numérote de 6 à 10 en partant du petit doigt.

– Les extrémités des doigts se touchant presque, on place en contact les deux doigts correspondant aux nombres à multiplier.

• Les doigts libres en « haut », en les multipliant, donnent les unités du résultat.

• Le nombre de doigts en « bas », y compris ceux en contact, donne les dizaines du résultat.

