Geoestatística

Introdução aos princípios

David Alvarenga Drumond

David Alvarenga Drumond

Geoestatística - Introdução aos princípios

1 edição

Belo horizonte

22/09/2017

Aos meus pais pelo eterno carinho e apoio. Agradeço aos doutores João Felipe Coimbra Leite Costa e ao doutor Roberto Mentzingen Rolo pelo auxílio na elaboração deste documento.

Sempre que te perguntarem se podes fazer um trabalho,
respondas que sim e te ponhas em seguida a aprender como se faz.
F. Roosevelt



Conteúdo

1 Introdução a geoestatística 11

1.1 Introdução ao capítulo 11

1.2 Afinal, o que é geoestatística? 12

1.3 Qual é o objeto de estudo da geoestatística? 15

1.4 O que pode-se fazer com a geoestatística? 17

1.5 Como utilizar a geoestatística? 20

1.6 O que a geoestatística não faz? 22

1.7 Alguns conceitos iniciais sobre jazidas minerais 23

1.7.1 Minério 24

1.7.2 Teor de corte e teor crítico 24

1.7.3 Continuidade espacial 25

1.7.4 Diluição 25

1.7.5 Recursos e reservas minerais 26

1.7.6 Precisão e Exatidão 28

1.8 Conclusões 30

2 Variáveis regionalizadas 31

2.1 Introdução 31

2.2 Variáveis aleatórias 33

2.3 Tamanho da unidade seletiva de lavra 36
2.4 Função de distribuição acumulada - FDA 37
2.5 Função de densidade de probabilidade - FDP 38
2.6 Variáveis regionalizadas 39
2.7 Funções aleatórias 41
2.8 Hipótese de estacionaridade 47
2.9 Momentos estatísticos 50
2.10 Ergocidade 54
2.11 Homocedasticidade e heterocedasticidade 54
2.12 Relação Volume Variância 55
2.13 Definição dos domínios de estimativa 59
2.14 Composição de amostras 61
2.15 Conclusões 61

3 Estatística univariada 63
3.1 Introdução 63
3.2 Estatísticas pontuais 66
3.2.1 Medidas de tendência central 68
3.2.2 Medidas de posição 70
3.2.3 Medidas de dispersão 71
3.2.4 Assimetria 72
3.2.5 Coeficiente de variação 73
3.2.6 Conjugando estatísticas pontuais 74
3.3 Validação do banco de dados e valores outliers 75
3.4 Descrição espacial das amostras 79
3.5 Histograma 82
3.6 Inferência Estatística 86
3.6.1 Famílias de distribuições estatísticas 86
3.7 Distribuição t-Student 92
3.8 Dimensionamento de malhas regulares 93

4 Estatística bivariada 95
4.1 Introdução 96

4.2 Probabilidade condicional e Esperança condicional 96
4.2.1 Probabilidades condicionais e conjuntas . . . 96
4.2.2 Esperança condicional . . . 99
4.3 Ferramentas gráficas 100
4.3.1 Gráfico Q-Q plot . . . 100
4.3.2 Gráfico p-p plot . . . 103
4.3.3 Gráfico de dispersão . . . 104
4.4 Regressão linear 106
4.5 Intervalo de segurança para a regressão linear 110
4.6 Regressão linear múltipla 111
4.7 Coeficiente de correlação 113

5 Métodos clássicos e desagrupamento . . . 117
5.1 Introdução 117
5.1.1 Princípio da mudança gradual . . . 118
5.1.2 Princípio dos pontos mais próximos . . . 119
5.1.3 Princípio da generalização . . . 120
5.2 Composição 121
5.3 Composição em seções verticais 122
5.4 Determinação de volumes 124
5.5 Inverso do quadrado da distância - IQD 125
5.6 Tesselação de Delunay 126
5.7 Polígonos de Thiessen 127
5.8 Estatísticas desagrupadas 131
5.8.1 Polígonos de influência . . . 133
5.8.2 Desagrupamento por células . . . 134

6 Continuidade Espacial . . . 137
6.1 Continuidade Espacial 137
6.1.1 Dependência espacial: Probabilidade, correlação e variogramas das funções aleatórias 137
6.1.2 Procura de pares de amostras no espaço . . . 141
6.1.3 h-scatterplots . . . 147

6.2 Funções experimentais de continuidade espacial 148
6.2.1 Funções experimentais clássicas . . . 148
6.2.2 Funções experimentais robustas . . . 152
6.2.3 Mapas da continuidade espacial . . . 153
6.2.4 Verificar a continuidade em mapas ou funções experimentais . . . 157
6.3 Modelagem de funções de continuidade espacial 159
6.3.1 Direções principais . . . 159
6.3.2 Modelos de variogramas permissíveis . . . 162
6.3.3 Parâmetros das funções de continuidade espacial . . . 164
6.3.4 Modelos de continuidade espacial . . . 166
6.3.5 Anisotropia . . . 171

7 Estimativa espacial - Krigagem . . . 179
7.1 Introdução 179
7.1.1 Suporte de estimativa . . . 181
7.1.2 Modelos probabilísticos e variáveis randômicas . . . 182
7.1.3 Variância do erro . . . 183
7.1.4 Variância de krigagem . . . 185
7.1.5 krigagem simples . . . 188
7.1.6 Exemplo de aplicação da krigagem ordinária . . . 189
7.2 Influência das amostras na estimativa da krigagem 192
7.3 Influência da densidade amostral na estimativa 192
7.4 Diferenças entre os interpoladores clássicos e a krigagem ordinária e simples 193
7.5 Influência na estratégia de krigagem da vizinhança 195
7.6 Influência da distribuição geométrica das amostras nos pesos da krigagem 198

8 Mudança de suporte . . . 201
8.1 Efeito de escala 202
8.2 Mudança de suporte 205
8.3 Variabilidade interna 205
8.4 Relação de Krige 207
8.5 Gammabar 208
8.6 Escala e convergência - Teorema do Limite Central 210

8.7 Mudança de suporte em estatísticas 212
8.7.1 Mudança de suporte em variogramas . . . 212
8.7.2 Mudança de suporte em histogramas . . . 214
8.7.3 Suporte e decisão na mineração . . . 216

9 Validação (Geo)estatística . . . 221
9.1 Introdução 221
9.2 Validação cruzada e jack knife 222
9.3 Comparação estatística 224
9.4 Validação visual 225
9.5 Variância de krigagem 225
9.6 Swath Plot 226

10 Geoestatística aplicada . . . 229
10.1 Introdução 229
10.2 Banco de dados do Walker Lake 230
10.3 Utilização da linguagem R para análise geoestatística 231
10.3.1 Introdução ao R e a programação . . . 231
10.3.2 Instalação do R . . . 234
10.3.3 RStudio . . . 234
10.3.4 Noções preliminares . . . 235
10.3.5 O R como uma calculadora . . . 236
10.3.6 Utilizando funções no R . . . 236
10.3.7 Operadores Relacionais . . . 237
10.3.8 Operadores Lógicos no R . . . 237
10.3.9 Pedindo ajuda no R . . . 238
10.3.10 Pacotes do R . . . 239
10.3.11 Criando vetores . . . 239
10.3.12 Condicional . . . 240
10.3.13 Repetições . . . 241
10.3.14 Concatenação de funções . . . 241
10.3.15 DataFrames . . . 242
10.3.16 Mapa de localização . . . 243
10.4 Histogramas 246
10.5 Boxplots 247

10.6 Regressão Linear 249
10.7 Vizinho mais próximo 250
10.8 Variograma 252
10.9 Validação Cruzada 259
10.10 Krigagem 261

Bibliografia 263



1. Introdução a geoestatística

A estimativa de recursos é o processo de criação de um reflexo tridimensional da mineralização in situ baseado em amostras esparsas utilizando conhecimento geológico corrente e um caminhão carregado de senso comum.

The art and the science of resource estimation
Jacqui Coombes

1.1 Introdução ao capítulo

Esse capítulo inicial pretende apresentar os primeiros passos para compreender geoestatística. Afinal, o que é a geoestatística? Qual é o seu objeto de estudo? O que é possível fazer ou não com a geoestatística? Para que um marceneiro possa fazer uma cadeira, por exemplo, ele precisa entender de suas ferramentas e de seu funcionamento, para que possa selecionar as mais adequadas para o seu trabalho. Entendendo o que é a geoestatística e como pode-se utilizá-la, estabelece-se o vínculo necessário para a aplicação correta dessa poderosa ferramenta.

1.2 Afinal, o que é geoestatística?

A importância das substâncias metálicas na indústria mineral brasileira é historicamente associada aos tempos da Colônia. Alguns séculos após o início da colonização, a atividade mineral começou a acontecer, inicialmente no estado de Minas Gerais. Segundo o relatório da Agência Nacional de Mineração (2018), a produção das principais substâncias metálicas no país atingiram um valor de 41,7 bilhões de reais em exportação. A produção mineral rende impostos para as regiões produtoras, que ao mesmo tempo permitem o desenvolvimento da economia local e geração de empregos. A decisão da extração e produção mineral, no entanto, advém do conhecimento geológico e de estimativas da quantidade e qualidade do minério nos corpos, os quais muitas vezes são inacessíveis através da superfície. Os corpos geológicos, muitas vezes, não apresentam informações superficiais de fácil acesso, como afloramentos que permitem a definição da **atitute** das camadas, por isso é necessário realizar amostragens em grande profundidade com a obtenção de **testemunhos de sondagem**. A partir de uma sonda são retirados fragmentos de rocha a profundidades de até 400m, permitindo que sejam obtidas informações da composição direta das rochas naquela região. A figura 1.1 exemplifica a forma cilíndrica apresentada pelo testemunho de sondagem obtido em campanhas de pesquisa mineral.

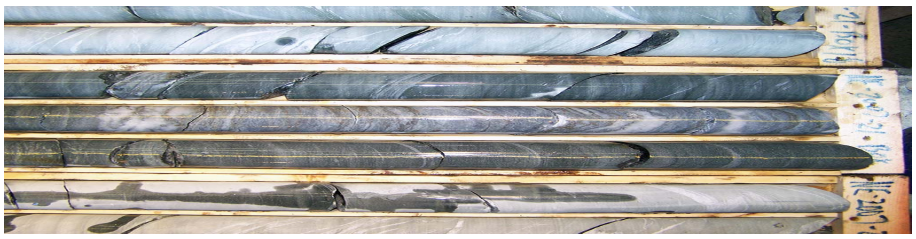


Figura 1.1: Testemunhos de sondagem de rochas. Amostras retiradas a partir da perfuração do solo, que apresentam uma informação contínua vertical das rochas e mineralogias presentes em uma região.

Dessa forma, a única informação disponível é a informação vertical (ou subvertical) fornecida pelos testemunhos, como demonstrado na figura 1.2. As decisões da mineração não podem ser estabelecidas sem o conhecimento do conteúdo mineral entre os furos de sondagem, que podem se apresentar em malhas espaçadas em muitos metros. A amostragem exaustiva dos depósitos minerais é economicamente inviável, em alguns casos, cada metro de amostra sondada pode corresponder a um valor entre \$100 a \$400 reais.

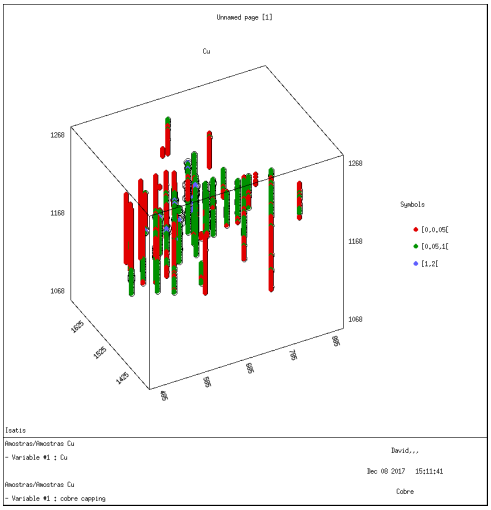


Figura 1.2: Testemunhos de sondagem representados em um software de mineração, para um depósito de cobre. O comprimento dos testemunhos foi discretizado em pontos, esse procedimento é necessário para os métodos geoestatísticos que serão apresentados nos próximos capítulos.

A geoestatística é a ciência que permite a espacialização das informações obtidas em um volumes menores, para um domínio maior, de forma a permitir o planejamento e tomada de decisões na mineração e o estudo sistemático dos corpos mineralizados. A figura 1.3 demonstra a espacialização dos dados obtidos na figura 1.2 dos testemunhos de sondagem de cobre para todo o domínio em estudo.

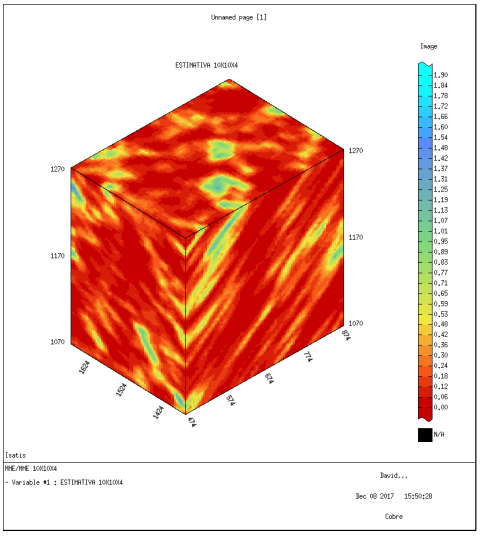


Figura 1.3: Espacialização a partir das amostras do testemunho de sondagem obtidos na figura 1.2, para um depósito de cobre para todo o domínio em estudo.

A partir de um modelo espacializado é possível planejar a mineração e tomar as decisões na lavra, como a criação de **modelos econômicos**, a determinação

das **cavas matemáticas**, o **sequenciamento das operações**. Segundo Rossi and Deutsch [2013], o objetivo principal da geoestatística consiste em 4 etapas principais:

1. Obtenção de amostras e administração da amostragem;
2. Interpretação geológica e modelagem ;
3. Interpolação dos teores;
4. Avaliação das incertezas geológicas.

A **obtenção de amostras e administração da amostragem** consiste no conjunto de técnicas utilizada para obter uma malha de amostragem que reduza o erro obtido pela interpolação espacial das propriedades de interesse, ao mesmo tempo em que minimiza os custos. Por exemplo, a malha de amostragem em um depósito de ferro bandado, conhecido como *(Banded Iron Formations)* , pode ser dimensionada para que se reconheçam os minerais deletérios durante a fase de metalurgia.

A **interpretação geológica e modelagem** permite reconhecer as dimensões e formas do corpo geológico e suas principais estruturas. Um dos grandes desafios da mineração é conseguir reconhecer os limites dos corpos minerais e sua forma. Tradicionalmente os corpos geológicos são definidos de forma manual por um geólogo, a partir da digitalização de seções verticais e horizontais a partir dos dados de sondagem. A geoestatística permite utilizar técnicas que auxiliem no reconhecimento das formas destes corpos de maneira grosseira, a partir da *modelagem implícita* por exemplo. O objetivo do uso destas técnicas é reduzir a quantidade de trabalho demandada pelo geólogo para que se possa produzir modelos condizentes com a realidade.

A **Interpolação de teores** consiste no objetivo principal deste livro: a espacialização das propriedades de interesse das amostras para o domínio em estudo. Essa espacialização pode ser realizada para apenas uma variável (caso univariado), ou para diversas variáveis em conjunto (caso multivariado). O objetivo principal da interpolação é garantir, com maior segurança possível, que um volume direcionado da lavra para o beneficiamento mineral possua **valor esperado**, ou **valor médio**, correto.

O **Avaliação das incertezas geológicas** pode ser realizada a partir de técnicas avançadas de geoestatística como a simulação, ou geoestatística não-linear. Pretende-se dessa forma avaliar as incertezas locais de uma propriedade do depósito, e entender o quão díspares podem ser as medições em regiões do depósito que desconhecemos. A incerteza geológica é, sem dúvida, um dos fatores que mais afetam o **risco** do empreendimento mineiro. Para que os investidores possam verificar o

risco de seus investimentos, foram criados os **códigos de mineração**, que definem padrões para nomear regiões do depósito mineral com maior ou menor incerteza quanto uma propriedade de interesse, geralmente aquela de retorno econômico.

Segundo Matheron [1963], criador da geoestatística, é possível defini-la como:

> *"Geoestatística, na sua maior aceitação, consiste no estudo da distribuição do espaço de valores úteis para engenheiros de minas e geólogos, como teores, espessura da camada, ou acumulação, incluindo as práticas mais importantes para a avaliação de depósitos minerais- Matheron [1963]*

Atualmente o uso da geoestatística compreende uma diversidade enorme de áreas, desde a **engenharia civil**, **engenharia agrícola**, **engenharia ambiental**, **geografia**, **engenharia hídrica** e até mesmo em áreas que não se resumem a dados geograficamente referenciados, mas espacialmente referenciados em objetos ou seres, como a **mecânica** ou **medicina**. Pode-se entender a geoestatística sob uma perspectiva mais ampla, abordando o estudo das incertezas acerca de fenômenos temporalmente ou espacialmente localizados. O professor Goovaerts [1997], demonstra claramente a dificuldade de se entender as incertezas:

> *"A respeito da incerteza ... ela surge do nosso conhecimento imperfeito do fenômeno, dependente dos dados e ainda mais dependente do modelo, em que o modelo especifica nossas decisões (concepções) a priori do fenômeno. Nenhum modelo tal como a medida da incerteza, pode ser objetiva.- Goovaerts [1997]*

Pode-se entender então as limitações acerca dos modelos geoestatísticos. Os modelos geostatísticos **dependem das amostras coletadas para a avaliação**, como também da escolha dos modelos que melhor representam as características de um fenômeno. A geoestatística constitui atualmente a área que melhor consegue caracterizar a incerteza geológica, dada as condições de amostragem praticadas na mineração. A geoestatística pode também ser definida como:

Definição 1.2.1 — Geoestatística. *A geoestatística é a ciência capaz de transformar as informações obtidas por amostras georeferenciadas em conhecimento, a partir da caracterização da incerteza geológica, da interpretação desses dados, das inferências e estimativas, e da tomada de decisão pelo reconhecimento do fenômeno estudado.*

1.3 Qual é o objeto de estudo da geoestatística?

A geoestatística é a ciência que permite o estudo de variáveis regionalizadas. O capítulo 2 trará informações a respeito dessa teoria. Uma variável regionalizada é

aquela que pode assumir um valor específico no espaço. Este valor é **determinístico**, gerado a partir de fenômenos que muitas vezes não são conhecidos. Por não ser possível acessar as informações a respeito dessa variável, opta-se por utilizar uma metodologia **estocástica** para avaliar a **incerteza** acerca do fenômeno em estudo. Dessa forma, a variável regionalizada apresenta um aspecto **dicotômico**, a medida que possui valor real conhecido, e valor aleatório desconhecido.

O físico Erwin Schrödinger formulou um problema em 1935 muito similar a essa condição das variáveis regionalizadas. O experimento foi chamado de "Gato de Schrödinger". O experimento propunha que um gato fosse preso em uma caixa, com um veneno que poderia aleatoriamente ser liberado, matando o gato em seguida. Para quem observa a experiência do lado de fora, não há como detectar se o gato está vivo ou morto, logo o estado de sobrevivência do gato é indefinido, dependendo da real observação de dentro da caixa. A figura 1.4 demonstra esse experimento.

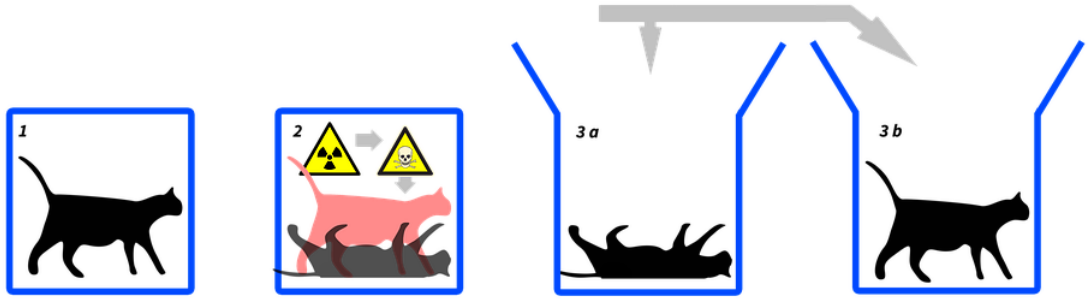


Figura 1.4: Experiência do "Gato de Schrödinger", proposta em 1935 pelo físico Austríaco Erwin Schrödinger. 1) O gato está dentro da caixa, 2) Passado um tempo o observador externo não sabe o que está dentro da caixa. 3a) Abre-se a caixa e define-se que o gato está morto. 3) Abre-se a caixa e define-se que o gato está vivo.

Quando avalia-se em termos da mineração, o problema de se definir minério ou estéril é similar ao do "Gato de Schrödinger". Não sabe-se de fato o que será minerado e enviado para o beneficiamento mineral, a não ser que de fato o material seja minerado. As **variáveis regionalizadas** funcionam de forma bastante semelhante, possuindo esse aspecto ao mesmo tempo determinístico e aleatório ou estocástico. Um depósito mineral é um evento geológico ocorrido durante milhões de anos. Durante o tempo de existência humana é quase impossível que os depósitos minerais se modifiquem. Dessa forma, o corpo mineral, ou o "gato", já está dentro da caixa há muito tempo, porém, é impossível determinar o seu atual estado sem que ocorra a mineração.

Ao estudar as variáveis regionalizadas, a geoestatística propõe encontrar valores e relações desconhecidas, sem obter informações diretas do depósito mineral. Consi-

derando a variabilidade inerente dessas variáveis é possível criar modelos estatísticos que permitem inferir propriedades desconhecidas em regiões do depósito mineral que não foram amostradas.

1.4 O que pode-se fazer com a geoestatística?

A partir da avaliação dos depósitos minerais utilizando a geoestatística, pode-se caracterizar um fenômeno espacial e quantificar as incertezas para diferentes **variáveis**. Uma variável é uma característica de interesse no estudo do depósito mineral, que se modifica segundo seu posicionamento no espaço. No estudo da mineração tem-se diferentes tipos de variáveis associadas ao depósito mineral, tais como:

1. **Químicas**: Teores de elementos químicos de interesse, ou de elementos deletérios prejudiciais no processamento mineral;
2. **Físicas**: Dureza, densidade, condutibilidade térmica, condutibilidade hidráulica, saturação;
3. **Geológicas**: Litologia, composição mineralógica, número de falhas, RQD (Rock quality index);
4. **Geometalúrgicas**: Recuperação metalúrgica, recuperação mássica, moabilidade, consumo de reagentes;
5. **Operacionais**: Resistência a penetração, consumo de explosivos, tempo de carregamento ;
6. **Econômicas**: Preço de mercado, valor presente líquido.

O entendimento de cada uma dessas variáveis permite a tomada de decisão de lavra de uma parte constituinte do depósito mineral. O uso de modelos geoestatísticos para cada uma dessas variáveis deve, no entanto, ser específico para cada tipo de variável de interesse. Neste livro introdutório serão abordados, principalmente, os problemas que se relacionam com variáveis consideradas **aditivas**. Algumas variáveis que podem ser consideradas aditivas, e que representam o maior escopo de trabalho dos avaliadores de depósito mineral são **teor do elemento metálico**, **quantidade de metal de interesse**, **massa do minério** e **acumulação**. Carrasco et al. [2008] demonstra o conceito de aditividade de variáveis, expresso por:

> R *"Quantidades consideradas aditivas são aquelas que a quantidade média é igual a média das quantidades.- Carrasco et al. [2008]*

A variável teor, por exemplo, pode ser considerada uma variável aditiva, pois a média aritmética dos teores de duas regiões de mesma forma e volume é idêntico ao valor médio do teor nessas regiões. No caso da recuperação metalúrgica, por exemplo, não há possibilidade de se considerar a média aritmética como valor médio, sendo impossível utilizar a geoestatística linear para estimar valores de recuperação metalúrgica. Carrasco et al. [2008] ainda afirma a necessidade de variáveis aditivas para se realizar o processo de estimativa diretamente por meio da geoestatística linear clássica.

> *"Uma quantidade dita não aditiva, não pode modelar sua variabilidade espacial ou estimar diretamente- Carrasco et al. [2008]*

Para estimar ou avaliar variáveis ditas não-aditivas recorre-se aos métodos de **geoestatística não linear** ou **simulação geoestatística**. Esses métodos não serão abordados nesse volume, apenas serão apresentados os conceitos introdutórios da *geoestatística linear*, que envolvem o tratamento de variáveis aditivas. No entanto, para o leitor iniciante, é importante entender que os métodos abordados nesse livro apenas se aplicam para **variáveis aditivas** e para amostra com o mesmo volume e forma, conceito denominado de **suporte amostral**. As estimativas realizadas no depósito mineral geralmente são feitas em volumes maiores, chamado de **suporte da estimativa** e compõe a chamada **unidade seletiva de lavra**. Segundo Rossi and Deutsch [2013] uma unidade seletiva de lavra pode ser caracterizada como:

> *"Mínimo volume de material ao qual o minério e o estéril podem ser separados, em função do método de lavra e da seletividade- Rossi and Deutsch [2013]*

Pode-se então discretizar o espaço em pequenos blocos, para realizar estimativas nesses locais. O espaço discretizado é chamado de **modelo de blocos**, representado na figura 1.5.

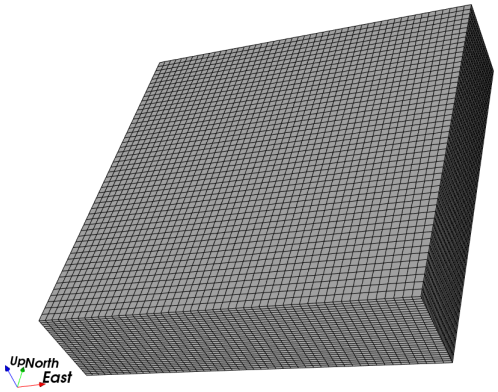


Figura 1.5: Representação de um modelo de blocos que discretiza o espaço.

Assim pode-se dividir o espaço a ser estimado em pequenos volumes de decisão na lavra. Para fins de planejamento mineral, quanto menor o tamanho destes blocos, melhor a flexibilidade no planejamento. No entanto, para fins de avaliação de depósitos, blocos de tamanho pequeno, quando incompatíveis com a malha de sondagem, produzem estimativas espúrias.

O equilíbrio entre essas duas vontades deve ser encontrado para definir o tamanho adequado da unidade seletiva de lavra. Uma das regras de ouro da mineração afirma que, de modo geral: **o tamanho do bloco não deve ser inferior a 1/4 do tamanho da malha de amostragem**. Esta é afirmação atrela o tamanho do bloco a uma malha de amostragem bem definida e calculada, o que muitas vezes não condiz com o que é observado na práticas. Frequentemente não é possível amostrar o corpo mineral a partir de uma malha de sondagem regular.

Proposição 1.4.1 *Segundo a regra de ouro da geoestatística um bloco estimado não deve ter tamanho inferior a 1/4 do espaçamento da malha de amostragem. Quando considerada uma malha irregular esse tamanho não pode ser menor que 1/4 do valor esperado dos espaçamentos. O valor esperado pode ser calculado a partir da média aritmética dos espaçamentos.*

A discretização do depósito mineral em diferentes "compartimentos regulares"não necessariamente é feita a partir dos modelos de blocos. Diferentes formas de caracterização dos volumes no espaço pode ser utilizadas na geoestatística e no planejamento mineral. A Figura (1.6) demonstra alguns exemplos de divisão do espaço. Algumas delas como **polígonos de influência** e **triangulação de Delunay** representam formas clássicas de representação de propriedades de um depósito mineral.

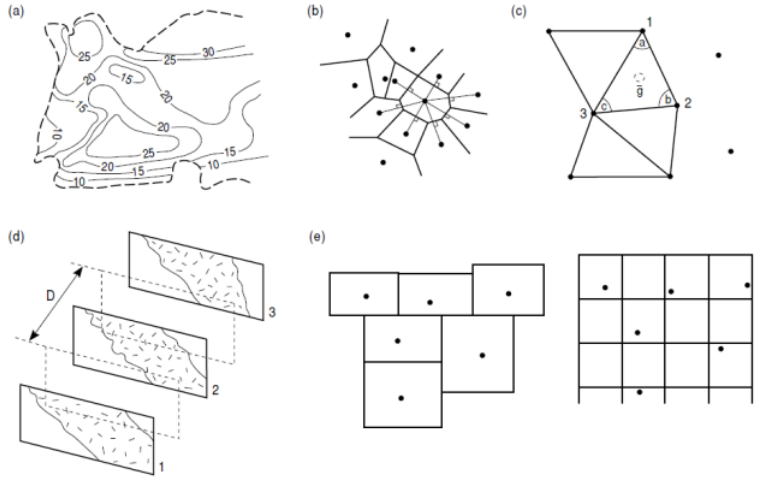


Figura 1.6: Figura demonstrando diversas apresentações de uma propriedade do depósito mineral. a) isolinhas b) Polígonos de influência c) triangulação d) seção paralelas e) blocos irregulares f) blocos regulares

A partir da definição das variáveis do depósito mineral o engenheiro é capaz de estimar a viabilidade técnica e econômica do depósito mineral. O artigo 6, do decreto 9.406 de 12 de junho de 2018 do código mineral vigente define:

Definição 1.4.1 — Jazida Mineral. *Toda a massa de substância mineral ou fóssil, que aflore na superfície ou já exista no solo, no subsolo, no leito ou no subsolo do mar territorial, da zona econômica exclusiva ou da plataforma continental, que tenha valor econômico*

A partir da avaliação de depósitos minerais, é possível então, identificar regiões econômicas e capazes do aproveitamento industrial.

1.5 Como utilizar a geoestatística?

A geoestatística clássica utilizada nesse livro não aborda conceitos matemáticos complexos, mas ainda sim constitui base para a resolução de muitos problemas de estimativa na mineração. Mesmo que os cálculos não sejam complexos, são de certa forma muito onerosos computacionalmente. As resoluções podem ser demoradas e alguns casos exigirem alta performance computacional. Dessa forma, o uso de algoritmos otimizados se torna cada vez mais importante nas análises geoestatísticas.

Durante a fase de avaliação das jazidas minerais o computador exerce função essencial como ferramenta de estudo. Uma quantidade substancial de softwares estão disponíveis em meio comercial e alguns aplicativos livres também existem. Softwares comerciais são mais custosos, mas possuem suporte técnico e manutenção

de seus sistemas. Apresentam código fechado ao público externo e pertencente, geralmente, aos proprietários. Softwares gratuitos, geralmente, são disponibilizados por universidades, possuem código aberto ao público e podem ser facilmente obtidos via Internet.

Uma das bibliotecas gratuitas mais importantes é, sem dúvida, o GSLIB (Geostatistical Software Library), que disponibiliza além dos binários executáveis dos programas, os códigos-fontes, escritos em Fortran 90. Os programas são administrados pelos professores doutores Clayton Deutsch e Emmanuel Schnetzler. Mais informações sobre o pacote de softwares podem ser encontradas na página www.gslib.com ou no manual de uso DeutschCV [1998]. Nesse livro será abordado, nas seções A, B e C, o uso dos principais softwares geostatísticos gratuitos.

O alinhamento da geoestatística com o desenvolvimento de software cria dependências com as disciplinas de programação. Os engenheiros e geólogos estão cada vez mais alinhados com o desenvolvimento de algoritmos, principalmente usando as linguagem R e Python, pela sua simplicidade e facilidade de implementação.

O uso dos softwares de mineração geralmente requer que os arquivos de dados sejam organizados eficientemente em formatos pré-estabelecidos, gerados pelas campanhas de exploração. Essa compilação dos dados é trabalhosa e necessita de validação *a priori*, tornando o trabalho de preparação dos dados, muitas vezes, mais demorado que a aplicação da geoestatística propriamente dita.

Entre as aplicações mais comuns encontradas em softwares de mineração pode-se listar:

- Análise exploratória dos dados (estatísticas, gráficos, etc);
- Determinação da qualidade dos dados e dos protocolos de amostragem;
- Modelagem tridimensional e visualização de formas geológicas complexas e distribuição espacial das amostras;
- Visualização e digitalização de seções horizontais e verticais;
- Gráficos de contorno tanto do teores como de outras variáveis;
- Caracterização da continuidade espacial (Variogramas automáticos, mapas de variograma, variogramas experimentais e modelagem);
- Modelagem de blocos do depósito;
- Metodologias de cálculos de recurso e reservas;
- Avaliações dos efeitos de vários métodos de mineração;

- Determinação da viabilidade econômica de depósitos;
- Planejamento de mina (otimização de cava, sequenciamento, desenho de cava, etc).

1.6 O que a geoestatística não faz?

Toda ferramenta possui suas limitações. A geoestatística é a melhor caixa de ferramentas para análises espaciais desenvolvida até então, mas existem limitações para o uso dos modelos criados a partir dessas ferramentas. Primeiramente, **a geoestatística não é uma caixa preta**. Isso significa que uma boa análise do depósito mineral não depende exclusivamente de apertar um botão, como é o caso para algumas ferramentas que criam modelos mais simples. Para criar modelos geoestatísticos adequados é necessário que esses modelos passem por uma intensa avaliação e reavaliação dos parâmetros.

Em segundo lugar, **a geoestatística não é uma bola de cristal**. As estimativas são susceptíveis a erros e incertezas. Uma boa estimativa dos depósitos minerais propiciará redução dos erros, mas inevitavelmente não pode-se esperar resultados exatos. Além das condições relacionadas a escolha e refinamento dos modelos, também há condições inerentes à incerteza geológica. Maranhao [1985] demonstra a classificação de jazidas minerais do ponto de vista da avaliação de reservas, identificando quatro grupos principais:

1. **Grupo 1**. Pertence aos depósitos estratiformes, cujos representantes típicos são as jazidas sedimentares de origem marinha, que possuem grandes dimensões, forma mais ou menos constante, e regularidade na distribuição de teores. Também incluem neste grupo as jazidas metamórficas de ferro, tais como nos depósitos do quadrilátero ferrífero. Também apresenta alguns depósitos de disposição horizontal ou a subhorizontal como jazidas de calcário, carvão, sais, gipsita e alguns depósitos para construção civil, como gnaisses e granitos.

2. **Grupo 2**. O segundo grupo apresenta corpos minerais interrompidos ou levemente interrompidos e uma distribuição mais irregular dos teores que do primeiro grupo. Estas representam as jazidas de alteração superficial como depósitos de níquel e bauxita, depósitos com pequenas intrusões alcalinas, como carbonatitos e sienitos, jazidas de rochas ultrabásicas e hidrotermais.

3. **Grupo 3** O terceiro grupo geralmente enquadra jazidas de forma variável e mineralização muito irregular, compondo os principais depósitos auríferos,

platinoides e diamantes. Também aborda os depósitos de veios polimetálicos e depósitos de forma lenticular, como de cobre e níquel.

4. **Grupo 4** Representa o grupo mais irregular, compondo pegmatitos de pedras preciosas, alguns veios hidrotermais com metais raros e nobres e algumas jazidas ultrabásicas de platina e diamante.

Quanto maior a irregularidade do depósito e heterogeneidade de suas propriedades, maior será a dificuldade dos modelos geoestatísticos de predizerem com exatidão os resultados. Dependendo da **continuidade espacial** da propriedade e da sua **dispersão**, a aplicação de modelos simples ou complexos simplesmente não altera o conhecimento sobre a **incerteza geológica**, pois a complexidade do depósito mineral é tão grande, e as amostragens realizadas em tão pouca quantidade, que se torna mais fácil jogar uma moeda para cima para decidir se deve-se ou não lavrar o depósito. Nesse caso, quando os métodos geoestatísticos falham, é necessário rever as metodologias de amostragem, e tentar encontrar soluções que simplifiquem as variáveis do problema.

Dessa forma a geoestatística também tem outra limitação: **Os modelos geoestatísticos requerem amostras coletadas em quantidade e qualidade adequada para gerar resultados satisfatórios**. Essa talvez seja uma das limitações de mais difícil abordagem na mineração. Para estimar de forma adequada precisa-se de amostras, e amostras são caras. Muitas empresas deixam de amostrar adequadamente seus depósitos minerais com finalidade de redução de custos, mas acabam por avaliar mal seus depósitos minerais, e consequentemente, obtém baixo lucro ou inviabilizam o uso sustentável dos recursos minerais. O termo qualidade, também é uma questão muito importante. Muitas vezes as amostragens realizadas possuem protocolos mal dimensionados. Alguns métodos de amostragem de jazidas também devem ser conduzidos de forma bastante precisa para permitirem estimativas adequadas. Apesar de ser uma das etapas mais importantes na mineração, as empresas muitas vezes colocam a tarefa sob a responsabilidade de profissionais pouco qualificados.

1.7 Alguns conceitos iniciais sobre jazidas minerais

Essa seção apresenta alguns dos principais conceitos de engenharia de minas, necessários para a realização de trabalhos de geoestatística e avaliação de depósitos minerais. Apesar desse livro possuir foco na geoestatística, é adequado entender conceitos gerais da mineração, que influenciam nas decisões tomadas na fase de avaliação dos depósitos.

1.7.1 Minério

A definição de minério talvez seja uma das mais importantes na produção mineral. A sua determinação permite o aproveitamento econômico dos recursos minerais, decidindo o que deve ou não ser lavrado e aproveitado. Segundo Hustrulid et al. [2006], a definição de minério é:

> *"Um agregado mineral com um ou mais sólidos minerais aos quais podem ser minerados, ou dos quais um ou mais produtos minerais podem ser extraídos com lucro". Hustrulid et al. [2006]*

Isso significa que nem em todas as ocasiões um minério será extraído com a finalidade de se obter lucro pela venda. Em alguns casos, as questões econômicas da extração mineral podem ser contra intuitivas, nesse sentido, devido a políticas externas, estados de guerra, monopolização da produção, entre diversos outros fatores. Nesses casos é preferível adotar o conceito de minério a partir do seu benefício, nem sempre ele sendo econômico. Assim, minério também pode ser definido como:

Definição 1.7.1 — Minério. *Minério é todo agregado mineral ou fóssil cabível de aproveitamento técnico, que possibilita um benefício, seja ele econômico ou social, de forma a propiciar os interesses das diferentes componentes da sociedade, sejam elas a União, as forças sociais ou mineradores.*

Um exemplo bem característico de minérios explotados contra o senso econômico são os minerais radioativos, de monopólio da União. É de interesse estratégico de um país deter estes recursos capazes de produzir energia e armas, sendo muitas vezes gastos valores acima do valor de venda do minério para sua extração.

1.7.2 Teor de corte e teor crítico

O conceito de teor de corte (ou cutoff) é definido como aquele em que o valor do conteúdo metálico ou mineral, em um certo volume de rocha, permite sua extração econômica. Os teores de corte são usados para distinguir blocos de minério e estéril em vários estágios da evolução da estimativa da jazida mineral (exploração, desenvolvimento e produção). O teor crítico, em contrapartida, representa o teor no qual se delimita o limite entre prejuízo e lucro. Rendu [2014] define o teor de corte como:

> *"O teor de corte geralmente é definido como a mínima quantidade de um produto de valor ou metal que em uma tonelada métrica deve conter para que este material seja enviado para a planta de beneficiamento"* - Rendu [2014]

1.7.3 Continuidade espacial

Srivastava and Parker [1989] definem continuidade espacial como:

> R *"Uma descrição da similaridade ou da dissimilaridade entre pares de valores com uma função de sua speração do vetor h"* - Srivastava and Parker [1989]

Em outras palavras, a continuidade espacial é representada pela similaridade entre medidas que se localizam em regiões diferentes no espaço. Os fenômenos geólogicos apresentam uma importante característica derivada de suas gêneses: na maioria dos casos, medidas de propriedades realizadas mais próximas tendem a ser mais similares entre si do que medidas realizadas em grandes distâncias. Caracterizar a similaridade dos fenômenos geológicos é a chave para garantir que as estimativas e a caracterização da incerteza geológicas possam ser realizadas adequadamente.

Definição 1.7.2 — Continuidade espacial. *A continuidade espacial é definida como o quão diferentes são valores de uma propriedade medidos a partir de amostras separadas no espaço. Se as diferenças entre os valores medidos for pequena, diz-se que o fenômeno é contínuo. Se as diferenças entre os valores medidos for grande, diz-se que o fenômeno é discreto ou dissimilar. Na geoestatística a continuidade espacial é determinada para uma direção no espaço. A continuidade espacial pode ser maior ou menor para diferentes direções.*

1.7.4 Diluição

Segundo Susaeta et al. [2008] a diluição se refere ao estéril que não é separado do minério durante a operação da lavra. Este estéril é misturado com o minério e enviado para a usina de beneficiamento. Ao mesmo tempo que aumenta a quantidade de material enviado para a usina a diluição diminui o teor que deveria ser estimado e enviado para a usina corretamente. A estimativa de depósitos minerais é realizada desconsiderando os efeitos de produção e planejamento. Isso significa que os valores realmente lavrados não correspondem aos volumes planejados e induzem a diferenças naturais da estimativa. O processo de comparação entre os valores reais obtidos na usina e os valores estimados pode ser definido como **aderência do planejamento de lavra**

Definição 1.7.3 — Aderência de lavra. *Aderência do planejamento de lavra é todo o processo de comparação entre os valores estimados do depósito mineral e os obtidos durante a operação, seja durante a mineração, ou obtidos durante o beneficiamento mineral.*

As incertezas geológicas presentes no depósito mineral, ou as diferenças entre o planejamento e operação podem trazer discordâncias quanto aos volumes e qualidade