

*l'intègre*

**2<sup>de</sup>**

**MATHS**

# **Cahier de calcul**

Conçu par un collectif  
de professeurs de lycée  
et classe prépa,  
**sous la direction**  
**de Colas Bardavid**

**DUNOD**

Direction et conception graphiques de la couverture :  
Nicolas Wiel - Elizabeth Riba (graphiste)

Retrouvez nos ouvrages pour les prépas scientifiques ici



<http://dunod.link/prepassc>

# Sommaire

<i>Avant-propos</i> .....	vii
<i>Introduction</i> .....	ix

---

## Calcul élémentaire

<input type="checkbox"/> Fiche 1. ★★★★★	Calculs avec le signe « moins » .....	2
<input type="checkbox"/> Fiche 2. ★★★★★	Priorités dans les opérations .....	4

---

## Fractions

<input type="checkbox"/> Fiche 3. ★★★★★	Sommes et différences de fractions .....	6
<input type="checkbox"/> Fiche 4. ★★★★★	Réécriture de fractions .....	7
<input type="checkbox"/> Fiche 5. ★★★★★	Produits et sommes de fractions .....	8
<input type="checkbox"/> Fiche 6. ★★★★★	Bilan et approfondissement sur les fractions .....	10

---

## Fractions avancées

<input type="checkbox"/> Fiche 7. ★★★★★	Fractions de fractions .....	14
<input type="checkbox"/> Fiche 8. ★★★★★	Fractions d'expressions .....	16
<input type="checkbox"/> Fiche 9. ★★★★★	Comparaison de fractions .....	18

---

## Puissances

<input type="checkbox"/> Fiche 10. ★★★★★	Généralités sur les puissances .....	20
<input type="checkbox"/> Fiche 11. ★★★★★	Puissances et fractions .....	22
<input type="checkbox"/> Fiche 12. ★★★★★	Application des puissances .....	24
<input type="checkbox"/> Fiche 13. ★★★★★	Bilan et approfondissement sur les puissances .....	26

---

## Racines carrées

<input type="checkbox"/> Fiche 14. ★★★★★	Calculs avec des racines I .....	30
<input type="checkbox"/> Fiche 15. ★★★★★	Calculs avec des racines II .....	32
<input type="checkbox"/> Fiche 16. ★★★★★	Méthode de la quantité conjuguée .....	34
<input type="checkbox"/> Fiche 17. ★★★★★	Bilan et approfondissement sur les racines carrées .....	36

---

---

## Calcul littéral

<input type="checkbox"/>	Fiche 18.	★★★★	Développement d'expressions I.....	40
<input type="checkbox"/>	Fiche 19.	★★★★	Factorisations .....	42
<input type="checkbox"/>	Fiche 20.	★★★★	Premières identités remarquables .....	44
<input type="checkbox"/>	Fiche 21.	★★★★	Factorisations à l'aide de $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .....	46
<input type="checkbox"/>	Fiche 22.	★★★★	Développement d'expressions II.....	48
<input type="checkbox"/>	Fiche 23.	★★★★	Relations entre variables.....	50
<input type="checkbox"/>	Fiche 24.	★★★★	Bilan et approfondissement sur les factorisations.....	52

---

## Inégalités et inéquations

<input type="checkbox"/>	Fiche 25.	★★★★	Tableaux de signes et inéquations I.....	56
<input type="checkbox"/>	Fiche 26.	★★★★	Inéquations du premier degré.....	58
<input type="checkbox"/>	Fiche 27.	★★★★	Inégalités et valeurs absolues .....	60
<input type="checkbox"/>	Fiche 28.	★★★★	Manipulation d'inégalités.....	62
<input type="checkbox"/>	Fiche 29.	★★★★	Tableaux de signes et inéquations II.....	64
<input type="checkbox"/>	Fiche 30.	★★★★	Tableaux de signes et inéquations III.....	66

---

## Équations

<input type="checkbox"/>	Fiche 31.	★★★★	Équations du premier degré.....	68
<input type="checkbox"/>	Fiche 32.	★★★★	Équations du premier degré avec paramètre.....	69
<input type="checkbox"/>	Fiche 33.	★★★★	Équations du deuxième degré.....	70
<input type="checkbox"/>	Fiche 34.	★★★★	Systèmes d'équations.....	72
<input type="checkbox"/>	Fiche 35.	★★★★	Bilan et approfondissement sur les équations et inéquations.....	74

---

## Fonctions

<input type="checkbox"/>	Fiche 36.	★★★★	Images et antécédents.....	78
<input type="checkbox"/>	Fiche 37.	★★★★	Tableaux de variations.....	80
<input type="checkbox"/>	Fiche 38.	★★★★	Points des courbes des fonctions.....	82
<input type="checkbox"/>	Fiche 39.	★★★★	Fonctions et inéquations.....	84
<input type="checkbox"/>	Fiche 40.	★★★★	Calcul avec les fonctions.....	86
<input type="checkbox"/>	Fiche 41.	★★★★	Bilan et approfondissement sur les fonctions.....	88

---

## Vecteurs

<input type="checkbox"/>	Fiche 42.	★★★★	Représentation graphique des vecteurs .....	92
<input type="checkbox"/>	Fiche 43.	★★★★	Vecteurs et coordonnées .....	94
<input type="checkbox"/>	Fiche 44.	★★★★	Vecteurs colinéaires et déterminant .....	96
<input type="checkbox"/>	Fiche 45.	★★★★	Norme des vecteurs.....	98
<input type="checkbox"/>	Fiche 46.	★★★★	Relation de Chasles .....	100
<input type="checkbox"/>	Fiche 47.	★★★★	Application des vecteurs à la géométrie.....	102
<input type="checkbox"/>	Fiche 48.	★★★★	Barycentres .....	106

---

## Géométrie

<input type="checkbox"/>	Fiche 49.	★★★★	Vecteurs directeurs d'une droite .....	108
<input type="checkbox"/>	Fiche 50.	★★★★	Équations de droites.....	110
<input type="checkbox"/>	Fiche 51.	★★★★	Droites parallèles et équations de droites .....	116

---

## Pourcentages

<input type="checkbox"/>	Fiche 52.	★★★★	Proportions .....	120
<input type="checkbox"/>	Fiche 53.	★★★★	Taux d'évolution .....	122

---

## Probabilités

<input type="checkbox"/>	Fiche 54.	★★★★	Généralités sur les probabilités .....	126
<input type="checkbox"/>	Fiche 55.	★★★★	Probabilités d'intersections et de réunions .....	128
<input type="checkbox"/>	Fiche 56.	★★★★	Probabilités conditionnelles.....	132

---

## Arithmétique

<input type="checkbox"/>	Fiche 57.	★★★★	Diviseurs et multiples .....	136
<input type="checkbox"/>	Fiche 58.	★★★★	Nombres premiers et applications.....	138

---

## Réponses et corrigés

	Réponses et corrigés .....	141
--	----------------------------	-----

Ce cahier de calcul a été écrit collectivement par une équipe composée de professeurs en lycée et de professeurs en classes préparatoires.

### **Conception et coordination**

Colas BARDAVID

### **Aide à la conception**

Jérôme TROCHON

### **Équipe des auteurs**

Mélissa BAILLOEUIL-INGLART	Anne-Lucie DELVALLEZ	Blaise LE MEAUX
Aude BERNARD-CHAMP MARTIN	Thomas DESORGERIS	Lionel MAGNIS
Ménard BOURGADE	Céline DONADEI	Arthur MEYER
Van Bien BUI	William GREGORY	Quang-Thai NGO
Alain CAMANES	Benjamin GROUX	Alan PELLÉ
Pierre CAUCHOIS	Nicolas LAILLET	Hervé SVOBODA
Carole CHABANIER	Sandrine LARÔME	Jérôme TROCHON
Baptiste CLAUSTRE	François LAURENT	
Geneviève DAVION	Vincent LE GRUIEC	

### **Tests et relecture**

Ahmed AIT HAMMOU OULHAJ, Anthony AMALRIC, Flavie AUBOURG-MEZERETTE, Frédéric BROSSARD, Stéphane BURGUE, Alexandre CHARRON, Julie DELAHAYE, Redouane DZIRI, Alice ERNOULT, Clément GABORIAUD, Laura GAY, Emmanuel GENNEQUIN, Xavier GRAND-JACQUOT, Nicolas HUBERT, Kylian JOURDAINE, Jeremy KUPERMINE, François LAUSTRIAT, Vincent LE GROS, Francis LECLEROT, François-Marc LEVOINTURIER-VAJDA, Ondine MEYER, Anne-Claire MULLER, Cédric PIERQUET, Manon RIVAT, Catherine ROUSSEAU, Nathalie SAVAZZI, Achraf TOYBOU, Marvin VERSTRAETE

### **Illustrations**

Le pictogramme de l'horloge a été créé par Ralf SCHMITZER (The Noun Project).

Le pictogramme de la roue crantée a été créé par AFY STUDIO (The Noun Project).

Le pictogramme de la calculatrice a été créé par Sita RAISITA (The Noun Project).

# Avant-propos

*Avant d'entrer dans le vif du sujet, à savoir le calcul, nous avons souhaité commencer ce livre par un texte sur l'intelligence artificielle. En effet, cette technologie va changer notre façon d'apprendre et nous avons considéré que donner quelques conseils à nos lecteurs à ce sujet pouvait se révéler utile. Bonne lecture !*

## IA et apprentissage des mathématiques

*Plaidoyer pour une utilisation raisonnée*

### Les Gants Magiques Musicaux

Imaginez que, demain ou après-demain, un nouvel objet révolutionnaire fasse son apparition : les Gants Magiques Musicaux (qu'on abrégera dans la suite en GMM).

#### PUB

Les GMM<sup>®</sup> permettent de jouer n'importe quel morceau au piano !

Enfilez-les, approchez-les de votre visage et dites à vos gants quel morceau vous souhaitez jouer : une sonate de Mozart, un prélude de Chopin ou une gymnopédie de Satie.

Les gants s'illuminent et commencent à bouger. Allez vous asseoir derrière votre piano. Positionnez vos mains au-dessus des touches. C'est parti : les GMM<sup>®</sup> s'animent et viennent jouer à votre place (et à la perfection) le morceau choisi.

Grâce aux GMM<sup>®</sup> : finis les cours de piano, finies les longues heures d'étude, finies les gammes. Grâce aux GMM<sup>®</sup>, tout le monde peut maintenant faire du piano sans effort !

**Achetez les GMM<sup>®</sup> !**

**— En promo pour le Black Friday, à partir de 399 € ! —**

Cela n'arrivera pas.

En effet, même si un jour de tels gants « magiques » venaient à être inventés, les gens continueraient à apprendre à jouer du piano. Quand on apprend à jouer un morceau au piano, on est fier de savoir le jouer et toutes les heures à répéter ce morceau n'ont pas été vaines. En apprenant le piano, on cultive quelque chose à l'intérieur de soi, et cela participe à notre épanouissement.

Les gens n'apprennent pas à jouer du piano simplement pour être capables de jouer tel ou tel morceau. Les heures de cours, le processus d'apprentissage font aussi partie de ce qu'ils recherchent.

## L'IA et les maths

L'intelligence artificielle (IA) a fait des progrès complètement incroyables ces dernières années.

Avec ChatGPT, Claude, Gemini et consorts, nous disposons aujourd'hui d'outils ultra-puissants pour nous assister dans différentes tâches. Parmi elles, l'IA est désormais capable de résoudre des problèmes de mathématiques. Et, elle le fait très bien.

→ *Dès lors, pourquoi continuer à apprendre les mathématiques ?*

Pour la même raison que les GMM ne remplaceront jamais les leçons de piano.

Apprendre les mathématiques, c'est une façon de prendre soin de soi. C'est une façon de progresser, de grandir, de devenir adulte. Apprendre les mathématiques, c'est apprendre une façon de penser.

Il est tout à fait possible qu'après vos années d'étude vous n'utilisiez que peu, voire pas du tout, les mathématiques. Pourtant, avoir appris les mathématiques n'aura pas été inutile. En les étudiant et en cherchant des exercices, vous aurez cultivé des qualités qui vous seront utiles partout et tout le temps : abstraction, réflexion, concentration, imagination, persévérance, etc.

Étudier les mathématiques, c'est une façon de cultiver un savoir-faire, c'est une façon de s'enrichir intérieurement, et c'est une chance.

→ *Peut-on, pour autant, utiliser l'IA quand on apprend les mathématiques ?*

Oui et non.

- Oui : vous pouvez demander à l'IA de vous expliquer quelque chose que vous n'avez pas compris.
- Non, et c'est très important :

vous ne devez pas demander à l'IA de vous aider à résoudre un exercice.

Chercher un exercice, cela fait partie de l'apprentissage des mathématiques. C'est même une des composantes essentielles de cet apprentissage. C'est dans les moments de recherche que vous progressez le plus en mathématiques. C'est pourquoi il est important de passer du temps à chercher, à « brouillonner », à tester des idées, à explorer des pistes, etc.

### Pour résumer

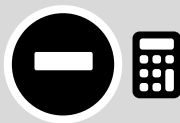
→ Efforcez-vous de ne pas utiliser l'IA en mathématiques.

Vous pouvez l'utiliser pour lui demander de vous expliquer quelque chose. Mais, vous ne devez jamais l'utiliser pour vous aider à résoudre un problème ou pour vous donner la solution. Ça ne sert à rien et c'est stérile.

→ En vous tenant à cette ligne de conduite, vous progresserez en mathématiques et vous cultiverez des qualités de grande valeur. Vous vous entraînerez aussi à utiliser votre intelligence naturelle... Et, qui sait, dans quelques années, ce sera peut-être une compétence très rare et très recherchée !



*Dans tout ce livre, l'usage de la calculatrice  
est strictement et formellement interdit.*



*Utiliser une calculatrice pour les exercices serait tout simplement absurde :  
le but même de ce livre est de fournir à ses lecteurs  
un outil pour s'entraîner au calcul.*

# Introduction

## Le calcul

Le calcul a parfois été délaissé par l'école.

On lui reprochait son côté rébarbatif, on disait que les calculatrices pouvaient s'en charger.

On lui préférait les activités de recherche, plus ludiques, plus intéressantes.

On déconseillait de donner aux élèves des fiches de calcul.

Certes, savoir chercher est essentiel ; mais, tout de même, ce faisant, on a formé des élèves à qui il manquait quelque chose de fondamental.

## Les vertus du calcul

Le calcul a de nombreuses qualités, de nombreuses vertus.

- Le calcul est indispensable aux mathématiques.

Sans calcul, les mathématiques seraient un paysage inerte, sans mouvement.

C'est le calcul qui permet de transformer une expression  $A(x)$  en une autre expression  $B(x)$ .

C'est le calcul qui permet de montrer que deux quantités sont égales, que deux choses sont identiques.

Quand on explore une situation mathématique, l'intuition est la boussole, c'est elle qui nous indique la direction à prendre. Mais c'est le calcul qui permet d'avancer, de passer d'une étape à la suivante.

- Le calcul permet de se familiariser avec les objets mathématiques compliqués.

Certains objets mathématiques sont difficiles à appréhender. Qu'on pense par exemple aux vecteurs. On peut être dérouter la première fois qu'on doit raisonner avec les vecteurs. Dans ce cas, il est conseillé de beaucoup calculer avec les vecteurs. À force d'en faire, on s'y habitue ; à la fin, on n'est plus dérouter.

- Le calcul donne des idées.

Face à un problème mathématique, être fort en calcul est très utile. On imagine rapidement ce qui va se passer, on peut prévoir « de tête » la direction globale du calcul et donc prendre une bonne direction.

- Le calcul est comme un échauffement mathématique.
- Le calcul est *a priori* une activité sans piège.

Il suffit de suivre les règles méthodiquement.

- Le calcul peut même être ludique !

## L'intérêt du calcul

C'est très simple.

Si vous voulez bien comprendre les mathématiques, le calcul est indispensable.

Quand on apprend à jouer au piano, faire des gammes est, de même, indispensable. Elles permettent de délier les doigts, elles permettent d'ancrer dans les mains des habitudes, des réflexes. Sans gammes, certains morceaux sont inabordables.

De même, la pratique du calcul permet de mieux comprendre les mathématiques.

## Le cahier de calcul

Le cahier de calcul est l'outil idéal pour vous entraîner au calcul, **en toute autonomie**.

Il a été conçu par une large équipe de professeurs de mathématiques, en lycée et en classes préparatoires, tous soucieux de vous apporter **l'aide et les outils pour réussir**.

Pour profiter totalement de cet outil, **pratiquez régulièrement** : nous vous conseillons de faire (au moins) quinze minutes de calcul chaque jour.

## Comment est-il organisé ?

### Difficulté des fiches

La difficulté des fiches est indiquée par des étoiles : de ★★☆☆ à ★★★★★.

### Temps de résolution des calculs

Le temps de résolution de chaque calcul (incluant la longueur et la technicité du calcul) est symbolisé par :

- des horloges 🕒 pour les exercices de difficulté normale ;
- des roues crantées ⚙️ pour les exercices plus difficiles.

### Des cadres pour les réponses

Nous vous invitons à écrire directement les réponses dans les cadres prévus à cet effet.

## *Une erreur ? Une remarque ?*

*Si jamais vous voyez une erreur d'énoncé ou de corrigé, ou bien si vous avez une remarque à faire, n'hésitez pas à nous écrire à l'adresse [cahierdecacul@gmail.com](mailto:cahierdecacul@gmail.com).*

*Merci, en nous contactant, de donner l'identifiant de la fiche, écrit en haut à droite.*

# Énoncés

## Calculs avec le signe « moins »



Manipuler les nombres relatifs et les quatre opérations

### ● Calcul 1.1



Calculer :

$$\text{a) } (-3) + (-8) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{d) } (12,5) + (-4) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{g) } (-38) + 64 \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

$$\text{b) } (-4) - (+10) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{e) } 11 + (-6,7) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{h) } 17,6 - (-4,7) \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

$$\text{c) } (-3,5) + 7 \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{f) } -5,2 - (-3,1) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{i) } -83,4 + (-34,8) \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

### ● Calcul 1.2



Calculer :

$$\text{a) } (-4) \times 8 \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{c) } (-6) \times (-9) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{e) } (-7) \times (-1,1) \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

$$\text{b) } (+7) \times (-5) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{d) } (-8) \times 2,5 \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{f) } (-2) \times 3,7 \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

### ● Calcul 1.3



Calculer :

$$\text{a) } (-48) \div 8 \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{c) } -(-24) \div (-16) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{e) } (-64) \div (-16) \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

$$\text{b) } (-36) \div (-9) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{d) } 18 \div (-4) \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{f) } 91 \div (-7) \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

### ● Calcul 1.4 — Plus compliqué.



Calculer :

$$\text{a) } \frac{48}{-4} \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{d) } \frac{53 + (-17)}{18 \div (-2)} \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

$$\text{b) } \frac{-24}{14 + (-8)} \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{e) } \frac{(-56) \div 4}{35 \div (-5)} \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

$$\text{c) } \frac{-12,5 \times 4}{(-12,5) + 7,5} \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \quad \text{f) } \frac{(-4) \times (-12)}{(-72) \div 9} \dots\dots \boxed{\phantom{000}}$$

● **Calcul 1.5**



Calculer :

a)  $(-2) + 3 - (-5)$  .....

c)  $(-23) - (-17) + 3,6$  .....

b)  $7,3 + (-15) - (-17)$  .....

d)  $-47 - (-38) - 65$  .....

● **Calcul 1.6**



Calculer :

a)  $(3 - 5) - (4 - 6)$  .....

b)  $(23 - 15) + (17 - 38)$  .....

c)  $-27 + (-12) - (34 + (-15))$  .....

d)  $-((-43) - (-24)) - ((-15) - (-39))$  .....

● **Calcul 1.7 — Avec des variables.**



Calculer :

a)  $(-x) + 3x$  .....

c)  $(-32z) + 17z$  .....

b)  $12y + (-9y)$  .....

d)  $-29t - (-47t)$  .....

● **Calcul 1.8 — Avec des fractions.**



Calculer :

a)  $\frac{-12}{4}x + \frac{15}{3}x$  .....

c)  $(-\frac{36}{4}z) + \frac{18}{9}z$  .....

b)  $-\frac{24}{6}y + (-\frac{27}{9}y)$  .....

d)  $(-\frac{48}{8}t) - (-\frac{72}{9}t)$  .....

● **Calcul 1.9 — Pour terminer.**



Calculer :

a)  $\frac{(-3x) + (-5x)}{(-36) \div 9}$  .....

c)  $\frac{(-144z) \div 12}{24 \div (-6)}$  .....

b)  $\frac{(-14y) - 28y}{(-49) \div (-7)}$  .....

d)  $\frac{(-3) \times (-4t) + (-4t)}{((-28) \div 7) + (48 \div (-12))}$  .....

Réponses mélangées

-11	-1,5	-12	6	-7y	-7z	-35	3,5	-6	2x	18t	
-58	-15z	10	-14	2	8,5	-4	-2,1	-t	9,3	-13	4
-5	-118,2	4	0	-2,4	4,3	-20	-74	-6y	-32	2t	6
26	2x	-7,4	-13	-4,5	22,3	3z	3y	-4	2x	7,7	54

► Réponses et corrigés page 142

## Priorités dans les opérations



Maîtriser les priorités dans les calculs

### ● Calcul 2.1



Calculer :

a)  $22 - (5 + 9)$  .....

c)  $-3 - (10 - (-7))$  .....

b)  $-2 - (-5 - 9)$  .....

d)  $(-2 + 3) - ((-5) - (-9))$  .....

e)  $-(5 - (-8)) - (-(-2) + (-9) \times (-4))$  .....

f)  $-2 - (-3 - (-4 - (-5 - (-6 - (-7)))))$  .....

### ● Calcul 2.2



Calculer :

a)  $3 - (4 - 5)$  .....

d)  $3 - 4 \times (-5)$  .....

b)  $(3 - 4) - 5$  .....

e)  $-(-3) \times (-4) - 5$  .....

c)  $3 \times 4 - 5$  .....

f)  $-3 - 4 \times (-5)$  .....

### ● Calcul 2.3



Calculer :

a)  $2 + 3 \times 5 + 7 \times 6$  .....

d)  $-7 + (-13 + 6) \times (-3 + 5)$  .....

b)  $-2 - (-6)(-4)$  .....

e)  $15 - 3(-5 - 9) \div (-2)$  .....

c)  $5 - 5 \times (2 \times (-1 + 3) \times (-4))$  ..

f)  $-2 - (7 - 3) \times (2 - 4)$  .....

g)  $-2 - (6 - (-3)) - (-2 \div (2 \div 4))$  .....

h)  $-(-2) \div (-(-10) \div (-5)) + 3 - 3 \div (3 \div (-9))$  .....