1re SPÉ MATHS

NOUVEAU PROGRAMME

MÉTHODES INCONTOURNABLES & EXOS CORRIGÉS

RÉUSSIR L'ÉPREUVE ANTICIPÉE DU BAC

AVEC ANNALES CORRIGÉES

THIBAULT VANHOUCKE

ellipses

1RE

SPÉ MATHS

NOUVEAU PROGRAMME

MÉTHODES INCONTOURNABLES

& EXOS CORRIGÉS

1re SPÉ MATHS

NOUVEAU PROGRAMME

MÉTHODES INCONTOURNABLES & EXOS CORRIGÉS

RÉUSSIR L'ÉPREUVE ANTICIPÉE DU BAC

AVEC ANNALES CORRIGÉES

THIBAULT VANHOUCKE

ellipses

Conception graphique couverture : Éric VIGIER

ISBN 9782340-118638

Dépôt légal : septembre 2026

©Ellipses Édition Marketing S.A.
8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1er de l'article L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

AVANT-PROPOS

Le baccalauréat représente la grande échéance du lycée et désormais, une épreuve anticipée de mathématiques aura lieu à la fin de la classe de Première. Ce livre a pour objectif d'aider les élèves à se préparer correctement à cette nouvelle épreuve.

Au-delà de la préparation à l'épreuve anticipée, ce livre a un intérêt double. En travaillant avec des lycéens, j'ai en effet constaté que les élèves n'ont pas suffisamment de réflexes lorsqu'il s'agit de répondre à des questions classiques et récurrentes. Ils veulent régulièrement faire preuve de créativité alors qu'ils ont déjà rencontré et appliqué plusieurs fois en cours des méthodes simples et efficaces.

Et si trouver son propre chemin pour démontrer un résultat peut être très satisfaisant, cette soif de créativité est souvent bien trop prématurée. Avant d'arriver à ce stade, les élèves doivent d'abord passer par plusieurs étapes, la première étant l'aisance en calcul numérique et littéral, dont j'ai déjà parlé dans un autre livre (Progresser en calcul, Éditions Ellipses). Une fois que le calcul est maîtrisé, il est essentiel de connaître parfaitement son cours et de connaître les méthodes classiques pour répondre aux questions qui reviennent régulièrement dans les exercices. Une fois les propriétés, les théorèmes et les méthodes classiques bien maîtrisés, l'étape suivante pour progresser sera de passer du temps pour comprendre le cours en profondeur, ce qui permettra de développer son intuition. J'ai également traité cette étape dans un livre, qui porte principalement sur le programme de Terminale mais aussi sur de nombreux chapitres de Seconde et de Première (Spécialité Mathématiques - Prendre le temps de comprendre, Éditions Ellipses). C'est seulement après avoir développé son intuition que l'on pourra faire preuve de créativité, chercher des démonstrations plus élégantes , trouver des raccourcis, etc.

Cet ouvrage porte donc sur la deuxième étape de ce processus, à savoir maîtriser les méthodes classiques. Au moment où ce livre a été écrit, aucun sujet de l'épreuve anticipée n'était disponible, et j'ai donc sélectionné les méthodes présentées sur la base de l'importance que je leur accordais. La liste des méthodes mentionnées n'est pas exhaustive, mais contient la très grande majorité des méthodes incontournables, et si vous maîtrisez correctement ces méthodes, alors vous serez bien armés pour faire face à l'épreuve anticipée de Première et pour aborder sereinement l'année de Terminale.

J'espère que ce livre vous permettra à la fois de vous préparer efficacement à l'épreuve anticipée et d'avancer dans la deuxième étape pour progresser en mathématiques.

TABLE DES MATIÈRES

PARTIE I

ANALYSE 7

1 GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS 9

2 FONCTIONS POLYNOMIALES DE DEGRÉ 2 23

3 FONCTION EXPONENTIELLE 37

4 DÉRIVATION 43

PARTIE II

ALGÈBRE 57

5 GÉNÉRALITÉS SUR LES SUITES 59

6 SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES 65

PARTIE III

GÉOMÉTRIE 75

7 POINTS ET VECTEURS 77

8 TRIGONOMÉTRIE 89

9 PRODUIT SCALAIRE 97

10 DROITES 107

PARTIE IV

PROBABILITÉS 117

11 GÉNÉRALITÉS SUR LES PROBABILITÉS 119

12 VARIABLES ALÉATOIRES 131

PARTIE V

ANNALES CORRIGÉES 139

PARTIE I



ANALYSE

1

GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

MÉTHODES

Dans ce chapitre :

- Déterminer le domaine de définition d'une fonction
- Montrer qu'un point appartient à la courbe d'une fonction
- Résoudre une équation
- Déterminer le signe d'une fonction
- Démontrer une inégalité
- Étudier la position relative de deux courbes

1. Déterminer le domaine de définition d'une fonction

Méthode

Lorsque l'on cherche à déterminer le domaine de définition d'une fonction, il y aura principalement deux choses auxquelles il faudra prêter attention :

1. si la fonction comporte un dénominateur, alors il faudra exclure de $\mathbb{R}$ toutes les valeurs de x pour lesquelles le dénominateur s'annule ;
2. si la fonction fait intervenir une racine carrée, alors il faudra exclure de $\mathbb{R}$ toutes les valeurs de x pour lesquelles l'argument de la racine, c'est-à-dire ce qui se trouve sous la racine, est négatif.

Exemple

Soient f_1 et g_1 deux fonctions définies par :

$$f_1(x) = \frac{3x^2 - 7}{3x + 6} \qquad g_1(x) = \sqrt{3 - 2x}$$

Déterminons les domaines de définition de ces deux fonctions. Tout d'abord on a :

$$\forall x \in \mathbb{R}, 3x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

Ainsi, f_1 est définie sur $\mathcal{D}_{f_1} = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$. Par ailleurs, on a :

$$\forall x \in \mathbb{R}, 3 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

Ainsi, g_1 est définie sur $\mathcal{D}_{g_1} = \left]-\infty, \frac{3}{2}\right]$.

À VOUS DE JOUER !

On considère les fonctions f_2 et g_2 définies par :

$$f_2(x) = \frac{7x + 2}{6x - 6} \qquad g_2(x) = \sqrt{5x + 4}$$

Déterminer le domaine de définition des deux fonctions ci-dessus.

2. Montrer qu'un point appartient à la courbe d'une fonction

Méthode

Pour montrer qu'un point de coordonnées $(x; y)$ appartient à la courbe représentative d'une fonction f, il suffit de montrer que $f(x) = y$:

$$\text{Le point } (x; y) \text{ appartient à } \mathcal{C}_f \Leftrightarrow f(x) = y$$

EXEMPLE

Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 2$. Montrons d'abord que le point de coordonnées $(-2; 18)$ appartient à la courbe représentative de f. On a :

$$f(-2) = 5 \times (-2)^2 - 2 = 18$$

Comme $f(-2) = 18$, on en conclut que le point de coordonnées $(-2; 18)$ appartient à la courbe de f.

Déterminons désormais si le point de coordonnées $(1; 4)$ appartient à la courbe de f. On a :

$$f(1) = 5 \times 1 - 2 = 3$$

Ainsi, $f(1) \neq 4$, donc le point de coordonnées $(1; 4)$ n'appartient pas à la courbe représentative de f.

À VOUS DE JOUER !

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par $g(x) = \sqrt{5x} - 2x - 4$. Montrer que le point de coordonnées $(5; -9)$ appartient à la courbe représentative de g. Le point de coordonnées $(3; 3)$ appartient-il à la courbe représentative de g ?

3. Résoudre une équation

Méthode 1

Lorsque l'équation est relativement simple, il est parfois possible de la résoudre directement en s'aidant des propriétés des fonctions de référence.

EXEMPLE

Résolvons les équations suivantes :

$$3\sqrt{x} - 1 = 8 \text{ et } (x+1)^2 = 4$$

D'une part, on a :

$$3\sqrt{x} - 1 = 8 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$$

D'autre part, on a :

$$(x+1)^2 = 4 \Leftrightarrow x + 1 = 2 \text{ ou } x + 1 = -2 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -3$$

À VOUS DE JOUER !

Résoudre les équations suivantes sans se préoccuper de leur domaine d'existence :

$$5x^2 - 3 = 22 \text{ et } \sqrt{2x+5} = 3$$

Méthode 2

Il est parfois possible de se ramener à une équation de produit nul. Dans ce cas, l'équation pourra être résolue en cherchant les valeurs de x pour lesquelles au moins l'un des facteurs est nul.

EXEMPLE

Résolvons les équations suivantes :

$$(x^2 - 9)(6x + 3) = 0 \text{ et } 7x^2 + 5x = 0$$

D'une part, on a :

$$(x^2-9)(6x+3) = 0 \Leftrightarrow x^2-9 = 0 \text{ ou } 6x+3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3 \text{ ou } x = -\frac{1}{2}$$

D'autre part, on a :

$$7x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(7x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -\frac{5}{7}$$

À VOUS DE JOUER !
Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

$$(3x - 2)(7x + 4) = 0 \text{ et } 4x^2 - 9x = 0$$

Méthode 3

Lorsque l'équation est une équation du second degré, on se reportera aux méthodes du chapitre suivant.

4. Déterminer le signe d'une fonction

Méthode 1

Pour étudier le signe d'une fonction f, il est possible d'utiliser les connaissances sur les fonctions de référence et d'utiliser certaines propriétés immédiates comme :

- la somme de deux fonctions positives est positive ;
- la somme de deux fonctions négatives est négative ;
- etc.

Lorsque la fonction f est relativement simple, il est aussi possible de résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$ en s'aidant des caractéristiques des fonctions de références.

EXEMPLE
Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+, f(x) = \sqrt{3x + 2} + 7$$

La fonction racine carrée étant positive sur $\mathbb{R}_+$, on en déduit que la fonction f est positive sur $\mathbb{R}_+$.

À VOUS DE JOUER !
Étudier le signe de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = -x^2 - 3$$

Méthode 2

Lorsque la fonction peut s'écrire comme le produit de plusieurs facteurs, on étudie le signe de chacun des facteurs et on en déduit le signe de la fonction. Il est possible de procéder de la même manière lorsque la fonction est un quotient.

Exemple

Déterminons le signe de la fonction f définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{2\}, f(x) = \frac{5x+10}{2-x}$$

On a :

$$\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{2\}, 5x+10 \geq 0 \iff x \geq -2 \text{ et } 2-x \geq 0 \iff x \leq 2$$

On en déduit le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
signe de $5x+10$		$-$	0	$+$			
signe de $2-x$			$+$		0	$-$	
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	

À vous de jouer !

Déterminer le signe de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = (5-x)(2x-5)$$

Méthode 3

Si les variations d'une fonction et les valeurs en lesquelles cette fonction s'annule sont connues, alors il est possible de déterminer son signe.