

DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES EN BÉTON ARMÉ

Une approche didactique

Jean-François Nys



DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES EN BÉTON ARMÉ

Une approche didactique

Jean-François Nys



Collection Formations & Techniques

dirigée par Paul de Laboulaye

paul.delaboulaye@editions-ellipses.fr

Retrouvez tous les titres de la collection et des extraits sur www.editions-ellipses.fr



Conception graphique couverture : Éric VIGIER

ISBN 9782340-112919

Dépôt légal : avril 2026

©Ellipses Édition Marketing S.A.

8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Préface

C'est avec une émotion particulière que je prends la plume pour introduire cet ouvrage, rédigé par mon ami Jean-François, que j'ai le privilège de connaître depuis maintenant presque trente-cinq ans.

Au fil des décennies, j'ai pu apprécier non seulement son sérieux et sa rigueur professionnelle, mais aussi sa passion indéfectible pour le béton armé, matériau exigeant et fascinant qui façonne nos villes et nos infrastructures.

Ce livre ne se contente pas d'aborder les aspects techniques : il témoigne de l'expérience d'un homme qui a consacré sa vie à comprendre, expliquer et transmettre. Son approche, claire et structurée, rend accessible une matière parfois perçue comme austère, et montre à quel point la maîtrise du béton armé est essentielle pour construire durablement et en toute sécurité.

Connaissant Jean-François depuis si longtemps, je peux affirmer que chaque page reflète sa personnalité : exigence, précision, mais aussi générosité dans le partage de son savoir. Cet ouvrage est le fruit d'un parcours remarquable et constitue une référence précieuse pour les étudiants, les professionnels et tous ceux qui s'intéressent à l'art de bâtir.

Je suis honoré d'accompagner cette publication d'un ami de toujours, et je souhaite à chaque lecteur de trouver dans ces pages la même passion que celle qui l'anime depuis tant d'années.

Eli Schmit

Maître de conférences honoraire Université Libre de Bruxelles (ULB) et
Université Catholique de Louvain (UCL).

Incourt, 9 septembre 2025

Avant-propos

Les nombreux projets et les nombreux chantiers de construction dont je me suis occupé jusqu'à présent, que ce soit dans mon pays ou à l'étranger, m'ont amené à utiliser le béton plus que tout autre matériau de construction. Mais intrigué par le fait qu'il ne résiste seul qu'à un type de sollicitations, mais peut être utilisé dans presque toute les situations une fois complété et renforcé par de l'acier, je me suis également, outre sa mise en œuvre sur site, intéressé à ses aspects plus théoriques en essayant de comprendre le pourquoi et l'origine des formules qui permettent son dimensionnement. Car si les Eurocodes, et plus particulièrement le «EU2 - Design of concrete structures», deviennent de plus en plus complets, les formules qui y sont mentionnées ne sont souvent que le résultat d'essais ou de développements qui ne sont pas nécessairement fournis. Et pour le praticien, la question de savoir si la formule indiquée s'applique telle quelle au cas de figure auquel il est confronté se pose également très régulièrement.

Au fil des années, j'ai donc recherché, compulsé, regroupé et compilé un grand nombre de documents techniques qui ont servi de base à l'ouvrage que je présente ici modestement, et dans lequel j'ai essayé d'être, d'une part, le plus exhaustif possible dans les cas de figure abordés et présentés dans certains chapitres, et, d'autre part, le plus didactique possible en fournissant, pour nombre d'équations, tout le cheminement mathématique amenant à la formulation finale. Le document, illustré en outre de plusieurs schémas et de nombreux croquis permettant la compréhension des développements qui y sont menés, contient également plusieurs tableaux dans lesquels la valeur des coefficients paramétrables apparaissant dans lesdites formules peuvent être directement tirés et/ou interpolés. Enfin, une partie de travail actuel des Bureaux d'Etudes étant la vérification d'ouvrages existants, et malheureusement parfois vétustes, construits il y a quelques décennies, la méthode des « Contraintes Admissibles » est abordée, aux côtés de celles des « États Limites », plus récente.

Ce document a dès lors pour but d'être un outil utile pour l'Ingénieur en Construction, dans lequel il pourra, autant que faire se peut, trouver la solution à la situation qu'il doit prendre en compte dans son, ou ses, étude(s), et comprendre, sans doute un peu mieux, le « pourquoi » de l'utilisation de telle ou telle formule.

Table des Matières

Chapitre 1 - Analyse des structures

1.	Actions	1
1.1.	Types d'actions.....	1
1.2.	Valeurs des actions.....	1
1.3.	Sollicitations = effets des actions.....	3
2.	Matériaux	3
2.1.	Valeur de calcul des propriétés des matériaux.....	3
2.2.	Résistance de calcul	3
3.	États-Limites.....	4
3.1.	États Limites Ultimes (ELU)	4
3.2.	États Limites de Service (ELS)	4
4.	Combinaisons	5
4.1.	Principe.....	5
4.2.	États Limites Ultimes (ELU)	5
4.3.	États Limites de Service (ELS)	6
5.	Coefficients	6
5.1.	Coefficients pour les actions et les sollicitations	6
5.2.	Coefficients pour les matériaux	6
6.	Analyse structurale	7
6.1.	Généralités.....	7
6.2.	Modèles structuraux	8
7.	Portées des poutres et des dalles.....	8

Chapitre 2 - Généralités

1.	Matériau béton	9
1.1.	Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul	9
1.2.	Relation contrainte-déformation.....	10
1.3.	Résistance à la compression sur cubes.....	13
1.4.	Résistance des bielles de béton comprimées.....	13
2.	Matériau acier	15
2.1.	Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul	15
2.2.	Relation contrainte-déformation.....	15
3.	Diagramme des 3 pivots	16
3.1.	Zones.....	16
3.2.	Diagrammes contrainte-déformation du béton.....	18
3.3.	Tableaux récapitulatifs.....	21
4.	Effets différés du béton.....	25
4.1.	Résistance à la compression	25
4.2.	Module d'Elasticité.....	25
4.3.	Retrait.....	25
4.4.	Fluage.....	27

4.5.	Déformations	29
5.	Rapport E/C sur la résistance du béton	29
5.1.	Formule de Ferret	29
5.2.	Formule de Bolomey	29

Chapitre 3 - Prescriptions des bétons

1.	Formulation générale.....	31
2.	Classes de résistance (A)	31
3.	Durabilité (B).....	31
3.1.	Domaine d'utilisation (B1).....	31
3.2.	Classes d'exposition (B2).....	31
3.3.	Classes d'environnement - Norme belge (B2)	33
4.	Classe de consistance (C).....	35
5.	Dimension nominale maximale des granulats (D).....	35
6.	Exigences complémentaires et facultatives (E).....	35
7.	Prescriptions des ciments	36
7.1.	Formulation générale.....	36
7.2.	Composition (A et B)	36
7.3.	Classe de résistance (C et D)	37
7.4.	Caractéristiques additionnelles (E)	37
7.5.	Domaines d'application de quelques ciments	37

Chapitre 4 - Mise en œuvre & ferrailage

1.	Armatures.....	39
1.1.	Diamètres standards	39
1.2.	Espacements	39
1.3.	Enrobage	40
1.4.	Rayon de courbure des armatures pliées	41
1.5.	Ancrages	42
1.6.	Jonctions	44
1.7.	Ancrage des armatures d'effort tranchant (= étriers).....	47
1.8.	Scellements.....	47
1.9.	Groupements d'armatures	48
2.	Armatures d'un diamètre > 32 mm	48
2.1.	Généralités.....	48
2.2.	Armatures transversales complémentaires (= étriers).....	48
2.3.	Armatures de peau = armatures de surface.....	49

Chapitre 5 - Compression centrée

1.	Notations générales.....	51
2.	Compression : calcul élastique.....	51
3.	Compression : rupture	52
4.	Traction (armatures).....	52

Chapitre 6 - Flexion simple

1.	Notations générales.....	53
2.	Calcul élastique	53
2.1.	Section rectangulaire - armatures simples	53

2.2.	Section « T » - table de compression.....	56
2.3.	Section « T » - armatures simples.....	57
3.	Rupture.....	69
3.1.	Section rectangulaire - armatures simples.....	69
3.2.	Section rectangulaire - armatures doubles.....	76
3.3.	Bétons C50/60 et suivants (diagramme rectangle simplifié).....	78
3.4.	Section « T » - armatures simples.....	79
4.	Dispositions constructives.....	81
4.1.	Écrêtement des moments sur appuis.....	81
4.2.	Armatures longitudinales.....	82

Chapitre 7 - Flexion composée

1.	Notations générales.....	83
2.	Généralités.....	83
2.1.	Section entièrement comprimée (zone 5 = pivot C).....	83
2.2.	Section partiellement tendue.....	84
2.3.	Section entièrement tendue (zone 1 = pivot A).....	87
3.	Calcul élastique.....	88
3.1.	Section rectangulaire.....	88
3.2.	Méthode de Wuczkowski.....	92
4.	Rupture.....	92
4.1.	Principes.....	92
4.2.	Section rectangulaire - armatures simples.....	94
4.3.	Section rectangulaire - armatures doubles.....	97
4.4.	Courbes d'interaction - section rectangulaire.....	101
4.5.	Courbes d'interaction - section « T » (table).....	112
4.6.	Courbes d'interaction - section « T » (nervure).....	122

Chapitre 8 - Effort tranchant

1.	Notations générales.....	133
2.	Contrainte tangentielle.....	133
3.	Modèle de calcul.....	133
4.	Calcul élastique (Treillis de Mörsch avec « θ » = 45°).....	135
4.1.	Armatures transversales verticales ($\alpha = 90^\circ$).....	136
4.2.	Armatures transversales obliques ($\alpha = 45^\circ$).....	136
4.3.	Réseau régulier (Mailles carrées : armatures horizontales et verticales).....	136
4.4.	Contraintes.....	136
4.5.	Influence de l'effort « V » sur les armatures de flexion.....	138
4.6.	Charges situées à proximité des appuis.....	139
5.	Rupture.....	140
5.1.	Résistances de calcul.....	140
5.2.	Section sans armatures d'effort tranchant ($Vd \leq VRd, c$).....	141
5.3.	Présence d'un effort normal de compression.....	141
5.4.	Section avec armatures d'effort tranchant ($Vd > VRd, c$).....	141
5.5.	Charges situées à proximité des appuis.....	147
5.6.	Poutre de hauteur variable.....	150
5.7.	Ouvertures et/ou percements.....	150

5.8.	Cisaillement à la jonction âme-membrure des sections « T »	155
5.9	Appuis indirects.....	156
5.10.	Surface de reprise	157
6.	Dispositions constructives.....	160
6.1.	Pourcentage d'armatures transversales verticales ($\alpha = 90^\circ$).....	160
6.2.	Répartition des armatures transversales en cas de charge répartie	160
6.3.	Espacement des armatures transversales.....	160
6.4.	Barres relevées	161
Chapitre 9 - Torsion		
1.	Notations générales.....	163
2.	Contrainte tangentielle.....	163
3.	Modèle de calcul	163
4.	Calcul élastique	164
4.1.	Résistance des bielles de béton comprimées.....	164
4.2.	Armatures transversales	164
4.3.	Armatures longitudinales	164
5.	Rupture	166
5.1.	Valeurs de calcul.....	166
5.2.	Résistance des bielles de béton comprimées.....	166
5.3.	Traction dans les armatures transversales (= étriers).....	167
5.4.	Traction dans les armatures longitudinales.....	167
5.5.	Sollicitations combinées	167
6.	Dispositions constructives.....	167
6.1.	Armatures longitudinales	167
6.2.	Armatures transversales	168
Chapitre 10 - Fissuration		
1.	Généralités	169
1.1.	Causes de la fissuration.....	169
1.2.	Comportement à l'état fissuré	169
1.3.	Longueur de transmission	170
1.4.	Résistance effective du béton à la traction	171
2.	Ouverture des fissures	171
2.1.	Allongement en phase de fissuration stabilisée	171
2.2.	Nombre de fissures	172
2.3.	Ouverture moyenne des fissures.....	172
2.4.	Valeur maximum admissible pour l'ouverture des fissures	173
3.	Armatures minimum	173
3.1.	Traction.....	173
3.2.	Flexion simple.....	174
4.	Contrôle de la fissuration	174
4.1.	Armatures minimum (formule générale).....	174
4.2.	Ouverture moyenne des fissures : approche 1.....	177
4.3.	Ouverture moyenne des fissures : approche 2.....	178
4.4.	Limitation de la contrainte dans les armatures	180
4.5.	Voiles béton	181

Chapitre 11 - Déformations

1.	Courbure	183
1.1.	Définitions	183
1.2.	Flexion simple	183
2.	Calculs des déformations	185
2.1.	Déformations de base (flèche maximum)	185
2.2.	Méthode trilineaire	185
2.3.	Méthode des coefficients globaux	186
2.4.	Méthode CEB-FIP 1990	187
2.5.	Section « T »	188
3.	Contrôle des déformations	191
3.1.	Flèches admissibles à long terme	191
3.2.	Limitation de l'élançement	191

Chapitre 12 - Colonnes

1.	Notations générales	193
2.	Généralités	193
2.1.	Charge critique d'Euler	193
2.2.	Élançement	194
2.3.	Longueur de flambement	195
2.4.	Imperfections géométriques	198
3.	Calcul élastique	200
4.	Rupture	200
4.1.	Faible élançement : colonne isolée	200
4.2.	Faible élançement : bâtiment	201
4.3.	Méthode générale 1 : intégration des courbures	203
4.4.	Méthode générale 2 : rigidité nominale	209
4.5.	Méthode générale 3 : courbure nominale	210
4.6.	Moment résistant - colonne rectangulaire (courbes d'interaction)	213
4.7.	Moment résistant - colonne circulaire (courbes d'interaction)	213
4.8.	Méthodes simplifiées	230
4.9.	Flexion bi-axiale	241
5.	Dispositions constructives	242
5.1.	Dimensions minimales des colonnes	242
5.2.	Armatures longitudinales	242
5.3.	Armatures transversales	243
5.4.	Zones de recouvrement	245
5.5.	Vérification de l'aptitude au service	245

Chapitre 13 - Compression localisée

1.	Généralités	247
2.	Calcul élastique	247
3.	Rupture	248
3.1.	Diffusion de la charge	248
3.2.	Méthode des bielles & du tirant	249
3.3.	Frettage	249
3.4.	Glissement d'un coin de béton	250

3.5. Zone d'ancrage.....	251
Chapitre 14 - Poinçonnement	
1. Notations générales.....	253
2. Calcul élastique.....	253
3. Rupture.....	254
3.1. Efforts tranchants résistants.....	254
3.2. Efforts tranchants sollicitants.....	255
3.3. Détermination du coefficient « β ».....	255
3.4. Périmètres critiques sans chapiteau.....	256
3.5. Détermination du coefficient « W_1 ».....	262
3.6. Ferrailage de la dalle.....	266
3.7. Périmètres critiques avec chapiteau.....	268
3.8. Organigramme de dimensionnement.....	282
3.9. Vérification de la flexion à la jonction dalle-poteau.....	282
4. Dispositions constructives.....	283
Chapitre 15 - Consoles courtes & nœuds	
1. Consoles courtes : généralités.....	285
2. Consoles courtes : calcul élastique.....	286
2.1. Méthode de Franz & Niedenhoff.....	286
2.2. Méthode de Mehmel & Becker.....	287
2.3. Méthode de Steinle.....	288
3. Consoles courtes : rupture.....	289
3.1. Méthode des bielles et du tirant.....	289
3.2. Dimensionnement du béton.....	291
3.3. Dimensionnement des armatures.....	292
3.4. Ferrailage complémentaire.....	292
3.5. Charge indirecte & croisement de poutres.....	293
3.6. Appui mutuel de 2 consoles.....	293
4. Consoles courtes : dispositions constructives.....	294
5. Nœuds des portiques.....	294
5.1. Moments négatifs.....	294
5.2. Moments positifs.....	296
Chapitre 16 - Poutres-cloisons	
1. Généralités.....	299
2. Poutre sur 2 appuis simples chargée par-dessus.....	299
2.1. Charge uniformément répartie.....	299
2.2. Charge concentrée.....	300
2.3. Dispositions constructives.....	301
3. Poutre sur 2 appuis simples chargée par-dessous.....	302
3.1. Charge uniformément répartie et répartie.....	302
3.2. Dispositions constructives.....	302
4. Poutre continue avec 1 charge uniformément répartie.....	303
4.1. Bielle comprimée = béton.....	303
4.2. Tirant = armatures.....	303
4.3. Dispositions constructives.....	303

5.	Poutre en encorbellement.....	304
5.1.	Tirant = armatures.....	304
5.2.	Dispositions constructives.....	304
6.	Zones d'appui.....	304
6.1.	Poutre-cloison non raidie au droit de l'appui.....	305
6.2.	Poutre-cloison raidie au droit de l'appui.....	305
6.3.	Charges concentrées au droit des appuis.....	305
7.	Méthode des bielles & du tirant.....	306
8.	Chargement indirect.....	307
8.1.	Poutre-cloison support.....	307
8.2.	Poutre-cloison transversale.....	308
8.3.	Poutre-cloison en encorbellement chargée indirectement.....	308
9.	Instabilité latérale des poutres élancées.....	309
Chapitre 17 - Contreventements		
1.	Généralités.....	311
2.	Contreventements symétriques.....	311
3.	Contreventements asymétriques.....	311
4.	Distribution des sollicitations.....	312
4.1.	Coordonnées du centre de torsion (CT).....	312
4.2.	Décomposition de la résultante « Q » des actions extérieures.....	312
4.3.	Sollicitations des refends = translation.....	313
4.4.	Sollicitations des refends = rotation.....	313
4.5.	Cumul des sollicitations & contrôle des conditions d'équilibre.....	314
4.6.	Éléments dont les axes sont inclinés p/r aux axes globaux « X » et « Y »... ..	314
5.	Voiles de contreventement.....	314
6.	Dispositions constructives.....	315
Chapitre 18 - Dalles		
1.	Théorie de l'élasticité : dalles rectangulaires.....	317
1.1.	Contraintes normales & tangentielles maximum.....	317
1.2.	Conditions d'appui d'une dalle sur ses bords.....	317
1.3.	Charge uniformément répartie : tables de Bares ($\nu = 0$).....	318
1.4.	Charge triangulaire : tables de Bares ($\nu = 0$).....	337
1.5.	Coefficient de Poisson.....	341
1.6.	Charge concentrée.....	341
2.	Théorie de l'élasticité : dalles circulaires.....	342
2.1.	Charge uniformément répartie.....	342
2.2.	Charge locale répartie au centre de la dalle.....	343
3.	Plancher-dalle = poutre continue.....	344
3.1.	Répartition des moments.....	344
3.2.	Moments réduits sur appuis.....	345
3.3.	Colonnes de rive.....	345
3.4.	Dispositions constructives.....	346
4.	Armatures obliques p/r aux moments principaux.....	346
5.	Théorie de la plasticité.....	349
5.1.	Méthode statique.....	349

5.2.	Moment plastique	351
5.3.	Méthode cinématique	351
5.4.	Dimensionnement	365
6.	Dispositions constructives.....	366
6.1.	Armatures principales.....	366
6.2.	Armatures de répartition	366
6.3.	Armatures d'effort tranchant.....	366

Chapitre 19 - Semelles de fondation

1.	Interaction « sol-structure ».....	367
1.1.	Capacité portante	367
1.2.	Capacité portante admissible	368
1.3.	Répartition des pressions sous les semelles de fondations	370
2.	Rigidité des semelles.....	370
3.	Pressions sur le sol de fondation	370
3.1.	Notations générales.....	370
3.2.	Charge centrée.....	371
3.3.	Charge excentrée et axée.....	371
3.4.	Charge excentrée et désaxée	372
4.	Dimensionnement des semelles flexibles.....	374
4.1.	Semelles flexibles continues	374
4.2.	Semelles flexibles isolées.....	378
5.	Dimensionnement des semelles rigides	389
5.1.	Semelles rigides continues	389
5.2.	Semelles rigides isolées	391
6.	Dispositions constructives.....	392
7.	Comportement des semelles continues	393
7.1.	Sol médiocre	393
7.2.	Bon sol.....	393
8.	Semelles de fondation sur pieux.....	394
8.1.	Généralités.....	394
8.2.	Semelle sur 2 pieux, sans moment de flexion	394
8.3.	Semelle sur 2 pieux, avec moment de flexion.....	397
8.4.	Semelle sur 3 pieux, sans moment de flexion	402
8.5.	Semelle sur 4 pieux, sans moment de flexion	405
8.6.	Semelle sur 4 pieux, avec moment de flexion.....	407
8.7.	Semelle sur 5 pieux, sans moment de flexion	410
8.8.	Semelle sur 6 pieux, sans moment de flexion	412
8.9.	Semelle sur « n » pieux, sans moment de flexion (rupture).....	415
8.10.	Semelle filante sous voile continu (rupture)	416
8.11.	Dispositions constructives.....	416
9.	Fondations à encuvement.....	416
9.1.	Généralités.....	416
9.2.	Encuvement à parois crantées	418
9.3.	Encuvement à parois rugueuses ou lisses.....	419
9.4.	Encuvement à parois très lisses ($\mu = 0,00$).....	419
9.5.	Ferraillage	420

10. Massifs parallélépipédiques.....	420
10.1. Méthode simplifiée	420
10.2. Méthode élastoplastique.....	424

Chapitre 20 - Voiles de soutènement

1. Géométries	427
2. Caractéristiques moyennes des sols	428
3. Forces horizontales	429
3.1. Rappels théoriques.....	429
3.2. Formules de Rankine.....	431
3.3. Formules de Coulomb-Poncelet	434
3.4. Tables de Caquot-Kérisel	437
3.5. Géométries du talus.....	442
3.6. Surcharges sur le talus	445
3.7. Présence d'une nappe aquifère	451
3.8. Présence de couches de terrain différentes	456
3.9. Butée	456
4. Forces verticales.....	457
4.1. Voile & semelle de fondation.....	457
4.2. Terres agissant sur l'avant-bec (patin)	457
4.3. Terres agissant sur l'arrière-bec (talon).....	457
4.4. Surcharges	458
5. Stabilité des voiles de soutènement.....	458
5.1. Vérification 1 : stabilité générale (ELU - GEO : approche 2).....	459
5.2. Vérification 2 : stabilité externe (ELU - GEO)	460
5.3. Vérification 3 : stabilité externe (ELS - GEO).....	468
6. Résistance des voiles de soutènement	471
6.1. Sections à vérifier	471
6.2. Voile	471
6.3. Patin	472
6.4. Talon.....	473
6.5. Prédimensionnement	474

Index

Bibliographie

Chapitre 1 - Analyse des structures

1. Actions

1.1. Types d'actions

- **Actions directes** = ensemble des forces ou des charges appliqués à une structure
- **Actions indirectes** = ensemble des déformations imposées à une structure
- **Action permanente** « G »

Action susceptible d'agir tout au long d'une période de référence donnée, et pour laquelle la variation de grandeur avec le temps est négligeable, ou dont la variation est toujours dans la même direction jusqu'à atteindre une certaine valeur limite.

Si la variabilité de « G » est faible (de 0,05 à 0,10), une valeur unique de « G » peut être utilisée.

Si la variabilité de « G » ne peut pas être considérée comme faible, deux valeurs doivent être utilisées, à savoir une valeur supérieure « G_{sup} » et une valeur inférieure « G_{inf} ».

- **Action variable** « Q »

Action pour laquelle la variation de grandeur avec le temps n'est ni négligeable ni monotone.

Elle doit correspondre à une valeur supérieure correspondant à une probabilité recherchée de ne pas être dépassée, ou à une valeur inférieure correspondant à une probabilité recherchée d'être atteinte, et ce pendant une certaine durée de référence.

C'est une valeur nominale dans les cas où il n'existe pas de distribution statistique connue.

- **Action accidentelle** « A »

Action, généralement de courte durée, d'une ampleur significative, peu susceptible de se produire sur une structure donnée pendant la durée de vie de conception (= période présumée pendant laquelle une structure ou une partie de celle-ci doit être utilisée aux fins prévues, avec entretien, mais sans réparation majeure nécessaire).

1.2. Valeurs des actions

- **Valeur caractéristique**

Dans la mesure où une valeur caractéristique peut être fixée sur des bases statistiques, elle est choisie de manière à correspondre à une probabilité prescrite de ne pas être dépassée du côté défavorable pendant une période de référence (= période

de temps choisie, servant à l'évaluation des actions statistiquement variables, et éventuellement des actions accidentelles) prenant en compte la durée de vie de conception de l'ouvrage et la durée de la situation de conception.

La valeur caractéristique « F_k » d'une action est sa principale valeur représentative, et doit être spécifiée comme valeur moyenne, valeur inférieure ou supérieure, ou valeur nominale.

- **Valeur nominale** = valeur fixée sur des bases non statistiques.

- **Valeur représentative**

La valeur représentative d'une action est une valeur ayant une probabilité déterminée de ne pas être dépassée par les valeurs effectives des actions agissant sur la structure pendant une période de référence.

La valeur représentative peut être la valeur caractéristique ou une valeur d'accompagnement.

$$F_{rep} = \psi_i \cdot F_k \quad (\psi_i = \text{coefficient d'accompagnement})$$

- **Valeur de calcul**

$$F_d = \gamma_f \cdot F_{rep} = \gamma_f \cdot (\psi_i \cdot F_k)$$

où : ♦ F_d = valeur de calcul de l'action

- ♦ γ_f = coefficient partiel de sécurité, pour l'action considérée et pour l'état limite considéré, tenant compte de la possibilité d'un dépassement dans le sens défavorable de la valeur représentative de l'action et/ou des incertitudes liées aux calcul des sollicitations

- **Valeur de combinaison**

La valeur de combinaison d'une action tient compte de la probabilité réduite d'une occurrence simultanée des valeurs les plus défavorables de toutes les actions variables indépendantes agissant sur la structure.

$$\psi_0 \cdot F_k \text{ avec } \psi_0 \leq 1,00 \quad (\psi_0 = \text{coefficient d'accompagnement})$$

- **Valeur fréquente**

La valeur fréquente d'une action est déterminée de manière à ce que, au cours de la période de référence, le temps total durant lequel elle est dépassée ne représente qu'une petite partie de l'intervalle de temps considéré.

$$\psi_1 \cdot F_k \text{ avec } \psi_1 \leq 1,00 \quad (\psi_1 = \text{coefficient d'accompagnement})$$

- **Valeur quasi-permanente**

La valeur quasi-permanente d'une action est déterminée de manière à ce qu'au cours de la période de référence, le temps total durant lequel elle est dépassée représente une partie considérable de l'intervalle de temps considéré.

$$\psi_2 \cdot F_k \text{ avec } \psi_2 \leq 1,00 \quad (\psi_2 = \text{coefficient d'accompagnement})$$

1.3. Sollicitations = effets des actions

Les sollicitations (= efforts normaux, efforts tranchants, moments de flexion et moments de torsion) résultent de l'effet des actions ; elles sont déterminées par une méthode d'analyse appropriée (= RDM - Résistance Des Matériaux) à partir des valeurs de calcul combinées de ces actions, et sont différentes suivant le type de vérification (= État Limite) effectué.

$$S_d = \gamma_{sd} \cdot f(F_d)$$

- où :
- ♦ S_d = valeur de calcul des sollicitations, déterminée à partir de la combinaison pertinente des actions correspondant à l'État Limite (Ultime ou de Service) considéré
 - ♦ γ_{sd} = coefficient partiel de sécurité tenant compte des incertitudes dans la modélisation des sollicitations ou dans la modélisation des actions elles-mêmes

2. Matériaux

2.1. Valeur de calcul des propriétés des matériaux

$$X_d = \eta \cdot \left(\frac{X_k}{\gamma_m} \right)$$

- où :
- ♦ X_d = valeur de calcul de la propriété des matériaux
 - ♦ η = valeur moyenne du coefficient de conversion, tenant compte des effets de volume et d'échelle, des effets de l'humidité ainsi que de la température et d'autres paramètres s'il y a lieu
 - ♦ X_k = valeur caractéristique de la propriété des matériaux (= Valeur nominale)
 - ♦ γ_m = coefficient partiel de sécurité tenant compte de la possibilité d'un écart défavorable, par rapport à la valeur caractéristique, de la propriété des matériaux

2.2. Résistance de calcul

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot f(X_d)$$

- où :
- ♦ R_d = valeur de calcul de la résistance
 - ♦ γ_{Rd} = coefficient partiel de sécurité tenant compte de l'incertitude du modèle de résistance, et des écarts géométriques si ceux-ci ne sont pas précisés explicitement

3. États-Limites

3.1. États Limites Ultimes (ELU)

Les États Limites Ultimes correspondent à la sécurité structurale ; ils sont associés à l'effondrement de la structure ou à d'autres formes de ruine structurale mettant en danger la sécurité des personnes et/ou la sécurité de la structure elle-même. Dans certaines circonstances, les états qui concernent la protection du contenu peuvent être également classés comme des États Limites Ultimes.

► Types d'États Limites Ultimes

- ♦ EQU = perte d'équilibre statique de la structure ou de toute partie de celle-ci considérée comme un corps rigide
- ♦ STR = défaillance interne ou déformation excessive de la structure ou de ses éléments structurels (semelles, pieux, murs de fondation, ...) lorsque la résistance des matériaux de construction de la structure est prépondérante
- ♦ GEO = rupture ou déformation excessive du sol, lorsque celle-ci joue un rôle important dans la résistance de la structure
- ♦ FAT = rupture par fatigue de la structure ou des éléments structuraux.
- ♦ UPL = perte d'équilibre (flottabilité) de la structure ou du sol suite à la poussée négative exercée par l'eau (= poussée d'Archimède)
- ♦ HYD = problème hydraulique et/ou érosion interne engendré par des tuyauteries défectueuses dans le sol

► Critère de sécurité vis-à-vis de l'équilibre statique (EQU) : $S_{d,dst} \leq S_{d,stb}$

- où :
- ♦ $S_{d,dst}$ = valeur de calcul des sollicitations déstabilisantes
 - ♦ $S_{d,stb}$ = valeur de calcul des sollicitations stabilisantes

► Critère de sécurité vis-à-vis de la rupture (STR - GEO) : $S_d \leq R_d$

Où : R_d = valeur de calcul de la résistance

3.2. États Limites de Service (ELS)

Les États Limites de Service correspondent aux conditions au-delà desquelles les exigences d'aptitude au service spécifiées pour une structure ou un élément structural ne sont plus satisfaites ; ces exigences concernent le fonctionnement de la structure ou des éléments structuraux en utilisation normale (= vibrations limitant l'efficacité fonctionnelle de l'ouvrage), le confort des personnes (= vibrations incommodes pour les occupants), ou encore l'aspect de la construction (= déformations et flèches excessives affectant l'aspect ou l'exploitation efficace de l'ouvrage).

Leur dépassement peut entraîner des dommages à la structure mais pas sa ruine.

Critère de sécurité : $S_d \leq C_d$

Où : C_d = valeur limite acceptable pour l'état de service considéré

4. Combinaisons

4.1. Principe

Les combinaisons d'actions sont des ensembles constitués d'actions à considérer simultanément et permettant de vérifier la fiabilité d'une structure pour un État Limite spécifié, soit « ultime », soit « de service ».

Pour chaque cas critique, les sollicitations doivent ainsi être déterminées en combinant les valeurs de calcul des actions considérées comme se produisant simultanément, chaque combinaison d'actions devant prendre en compte :

- ♦ Les valeurs de calcul des actions permanentes
- ♦ La valeur de calcul d'une action variable ou accidentelle dominante
- ♦ Les valeurs de calcul des autres actions variables, dites d'accompagnement

4.2. États Limites Ultimes (ELU)

- ♦ Combinaisons fondamentales (situation de projet durable ou transitoire) :

$$S_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + [\gamma_p \cdot P] + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (\text{« FAT » exclue})$$

Ruptures « STR » et « GEO » = la moins favorable des formules suivantes :

$$S_d = \min \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + [\gamma_p \cdot P] + \gamma_{Q,1} \cdot \psi_{0,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \\ \sum_{j \geq 1} \xi_j \cdot \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + [\gamma_p \cdot P] + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \end{array} \right.$$

- ♦ Combinaisons accidentelles :

$$S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + [P] + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ou } \psi_{2,1}) \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

- ♦ Combinaisons sismiques : $S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + [P] + A_{Ed} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$

où :

- ♦ $G_{k,j}$ = valeur caractéristique de l'action permanente « j »

- ♦ $\gamma_{G,j}$ = coefficient de sécurité pour l'action permanente « j »

- ♦ P = valeur représentative de l'effort éventuel de précontrainte

- ♦ γ_p = coefficient de sécurité pour la précontrainte

- ♦ $Q_{k,1}$ = valeur caractéristique de l'action variable dominante

- ♦ $\gamma_{Q,1}$ = coefficient de sécurité pour l'action variable dominante

- ♦ $Q_{k,i}$ = valeur caractéristique de l'action variable d'accompagnement « i »

- ♦ $\gamma_{Q,i}$ = coef. de sécurité pour l'action variable d'accompagnement « i »

- ♦ $\psi_{0,i}$ = coefficient pour la valeur de combinaison de l'action variable d'accompagnement « i »

- ♦ $\psi_{0,1}$ = coefficient pour la valeur de combinaison de l'action variable dominante

- ♦ ξ_j = coefficient de réduction pour l'action permanente défavorable « j »

- ♦ A_d = valeur de calcul de l'action accidentelle

- ♦ $\psi_{1,1}$ = coefficient pour la valeur fréquente de l'action variable dominante
- ♦ $\psi_{2,1}$ = coefficient pour la valeur quasi-permanente de l'action variable dominante
- ♦ $\psi_{2,i}$ = coefficient pour la valeur quasi-permanente de l'action variable d'accompagnement « i »
- ♦ A_{Ed} = valeur de calcul de l'action sismique = $\gamma_1 \cdot A_{Ek}$
- ♦ γ_1 = coefficient partiel de sécurité pour l'action sismique
- ♦ A_{Ek} = valeur caractéristique de l'action sismique (= valeur nominale)

4.3 États Limites de Service (ELS)

- ♦ Combinaisons caractéristiques : $S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + [P] + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$
- ♦ Combinaisons fréquentes : $S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + [P] + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$
- ♦ Combinaisons quasi-permanentes :
 $S_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + [P] + \psi_{2,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$

5. Coefficients

5.1. Coefficients pour les actions et les sollicitations

Les coefficients partiels de sécurité « γ » et les coefficients d'accompagnement « ψ » sont donnés dans l'Eurocode 1 et ses différentes parties :

- ♦ Eurocode 1 - Partie 1-01 : densités et poids propres
- ♦ Eurocode 1 - Partie 1-02 : structures exposées au feu
- ♦ Eurocode 1 - Partie 1-03 : charges de neige
- ♦ Eurocode 1 - Partie 1-04 : charges de vent
- ♦ Eurocode 1 - Partie 1-05 : charges thermiques
- ♦ Eurocode 1 - Partie 1-06 : actions durant les phases d'exécution
- ♦ Eurocode 1 - Partie 1-07 : charges accidentelles
- ♦ Eurocode 1 - Partie 2 : charges de trafic sur les ponts
- ♦ Eurocode 1 - Partie 3 : ponts-roulants et machines
- ♦ Eurocode 1 - Partie 4 : silos et réservoirs

5.2 Coefficients pour les matériaux

Les coefficients partiels de sécurité « γ » sont donnés dans les Eurocodes 2 à 9 :

- ♦ Eurocode 2 : structures en béton
- ♦ Eurocode 3 : structures métalliques
- ♦ Eurocode 4 : structures mixtes acier-béton
- ♦ Eurocode 5 : structures en bois

- ◆ Eurocode 6 : structures en maçonnerie
- ◆ Eurocode 7 : calculs géotechniques
- ◆ Eurocode 8 : structures soumises aux séismes
- ◆ Eurocode 9 : structures en aluminium

6. Analyse structurale

6.1. Généralités

Détermination de la répartition des sollicitations, des contraintes (résistance = ELU) et des déformations (comportement = ELS) au sein d'une structure.

Basée sur des hypothèses simplificatrices relatives à la géométrie et au comportement de la structure.

Analyse	ELS	ELU
Elastique linéaire (= Résistance Des Matériaux)	OK	OK
Elastique linéaire avec redistribution limitée des efforts		OK
Plastique (création de mécanismes de rupture = rotules)		OK
Non linéaire (analyse du 2 nd ordre)		OK

► Analyse élastique linéaire

Le modèle doit suivre la théorie de l' « élasticité linéaire », c'est-à-dire de la « Résistance Des Matériaux ».

On retient la rigidité initiale, qui correspond à l'inertie non fissurée, la valeur du « module (sécant) d'élasticité » et les diagrammes « contrainte-déformation » linéaires.

À l' « ELU », dans les cas des effets du retrait, du fluage, de la température ou des tassements de terrain, une réduction des raideurs correspondant à la fissuration des éléments, mais incluant les effets du fluage, peut être envisagée.

À l' « ELS », une fissuration progressive des sections peut être retenue pour prendre en compte les effets du retrait, du fluage, de la température ou des tassements d'appuis dus au terrain.

► Analyse élastique linéaire avec redistribution limitée des efforts

Le modèle doit suivre la théorie de l' « élasticité linéaire », mais avec des redistributions assez limitées des moments sur appuis.

La redistribution des moments sur appuis en travée peut également s'envisager sous réserve de s'assurer que les sections critiques ont une capacité de rotation suffisante pour supporter cette redistribution. Cette méthode ne peut s'appliquer qu'à l' « ELU ».

► Analyse plastique

La théorie « plastique » s'applique à des éléments suffisamment ductiles (et armés d'aciers à haute ductilité) permettant d'envisager la création de mécanismes appelés « lignes de rupture ». C'est une méthode exclusivement applicable à l'« ELU ».

► Analyse non linéaire

La théorie « non linéaire » tient compte du comportement non linéaire du matériau (= analyse du « second ordre ») et ne s'applique qu'à l'« ELU ».

6.2. Modèles structuraux

- **Poutre** = élément dont la longueur est supérieure à 3 fois la largeur.
- **Dalle** = élément dont la plus petite dimension est supérieure à 5 fois l'épaisseur.
- **Colonne** = élément vertical dont le plus grand côté de la section transversale est inférieur à 4 fois son plus petit côté, et dont la hauteur est supérieure à 3 fois sa plus grande dimension transversale.
- **Voile** = élément vertical qui n'est pas une colonne.

7. Portées des poutres et des dalles

$$L_{ef} = L_n + a_g + a_d$$

- où :
- ♦ L_{ef} = portée « effective » = valeur à considérer pour le dimensionnement
 - ♦ L_n = portée entre nus des appuis
 - ♦ a_g et a_d = largeur des appuis gauche et droit
= f (épaisseur « t » de l'appui et hauteur « h » de l'élément)
 - ♦ a_i = $\min \begin{cases} 0,50.t \\ 0,50.h \end{cases}$ pour des appuis en béton ou en maçonnerie
 - ♦ a_i = 0,00 si l'appui est une console

Chapitre 2 - Généralités

1. Matériau béton

1.1. Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul

- ♦ $f_{ck,cube}$ = résistance caractéristique du béton à la compression sur cube de 15 cm de côté à 28 jours (= fractile 5 %)
- ♦ f_{ck} = résistance caractéristique du béton à la compression sur cylindre de 15 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur à 28 jours (= fractile 5 %)
 - $\approx 0,80 \cdot f_{ck,cube}$
- ♦ f_{cm} = valeur moyenne de la résistance à la compression sur cylindre
 - $= f_{ck} + 8,00$
- ♦ f_c = résistance de calcul du béton à la compression sur cylindre de 15 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur à 28 jours
 - $= \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{f_{ck}}{1,50}$ ($\gamma_c = 1,20$ pour des charges accidentelles)
- ♦ f_{cd} = résistance réduite de calcul du béton à la compression (long terme)
 - $= \alpha_{cc} \cdot f_c = 0,85 \cdot f_c = 0,85 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1,50}\right) \approx \left(\frac{0,85 \cdot 0,80}{1,50}\right) \cdot f_{ck,cube} = 0,453 \cdot f_{ck,cube}$
- ♦ E_{cm} = module (sécant) d'élasticité = $22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,30}$ (= E_c)
- ♦ f_{ctm} = résistance moyenne du béton à la traction
 - $= 0,30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$ pour $f_{ck} \leq 50$ MPa
 - $= 2,12 \cdot \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right)$ pour $f_{ck} > 50$ MPa
- ♦ $f_{ctk0,05}$ = valeur inf. de la résistance caractéristique à la traction = $0,70 \cdot f_{ctm}$
- ♦ $f_{ctk0,95}$ = valeur sup. de la résistance caractéristique à la traction = $1,30 \cdot f_{ctm}$
- ♦ f_{ct} = résistance de calcul du béton à la traction = $\frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c} = \frac{f_{ctk0,05}}{1,50}$
- ♦ f_{ctd} = résistance réduite de calcul du béton à la traction pure (long terme)
 - $= \alpha_{ct} \cdot f_{ct} = 1,00 \cdot f_{ct} = 1,00 \cdot \left(\frac{f_{ctk0,05}}{1,50}\right) = \left(\frac{1,00 \cdot 0,70}{1,50}\right) \cdot f_{ctm} \approx 0,467 \cdot f_{ctm}$
- ♦ τ_{Rd} = résistance de calcul au cisaillement = $\frac{0,25 \cdot f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$
- ♦ f_{bd} = contrainte ultime d'adhérence = $2,25 \cdot \eta_1 \cdot (\eta_2) \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot \left(\frac{f_{ctk0,05}}{1,50}\right)$
 - où : ♦ $\eta_1 = 1,00$ pour de bonnes conditions d'enrobage
 - ♦ $\eta_1 = 0,70$ pour de mauvaises conditions d'enrobage

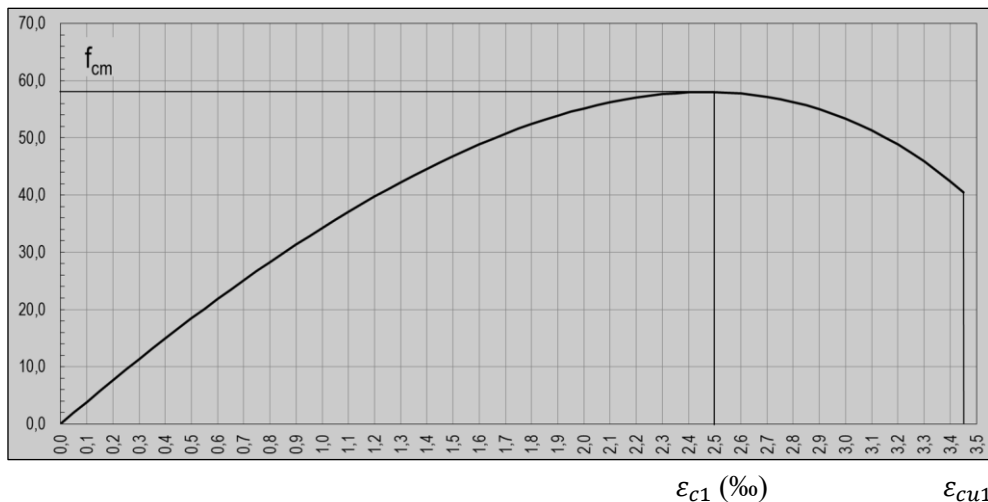
- ♦ α_T = coefficient de dilatation thermique = $10 \cdot 10^{-6}$ m/m/°C
- ♦ ν = coefficient de Poisson $\approx 0,20$ (État fissuré » : $\nu = 0,00$)

f_{ck}	$f_{ck,cube}$	f_{cm}	f_c	f_{cd}	E_{cm}	f_{ctm}	$f_{ctk0,05}$	$f_{ctk0,95}$	f_{ct}	f_{ctd}	τ_{Rd}	f_{bd}
12	15	20,00	8,000	6,800	27085	1,57	1,101	2,044	0,73	0,734	0,18	1,65
16	20	24,00	10,67	9,067	28608	1,90	1,333	2,476	0,89	0,889	0,22	2,00
20	25	28,00	13,33	11,33	29962	2,21	1,547	2,874	1,03	1,032	0,26	2,32
25	30	33,00	16,67	14,17	31476	2,56	1,795	3,334	1,20	1,197	0,30	2,69
30	37	38,00	20,00	17,00	32837	2,90	2,028	3,765	1,35	1,352	0,34	3,04
35	45	43,00	23,33	19,83	34077	3,21	2,247	4,173	1,50	1,498	0,37	3,37
40	50	48,00	26,67	22,67	35220	3,51	2,456	4,561	1,64	1,637	0,41	3,68
45	55	53,00	30,00	25,50	36283	3,80	2,657	4,934	1,77	1,771	0,44	3,99
50	60	58,00	33,33	28,33	37278	4,07	2,850	5,293	1,90	1,900	0,48	4,28
55	67	63,00	36,67	31,17	38214	4,21	2,950	5,479	1,97	1,967	0,49	4,43
60	75	68,00	40,00	34,00	39100	4,35	3,048	5,661	2,03	2,032	0,51	4,57
70	85	78,00	46,67	39,67	40743	4,61	3,227	5,994	2,15	2,152	0,54	4,84
80	95	88,00	53,33	45,33	42244	4,84	3,387	6,290	2,26	2,258	0,56	5,08
90	105	98,00	60,00	51,00	43631	5,04	3,531	6,558	2,35	2,354	0,59	5,30

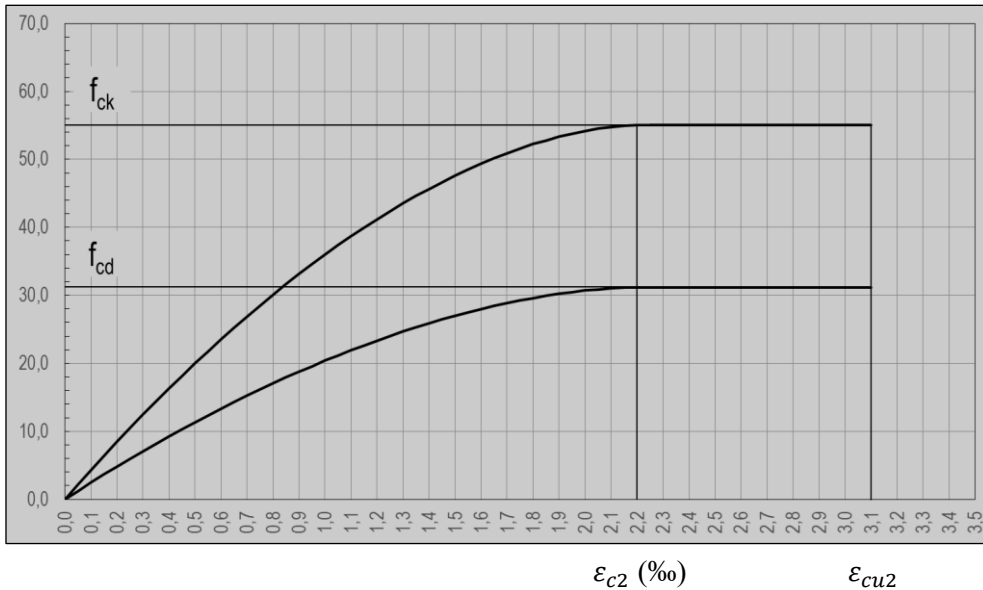
1.2. Relation contrainte-déformation

► Comportement non linéaire

- ♦ Déformation = contrainte maximum « f_{cm} » : $\varepsilon_{c1} = 0,70 \cdot (f_{cm})^{0,31} \leq 2,80$ ‰
- ♦ Déformation = rupture ($< f_{cm}$) : $\varepsilon_{cu1} = 2,80 + 27 \cdot \left(\frac{98-f_{cm}}{100}\right)^4 \leq 3,50$ ‰
- ♦ Contrainte : $\sigma_c = \left[\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta}\right] \cdot f_{cm}$ avec $k = \frac{1,05 \cdot E_{cm} \cdot |\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}}$ et $\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}$



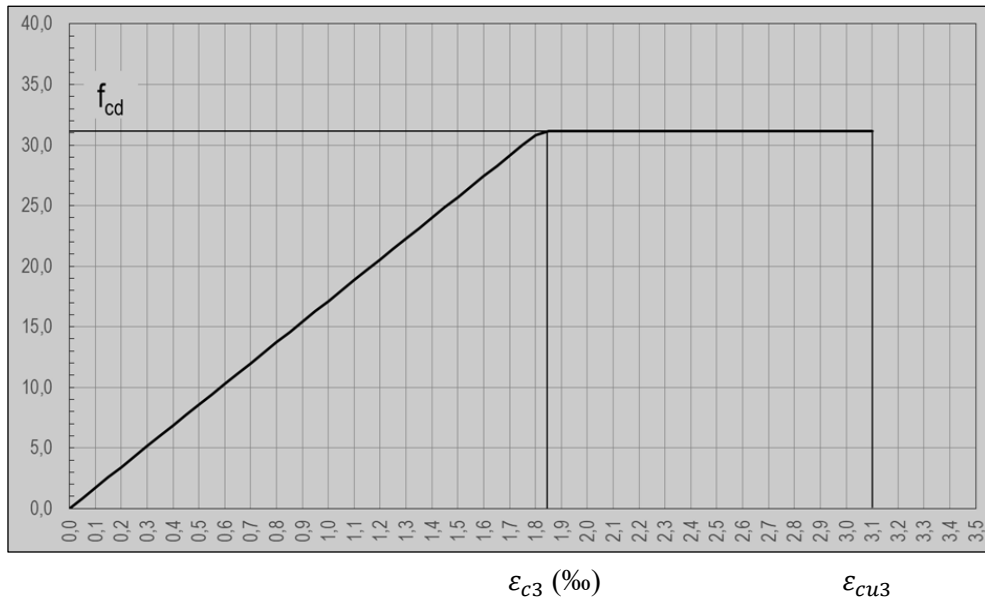
► Diagramme parabole-rectangle



- ◆ Déformation = contrainte maximum « f_{cd} » :
 - * $\varepsilon_{c2} = 2,00 \text{ ‰}$ pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
 - * $\varepsilon_{c2} = 2 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}$ pour $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$
- ◆ Déformation = rupture (= f_{cd}) : $\varepsilon_{cu2} = 2,60 + 35 \cdot \left(\frac{98-f_{ck}}{100}\right)^4 \leq 3,50 \text{ ‰}$
- ◆ Contrainte :
 - * $\sigma_c = \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right] \cdot f_{cd}$ pour $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$
 - $\quad = \varepsilon_c \cdot (1 - 0,25 \cdot \varepsilon_c) \cdot f_{cd}$ pour $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} = 2,00 \text{ ‰}$
 - * $\sigma_c = f_{cd}$ pour $\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} = 3,50 \text{ ‰}$
- où :
 - ◆ $n = 2,00$ pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
 - ◆ $n = 1,40 + 23,40 \cdot \left(\frac{90-f_{ck}}{100}\right)^4$ pour $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$

► Diagramme triangle-rectangle

- ◆ Déformation = contrainte maximum « f_{cd} » :
 - * $\varepsilon_{c3} = 1,75 \text{ ‰}$ pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
 - * $\varepsilon_{c3} = 1,75 + 0,55 \cdot \left(\frac{f_{ck}-50}{40}\right)^4$ pour $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$
- ◆ Déformation = rupture (= f_{cd}) : $\varepsilon_{cu3} = 2,60 + 35 \cdot \left(\frac{98-f_{ck}}{100}\right)^4 \leq 3,50 \text{ ‰}$
- ◆ Contrainte :
 - * $\sigma_c = \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c3}}\right) \cdot f_{cd}$ pour $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c3}$
 - * $\sigma_c = f_{cd}$ pour $\varepsilon_{c3} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu3} = 3,50 \text{ ‰}$



► Diagramme rectangle simplifié

- ◆ Coefficient déterminant la hauteur de la zone comprimée :

- * $\lambda = 0,80$ pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
- * $\lambda = 0,80 - \left(\frac{f_{ck}-50}{400}\right)$ pour $50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$

- ◆ Coefficient déterminant la valeur de la contrainte du béton comprimé :

- * $\eta = 1,00$ pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
- * $\eta = 1,00 - \left(\frac{f_{ck}-50}{200}\right)$ pour $50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$

f_{ck}	$f_{ck,cube}$	ε_{c1}	ε_{cu1}	k	ε_{c2}	ε_{cu2}	n	ε_{c3}	ε_{cu3}	λ	η							
12	15	1,77	3,50	2,52	2,00	3,50	2,00	1,75	3,50	0,80	1,00							
16	20	1,87		2,35														
20	25	1,97		2,21														
25	30	2,07		2,07														
30	37	2,16		1,96														
35	45	2,25		1,87														
40	50	2,32		1,79														
45	55	2,40		1,72														
50	60	2,46	3,49	1,66	2,20	3,13	1,75	1,82	3,13	0,79	0,98							
55	67	2,53	3,21	1,61														
60	75	2,59	3,02	1,56								2,29	2,88	1,59	1,89	2,88	0,78	0,95
70	85	2,70	2,84	1,48								2,42	2,66	1,44	2,03	2,66	0,75	0,90
80	95	2,80	2,80	1,41								2,52	2,60	1,40	2,16	2,60	0,73	0,85
90	105			1,31								2,60			2,30			

1.3. Résistance à la compression sur cubes

La méthode des « Contraintes Admissibles » utilise la résistance caractéristique sur cube de 20 cm de côté, alors que les nouvelles classes de béton font référence à la résistance sur cube de 15 cm.

$$\frac{f_{cx}}{f_{ck,cube(200)}} = 0,65 + \frac{0,70}{\left(1 + \frac{\sqrt{A}}{200}\right) \cdot \left(\frac{h}{\sqrt{A}}\right)^{1,05}} \rightarrow f_{ck,cube(150)} = 1,05 \cdot f_{ck,cube(200)}$$

où : f_{cx} = résistance d'une éprouvette de section « A » et de hauteur « h » (mm)

1.4. Résistance des bielles de béton comprimées

La résistance des éléments en béton armé peut être assurée par un système constitué de bielles (= compression) et de tirants (= traction) se rejoignant en des nœuds de connexion.

♦ **Bielles non soumises à des tractions transversales** : $\sigma_{Rd,max} = f_{cd}$

♦ **Bielles soumises à des tractions transversales**

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 \cdot \nu' \cdot f_{cd} = 0,60 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

♦ **Nœud sans traction** : $\sigma_{Rd,max} = k_1 \cdot \nu' \cdot f_{cd} = 1,00 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \geq \sigma_{cd,i} = \frac{F_{cd,i}}{a_i}$

♦ Équilibre horizontal des forces :

$$F_{cd,2} \cdot \cos \alpha_2 = F_{cd,3} \cdot \cos \alpha_3 \rightarrow \begin{cases} F_{cd,2} = \frac{F_{cd,3} \cdot \cos \alpha_3}{\cos \alpha_2} \\ F_{cd,3} = \frac{F_{cd,2} \cdot \cos \alpha_2}{\cos \alpha_3} \end{cases}$$

♦ Équilibre vertical des forces :

$$F_{cd,1} = F_{cd,2} \cdot \sin \alpha_2 + F_{cd,3} \cdot \sin \alpha_3 \rightarrow \begin{cases} F_{cd,2} = \frac{F_{cd,1} - F_{cd,3} \cdot \sin \alpha_3}{\sin \alpha_2} \\ F_{cd,3} = \frac{F_{cd,1} - F_{cd,2} \cdot \sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{cd,2} = \frac{F_{cd,1} - \left(\frac{F_{cd,3} \cdot \cos \alpha_3}{\cos \alpha_2}\right) \cdot \sin \alpha_3}{\sin \alpha_2} = \frac{F_{cd,1} - F_{cd,3} \cdot (\cos \alpha_2 \cdot \tan \alpha_3)}{\sin \alpha_2} \\ F_{cd,3} = \frac{F_{cd,1} - \left(\frac{F_{cd,2} \cdot \cos \alpha_2}{\cos \alpha_3}\right) \cdot \sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} = \frac{F_{cd,1} - F_{cd,2} \cdot (\cos \alpha_3 \cdot \tan \alpha_2)}{\sin \alpha_3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{cd,2} \cdot \sin \alpha_2 + F_{cd,2} \cdot (\cos \alpha_2 \cdot \tan \alpha_3) = F_{cd,2} \cdot (\sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \cdot \tan \alpha_3) = F_{cd,1} \\ F_{cd,3} \cdot \sin \alpha_3 + F_{cd,3} \cdot (\cos \alpha_3 \cdot \tan \alpha_2) = F_{cd,3} \cdot (\sin \alpha_3 + \cos \alpha_3 \cdot \tan \alpha_2) = F_{cd,1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{cd,2} = \left[\frac{F_{cd,1}}{(\sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \cdot \tan \alpha_3)} \right] \cdot \left[\frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_2} \right] = \frac{F_{cd,1}}{\cos \alpha_2} \cdot \left(\frac{1}{\tan \alpha_2 + \tan \alpha_3} \right) \\ F_{cd,3} = \left[\frac{F_{cd,1}}{(\sin \alpha_3 + \cos \alpha_3 \cdot \tan \alpha_2)} \right] \cdot \left[\frac{\cos \alpha_3}{\cos \alpha_3} \right] = \frac{F_{cd,1}}{\cos \alpha_3} \cdot \left(\frac{1}{\tan \alpha_3 + \tan \alpha_2} \right) \end{cases}$$

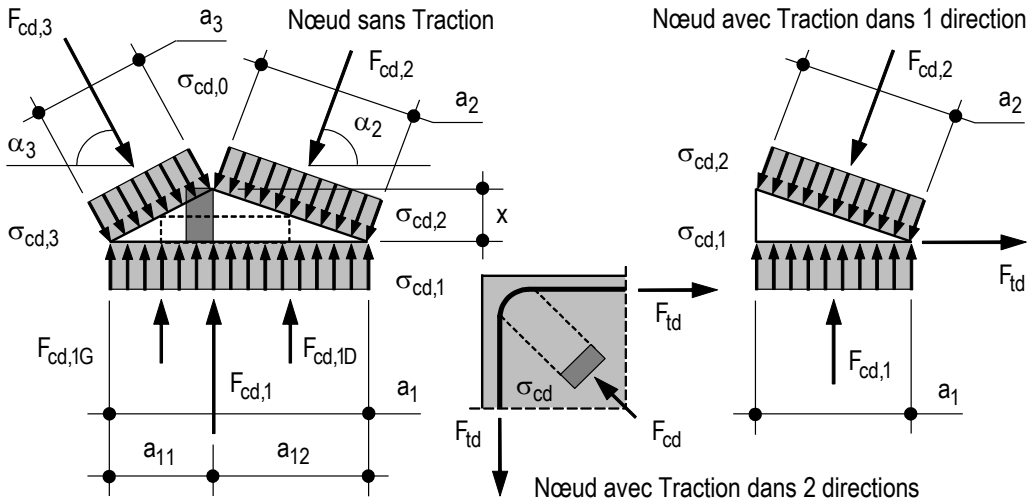
♦ Équilibre vertical des forces :

$$\begin{cases} F_{cd,1g} = F_{cd,1} \cdot \left(\frac{a_{11}}{a_1}\right) = F_{cd,3} \cdot \sin \alpha_3 \\ F_{cd,1d} = F_{cd,1} \cdot \left(\frac{a_{12}}{a_1}\right) = F_{cd,2} \cdot \sin \alpha_2 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} = \frac{a_1 \cdot (F_{cd,3} \cdot \sin \alpha_3)}{F_{cd,1}} = \frac{(F_{cd,3} \cdot \sin \alpha_3)}{\sigma_{cd,1}} = a_3 \cdot \sin \alpha_3 \\ a_{12} = \frac{a_1 \cdot (F_{cd,2} \cdot \sin \alpha_2)}{F_{cd,1}} = \frac{(F_{cd,2} \cdot \sin \alpha_2)}{\sigma_{cd,1}} = a_2 \cdot \sin \alpha_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_3 = \frac{a_{11}}{\sin \alpha_3} = \frac{F_{cd,3}}{\sigma_{cd,1}} \\ a_2 = \frac{a_{12}}{\sin \alpha_2} = \frac{F_{cd,2}}{\sigma_{cd,1}} \end{array} \right. \rightarrow \sigma_{cd,1} = \frac{F_{cd,1}}{a_1} = \frac{F_{cd,3}}{a_3} = \frac{F_{cd,2}}{a_2} = \sigma_{cd,3} = \sigma_{cd,2}$$

$$\diamond \sigma_{cd,0} = \frac{F_{cd,2} \cdot \cos \alpha_2}{x} = \frac{F_{cd,2} \cdot \cos \alpha_2}{a_2 \cdot \cos \alpha_2} = \frac{F_{cd,2}}{a_2} = \sigma_{cd,2} = \sigma_{cd,1} = \sigma_{cd,3} \quad (\text{équi. vertical})$$



• **Nœud et traction dans 1 direction** : $\sigma_{Rd,max} = k_2 \cdot v' \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$

• **Nœud et traction dans 2 directions** : $\sigma_{Rd,max} = k_3 \cdot v' \cdot f_{cd} = 0,75 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$

• Tractions exercées par les bielles

• Si $b \leq \frac{H}{2}$: $\frac{b-a}{4} = z \cdot \tan \alpha = \frac{b}{2} \cdot \tan \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{b-a}{2 \cdot b}$ (diffusion restreinte)

* Équilibre des forces : $\frac{F_d}{2} = F_{cd} \cdot \cos \alpha \rightarrow F_{cd} = \frac{F_d}{2} \cdot \left(\frac{1}{\cos \alpha}\right)$ (point A)

* Équilibre des forces : $F_{td} = F_{cd} \cdot \sin \alpha = \frac{F_d}{2} \cdot \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}\right) = \frac{F_d}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{F_d}{4} \cdot \left(\frac{b-a}{b}\right)$ (point B)

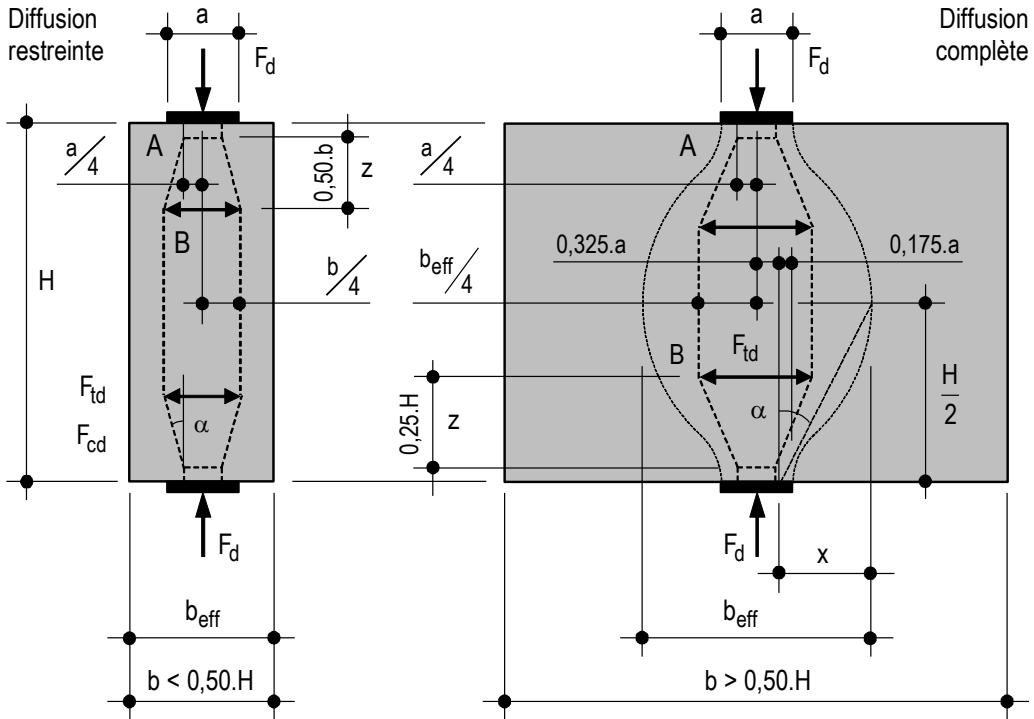
• Si $b > \frac{H}{2}$: $\tan \alpha = 0,50 \rightarrow \alpha \approx 26,60^\circ$ (diffusion complète)

$x = \frac{H}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{H}{4} \rightarrow b_{eff} = 2 \cdot \left(\frac{H}{4} + 0,325 \cdot a\right) = \frac{H}{2} + 0,65 \cdot a$

$\frac{b_{eff}-a}{4} = z \cdot \tan \alpha = \frac{H}{4} \cdot \tan \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{b_{eff}-a}{H} = \frac{1}{2} - \frac{0,35 \cdot a}{H}$

* Équilibre des forces : $\frac{F_d}{2} = F_{cd} \cdot \cos \alpha \rightarrow F_{cd} = \frac{F_d}{2} \cdot \left(\frac{1}{\cos \alpha}\right)$ (point A)

* Équilibre des forces : $F_{td} = F_{cd} \cdot \sin \alpha = \frac{F_d}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{F_d}{4} \cdot \left(\frac{H-0,70 \cdot a}{H}\right)$ (point B)



2. Matériau acier

2.1. Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul

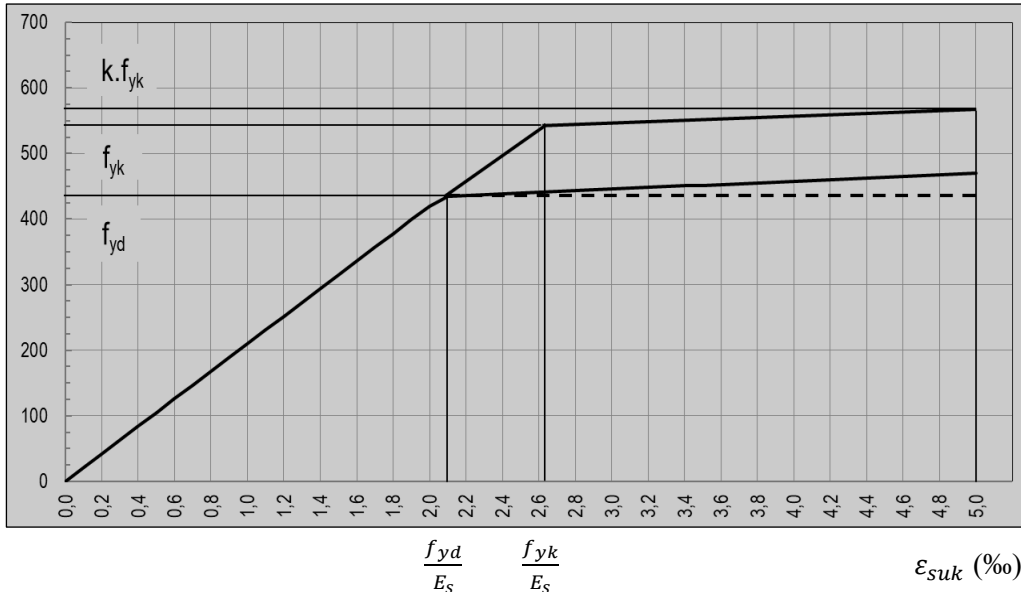
- ♦ f_{yk} = résistance caractéristique de l'acier à la compression et à la traction
= limite d'élasticité conventionnelle à 0,20 % d'allongement rémanent
- ♦ f_{yd} = résistance de calcul = $\frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1,15}$ ($\gamma_s = 1,00$ pour des ch. accidentel.)
- ♦ E_s = module d'élasticité de l'acier = 210.000 MPa
- ♦ Coefficient de dilatation thermique : $\alpha_T = 10 \cdot 10^{-6}$ m/m/°C

BE 400	$f_{yk} = 400$ MPa	$f_{yd} = 348$ MPa	$\sigma_{s,adm} = 240$ MPa
BE 500	$f_{yk} = 500$ MPa	$f_{yd} = 435$ MPa	$\sigma_{s,adm} = 300$ MPa

2.2. Relation contrainte-déformation

- ♦ $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ pour $0,00 \leq \varepsilon_s \leq \frac{f_{yd}}{E_s}$
- ♦ $\sigma_s = \left[1 + (k - 1) \cdot \left(\frac{\varepsilon_s \cdot E_s - f_{yd}}{\varepsilon_{suk} \cdot E_s - f_{yd}} \right) \right] \cdot f_{yd}$ pour $\frac{f_{yd}}{E_s} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{suk}$

- où :
- ♦ k = coefficient dépendant de la classe des armatures (A - B ou C)
 - ♦ ε_{suk} = déformation caractéristique sous charge maximum
 - ♦ ε_{sud} = déformation réduite de calcul sous charge maximum = $0,90 \cdot \varepsilon_{suk}$



Classe	A	B	C
k	$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$1,15 \leq k < 1,35$
ε_{suk} (%)	$\geq 2,50$	$\geq 5,00$	$\geq 7,50$

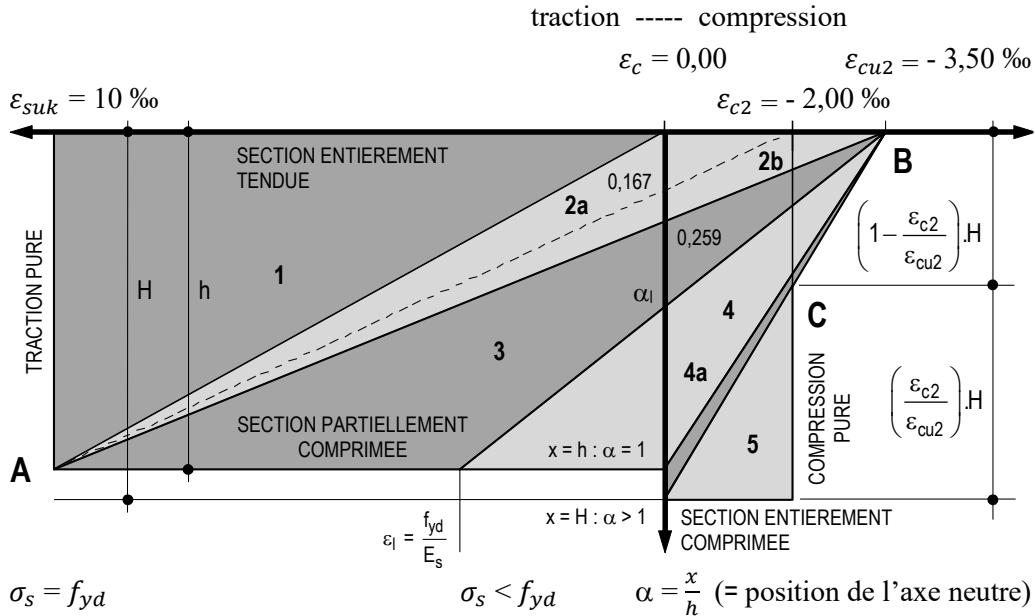
3. Diagramme des 3 pivots

Ce diagramme, basé sur 3 pivots, décrit les limites des déformations du béton et de l'acier à l'ELU selon la position de l'axe neutre et l'état de contrainte de la section, permettant ainsi d'analyser l'ensemble des sollicitations auxquelles elle est soumise, depuis la traction pure jusqu'à la compression pure en passant par les flexions simple et composée.

3.1. Zones

- ♦ **Zone 1 :**
 - ♦ Traction avec (ou sans) faible excentricité (pivot A : $\varepsilon_s = 10 \%$)
 - ♦ Flexion Composée accompagnée de Traction
- Départ : axe neutre situé à l'infini (verticale par A) = traction pure.
L'axe neutre se situe en dehors de la section, qui est entièrement tendue.

Limite : $(-) \infty \leq \alpha \leq 0,00$



- Zone 2 :** Flexion simple ou composée (pivot A : $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$)
 La section est partiellement comprimée, mais sans épuisement de la résistance du béton.

Limite : ♦ $\frac{\varepsilon_s}{1-\alpha} = \frac{\varepsilon_c}{\alpha} \rightarrow \frac{10,00}{1-\alpha} = \frac{3,50}{\alpha} \rightarrow 13,50 \cdot \alpha = 3,50 \rightarrow \alpha = 0,259$

♦ $0,00 \leq \alpha \leq 0,259$

Limite intermédiaire : $\frac{10,00}{1-\alpha} = \frac{2,00}{\alpha} \rightarrow 12,00 \cdot \alpha = 2,00 \rightarrow \alpha = 0,167$

- Zone 3 :** Flexion simple ou composée (pivot B : $\varepsilon_{cu2} = - 3,50 \text{ ‰}$)
 Les résistances de l'acier et du béton sont exploitées au maximum.
 La déformation des armatures est supérieure à la déformation « ε_l » correspondant à la limite d'élasticité.

Limites : ♦ $\frac{\varepsilon_l}{1-\alpha_l} = \frac{\varepsilon_c}{\alpha_l} = \frac{3,50}{\alpha_l} \rightarrow \alpha_l = \frac{3,50 \cdot 10^{-3}}{\varepsilon_l + 3,50 \cdot 10^{-3}}$

♦ $0,259 \leq \alpha \leq \alpha_l \rightarrow \begin{cases} 0,259 \leq \alpha \leq 0,679 \text{ pour BE 400} \\ 0,259 \leq \alpha \leq 0,628 \text{ pour BE 500} \end{cases}$

- Zone 4 :** Flexion simple ou composée (pivot B : $\varepsilon_{cu2} = - 3,50 \text{ ‰}$)
 Les armatures sont soumises à une contrainte réduite.
 La déformation des armatures < la déformation correspondant à la limite d'élasticité.

Limites : $\alpha_l \leq \alpha \leq 1,00 \rightarrow \begin{cases} 0,679 \leq \alpha \leq 1,00 \text{ pour BE 400} \\ 0,628 \leq \alpha \leq 1,00 \text{ pour BE 500} \end{cases}$

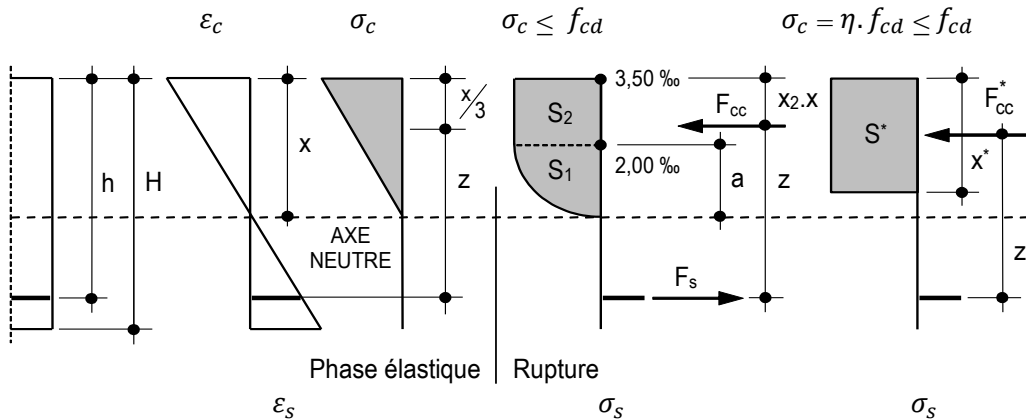
- Zone 4a** : Flexion simple ou composée (pivot B : $\varepsilon_{cu2} = - 3,50 \text{ ‰}$)
 Les armatures subissent un raccourcissement
 L'axe neutre passe par leur enrobage \rightarrow zone inutile

Limites : $1,00 \leq \alpha \leq \frac{H}{h}$

- Zone 5** :
 - Flexion simple ou composée (pivot C : $\varepsilon_{c2} = - 2,00 \text{ ‰}$)
 - Flexion accompagnée de compression
 Fin : axe neutre situé à l'infini (verticale par C) = compression pure.
 L'axe neutre se situe en dehors de la section, qui est entièrement comprimée.

Pivot C : $\frac{x}{3,50-2,00} = \frac{H-x}{2,00} \rightarrow 3,50 \cdot x = 1,50 \cdot H \rightarrow x = \frac{3 \cdot H}{7}$

3.2. Diagrammes contrainte-déformation du béton

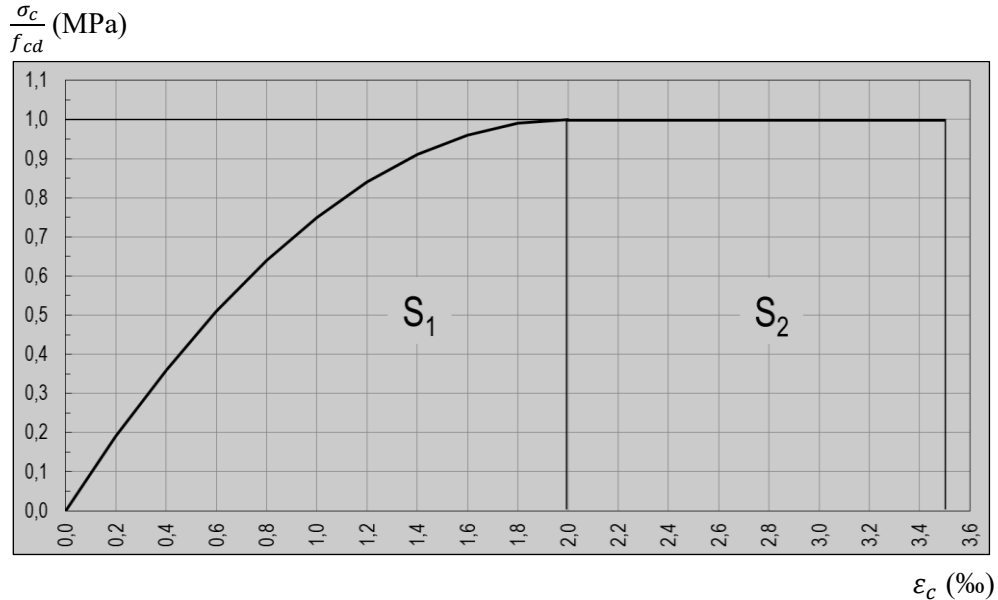


où : x = distance entre la fibre supérieure et l'axe neutre
 x^* = $\lambda \cdot x$

- Phase élastique** (diagramme triangle-rectangle)
 $F_{cc} = \left(\frac{b \cdot x}{2}\right) \cdot \sigma_c$ (b = largeur de la zone comprimée)
 $z = h - \left(\frac{x}{3}\right)$ (z = bras de levier des « forces intérieures »)
- Rupture** (diagramme parabole-rectangle \rightarrow rectangle simplifié)

Equation parabole (= S_1) : $\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right] \cdot f_{cd} = \varepsilon_c \cdot (1 - 0,25 \cdot \varepsilon_c) \cdot f_{cd}$

ε_c	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
$\frac{\sigma_c}{f_{cd}}$	0,00	0,19	0,36	0,51	0,64	0,75	0,84	0,91	0,96	0,99	1,00



- ♦ Δ semblables (théorème de Thalès) : $\frac{a}{2,00} = \frac{x}{3,50} \rightarrow a = 0,571 \cdot x$ $\left(= \frac{4 \cdot x}{7} \right)$

$$S_1 = \frac{2}{3} \cdot (a \cdot f_{cd}) = 0,381 \cdot x \cdot f_{cd}$$

(= secteur d'un arc de parabole tangent à l'axe \perp axe de symétrie : Archimède)

$$S_2 = (x - a) \cdot f_{cd} = (1 - 0,571) \cdot x \cdot f_{cd} = 0,429 \cdot x \cdot f_{cd} \quad \left(= \frac{3 \cdot x}{7} \cdot f_{cd} \right)$$

- ♦ Équilibre des forces : $F_{cc} = F_{cc}^* \rightarrow b \cdot (S_1 + S_2) = b \cdot S^* = 0,810 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$
 $S^* = x^* \cdot f_{cd} \rightarrow x^* = 0,810 \cdot x$ (rectangle simplifié = pivot B)

$$z_1 = h - x + \left(\frac{5 \cdot a}{8} \right) = h - 0,643 \cdot x \quad (\text{CG de « } S_1 \text{ » p/r armatures tendues})$$

$$z_2 = h - x + a + \left(\frac{x-a}{2} \right) = h - \left(\frac{x-a}{2} \right) = h - 0,214 \cdot x \quad (\text{CG de « } S_2 \text{ » ...})$$

- ♦ Équilibre des moments : $z_1 \cdot S_1 + z_2 \cdot S_2 = z \cdot (S_1 + S_2) = z^* \cdot S^* \rightarrow z = z^*$

$$z^* = \frac{z_1 \cdot S_1 + z_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2} = \frac{(h - 0,643 \cdot x) \cdot 0,381 \cdot x \cdot f_{cd} + (h - 0,214 \cdot x) \cdot 0,429 \cdot x \cdot f_{cd}}{0,810 \cdot x \cdot f_{cd}} = \frac{0,381 \cdot h - 0,245 \cdot x + 0,429 \cdot h - 0,092 \cdot x}{0,810} = h - 0,416 \cdot x$$

► Coefficient de remplissage et coefficient de position

$$\text{Diagramme rectangle simplifié : } \begin{cases} F_{cc} = 0,810 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = 0,810 \cdot b \cdot \alpha \cdot h \cdot f_{cd} \\ z^* = h - (0,416 \cdot x) = h \cdot [1 - (0,416 \cdot \alpha)] \end{cases}$$

$$\text{Diagramme parabole-rectangle (PR) : } \begin{cases} F_{cc} = x_1 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = x_1 \cdot b \cdot \alpha \cdot h \cdot f_{cd} \\ z = h - (x_2 \cdot x) = h \cdot [1 - (x_2 \cdot \alpha)] \end{cases}$$

- où :
- ♦ x_1 = coefficient de remplissage = surface du diagramme « PR »
 - ♦ x_2 = coefficient de position = bras de levier des « forces intérieures »

- ♦ **Premier cas** : $a < x$ ou $\varepsilon_c > 2,00 \%$ (zone 2b) (parabole-rectangle)

$$\Delta \text{ semblables (théorème de Thalès)} : \frac{a}{2,00} = \frac{x}{\varepsilon_c} \rightarrow a = \left(\frac{2,00}{\varepsilon_c}\right) \cdot x$$

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{2}{3} \cdot (a \cdot f_{cd}) = \frac{4}{3 \cdot \varepsilon_c} \cdot x \cdot f_{cd} \\ S_2 &= (x - a) \cdot f_{cd} = \left(1 - \frac{2}{\varepsilon_c}\right) \cdot x \cdot f_{cd} \end{aligned} \left| \rightarrow F_{cc} = b \cdot (S_1 + S_2) = \left(\frac{3 \cdot \varepsilon_c - 2}{3 \cdot \varepsilon_c}\right) \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \right.$$

$$= x_1 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

$$\Delta \text{ semblables (pivot A)} : \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{10}{h-x} \rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\alpha \cdot h} = \frac{10}{h-\alpha \cdot h} \rightarrow \varepsilon_c = 10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)$$

$$F_{cc} = \left\{ \frac{3 \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\right] - 2}{3 \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\right]} \right\} \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = \left(\frac{30 \cdot \alpha - 2 + 2 \cdot \alpha}{30 \cdot \alpha}\right) \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = \left(\frac{16 \cdot \alpha - 1}{15 \cdot \alpha}\right) \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

$$= x_1 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

$$\begin{aligned} z_1 &= h - x + \left(\frac{5 \cdot a}{8}\right) = h - x + \frac{5 \cdot x}{4 \cdot \varepsilon_c} \\ z_2 &= h - \left(\frac{x-a}{2}\right) = h - \frac{x}{2} + \frac{x}{\varepsilon_c} \end{aligned} \left| \rightarrow \begin{aligned} z_1 \cdot S_1 &= \left(\frac{4}{3 \cdot \varepsilon_c}\right) \cdot \left(h - x + \frac{5 \cdot x}{4 \cdot \varepsilon_c}\right) \cdot x \cdot f_{cd} \\ z_2 \cdot S_2 &= \left(1 - \frac{2}{\varepsilon_c}\right) \cdot \left(h - \frac{x}{2} + \frac{x}{\varepsilon_c}\right) \cdot x \cdot f_{cd} \end{aligned} \right.$$

Moments :

$$Z = \frac{z_1 \cdot S_1 + z_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2} = \frac{\left(\frac{4 \cdot h}{3 \cdot \varepsilon_c} - \frac{4 \cdot x}{3 \cdot \varepsilon_c} + \frac{20 \cdot x}{12 \cdot \varepsilon_c \cdot \varepsilon_c}\right) + \left(h - \frac{x}{2} + \frac{2 \cdot x}{\varepsilon_c} - \frac{2 \cdot h}{\varepsilon_c} - \frac{2 \cdot x}{\varepsilon_c \cdot \varepsilon_c}\right)}{\frac{4}{3 \cdot \varepsilon_c} + 1 - \frac{2}{\varepsilon_c}} = \frac{h - \frac{2 \cdot h}{3 \cdot \varepsilon_c} + \frac{2 \cdot x}{3 \cdot \varepsilon_c} - \frac{x}{3 \cdot \varepsilon_c \cdot \varepsilon_c} - \frac{x}{2}}{1 - \frac{2}{3 \cdot \varepsilon_c}}$$

$$\frac{h - \frac{2 \cdot h}{3 \cdot \varepsilon_c} + \frac{2 \cdot x}{3 \cdot \varepsilon_c} - \frac{x}{3 \cdot \varepsilon_c \cdot \varepsilon_c} - \frac{x}{2}}{\left(1 - \frac{2}{3 \cdot \varepsilon_c}\right) \cdot \left[\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c}\right]} = \frac{h \cdot 3 \cdot \varepsilon_c^2 - h \cdot 2 \cdot \varepsilon_c - 1,5 \cdot x \cdot \varepsilon_c^2 + 2 \cdot x \cdot \varepsilon_c - x}{3 \cdot \varepsilon_c \cdot \varepsilon_c} = \frac{h \cdot (3 \cdot \varepsilon_c^2 - 2 \cdot \varepsilon_c) - 1,5 \cdot x \cdot \varepsilon_c^2 + 2 \cdot x \cdot \varepsilon_c - x}{(3 \cdot \varepsilon_c^2 - 2 \cdot \varepsilon_c)}$$

$$h - \left(\frac{1,5 \cdot \varepsilon_c^2 - 2 \cdot \varepsilon_c + 1}{3 \cdot \varepsilon_c^2 - 2 \cdot \varepsilon_c}\right) \cdot x = h - (x_2 \cdot x)$$

$$Z = h - \left\{ \frac{1,5 \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\right]^2 - 2 \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\right] + 1}{3 \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\right]^2 - 2 \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\right]} \right\} \cdot x = h - \left[\frac{150 \cdot \alpha^2 - 20 \cdot \alpha \cdot (1-\alpha) + 1 \cdot (1-\alpha)^2}{300 \cdot \alpha^2 - 20 \cdot \alpha \cdot (1-\alpha)} \right] \cdot x =$$

$$h - \left(\frac{150 \cdot \alpha^2 - 20 \cdot \alpha + 20 \cdot \alpha^2 + 1 + \alpha^2 - 2 \cdot \alpha}{300 \cdot \alpha^2 - 20 \cdot \alpha + 20 \cdot \alpha^2}\right) \cdot x = h - \left(\frac{171 \cdot \alpha^2 - 22 \cdot \alpha + 1}{320 \cdot \alpha^2 - 20 \cdot \alpha}\right) \cdot x = h - (x_2 \cdot x)$$

- ♦ **Second cas** : $a \geq x$ ou $\varepsilon_c \leq 2,00 \%$ (zone 2a) (parabole)

Equation de la parabole tronquée (= S_1) :

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot (1 - 0,25 \cdot \varepsilon_c) \cdot f_{cd} = f_{cd} \cdot \varepsilon_c - f_{cd} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c^2}{4}\right) \rightarrow \sigma_c(y) =$$

$$f_{cd} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{x}\right) \cdot y - \frac{f_{cd}}{4} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{x}\right)^2 \cdot y^2$$

$$S_1(y) = \int_0^x \left[f_{cd} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{x}\right) \cdot y - \frac{f_{cd}}{4} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{x}\right)^2 \cdot y^2 \right] = \left[f_{cd} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{x}\right) \cdot \frac{y^2}{2} - \frac{f_{cd}}{4} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{x}\right)^2 \cdot \frac{y^3}{3} \right]_0^x$$

Forces :

$$F_{cc} = b \cdot S_1 = b \cdot \left[f_{cd} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{x}\right) \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{f_{cd}}{4} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{x}\right)^2 \cdot \frac{x^3}{3} \right] = \left(\frac{6 \cdot \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{12}\right) \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

$$= x_1 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

$$\Delta \text{ semblables (pivot A) : } \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{10}{h-x} \rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\alpha \cdot h} = \frac{10}{h-\alpha \cdot h} \rightarrow \varepsilon_c = 10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)$$

$$F_{CC} = \left\{ \frac{6 \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \right] - \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \right]^2}{12} \right\} \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = \left[\frac{60 \cdot \alpha \cdot (1-\alpha) - 100 \cdot \alpha^2}{12 \cdot (1-\alpha)^2} \right] \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} =$$

$$\left[\frac{60 \cdot \alpha - 60 \cdot \alpha^2 - 100 \cdot \alpha^2}{12 \cdot (1-\alpha)^2} \right] \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = \left[\frac{15 \cdot \alpha - 40 \cdot \alpha^2}{3 \cdot (1-\alpha)^2} \right] \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = x_1 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

$$z = h - \left(\frac{8 - \varepsilon_c}{24 - 4 \cdot \varepsilon_c} \right) = h - (x_2 \cdot x)$$

$$z = h - \left\{ \frac{8 - \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \right]}{24 - 4 \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \right]} \right\} \cdot x = h - \left[\frac{8 \cdot (1-\alpha) - 10 \cdot \alpha}{24(1-\alpha) - 40 \cdot \alpha} \right] \cdot x = h - \left(\frac{4 - 9 \cdot \alpha}{12 - 32 \cdot \alpha} \right) \cdot x$$

$$= h - (x_2 \cdot x)$$

3.3. Tableaux récapitulatifs

	Pivot A		Pivot B		Pivot C
	Zone 2a	Zone 2b	Zone 3	Zones 4 et 4a	Zone 5
α	$0,00 \leq \alpha \leq 0,167$	$0,167 \leq \alpha \leq 0,259$	$0,259 \leq \alpha \leq \alpha_l$	$\alpha_l \leq \alpha \leq 1,00$	$\alpha \geq 1,00$
ε_c	$\varepsilon_c \leq 2,00$ (‰)	$2,00 \leq \varepsilon_c \leq 3,50$	$\varepsilon_c = 3,50$ (‰)		Flexion composée
	$\varepsilon_c = 10 \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)$				
ε_s	$\varepsilon_s = 10,00$ (‰)		$10,0 \geq \varepsilon_s \geq \varepsilon_l$	$\varepsilon_l \geq \varepsilon_s$	
			$\varepsilon_s = 3,50 \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)$		
σ_s	$\sigma_s = f_{yd}$			$\sigma_s < f_{yd}$	
x_1	$\frac{6 \cdot \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{12}$	$\frac{3 \cdot \varepsilon_c - 2}{3 \cdot \varepsilon_c}$	0,810 (rectangle simplifié)		
	$\frac{15 \cdot \alpha - 40 \cdot \alpha^2}{3 \cdot (1-\alpha)^2}$	$\frac{16 \cdot \alpha - 1}{15 \cdot \alpha}$			
x_2	$\frac{8 - \varepsilon_c}{24 - 4 \cdot \varepsilon_c}$	$\frac{1,5 \cdot \varepsilon_c^2 - 2 \cdot \varepsilon_c + 1}{3 \cdot \varepsilon_c^2 - 2 \cdot \varepsilon_c}$	0,416 (rectangle simplifié)		
	$\frac{4 - 9 \cdot \alpha}{12 - 32 \cdot \alpha}$	$\frac{171 \cdot \alpha^2 - 22 \cdot \alpha + 1}{320 \cdot \alpha^2 - 20 \cdot \alpha}$			

α	ϵ_c	x_1	x_2	Zone 2	α	ϵ_c	x_1	x_2	Zone 2
0,000	0,000	0,000	0,333		0,135	1,561	0,577	0,363	
0,005	0,050	0,025	0,334		0,140	1,628	0,593	0,364	
0,010	0,101	0,050	0,335		0,145	1,696	0,608	0,366	
0,015	0,152	0,074	0,336		0,150	1,765	0,623	0,368	
0,020	0,204	0,099	0,336		0,155	1,834	0,637	0,370	
0,025	0,256	0,123	0,337		0,160	1,905	0,650	0,372	
0,030	0,309	0,147	0,338		0,165	1,976	0,663	0,374	
0,035	0,363	0,170	0,339		0,167	2,005	0,667	0,375	
0,040	0,417	0,194	0,340		0,170	2,048	0,675	0,377	
0,045	0,471	0,217	0,340		0,175	2,121	0,686	0,379	
0,050	0,526	0,240	0,341		0,180	2,195	0,696	0,381	
0,055	0,582	0,263	0,342		0,185	2,270	0,706	0,384	
0,060	0,638	0,285	0,343		0,190	2,346	0,716	0,386	
0,065	0,695	0,307	0,344		0,195	2,422	0,725	0,389	
0,070	0,753	0,329	0,345		0,200	2,500	0,733	0,391	
0,075	0,811	0,351	0,346		0,205	2,579	0,741	0,393	
0,080	0,870	0,372	0,347		0,210	2,658	0,749	0,396	
0,085	0,929	0,393	0,349		0,215	2,739	0,757	0,398	
0,090	0,989	0,413	0,350		0,220	2,821	0,764	0,400	
0,095	1,050	0,433	0,351		0,225	2,903	0,770	0,402	
0,100	1,111	0,453	0,352		0,230	2,987	0,777	0,404	
0,105	1,173	0,472	0,354		0,235	3,072	0,783	0,407	
0,110	1,236	0,491	0,355		0,240	3,158	0,789	0,409	
0,115	1,299	0,509	0,356		0,245	3,245	0,795	0,411	
0,120	1,364	0,527	0,358		0,250	3,333	0,800	0,413	
0,125	1,429	0,544	0,359		0,255	3,423	0,805	0,414	
0,130	1,494	0,561	0,361		0,259	3,499	0,809	0,416	

Acier BE 500							
α	σ_s	ϵ_s	Zone 3	α	σ_s	ϵ_s	Zone 3
0,259	435	10,00		0,445	435	4,365	
0,260	435	9,962		0,450	435	4,278	
0,265	435	9,708		0,455	435	4,192	
0,270	435	9,463		0,460	435	4,109	
0,275	435	9,227		0,465	435	4,027	
0,280	435	9,000		0,470	435	3,947	
0,285	435	8,781		0,475	435	3,868	
0,290	435	8,569		0,480	435	3,792	

Acier BE 500							
α	σ_s	ϵ_s	Zone 3	α	σ_s	ϵ_s	Zone 3
0,295	435	8,364		0,485	435	3,716	
0,300	435	8,167		0,490	435	3,643	
0,305	435	7,975		0,495	435	3,571	
0,310	435	7,790		0,500	435	3,500	
0,315	435	7,611		0,505	435	3,431	
0,320	435	7,438		0,510	435	3,363	
0,325	435	7,269		0,515	435	3,296	
0,330	435	7,106		0,520	435	3,231	
0,335	435	6,948		0,525	435	3,167	
0,340	435	6,794		0,530	435	3,104	
0,345	435	6,645		0,535	435	3,042	
0,350	435	6,500		0,540	435	2,981	
0,355	435	6,359		0,545	435	2,922	
0,360	435	6,222		0,550	435	2,864	
0,365	435	6,089		0,555	435	2,806	
0,370	435	5,959		0,560	435	2,750	
0,375	435	5,833		0,565	435	2,695	
0,380	435	5,711		0,570	435	2,640	
0,385	435	5,591		0,575	435	2,587	
0,390	435	5,474		0,580	435	2,534	
0,395	435	5,361		0,585	435	2,483	
0,400	435	5,250		0,590	435	2,432	
0,405	435	5,142		0,595	435	2,382	
0,410	435	5,037		0,600	435	2,333	
0,415	435	4,934		0,605	435	2,285	
0,420	435	4,833		0,610	435	2,238	
0,425	435	4,735		0,615	435	2,191	
0,430	435	4,640	0,620	435	2,145		
0,435	435	4,546	0,625	435	2,100		
0,440	435	4,455	0,628	435	2,070		

Acier BE 500							
α	σ_s	ϵ_s	Zone 4	α	σ_s	ϵ_s	Zone 4
0,628	435	2,073		0,815	167	0,794	
0,630	432	2,056		0,820	161	0,768	
0,635	422	2,012		0,825	156	0,742	
0,640	413	1,969		0,830	151	0,717	

Acier BE 500							
α	σ_s	ϵ_s	Zone 4	α	σ_s	ϵ_s	Zone 4
0,645	405	1,926		0,835	145	0,692	
0,650	396	1,885		0,840	140	0,667	
0,655	387	1,844		0,845	135	0,642	
0,660	379	1,803		0,850	130	0,618	
0,665	370	1,763		0,855	125	0,594	
0,670	362	1,724		0,860	120	0,570	
0,675	354	1,685		0,865	115	0,546	
0,680	346	1,647		0,870	110	0,523	
0,685	338	1,609		0,875	105	0,500	
0,690	330	1,572		0,880	100	0,477	
0,695	323	1,536		0,885	96	0,455	
0,700	315	1,500		0,890	91	0,433	
0,705	308	1,465		0,895	86	0,411	
0,710	300	1,430		0,900	82	0,389	
0,715	293	1,395		0,905	77	0,367	
0,720	286	1,361		0,910	73	0,346	
0,725	279	1,328		0,915	68	0,325	
0,730	272	1,295		0,920	64	0,304	
0,735	265	1,262		0,925	60	0,284	
0,740	258	1,230	0,930	55	0,263		
0,745	252	1,198	0,935	51	0,243		
0,750	245	1,167	0,940	47	0,223		
0,755	239	1,136	0,945	43	0,204		
0,760	232	1,105	0,950	39	0,184		
0,765	226	1,075	0,955	35	0,165		
0,770	220	1,045	0,960	31	0,146		
0,775	213	1,016	0,965	27	0,127		
0,780	207	0,987	0,970	23	0,108		
0,785	201	0,959	0,975	19	0,090		
0,790	195	0,930	0,980	15	0,071		
0,795	190	0,903	0,985	11	0,053		
0,800	184	0,875	0,990	7	0,035		
0,805	178	0,848	0,995	4	0,018		
0,810	172	0,821	1,000	0	0,000		

4. Effets différés du béton

4.1. Résistance à la compression

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} = \exp \left[s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{k \cdot t}} \right) \right] \cdot f_{cm}$$

où : ♦ $f_{cm}(t)$ = valeur moyenne de la résistance au temps « t » exprimé en jours

♦ f_{cm} = valeur moyenne de la résistance à la compression à 28 jours

♦ s = Coefficient dépendant du type de ciment

= 0,18 pour les ciments CEM I 52,5 R

= 0,23 pour les ciments CEM I 52,5 N

= 0,25 pour les ciments CEM I 42,5 R

= 0,33 pour les ciments

CEM I 32,5 N - CEM I 42,5 N et CEM III/A 52,5 N

= 0,38 pour les ciments CEM II/B-M 32,5 R et 42,5 N -

CEM III/C 32,5 N - CEM III/A 32,5 N et 42,5 N

= 0,40 pour les ciments CEM II/B-M 32,5 N -

CEM II/A-M 32,5 R et 42,5 N - CEM III/B 42,5 N

= 0,45 pour les ciments CEM III/B 32,5 N et CEM V/A 32,5 N

♦ k = Coefficient de maturité dépendant de la température ambiante moyenne « T_m » durant le durcissement du béton : $0,00 \leq k \leq 1,00$

= $0,30 \cdot \left(1 + \frac{T_m}{10} \right)$ si $-10^\circ\text{C} < T_m < +10^\circ\text{C}$

= $0,20 \cdot \left(1 + \frac{T_m}{5} \right)$ si $+10^\circ\text{C} < T_m < +20^\circ\text{C}$

♦ Sur une période de « n » jours durant laquelle les variations de température ont été importantes :

$$k = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n k_i \quad \text{où une } t^\circ \text{ moyenne « } T_m \text{ » est associée à chaque jour}$$

Résistance caractéristique du béton à la compression :

♦ $f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8,00 = [\beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}] - 8,00$ si $t < 28$ jours

♦ $f_{ck}(t) = f_{cm} - 8,00 = f_{ck}$ si $t \geq 28$ jours

4.2. Module d'Elasticité

$$E_{cm}(t) = \zeta(t) \cdot E_{cm} = [\beta_{cc}(t)]^{0,3} \cdot E_{cm} = \left\{ \exp \left[s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{k \cdot t}} \right) \right] \right\}^{0,3} \cdot E_{cm}$$

4.3. Retrait

Raccourcissement graduel du béton au cours de son durcissement.

► **Retrait plastique** (béton « vert », c'est-à-dire avant le début de la prise)

Évaporation de l'eau de la surface libre du béton frais après sa mise en place.
Recouvrement durant plusieurs jours des surfaces fraîchement bétonnées (film protecteur anti-évaporant, toiles maintenues humides, feuilles imperméables à l'eau, aspersion continue d'eau) jusqu'à ce que le béton d'enrobage offre une imperméabilité et une résistance suffisantes.

Conditions	Favorables			Normales			Défavorables		
Ciments CEM I	A l'abri du Soleil			Soleil et/ou Vent			Soleil + Vents forts		
Environnement 1	et HR > 80%			50% < HR < 80%			et/ou HR < 50%		
Température	10°C	20°C	30°C	10°C	20°C	30°C	10°C	20°C	30°C
Ciments 52,5 et 42,5R	2 - 4	1 - 2	1	4 - 6	2 - 3	2	6 - 8	3 - 4	2
Ciments 42,5N et 32,5R	6	3	2	8	4	2	12	6	3
Ciments 32,5N	8	4	2	10	5	3	16	8	4
Conditions	Favorables			Normales			Défavorables		
Ciments CEM I	A l'abri du Soleil			Soleil et/ou Vent			Soleil + Vents forts		
Environnement 4	et HR > 80%			50% < HR < 80%			et/ou HR < 50%		
Température	10°C	20°C	30°C	10°C	20°C	30°C	10°C	20°C	30°C
Ciments 52,5 et 42,5R	6 - 8	5 - 6	5	8 - 10	6 - 7	6	10 - 12	7 - 8	6
Ciments 42,5N et 32,5R	10	7	6	12	8	6	16	10	7
Ciments 32,5N	12	8	6	14	9	7	20	12	8
Conditions	Favorables			Normales			Défavorables		
Ciments CEM II	A l'abri du Soleil			Soleil et/ou Vent			Soleil + Vents forts		
Environnement 1	et HR > 80%			50% < HR < 80%			et/ou HR < 50%		
Température	10°C	20°C	30°C	10°C	20°C	30°C	10°C	20°C	30°C
Ciments 52,5 et 42,5R	3 - 5	2 - 3	2	5 - 7	3 - 4	3	7 - 9	4 - 5	3
Ciments 42,5N et 32,5R	7	4	3	9	5	3	13	7	4
Ciments 32,5N	9	5	3	11	6	4	17	9	5
Conditions	Favorables			Normales			Défavorables		
Ciments CEM II	A l'abri du Soleil			Soleil et/ou Vent			Soleil + Vents forts		
Environnement 4	et HR > 80%			50% < HR < 80%			et/ou HR < 50%		
Température	10°C	20°C	30°C	10°C	20°C	30°C	10°C	20°C	30°C
Ciments 52,5 et 42,5R	7 - 9	6 - 7	6	9 - 11	7 - 8	7	11 - 13	8 - 9	7
Ciments 42,5N et 32,5R	11	8	7	13	9	7	17	11	8
Ciments 32,5N	13	9	7	15	10	8	21	13	9

► **Retrait chimique** (béton très jeune > 24 heures)

Réduction du volume absolu de la pâte de ciment lorsqu'elle s'hydrate.
Volume ciment hydrate < Volume eau + Volume ciment (→ Pores « de gel »).

► **Retrait thermique** (béton jeune > 2 à 3 jours)

Contraction du béton accompagnant son refroidissement après la dilatation initiale engendrée par les réactions exothermiques de son hydratation.

- ▶ **Retrait de carbonatation** (béton jeune > 2 à 3 jours)
- ▶ **Retrait hydraulique** (béton jeune > 2 à 3 jours)

Pertes d'eau de la pâte de ciment due à la consommation interne de l'eau lors de l'hydratation du ciment (ce retrait ↑ lorsque le rapport eau/ciment ↓).

$$\begin{aligned}\varepsilon_{cs}(t) &= \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t - t_0) = \left[160 + 10 \cdot \beta_{sc} \cdot \left(9 - \frac{f_{cm}}{10} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{HR} \cdot \beta_s(t - t_0) \\ &= \left[160 + 10 \cdot \beta_{sc} \cdot \left(9 - \frac{f_{cm}}{10} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{HR} \cdot \sqrt{\frac{(t-t_0)}{0,035 \cdot t_{ef}^2 + (t-t_0)}}\end{aligned}$$

- où :
- ♦ β_{sc} = coefficient dépendant du type de ciment
 - = 8,00 pour les ciments à haute résistance et à prise rapide (42,5R - 52,5N et 52,5R)
 - = 5,00 pour les ciments à prise normale ou rapide (32,5R et 42,5N)
 - = 4,00 pour les ciments à prise lente (32,5N)
 - ♦ f_{cm} = valeur moyenne de la résistance à la compression sur cylindre
 - ♦ β_{HR} = $-1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{HR}{100} \right)^3 \right]$ pour $40 \% < HR < 99 \%$
 = 0,25 pour $HR > 99 \%$ (immersion dans l'eau)
 - ♦ HR = humidité relative de l'atmosphère ambiante (exprimée en %)
 - ♦ t = âge du béton (exprimé en jours)
 - ♦ t_0 = âge du béton au début du retrait = 1 jour
 - ♦ t_{ef} = $\frac{2 \cdot A_c}{u}$ (= rayon moyen exprimé en « mm »)
 - ♦ A_c = section droite de l'élément
 - ♦ u = périmètre de l'élément en contact avec l'atmosphère

4.4. Fluage

Augmentation graduelle dans le temps de la déformation relative du matériau sous une contrainte (constante) appliquée.

$$\varepsilon_{\varphi}(t) = \varepsilon(t_0) + \varepsilon_L = \varepsilon(t_0) + \left[1 + \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon(t_0)} \right] = \frac{\sigma(t_0)}{E_{cm}(t_0)} \cdot [1 + \varphi(t, t_0)] = \sigma(t_0) \cdot \Phi(t, t_0)$$

- où :
- ♦ $\varepsilon(t_0)$ = déformation générée par la contrainte « σ » au temps « t_0 »
 - ♦ ε_L = augmentation de la déformation relative due au fluage
 - ♦ $E_{cm}(t_0)$ = module d'élasticité à l'âge du chargement (t_0)
 = $E_{cm} \cdot \sqrt{\beta_{cc}(t_0)}$ (β_{cc} : voir résistance à la compression)
 - ♦ E_{cm} = module (sécant) d'élasticité (= E_c)
 - ♦ $\varphi(t, t_0)$ = $\varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) = [\varphi_{HR} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)] \cdot \beta_c(t - t_0)$
 - ♦ φ_0 = $\varphi_{HR} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$ (= coefficient de fluage de base)
 - ♦ φ_{HR} = $1 + \left[1 - \left(\frac{HR}{100} \right) \right] \cdot \left[\frac{1}{0,10 \cdot \sqrt[3]{t_{ef}}} \right]$ pour $f_{cm} \leq 35$ MPa

- $$= \left\{ 1 + \left[1 - \left(\frac{HR}{100} \right) \right] \cdot \left[\frac{1}{0,10 \cdot 3 \sqrt{t_{ef}}} \right] \cdot \alpha_1 \right\} \cdot \alpha_2 \quad \text{pour } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$
- ♦ HR = humidité relative de l'atmosphère ambiante (exprimée en %)
 - ♦ $t_{ef} = \frac{2 \cdot A_c}{u}$ (= rayon moyen exprimé en « mm »)
 - ♦ A_c = section droite de l'élément
 - ♦ u = périmètre de l'élément en contact avec l'atmosphère
 - ♦ $\beta(f_{cm}) = \frac{16,80}{\sqrt{f_{cm}}}$
 - ♦ f_{cm} = valeur moyenne de la résistance à la compression sur cylindre
 - ♦ $\beta(t_0) = \frac{1}{0,10 + t_0^{0,2}}$ (t_0 = âge du béton au moment de son chargement)
 - ♦ $t_0 = t_{0T} \cdot \left[\left(\frac{9}{2 + t_{0T}^{1,2}} \right) + 1 \right]^\alpha \geq 0,50$
 - ♦ t_{0T} = âge du béton (au moment de son chargement) corrigé en fonction de la température
 $= \sum_{i=1}^n \exp \left[\frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)} - 13,65 \right]$
 - ♦ $T(\Delta t_i)$ = température en °C durant la période de temps « Δt_i »
 - ♦ Δt_i = nombre de jours où une température « T » prédomine
 Si $T(\Delta t_i) = 20^\circ\text{C} \rightarrow t_{0T} = \Delta t_i$
 - ♦ α = coefficient dépendant du type de ciment
 $= 1,00$ pour les ciments à haute résistance et à prise rapide (42,5R - 52,5N et 52,5R)
 $= 0,00$ pour les ciments à prise normale ou rapide (32,5R et 42,5N)
 $= -1,00$ pour les ciments à prise lente (32,5N)
 - ♦ $\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0,3}$ (t = âge - en jours - du béton)
 - ♦ $\beta_H = 250 + 1,50 \cdot \left\{ 1 + \left[1,20 \cdot \left(\frac{HR}{100} \right) \right]^{18} \right\} \cdot t_{ef} \leq 1500$
 pour $f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$
 $= 250 \cdot \alpha_3 + 1,50 \cdot \left\{ 1 + \left[1,20 \cdot \left(\frac{HR}{100} \right) \right]^{18} \right\} \cdot t_{ef} \leq 1500 \cdot \alpha_3$
 pour $f_{cm} > 35 \text{ MPa}$
 - ♦ $\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7}$
 - ♦ $\alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2}$
 - ♦ $\alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5}$

♦ **Coef. de fluage effectif pour le calcul du 2nd ordre** : $\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \left(\frac{M_{qp}}{M_d} \right)$

- où :
- ♦ $\varphi(\infty, t_0)$ = coefficient de fluage au temps « $t = \infty$ »
 - ♦ M_{qp} = moment de 1^{er} ordre sous la combinaison quasi-permanente
 - ♦ M_d = moment de calcul de 1^{er} ordre, sans prise en compte des excentricités

- **Courbure avec prise en compte des effets du 2nd ordre :** $\left(\frac{1}{r}\right)_\varphi = \frac{1}{r} \cdot (1 + \varphi_{ef})$

4.5. Déformations

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_\varphi(t)$$

- où :
- ♦ $\varepsilon_0(t) = \frac{\sigma_0}{E_{cm}(t)} = \frac{\sigma_0}{\zeta(t) \cdot E_{cm}}$ = déformation instantanée
 - ♦ $\zeta(t)$ = facteur d'évolution du module sécant d'élasticité p/r au temps
 - ♦ E_{cm} = module (sécant) d'élasticité (= E_c)
 - ♦ $\varepsilon_{cs}(t)$ = déformation de retrait
 - ♦ $\varepsilon_\varphi(t)$ = déformation de fluage

5. Rapport E/C sur la résistance du béton

5.1. Formule de Ferret

$$f_{cm} = \frac{4,90 \cdot R_c}{\left[1 + 3,15 \cdot \left(\frac{E}{C}\right)^2\right]}$$

- où :
- ♦ f_{cm} = valeur moyenne de la résistance à la compression sur cylindre
 - ♦ R_c = résistance (MPa) du ciment à la compression
 - ♦ $\frac{E}{C}$ = rapport de la masse d'eau à celle de ciment ($\geq 0,30$ et $\leq 1,00$)

5.2. Formule de Bolomey

$$f_{cm} = G \cdot R_c \cdot \left[\left(\frac{C}{E}\right) - 0,50\right]$$

- où :
- ♦ f_{cm} = valeur moyenne de la résistance à la compression sur cylindre
 - ♦ G = f(qualité et dimension maximale des granulats)

G	Dimension nominale maximale des Granulats		
	$D_{max} < 12,5$ mm	20 mm $< D_{max} < 31,5$ mm	$D_{max} > 50$ mm
Excellente	0,55	0,60	0,65
Bonne	0,45	0,50	0,55
Passable	0,35	0,40	0,45

Chapitre 3 - Prescriptions des bétons

1. Formulation générale

A	B		C	D	E
	B1	B2			

2. Classes de résistance (A)

f_{ck} (MPa)	$f_{ck,cube}$	f_{ck} (MPa)	$f_{ck,cube}$	f_{ck} (MPa)	$f_{ck,cube}$	f_{ck} (MPa)	$f_{ck,cube}$
8	10	25	30	45	55	70	85
12	15	30	37	50	60	80	95
16	20	35	45	55	67	90	105
20	25	40	50	60	75	100	115

où : ♦ A = « C » $f_{ck}/f_{ck,cube}$

♦ f_{ck} = résistance caractéristique du béton à la compression sur cylindre

♦ $f_{ck,cube}$ = résistance caractéristique du béton à la compression sur cube

3. Durabilité (B)

3.1. Domaine d'utilisation (B1)

- ♦ BNA = béton non armé (teneur en ions chlore $\leq 1,00$ %)
- ♦ BA = béton armé (teneur en ions chlore $\leq 0,40$ %)
- ♦ BP = béton précontraint (teneur en ions chlore $\leq 0,20$ %)

3.2. Classes d'exposition (B2)

- ♦ Aucun risque de corrosion (armatures) ni d'attaque (béton)
- X0 = béton non armé et sans pièces métalliques noyées, dans toutes les expositions, sauf en cas de gel/dégel, d'abrasion et d'attaque chimique
= béton armé et/ou précontraint dans un environnement très sec (C12/15)

♦ Corrosion (armatures) induite par carbonatation

Béton contenant des armatures ou des pièces métalliques noyées, exposé à l'air et à l'humidité.

- * **XC1** = environnement sec ou humide en permanence
(= intérieur des bâtiments) (C20/25)
- * **XC2** = environnement humide, rarement sec (= fondations) (C25/30)
- * **XC3** = environnement modérément humide (= éléments non exposés à la pluie
ou éléments soumis à une condensation importante) (C25/30)
- * **XC4** = environnement humide et sec en alternance
(= éléments exposés à la pluie) (C30/37)

♦ Corrosion (armatures) induite par les chlorures

Béton contenant des armatures ou des pièces métalliques noyées et soumis au contact d'une eau ayant une origine autre que marine, contenant des chlorures, y compris des sels de déverglaçage.

- * **XD1** = environnement modérément humide (C30/37)
- * **XD2** = environnement humide, rarement sec (= piscines) (C30/37)
- * **XD3** = environnement humide et sec en alternance (= chaussées) (C35/45)

♦ Corrosion (armatures) induite par les chlorures (eau de mer)

Béton contenant une armature ou des pièces métalliques noyées et soumis au contact des chlorures présents dans l'eau de mer (seawater) ou à l'action de l'air véhiculant du sel marin.

- * **XS1** = pas de contact direct avec l'eau de mer (< 5 km de la mer) (C30/37)
- * **XS2** = immersion permanente (= structures maritimes immergées) (C35/45)
- * **XS3** = zone de marnage et zones soumises à des embruns (< 500 m de la mer)
(C35/45)

♦ Attaque (béton) par les cycles gel-dégel

Surfaces de béton soumises à une attaque due à des cycles de gel/dégel (frost) alors qu'elles sont mouillées, avec ou sans agents de déverglaçage.

- * **XF1** = saturation modérée en eau, sans agents (verticales) (C25/30)
- * **XF2** = saturation modérée en eau, avec agents (horizontales) (C25/30)
- * **XF3** = forte saturation en eau, sans agents (verticales) (C30/37)
- * **XF4** = forte saturation en eau, avec agents (ou eau de mer)

♦ Corrosion (armatures) induite par les chlorures (eau de mer)

Béton exposé aux attaques chimiques se produisant dans les sols naturels, les eaux de surface et les eaux souterraines.

- * **XA1** = environnement à faible agressivité chimique (C30/37)
- * **XA2** = environnement à agressivité chimique modérée (C35/45)
- * **XA3** = environnement à forte agressivité chimique (C40/50)