

Laurent Sallen | Dominique Meier | Julien Browaeys |
Véronique Savalli-Mesnil | Marc Tuloup | Jean-Julien Fleck
Marc Venturi | Eric Schuler

**RÉUSSIR
LES TP DE PHYSIQUE
AUX CONCOURS**

MP-MPI-PSI-PC-PT-TPC

TRAVAUX PRATIQUES

4^e édition

DUNOD

Couverture : création Hokus Pokus, adaptation Studio Dunod

© Dunod, 2024
11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-087103-2

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	V
Description des épreuves aux concours	VII

PARTIE 1

MÉTHODOLOGIE

Chapitre 1. Notion d'incertitude-type	3
Chapitre 2. Quelques conseils précieux pour bien réussir aux concours	13
Chapitre 3. Utiliser un oscilloscope	19
Chapitre 4. Autour du matériel de base en électricité	30
Chapitre 5. Description de quelques composants électriques	38
Chapitre 6. Tracer un diagramme de Bode	44
Chapitre 7. Régler un goniomètre	49
Chapitre 8. Régler un interféromètre de Michelson	57
Chapitre 9. Quelques ordres de grandeur	69

PARTIE 2

ÉLECTRICITÉ

Chapitre 10. Étude de fonctions logiques	75
Chapitre 11. Élaboration d'une source de tension	84
Chapitre 12. Étude d'un tripôle non linéaire	94
Chapitre 13. Montage à transfert de charges ou pompe à diodes	107
Chapitre 14. Étude d'un circuit RC	119
Chapitre 15. Détermination d'un coefficient d'inductance mutuelle	129
Chapitre 16. Défauts des ALI réels	138
Chapitre 17. Analyse spectrale d'un signal	153

Table des matières

Chapitre 18. Valeur absolue d'un signal	167
Chapitre 19. Oscillateur à pont de Wien	180
Chapitre 20. Oscillateur à réseau déphaseur	197
Chapitre 21. Résistance négative et application	207
Chapitre 22. Étude d'un générateur de signaux triangulaires	222
Chapitre 23. Modulation et démodulation d'amplitude	238

PARTIE 3

OPTIQUE

Chapitre 24. Le microscope	251
Chapitre 25. Réalisation d'un système afocal	267
Chapitre 26. Biprisme de Fresnel	282
Chapitre 27. L'interféromètre de Michelson	292
Chapitre 28. Spectroscopie par prisme	307
Chapitre 29. Spectroscopie par réseaux	318

PARTIE 4

ONDES ET CONVERSION DE PUISSANCE

Chapitre 30. Câble coaxial	329
Chapitre 31. Ligne diffusive	350
Chapitre 32. Mesure de la célérité du son dans l'air	364
Chapitre 33. Étude d'un hacheur série et d'une machine à courant continu	377
Index	391

INTRODUCTION

Les travaux pratiques de Sciences Physiques font partie intégrante du programme de CPGE, programme incluant la nouvelle **notion d'incertitude-type**. Ainsi, en classe préparatoire, chaque élève aura passé deux heures par semaine pendant au moins deux ans en salle de TP. Il est donc logique que l'aspect expérimental fasse, lui aussi, l'objet d'une évaluation aux concours. Le poids de cette évaluation est loin d'être négligeable, le coefficient est environ le même que celui de l'épreuve de TIPE.

Toutefois, alors que les recueils d'**Annales** relatifs aux épreuves écrites et orales de concours sont nombreux, quelles que soient la matière et la filière, il n'existait pas d'ouvrage portant spécifiquement sur des sujets posés aux concours durant l'épreuve de Travaux Pratiques. Il nous a semblé important de combler cette lacune.

Pour cela, nous avons compilé des informations fournies par nos élèves : en effet, il est fréquent, pour ne pas dire habituel, que les candidats, à l'issue des épreuves pratiques, ramènent à leurs (anciens !) professeurs les énoncés qui leur ont permis de briller... ou qui les ont conduits à un éventuel échec. Ces textes renvoyés par les étudiants constituent une mine d'informations permettant de préparer, au mieux, les élèves sur de « vraies épreuves » de Travaux Pratiques.

Cependant, il peut être difficile pour un candidat de se rappeler d'un énoncé de TP touffu et parfois long. Il arrive donc que, dans les retours de nos élèves, la valeur numérique de tel ou tel composant soit oubliée, la distance focale d'une lentille soit erronée, ou encore qu'un schéma électrique soit partiel. Ces textes deviennent rapidement des casse-têtes, voire des défis pour les enseignants tentant de comprendre un énoncé lacunaire, avant de « réaliser l'expérience ». De plus, les professeurs enseignant dans des grosses structures ont bien souvent un meilleur retour des épreuves pratiques, qualitativement et surtout quantitativement, que les collègues des petites structures. Dans un souci de transparence et d'équité nous avons voulu essayer de limiter cette inégalité en termes d'information pour ce type d'épreuve.

Les énoncés proposés dans ce livre sont le résultat de recoupements multiples, année après année, des textes écrits et **renvoyés par nos étudiants**. Ils sont certainement très proches des énoncés originaux, dans leur progression comme dans les données utilisées pour les expériences. Il peut néanmoins subsister encore quelques différences entre les originaux et les énoncés que nous proposons.

Il nous a fallu faire un choix parmi les nombreux TP dont nous disposions. Nous avons pensé qu'il était raisonnable de présenter dans ce livre la même proportion de TP d'électricité et d'optique qu'aux concours. À l'exception de certains textes, nous avons retenu des textes qui sont communs aux différentes filières, soit plus d'une vingtaine de TP en tout. Pour chacun, nous avons précisé les concours dont ils sont extraits, sachant que les énoncés ne sont pas strictement identiques d'un concours à l'autre.

Introduction

Si année après année, les textes proposés à l'épreuve pratique changent peu, il faut savoir qu'il existe plus d'une centaine de sujets différents. Il est donc impossible et surtout inutile de « bachoter » cette épreuve. Cet ouvrage a l'ambition de permettre aux étudiants de découvrir de nouvelles méthodes expérimentales, de s'entraîner à exploiter leur savoir-faire dans le cadre de nouvelles situations. Il est important de s'imprégner des méthodes proposées dans cet ouvrage et surtout de profiter pleinement des séances de TP proposées durant les deux années de préparation aux concours.

Les auteurs souhaitent remercier tous les étudiants qui ont fait l'effort de rédiger et de renvoyer un texte. Nous remercions aussi vivement Michelle KOPCIA et Jean-Baptiste POINCOT techniciens du laboratoire de Sciences Physiques du lycée Kléber de Strasbourg, et Abel KHARBACH technicien du laboratoire de Sciences Physiques du lycée Hoche de Versailles pour leurs encouragements et leur aide technique.

Laurent SALLEN, Dominique MEIER

Nous souhaitons ici rendre hommage à Laurent Sallen (1969–2022).

Ce livre, qu'il avait initié en 2012 puis mis à jour en 2016 et 2019, est un modeste reflet de son travail pédagogique et de son dévouement envers ses élèves, tous les élèves de classes préparatoires et notre profession.

A l'occasion de cette quatrième édition à laquelle il n'a pu participer, nous l'en remercions.

Les auteurs

Le site des auteurs propose des vidéos de TP, des fichiers python ainsi que des compléments du chapitre 1 sur les incertitudes-types.

Les pictogrammes “vidéo” (📺) en marge du texte renvoient à des vidéos disponibles sur ce site.



<https://cpge-reussir-tp-physique.tech/>

DESCRIPTION DES ÉPREUVES AUX CONCOURS

I MINES

Lieu : Télécom Paris / **Durée :** 3h30

Cette épreuve ne concerne que les candidats des filières PC et PSI. « L'épreuve est qualifiée de mixte, car elle a pour vocation de confronter deux des piliers sur lesquels repose la démarche scientifique : l'expérience et sa modélisation » pour reprendre la phrase du rapport de ce concours. Le début de l'épreuve consiste généralement en une étude théorique que l'expérience qui suit doit valider ou non.

L'examineur est très présent, pose régulièrement des questions au candidat sur l'expérience en cours ou de culture générale, le guide s'il fait fausse route. Des prises d'initiative de la part du candidat sont très appréciées et il est possible d'avoir une excellente note sans avoir terminé le TP à condition de faire preuve de bon sens et d'esprit critique concernant les résultats obtenus.

Il faut rendre un compte-rendu de TP à la fin de l'épreuve qui doit être « clair et structuré » et où les résultats expérimentaux sont exploités et interprétés.

En filière PC, les candidats ont soit TP de Physique, soit TP de Chimie. En filière PSI, les candidats ont soit TP de Physique, soit TP de SI. Ils ont connaissance de la matière environ une semaine avant l'épreuve, au moment de la convocation.

D'après nos retours, la répartition serait environ 2/3 d'électricité et 1/3 d'optique.

II CENTRALE

Lieux : Supélec et Supoptique / **Durée :** 3h

Cette épreuve concerne les candidats des filières MP, MPI, PC, PSI, PT et TSI. Le lieu de passage de l'épreuve est connu avant le début de la série donc à peu près une semaine avant l'épreuve. D'après les textes renvoyés par nos élèves, il n'y a que des TP d'électricité à Supélec et environ 70 % de TP d'optique et 30 % de TP d'électricité à Supoptique.

Il semble que l'essentiel de la notation vient du compte rendu de TP. L'interaction candidat-examineur ne paraît pas aussi importante que pour les autres concours. Les textes proposés demandent explicitement d'appeler l'examineur (à deux ou trois reprises selon les sujets). L'examineur écoute les explications et éventuellement les questions du candidat, prend note et peut intervenir pour éviter au candidat

Description des épreuves aux concours

d'aller dans une mauvaise direction. Il est impératif de s'arrêter pour faire cette petite présentation à l'examineur et il ne faut pas continuer le TP. À la fin de l'épreuve, il est demandé de rédiger une synthèse. C'est l'occasion de faire le point sur ce qui a été fait en essayant d'avoir une vision un peu plus globale du problème abordé.

À noter que depuis les concours 2015, il existe également des TP de Chimie à Orsay, à proportion d'environ 15 %.

III X-ENS

1) ENS

Pour la filière PC, l'épreuve est commune pour les ENS de Paris Saclay et de Lyon et a lieu alternativement à l'ENS de Lyon et à l'ENS de Paris Saclay. Elle dure 4h. Il y a une grande diversité de sujets et de thèmes abordés. Les examinateurs viennent souvent pour s'entretenir avec les candidats.

Pour la filière PSI, l'épreuve a lieu à l'ENS de Paris Saclay et dure 3h. L'état d'esprit de cette épreuve est le même que pour la filière PC même si l'épreuve s'intitule « manipulation de physique ».

Il n'y a pas d'épreuve de TP en filière MP ni en MPI.

2) Polytechnique

Il s'agit de la même épreuve que celle de l'ENS pour la filière PSI. Elle est faite dans le même état d'esprit pour la filière PC et a lieu à l'école Polytechnique. Il n'y a pas d'épreuve de TP en filière MP ni en MPI.

Pour la filière PC, l'épreuve de 3h a lieu à Palaiseau : 1/2 d'électricité 1/2 d'optique.

IV CCINP

Les épreuves de TP ne concernent que les filières PC, PT et TPC.

V CONSEIL

La multitude des écoles d'ingénieurs existantes combinée aux différentes filières ouvre beaucoup de possibilités d'intégrations. Par exemple, la filière PT donne accès à plusieurs banques de concours : voir la notice spécifique PT pour connaître les coefficients des TP.

Dans tous les cas, il est prudent de consulter les sites **officiels** des écoles, disponibles sur le site des inscriptions aux concours **SCEI**.

Partie 1

Méthodologie

NOTION D'INCERTITUDE-TYPE

1

I POURQUOI L'INCERTITUDE-TYPE ?

Si on considère un flacon contenant 20 mL de parfum, le fabricant et l'acheteur ont besoin de connaître la quantité de parfum réellement contenue dans le flacon : s'agit-il de 20,01 mL, 20,7 mL ou encore 19,235 mL ? S'il est impossible que le flacon soit rempli d'exactly 20,00000000 mL, quels sont les différents volumes qui pourraient raisonnablement s'y trouver ?

Pour normaliser le discours, le Bureau international des poids et mesures (aussi responsable du Système international d'unités) a introduit la notion d'**incertitude-type**. Cette notion à vocation universelle s'applique dans le monde commercial, industriel, juridique et scientifique.

En CPGE, même si les **nouveaux programmes de 2022** ont consacré ce concept, les retours d'élèves aux oraux de TP de juin 2023 nous ont permis de constater la persistance de notions relatives aux **anciens programmes de 2013**. C'est pourquoi dans cet ouvrage, nous avons gardé l'ancienne approche tout en détaillant pour certaines expériences les nouvelles méthodes préconisées.

Dans tous les cas, il est important d'associer à la **valeur mesurée** x , non seulement l'**unité** de cette grandeur mais aussi son **incertitude-type**, notée $u(x)$ (u pour *uncertainty* en anglais).

Vous trouverez ci-dessous des exemples concrets de calculs d'incertitudes-types et des informations concernant les attendus du jury des TP aux concours. Pour des informations plus détaillées, vous pouvez consulter le site du livre.

À voir :

- La carte mentale sur l'intérieur de la 2^e de couverture.
- ▶ • La vidéo TP « Méthodes de focométrie » :
 - calculs d'incertitudes-types par la méthode de Monte Carlo ;
 - régression linéaire avec les barres d'incertitudes ;
 - z-scores.

II MÉTHODES ET NOTATIONS

1) L'évaluation statistique de l'incertitude-type (type A)

Parfois (mais rarement au concours), il arrive que la **variabilité** des mesures soit directement accessible : refaire la mesure plusieurs fois ne prend pas trop de temps,

Partie 1 · Méthodologie

et la répétition des observations donne des valeurs différentes. Il est alors judicieux de faire une analyse statistique des observations pour estimer l'incertitude-type.

La meilleure estimation de la grandeur mesurée est donnée par la moyenne arithmétique des n observations x_i :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

L'incertitude-type associé à $\bar{x}$ est une estimation de l'écart-type de la moyenne, que l'on peut déduire de l'écart-type expérimental s_{exp} de l'ensemble des observations. Ainsi :

$$u(\bar{x}) = \frac{s_{\text{exp}}}{\sqrt{n}}$$

où $s_{\text{exp}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ est calculé automatiquement par la calculatrice ou les logiciels courants.

Même si un grand nombre de mesures reste souhaitable, on pourra toujours se contenter d'un petit nombre de mesures (inférieur à 10) étant donné les contraintes temporelles de l'épreuve du concours.

2) L'évaluation non statistique de l'incertitude-type (type B)

Exemple : mesure à l'aide d'un instrument gradué

On considère la mesure d'une position x d'un détecteur (voir le TP 32 « Mesure de la célérité du son dans l'air ») : on utilise une règle dont les graduations sont séparées de 1 mm.

Si l'expérimentateur (honnête) se sent « fatigué et peu sûr de lui » ou s'il a oublié ses lunettes de vue, il peut estimer sa mesure à plus ou moins 1 cm. Il prendra comme résultat un intervalle dont la **demi-étendue** sera de $\Delta = 1$ cm.

Si au contraire, il estime selon ses **critères personnels** que sa mesure est à une demi-graduation près, il prendra $\Delta = 0,5$ mm ; ou encore, s'il estime que l'index du détecteur tombe exactement sur une graduation, il pourrait estimer Δ à 0,25 mm.

L'incertitude-type, écart-type de l'ensemble des valeurs possibles, est alors évalué :

$$u(x) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}.$$

Le terme racine carrée de trois venant d'un argument probabiliste : on suppose que l'ensemble des valeurs de l'intervalle comme équiprobables (loi uniforme).

Exemple

$$u(x) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0,5 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 0,28867 \text{ mm}.$$

On garde **2 chiffres significatifs** (CS) pour l'incertitude-type de façon à éviter des problèmes d'arrondi avec l'écart normalisé E_N (appelé aussi z-score en classe prépa) ; ainsi écrit-on $u(x) = 0,29 \text{ mm}$.

Supposons que la valeur mesurée soit $x = 31,5 \text{ mm}$ (par exemple). Il existe deux manières d'exprimer le résultat :

- $x = 31,50 \text{ mm}$; $u(x) = 0,29 \text{ mm}$; c'est l'écriture recommandée dans les nouveaux programmes de 2023 ;
- $x = 31,50 \pm 0,29 \text{ mm}$ (où ce qui suit le $\pm$ est une incertitude-type) ; la mention entre parenthèses est nécessaire pour lever une possible confusion avec la notion de tolérance.

Exemple

tolérance d'un composant ou d'un instrument

Prenons l'exemple de la valeur d'une résistance R donnée par l'intermédiaire des 4 anneaux de couleur. À l'aide du code de couleur des résistances, on lit $R = 200 \Omega$ avec une tolérance de 5 %. Cela signifie que les valeurs raisonnables de résistance constituent un intervalle de demi-étendue : $\Delta = 200 \Omega \times 0,05 = 10 \Omega$. On en déduit : $u(R) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{10 \Omega}{\sqrt{3}} = 5,773 \Omega$ qu'on arrondit à 2 CS soit $5,8 \Omega$.

Finalement, on écrit : $R = 200,0 \Omega$; $u(R) = 5,8 \Omega$ ou $R = 200,0 \pm 5,8 \Omega$.

Plus généralement, si une notice d'un instrument indique la « précision » ou la tolérance, on admettra que cela représente la demi-étendue Δ de l'intervalle des valeurs raisonnables donné par l'instrument. On en déduit l'incertitude-type en la divisant par $\sqrt{3}$ (voir la carte mentale).

3) Incertitudes-types composées

Prenons l'exemple du TP analyse spectrale d'un signal. On demande de prédire la pulsation propre $\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC}$ à l'aide des valeurs de la résistance R et de la capacité C . Les composants dont on dispose ont une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$ et une capacité $C = 100 \text{ nF}$, avec une **tolérance** de 5 %. Comme les valeurs de R et de C sont incertaines (étant donné la tolérance), celle de ω_0 aussi. On doit donc calculer l'incertitude-type de ω_0 à l'aide des valeurs et des incertitudes-types de R et de C . **Il existe deux méthodes pour calculer l'incertitude-type d'une grandeur qui dépend d'autres grandeurs incertaines.**

Partie 1 · Méthodologie

Méthode directe

Pour calculer l'incertitude type sur ω_0 , nous pouvons utiliser la formule de composition des incertitudes dans le cas d'un produit ou d'un quotient :

$$\frac{u(\omega_0)}{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(C)}{C}\right)^2}$$

Notons que pour toute grandeur X , le rapport $\frac{u(X)}{X}$ est appelé **incertitude-type relative**. En faisant une évaluation non-statistique des incertitudes-types, on peut les calculer pour la résistance et la capacité.

Comme $u(R) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{5\% \times 10 \text{ k}\Omega}{\sqrt{3}}$, on obtient $\frac{u(R)}{R} = \frac{5\% \times 10 \text{ k}\Omega}{\sqrt{3} \times 10 \text{ k}\Omega} = 2,9\%$. Par le même raisonnement on obtient directement sans calculs $\frac{u(C)}{C} = 2,9\%$ car les deux composants ont la même tolérance de 5 %.

On en conclut :

$$\frac{u(\omega_0)}{\omega_0} = \sqrt{0,029^2 + 0,029^2} = \sqrt{2 \times 0,029^2} = 0,029 \sqrt{2} = 0,041 = 4,1\%.$$

Puisque $\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC} = \frac{1,414}{10^4 \Omega \times 10^{-7} F} = 1,414 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, on déduit :

$$u(\omega_0) = 58 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et finalement } \omega_0 = (1,414 \pm 0,058) \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

On note aussi parfois : $\omega_0 = (1,414 \pm 0,058) \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (4,1%) pour bien préciser la valeur de l'incertitude-type relative.

Dans cet exemple, les contributions des 2 grandeurs R et C sont égales : on ne peut en négliger aucune par rapport à l'autre. Mais souvent il est possible d'en négliger une par rapport à l'autre, ce qui facilite les calculs.

Voici les expressions utiles pour les calculs des incertitudes composées :

	Relation	Incetitude-type
(1)	$X = \lambda Y$ (λ constante)	$u(X) = \lambda \cdot u(Y)$
(2)	$X = Y + Z$ ou $X = Y - Z$	$u(X) = \sqrt{u(Y)^2 + u(Z)^2}$
(3)	$X = Y/Z$ ou $X = Y \cdot Z$	$u(X) = X \sqrt{\left(\frac{u(Y)}{Y}\right)^2 + \left(\frac{u(Z)}{Z}\right)^2}$
(4)	$X = \lambda Y^a Z^b$	$u(X) = X \sqrt{a^2 \left(\frac{u(Y)}{Y}\right)^2 + b^2 \left(\frac{u(Z)}{Z}\right)^2}$

Méthode de Monte Carlo

La méthode directe conduit parfois à des calculs complexes, peu faisables pendant un TP. Avec un ordinateur, la **méthode de Monte Carlo** permet d'aller parfois plus

vite. Elle consiste à simuler par tirage au sort (d'où le nom de la méthode), pour chaque grandeur incertaine, un grand nombre de valeurs raisonnables — typiquement 100 000. On en déduit 100 000 valeurs de la grandeur résultante qu'on cherche. L'incertitude-type est donnée par sa définition : c'est l'écart-type expérimental de ces 100 000 valeurs.

Si on reprend l'exemple de la pulsation propre du TP analyse spectrale d'un signal, voici le code Python permettant de faire cette simulation :

```
import numpy as np
NMC = 100000
R = np.random.uniform(10e3*(1-0.05), 10e3*(1+0.05), NMC)
C = np.random.uniform(100e-9*(1-0.05), 100e-9*(1+0.05), NMC)
omega_0 = np.sqrt(2)/(R*C)
print("omega_0=", np.mean(omega_0), "+/-", np.std(omega_0, ddof=1),
      'rad/s')
```

L'ordinateur affiche (par exemple) :

```
| omega_0 = 1416.423375201972 +/- 58.014571823642704 rad/s
```

On écrit donc sur le compte rendu : $\omega_0 = 1416 \pm 58 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ou encore $\omega_0 = (1,416 \pm 0,058) \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Le résultat est sensiblement le même qu'avec la méthode précédente, mais sans aucun calcul algébrique !

La fonction `np.random.uniform` a pour effet de tirer au sort des valeurs d'une grandeur incertaine entre deux bornes, de manière **uniforme**. C'est la situation la plus **commune** au concours. Plus rarement, il arrive qu'on ait directement connaissance de l'incertitude-type d'une grandeur. Il convient alors de supposer que la distribution est **gaussienne** d'écart-type égal à l'incertitude-type. Dans ce cas, on utilisera la fonction `np.random.normal` pour la simulation.

À voir :



- La vidéo TP 30 « Le câble coaxial ».
- fin du TP 27 « L'interféromètre de Michelson » :
 - une « astuce » qui permet de diviser par 10 l'incertitude-type ;
 - l'incertitude-type relative permet de négliger une contribution devant une autre lors d'une évaluation d'une grandeur composée.

III COMPARAISON DE DEUX VALEURS : ÉCART NORMALISÉ

Pour comparer deux résultats de mesure, il faut prendre en compte les deux valeurs mesurées (X_1 et X_2) et les incertitudes-types correspondantes ($u(X_1)$ et $u(X_2)$). Au programme de classe préparatoire il existe un critère quantitatif, basé sur le calcul d'un ratio qu'on nomme écart normalisé (E_N) ou encore z-score (z) :

$$z = \frac{|X_1 - X_2|}{\sqrt{u(X_1)^2 + u(X_2)^2}}$$

Il arrive qu'une valeur soit « de référence », ce qui signifie que son incertitude est très inférieure à l'autre. L'expression qui précède se ramène alors à l'expression vue en terminale :

$$z = \frac{|X - X_{ref}|}{u(X)}$$

Attention ! On considère que deux résultats sont **compatibles** si $z < 2$, et incompatibles sinon.

Ce seuil de 2 est arbitraire et résulte d'un compromis. Même si les résultats sont compatibles, il arrive avec une certaine probabilité (environ une fois sur 20 selon certaines hypothèses) que la valeur de z excède 2. Il faut alors envisager un seuil supérieur à 2 si l'on veut éviter de déclarer une incompatibilité à tort.

L'interprétation est donc toujours délicate, et la seule valeur du z-score ne saurait à elle seule constituer la conclusion sur l'ensemble d'une expérience. Par exemple, si on a par mégarde surévalué l'incertitude-type, cela signifie qu'on va sous-évaluer le z-score. On risque dans ce cas de conclure à la compatibilité de deux mesures, alors que ce n'est pas forcément le cas.

 **À voir :** TP 24 « Le microscope ».

En conclusion, dans un **compte rendu** d'expérience, il est nécessaire de documenter aussi bien que possible, dans le temps imparti, les différentes hypothèses qui ont mené au résultat, c'est-à-dire la **valeur mesurée** et l'**incertitude-type** associée. Le calcul du **z-score** permet de discuter de la compatibilité de deux résultats, mais il convient de **conserver un regard critique**. Il veut mieux évoquer ce qui peut **expliquer** une incompatibilité que de se contenter d'une compatibilité apparente.

IV RÉGRESSION LINÉAIRE

1) Représentation et calcul

En physique de nombreux modèles peuvent se ramener à une relation linéaire ou affine entre deux grandeurs. Par exemple lors de la décharge d'un condensateur dans un conducteur ohmique, la tension U vérifie : $U = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ qu'on peut mettre sous la forme $\ln U = \ln U_0 - \frac{t}{\tau}$, qui n'est autre qu'une loi affine de la forme $y = at + b$, où $a = -\frac{1}{\tau}$ et $b = \ln U_0$.

Étant donné une série de points expérimentaux d'abscisses $x_i = t_i$ et d'ordonnées $y_i = \ln U_i$, la régression linéaire est une technique mathématique qui permet d'obtenir les paramètres a et b de la droite qui décrit le mieux possible l'ensemble des points. On pourra alors déduire de a la constante de temps τ qui nous intéresse.

Bien évidemment les points $M_i(x_i, y_i)$ ne sont pas rigoureusement alignés, car les valeurs mesurées sont incertaines : à chacune des valeurs x_i et y_i sont associées des incertitudes-types. On représente ces incertitudes-types à l'aide de barres horizontales (pour les x_i) et verticales (pour les y_i).

Au concours, **il arrive encore que du papier millimétré soit fourni** pour un tracé manuel des points. Lorsqu'un ordinateur est disponible, il est plus raisonnable d'utiliser un logiciel adéquat. Le code ci-dessous donne un exemple avec Python et la bibliothèque Matplotlib.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
t = np.array([0., 1., 2., 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9., 10.])
U = np.array([2.016, 1.453, 1.025, 0.714, 0.516, 0.386, 0.263, 0.175,
0.149, 0.106, 0.057])
u_t = 0.2
u_U = 0.2
ln_U = np.log(U)
u_ln_U = u_U / U
a, b = np.polyfit(t, ln_U, 1)
plt.figure()
plt.errorbar(t, ln_U, xerr = u_t, yerr=u_ln_U, fmt='.')
plt.plot(t, a*t + b, label='régression linéaire')
plt.legend()
plt.grid()
plt.xlabel('t (s)')
plt.ylabel('ln(U/U0)')
plt.show()
print('tau =', -1/a, 's')
```

Partie 1 · Méthodologie

Dans ce code, on a indiqué les 11 points de mesure relevés : 11 temps avec une incertitude-type de 0,2 seconde, et 11 tensions avec une incertitude-type de 0,2 V. On calcule $\ln(U)$ puis on utilise l'expression de l'énoncé qui indique son incertitude-type $u(\ln(U)) = \frac{u(U)}{U}$.

La fonction `np.polyfit` (au programme en MPSI, MP2I et PCSI) permet de réaliser la régression linéaire (le paramètre 1 est indispensable pour que la relation soit affine et polynomiale d'un degré plus élevé).

La fonction `plt.errorbar` sert à tracer les points expérimentaux munis des barres d'incertitudes.

La fonction `plt.plot` sert à tracer la droite de régression.

Enfin on affiche le temps caractéristique τ estimé par régression linéaire.

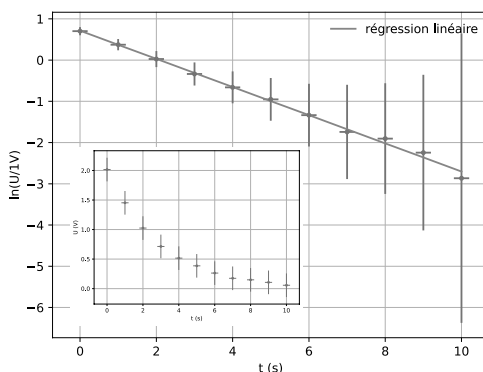


FIGURE 1 – Régression linéaire de $\ln(U)$ en fonction du temps t . En insert, l'évolution de la tension U en fonction de t

La figure 1 affiche le résultat du code, auquel on a rajouté en insert la représentation directe de la tension en fonction du temps. Il est logique que l'incertitude $u(\ln(U))$ augmente à mesure que t augmente puisque $u(\ln(U)) = \frac{u(U)}{U}$ car $u(U)$ est constant et U tend vers 0 lorsque t tend vers l'infini.

Le code renvoie également $\tau = 2.927670472931076$ s. Combien de chiffres significatifs (CS) choisir ? Difficile de répondre sans avoir l'incertitude-type associée à τ (voir paragraphe suivant). Sans estimation de l'incertitude-type, on écrit par défaut le résultat avec 3 CS : $\tau = 2,93$ s (trop de chiffres pourrait être pénalisé).

La régression linéaire ordinaire ici utilisée repose sur des hypothèses qui ne sont pas toujours vérifiées. En toute rigueur il faudrait que les incertitudes-types sur les abscisses soient nulles, et que celles sur les ordonnées soient toutes égales. Ce n'est pas le cas ici, mais au concours, faute d'outil plus sophistiqué, on se contente de la régression linéaire ordinaire.

2) Incertitude-type des paramètres de la droite de régression

L'estimation de l'incertitude-type des paramètres de la droite de régression est soit directement donnée par des logiciels spécialisés (Regressi en est un exemple), soit calculée avec Python à l'aide d'une simulation Monte Carlo. Le code est plus complexe, raison pour laquelle il n'est pas détaillé ici mais sur la page web du livre.

Si, au concours on doit se contenter d'un **tracé manuel**, on peut estimer l'incertitude-type d'un paramètre (par exemple la pente) en traçant avec une règle, deux droites supplémentaires extrêmes : l'une **avec la pente** la plus grande que l'on pense possible, l'autre avec la pente la plus petite possible. On fait ensuite une évaluation de type B : la **demi-différence** Δ de ces deux pentes est divisée par $\sqrt{3}$ pour donner l'incertitude-type de la pente.

3) Validation de la régression linéaire

Les points expérimentaux sont-ils bien décrits par une loi affine ? Pour répondre à cette question, il faut examiner sur le schéma comment la droite de régression se positionne par rapport aux barres d'incertitudes. Si les points sont compatibles avec la loi affine *aux incertitudes expérimentales près*, alors on s'attend à ce que :

- les points se trouvent **statistiquement** de part et d'autre de la droite, il n'y a pas de tendance discernable ;
- la grande majorité des points (typiquement 95 %) se trouve à une **distance** de la droite **inférieure** à 2 fois la taille des barres d'incertitude correspondantes ; c'est le même 2 que le seuil du z-score : $|y_i - y_{\text{régression linéaire}}(x_i)| < 2 u(y_i)$.

Dans l'exemple précédent de la figure 1, il est clair que le modèle affine décrit convenablement les résultats expérimentaux, selon ces critères.

Dans la figure 2, la distance de la droite aux points excède deux fois la taille des barres d'incertitudes-types, pour plusieurs temps ; dans la figure 3, il y a une tendance manifeste : les points extrêmes sont au-dessus de la droite, les points centraux en dessous. Dans ces deux cas on ne valide pas le modèle affine.

C'est ce type d'appréciation qualitative (à l'œil) de la situation qui est attendu par le jury.

Partie 1 · Méthodologie

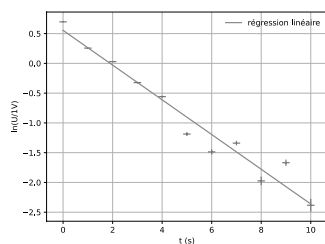


FIGURE 2 – Cas d'une régression linéaire non validée car la droite est trop distante des points expérimentaux.

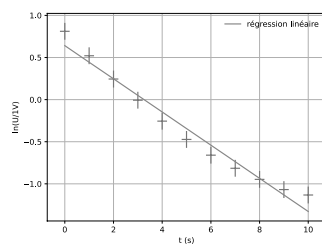


FIGURE 3 – Cas d'une régression linéaire non validée car il existe une tendance sous-jacente.

V POUR ALLER PLUS LOIN

Voir le site <https://cpge-reussir-tp-physique.tech/> pour une discussion plus approfondie des incertitudes de mesure.