

Xavier Alabern Morera
Jordi-Roger Riba Ruiz

Electrotecnia. Problemas

Electrotecnia. Problemas

Xavier Alabern Morera
Jordi-Roger Riba Ruiz

Electrotecnia. Problemas

Primera edición: septiembre de 2005
Segunda edición: junio de 2006

Diseño de la cubierta: Jordi Calvet

© los autores, 2005

© Edicions UPC, 2005
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona
Tel.: 934 016 883 Fax: 934 015 885
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
E-mail: edicions-upc@upc.edu

Producción: Cargraphics
Pedrosa B 29-31, 08908 L'Hospitalet de Llobregat

Depósito legal: B-30.718-2006
ISBN: 84-8301-869-1

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

PRÓLOGO

El libro que se presenta es un conjunto de problemas resueltos del área de la Ingeniería Eléctrica, fruto de la larga experiencia acumulada por los autores en la impartición de la asignatura de Electrotecnia en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Terrassa, de la Universidad Politécnica de Catalunya.

El capítulo 1 se refiere a los circuitos eléctricos trifásicos, que se presentan en la industria especialmente como circuitos de potencia. El conocimiento de la metodología y comportamiento de los sistemas trifásicos en régimen senoidal es imprescindible para el entendimiento de la generación, transporte y distribución de la energía eléctrica.

El capítulo 2 presenta una colección de problemas de transformadores monofásicos. La determinación de los parámetros del circuito equivalente a través de las pruebas de vacío y cortocircuito es fundamental para el conocimiento del comportamiento del transformador en carga, así como la determinación del rendimiento. Asimismo, se presenta el trabajo de transformadores en paralelo.

El capítulo 3 se refiere al estudio de los transformadores trifásicos y al estudio de su comportamiento en régimen sinoidal alimentando diferentes tipo de cargas. La determinación del índice horario es fundamental para la conexión de transformadores en paralelo.

El capítulo 4 se dedica a la resolución de problemas de máquinas de corriente continua; se presentan distintos tipos de máquinas con diferentes formas de excitación, analizando y resolviendo su distinto comportamiento.

El capítulo 5 hace referencia a las máquinas asíncronas, especialmente a los motores trifásicos, por su amplia utilización en la industria. El estudio de sus circuitos equivalentes, previa determinación de sus parámetros, mediante los ensayos de vacío y de cortocircuito o rotor bloqueado son fundamentales para poder determinar el comportamiento del motor. Se estudia la potencia del motor en distintas situaciones, así como el rendimiento del mismo. El proceso de arranque se estudia en varios de los ejercicios presentados.

El capítulo 6 se destina a problemas de máquinas síncronas. Se presentan distintos ejercicios en los que la máquina se estudia como generador y motor.

Destacaríamos finalmente que varios de los problemas que aquí se han presentado fueron ejercicios de examen en las diferentes convocatorias.

Esperamos que la presente obra contribuya de manera significativa al entendimiento de la Ingeniería Eléctrica.

Xavier Alabern

Profesor Titular de Universidad

Departamento Enginyeria Eléctrica de la UPC

Índice:

1.	Sistemas trifásicos.....	11
1.1	Problema 1.....	12
1.2	Problema 2.....	16
1.3	Problema 3.....	18
1.4	Problema 4.....	22
1.5	Problema 5.....	25
1.6	Problema 6.....	29
1.7	Problema 7.....	31
1.8	Problema 8.....	34
1.9	Problema 9.....	39
1.10	Problema 10.....	41
1.11	Problema 11.....	44
1.12	Problema 12.....	47
1.13	Problema 13.....	52
1.14	Problema 14.....	56
1.15	Problema 15.....	58
1.16	Problema 16.....	60
1.17	Problema 17.....	62
1.18	Problema 18.....	64
1.19	Problema 19.....	66
2.	Transformadores monofásicos.....	69
2.1	Problema 1.....	70
2.2	Problema 2.....	72
2.3	Problema 3.....	73
2.4	Problema 4.....	76
2.5	Problema 5.....	80
2.6	Problema 6.....	82
2.7	Problema 7.....	84
2.8	Problema 8.....	87
2.9	Problema 9.....	89
2.10	Problema 10.....	92
2.11	Problema 11.....	97
2.12	Problema 12.....	101
2.13	Problema 13.....	103
2.14	Problema 14.....	105
2.15	Problema 15.....	106
3.	Transformadores trifásicos.....	109
3.1	Problema 1.....	110
3.2	Problema 2.....	112
3.3	Problema 3.....	115
3.4	Problema 4.....	117
3.5	Problema 5.....	121
3.6	Problema 6.....	126
3.7	Problema 7.....	129
3.8	Problema 8.....	132
3.9	Problema 9.....	135
3.10	Problema 10.....	138
3.11	Problema 11.....	142

3.12	Problema 12.....	145
3.13	Problema 13.....	150
4.	Máquinas de corriente continua.....	153
4.1	Problema 1.....	154
4.2	Problema 2.....	156
4.3	Problema 3.....	158
4.4	Problema 4.....	160
4.5	Problema 5.....	162
4.6	Problema 6.....	164
4.7	Problema 7.....	166
4.8	Problema 8.....	168
4.9	Problema 9.....	170
4.10	Problema 10.....	172
4.11	Problema 11.....	174
4.12	Problema 12.....	175
4.13	Problema 13.....	177
4.14	Problema 14.....	179
5.	Máquinas asíncronas.....	181
5.1	Problema 1.....	182
5.2	Problema 2.....	184
5.3	Problema 3.....	186
5.4	Problema 4.....	187
5.5	Problema 5.....	189
5.6	Problema 6.....	192
5.7	Problema 7.....	194
5.8	Problema 8.....	197
5.9	Problema 9.....	199
5.10	Problema 10.....	201
5.11	Problema 11.....	203
5.12	Problema 12.....	205
5.13	Problema 13.....	207
5.14	Problema 14.....	210
5.15	Problema 15.....	212
5.16	Problema 16.....	215
5.17	Problema 17.....	217
5.18	Problema 18.....	219
5.19	Problema 19.....	222
6.	Máquinas síncronas.....	225
6.1	Problema 1.....	226
6.2	Problema 2.....	228
6.3	Problema 3.....	230
6.4	Problema 4.....	233
6.5	Problema 5.....	235
6.6	Problema 6.....	238
6.7	Problema 7.....	239
6.8	Problema 8.....	240
6.9	Problema 9.....	242
6.10	Problema 10.....	244
6.11	Problema 11.....	247
6.12	Problema 12.....	250

1 Circuitos trifásicos

1.1 Problema 1

Una carga equilibrada trifilar conectada en estrella y de impedancia $40 \angle 30^\circ \Omega$ por fase está conectada a una red trifásica equilibrada de secuencia directa RST de 400 V i 50 Hz. a) Calcular las corrientes de línea. b) Calcular las potencias activa, reactiva y aparente totales que consume la carga.

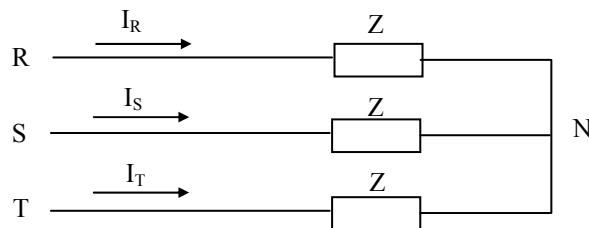


Figura 1.1.1

Resolución:

a) Cálculo de las corrientes de línea:

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}_{RN}}{\bar{Z}} = \frac{400 / \sqrt{3} \angle 0^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 5,7735 \angle -30^\circ A$$

$$\bar{I}_S = \frac{\bar{V}_{SN}}{\bar{Z}} = \frac{400 / \sqrt{3} \angle -120^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 5,7735 \angle -150^\circ A$$

$$\bar{I}_T = \frac{\bar{V}_{TN}}{\bar{Z}} = \frac{400 / \sqrt{3} \angle 120^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 5,7735 \angle 90^\circ A$$

b) Cálculo de las potencias totales:

$$P_{TOT} = \sqrt{3} \cdot V_{línea} \cdot I_{línea} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 5,7735 \cdot \cos 30^\circ = 3464,10 \text{ W}$$

$$Q_{TOT} = \sqrt{3} \cdot V_{línea} \cdot I_{línea} \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 5,7735 \cdot \sin 30^\circ = 2000,00 \text{ VAr}$$

$$S_{TOT} = \sqrt{3} V_{línea} \cdot I_{línea} = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 5,7735 = 4000 \text{ VA}$$

1.2 Problema 2

Una carga equilibrada trifilar conectada en triángulo y de impedancia $40 \angle 30^\circ \Omega$ por fase está conectada a una red trifásica equilibrada de secuencia directa RST de 400 V i 50 Hz. a) Calcular las corrientes de fase de la carga. b) Calcular las corrientes de línea. c) Calcular las potencias activa, reactiva y aparente totales que consume la carga.

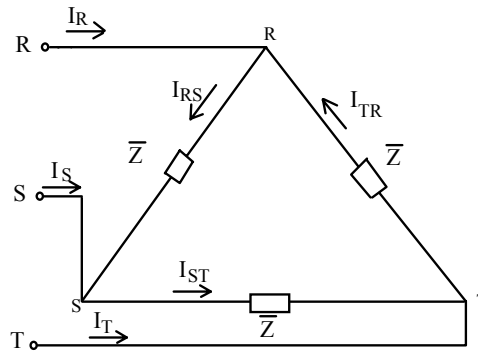


Figura 1.2.1

Resolución:

a) Cálculo de las corrientes de fase de la carga (se toma como origen de fases $\bar{V}_{RN} = V_{RN} \angle 0^\circ$):

$$\bar{I}_{RS} = \frac{\bar{V}_{RS}}{\bar{Z}} = \frac{400 \angle 30^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{ST} = \frac{\bar{V}_{ST}}{\bar{Z}} = \frac{400 \angle -90^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 10 \angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{TR} = \frac{\bar{V}_{TR}}{\bar{Z}} = \frac{400 \angle 150^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 10 \angle 120^\circ \text{ A}$$

b) Cálculo de las corrientes de línea:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{RS} - \bar{I}_{TR} = 17,32 \angle -30^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_{ST} - \bar{I}_{RS} = 17,32 \angle -150^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{TR} - \bar{I}_{ST} = 17,32 \angle +90^\circ \text{ A}$$

c) Cálculo de las potencias totales:

$$P_{TOT} = \sqrt{3} \cdot V_{línea} \cdot I_{línea} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 17,32 \cdot \cos 30^\circ = 10392 \text{ W}$$

$$Q_{TOT} = \sqrt{3} \cdot V_{línea} \cdot I_{línea} \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 17,32 \cdot \sin 30^\circ = 6000 \text{ VAr}$$

$$S_{TOT} = \sqrt{3} V_{línea} \cdot I_{línea} = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 17,32 = 12000 \text{ VA}$$

1.3 Problema 3

Una carga desequilibrada trifilar conectada en estrella está conectada a una red trifásica equilibrada de secuencia directa RST de 400 V i 50 Hz. a) Calcular las corrientes de línea. b) Calcular las potencias activa, reactiva y aparente totales que consume la carga.

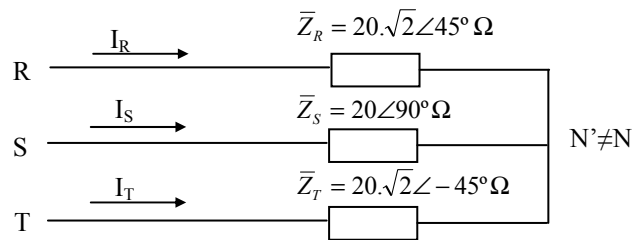


Figura 1.3.1

Resolución:

a) Al ser una carga desequilibrada trifilar en estrella, el centro de la estrella no coincide con el neutro.

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T &= 0 \rightarrow \frac{\bar{V}_{RN'}}{\bar{Z}_R} + \frac{\bar{V}_{SN'}}{\bar{Z}_S} + \frac{\bar{V}_{TN'}}{\bar{Z}_T} = 0 \\ \bar{V}_{RN'} &= \bar{V}_{RN} - \bar{V}_{SN} + \bar{V}_{SN'} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ - \frac{400}{\sqrt{3}} \angle -120^\circ + \bar{V}_{SN'} \\ \bar{V}_{TN'} &= \bar{V}_{TN} - \bar{V}_{SN} + \bar{V}_{SN'} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle 120^\circ - \frac{400}{\sqrt{3}} \angle -120^\circ + \bar{V}_{SN'} \end{aligned} \right\}$$

Del sistema de ecuaciones anterior resulta:

$$\bar{V}_{RN'} = 386,4 \angle 15^\circ V \quad \bar{V}_{SN'} = 103,5 \angle -75^\circ V \quad \bar{V}_{TN'} = 301,3 \angle 84,9^\circ V$$

Ahora ya se pueden calcular las corrientes de línea:

$$\boxed{\bar{I}_R = \frac{\bar{V}_{RN'}}{\bar{Z}_R} = 13,66 \angle -30^\circ A} \quad \boxed{\bar{I}_S = \frac{\bar{V}_{SN'}}{\bar{Z}_S} = 5,18 \angle -165^\circ A} \quad \boxed{\bar{I}_T = \frac{\bar{V}_{TN'}}{\bar{Z}_T} = 10,65 \angle 129,9^\circ A}$$

b) Cálculo de las potencias totales:

$$\bar{S}_{total} = \bar{V}_{RN'} \cdot \bar{I}_R^* + \bar{V}_{SN'} \cdot \bar{I}_S^* + \bar{V}_{TN'} \cdot \bar{I}_T^* = 6000 + j \cdot 2000 = 6324,56 \angle 18,4^\circ VA$$

$$\boxed{S_{total} = 6324,56 VA}$$

$$\boxed{P_{total} = 6000 W}$$

$$\boxed{Q_{total} = 2000 VAr}$$

1.4 Problema 4

Una carga desequilibrada trifilar conectada en triángulo está conectada a una red trifásica equilibrada de secuencia directa RST de 400 V i 50 Hz. a) Calcular las corrientes de fase de la carga. b) Calcular las corrientes de línea. c) Calcular las potencias activa, reactiva y aparente totales que consume la carga.

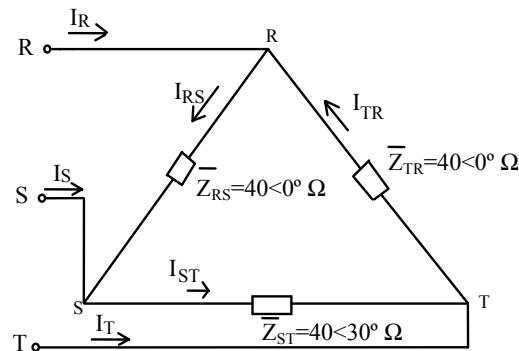


Figura 1.4.1

Resolución:

a) Cálculo de las corrientes de fase de la carga (se toma como origen de fases $\bar{V}_{RN} = V_{RN} \angle 0^\circ$):

$$\bar{I}_{RS} = \frac{\bar{V}_{RS}}{\bar{Z}} = \frac{400 \angle 30^\circ}{40 \angle 0^\circ} = 10 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{ST} = \frac{\bar{V}_{ST}}{\bar{Z}} = \frac{400 \angle -90^\circ}{40 \angle 30^\circ} = 10 \angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{TR} = \frac{\bar{V}_{TR}}{\bar{Z}} = \frac{400 \angle 150^\circ}{40 \angle 0^\circ} = 10 \angle 150^\circ \text{ A}$$

b) Cálculo de las corrientes de línea:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{RS} - \bar{I}_{TR} = 17,32 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_{ST} - \bar{I}_{RS} = 19,32 \angle -135^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{TR} - \bar{I}_{ST} = 14,14 \angle 105^\circ \text{ A}$$

c) Cálculo de las potencias totales:

$$\bar{S}_{total} = \bar{V}_{RS} \bar{I}_{RS}^* + \bar{V}_{ST} \bar{I}_{ST}^* + \bar{V}_{TR} \bar{I}_{TR}^* = 11464,1 + j.2000,0 = 11637,5 \angle 9,90^\circ \text{ VA}$$

$$S_{total} = 11637,5 \text{ VA}$$

$$P_{total} = 11464,1 \text{ W}$$

$$Q_{total} = 2000,0 \text{ VAR}$$

1.5 Problema 5

El esquema representa la alimentación en media tensión de tres cargas trifásicas equilibradas, cuyas características están dadas por sus potencias. Con el interruptor D abierto, la lectura del voltímetro VG es de 1202,5 V. Se desea saber:

- Impedancia equivalente por fase de la carga, en el supuesto de que esté conectada en estrella.
- Indicaciones de los vatímetros W1 y W2

A continuación se cierra el interruptor

D (que equivale a conectar en el circuito una batería de condensadores). Se pregunta:

- Nuevas lecturas de los vatímetros y del voltímetro VG (en el supuesto que la tensión en bornes de la carga se mantuviera constante).

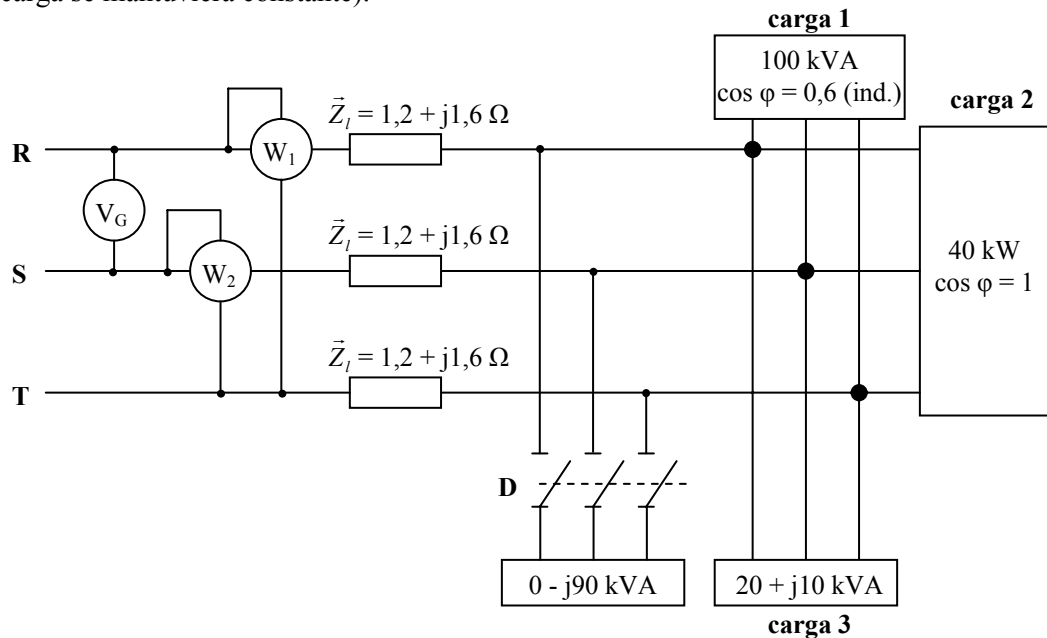


Figura 1.5.1

Resolución:

a) Nomenclatura utilizada: C: carga G: generador S: simple

En primer lugar, se reducirán las tres cargas conectadas al extremo de la línea a una sola equivalente:

carga 1 $\bar{S}_1 = 100 \angle 53,13^\circ = (60 + j80) \text{ kVA} \quad (\cos \varphi = 0,6; \varphi = 53,13^\circ)$

carga 2 $\bar{S}_2 = 40 \angle 0^\circ = (40 + j0) \text{ kVA}$

carga 3 $\bar{S}_3 = 22,36 \angle 26,56^\circ = (20 + j10) \text{ kVA} \quad (\operatorname{tg} \varphi = \frac{10}{20}; \varphi = 26,56^\circ)$

$\bar{S}_T = (120 + j90) \text{ kVA} = 150 \angle 36,87^\circ \text{ kVA}$

que, por fase, representa una potencia de:

$$\bar{S}_{\text{cf}} = \frac{\bar{S}_{\text{c}}}{3} = 40 + j30 = 50 \angle 36,87^\circ \text{ kVA}$$

La tensión simple o de fase vale:

$$|\bar{U}_{\text{GS}}| = \frac{|\bar{U}_{\text{G}}|}{\sqrt{3}} = \frac{1202,5}{\sqrt{3}} = 694,26 \text{ V}$$

$$\bar{U}_{\text{GS}} = 694,26 \angle \delta^\circ \text{ V}$$

Y si se toma la tensión simple en bornes de la carga como origen de fases:

$$\bar{U}_{\text{CS}} = U_{\text{CS}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

La impedancia por fases de la línea es de la forma:

$$\bar{Z}_l = (1,2 + j1,6) \Omega = 2 \angle 53,13^\circ \Omega$$

Pudiéndose ahora plantear la siguiente ecuación vectorial:

$$\bar{U}_{\text{GS}} = \bar{U}_{\text{CS}} + \bar{Z}_l \cdot \bar{I}$$

siendo,

$$\bar{I}^* = \frac{\bar{S}_{\text{cf}}}{\bar{U}_{\text{CS}}} = \frac{50000 \angle 36,87^\circ}{U_{\text{CS}} \angle 0^\circ} \quad \bar{I} = \frac{50000}{U_{\text{CS}}} \angle -36,87^\circ$$

y sustituyendo se obtiene,

$$694,26 \angle \delta^\circ = U_{\text{CS}} \angle 0^\circ + 2 \angle 53,13^\circ \cdot \frac{50000}{U_{\text{CS}}} \angle -36,87^\circ$$

igualando partes reales e imaginarias entre sí, queda:

$$\left. \begin{aligned} 694,26 \cos \delta &= U_{\text{CS}} + \frac{96000}{U_{\text{CS}}} \\ 694,26 \sin \delta &= \frac{28000}{U_{\text{CS}}} \end{aligned} \right\}$$

que resuelta, nos da: $U_{\text{CS}} = \pm 200 \text{ V}$ $U_{\text{CS}} = \pm 500 \text{ V}$

Los valores negativos no tienen sentido físico.

El valor $U_{\text{CS}} = 200 \text{ V}$ no se considera, puesto que es ilógico que la caída de tensión en la línea sea superior a la caída de tensión en la carga. Por tanto, la corriente que circula por la línea vale:

$$\bar{I} = \frac{50000}{500} \angle -36,87^\circ = 100 \angle -36,87^\circ = (80 - j60) \text{ A}$$

y si se recuerda que por fase

$$\bar{S}_{\text{cf}} = 50000 \angle 36,87^\circ \text{ VA} = (40000 + j30000) \text{ VA}$$

resulta, teniendo en cuenta que

$$\bar{S}_{\text{cf}} = \bar{P}_{\text{cf}} + \bar{Q}_{\text{cf}} :$$

$$R_C = \frac{P_{Cf}}{I^2} = \frac{40000}{100^2} = 4 \Omega$$

$$X_{LC} = \frac{Q_{Cf}}{I^2} = \frac{30000}{100^2} = 3 \Omega$$

$$\boxed{\bar{Z}_{Cf} = (4 + j3) \Omega = 5 \angle 36,87^\circ \Omega}$$

b) Si se tiene en cuenta la disposición de los dos vatímetros (conexión Aron) la forma de conocer las lecturas de cada uno de ellos es la siguiente:

Carga:

$$P_{TC} = 40000 \cdot 3 = 120000 \text{ W}$$

$$Q_{TC} = 30000 \cdot 3 = 90000 \text{ var}$$

Línea:

$$P_l = 3 R_l I^2 = 3 \cdot 1,2 \cdot 100^2 = 36000 \text{ W}$$

$$Q_l = 3 X_l I^2 = 3 \cdot 1,6 \cdot 100^2 = 48000 \text{ Var}$$

La potencia suministrada por el generador será

$$P_G = P_{TC} + P_l = 156000 \text{ W} = 156 \text{ kW}$$

$$Q_G = Q_{TC} + Q_l = 138000 \text{ var} = 138 \text{ kVar}$$

$$\bar{S}_G = 208,278 \angle 41,5^\circ \text{ kVA}$$

y teniendo en cuenta la disposición de los vatímetros,

$$\left. \begin{aligned} W_1 + W_2 &= P_G \\ (W_1 - W_2) \sqrt{3} &= Q_G \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} W_1 + W_2 &= 156 \\ W_1 - W_2 &= 138 / \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \quad \boxed{W_1 = 117,8 \text{ kW}} \quad \boxed{W_2 = 38,2 \text{ kW}}$$

c) Al conectar los condensadores, la potencia aparente total del conjunto de la carga será

$$\bar{S}'_{TC} = \bar{S}_{TC} + \bar{S}_{cond}$$

$$\bar{S}'_{TC} = 120000 + j90000 - j90000 = 120000 \angle 0^\circ \text{ VA}$$

Y puesto que la tensión en bornes de la carga se supone constante y de valor por fase 500 V, la nueva corriente de línea vale

$$\bar{I}'^* = \frac{120000 \angle 0^\circ}{3 \cdot 500 \angle 0^\circ} = 80 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Las nuevas pérdidas de potencia en la línea en estas condiciones serán

$$P'_l = 3 \cdot 1,2 \cdot 80^2 = 23040 \text{ W}$$

$$Q'_l = 3 \cdot 1,6 \cdot 80^2 = 30720 \text{ Var}$$

Y el generador aportará una nueva potencia de

$$P'_G = 120000 + 23040 = 143040 \text{ W}$$

$$Q'_G = 30720 \text{ Var}$$

$$\bar{S}'_G = 143040 + j20720 = 146301,6 \angle 12,12^\circ \text{ VA}$$

Las nuevas indicaciones de los vatímetros serán,

$$\left. \begin{aligned} W'_1 + W'_2 &= 143040 \\ W'_1 - W'_2 &= \frac{30720}{\sqrt{3}} \end{aligned} \right\} \quad \boxed{W'_1 = 80,3881 \text{ kW}} \quad \boxed{W'_2 = 62,6519 \text{ kW}}$$

y la nueva indicación del voltímetro será

$$V'_G = |\overline{U}_{GC}| = \frac{|\overline{S}'_G|}{|\overline{I}'| \cdot \sqrt{3}} = \frac{146301,6}{80 \cdot \sqrt{3}} = 1055,84 \text{ V} \quad \rightarrow \quad \boxed{V'_G = 1055,84 \text{ V}}$$

Se observa pues, que como resultado de corregir totalmente la componente reactiva de la carga mediante los condensadores, la potencia activa absorbida del generador, solamente disminuye en 13 kW mientras que la reactiva se ha rebajado en $\sim 107 \text{ kVAr}$.

1.6 Problema 6

Un sistema trifásico equilibrado, de secuencia directa RST a 50 Hz, alimenta:

1. Tres calefactores de un horno eléctrico conectados en triángulo, con factor de potencia unidad y que consumen 3,74 kW cada uno.
2. Un motor eléctrico de rendimiento 83% conectado en triángulo a la tensión compuesta de 208 V y que proporciona una potencia mecánica de 25 CV, con factor de potencia 0,8.

La línea de alimentación tiene una impedancia por fase $\bar{Z}_l = R_l + jX_l$. En bornes de salida del generador, se conectan tres vatímetros de la forma que se especifica a continuación y que dan las siguientes lecturas:

W_1 : Bobina amperimétrica con corriente de la fase R
Bobina voltimétrica con tensión RT
Lectura: ilegible

W_2 : Bobina amperimétrica con corriente de la fase R
Bobina voltimétrica con tensión ST
Lectura: 15200 W

W_3 : Bobina amperimétrica con corriente de la fase S
Bobina voltimétrica con tensión ST
Lectura: 15570 W

Se pregunta:

- a) Impedancia de la línea
- b) Tensión en bornes del generador

Resolución:

- a) Se determinan las potencias eléctricas consumidas por las cargas conectadas al circuito.

Motor:

$$P_{\text{mec}} = 25 \text{ CV} \quad \eta = 83\% \quad \cos \varphi_M = 0,8 \quad \text{tg } \varphi_M = 0,75$$

$$P_M = \frac{25 \cdot 736}{0,83} = 22168,7 \text{ W} \quad Q_M = P_M \text{ tg } \varphi_M = 22168,7 \cdot 0,75 = 16626,5 \text{ Var}$$

$$\bar{S}_M = 22168,7 + j16626,5 = 27710,9 \angle 36,87^\circ \text{ VA}$$

Horno:

$$P'_H = 3,74 \text{ kW/fase} \quad \cos \varphi_H = 1 \quad \varphi_H = 0$$

$$P_H = 3 P'_H = 3 \cdot 3740 = 11220 \text{ W} \quad Q_H = 0 \text{ Var}$$

$$\bar{S}_H = 11220 + j0 = 11220 \angle 0^\circ \text{ VA}$$

En consecuencia, la carga total conectada al circuito será

$$\bar{S}_C = \bar{S}_M + \bar{S}_H = 33388,7 + j16626,5 = 37299,41 \angle 26,47^\circ \text{ VA}$$

Si se toma la tensión en bornes de la carga, como origen de fases $\bar{U}_C = U_C \angle 0^\circ \text{ V}$, la corriente que circula por la línea de alimentación se obtiene a partir de

$$\bar{I}^* = \frac{\bar{S}_C}{\bar{U}_C \sqrt{3}} = \frac{37299,41 \angle 26,47^\circ}{\sqrt{3} \cdot 208 \angle 0^\circ} = 103,5 \angle 26,47^\circ$$

$$\bar{I} = 103,5 \angle -26,47^\circ = (92,65 - j46,133) \text{ A}$$

Analicemos a continuación las potencias que proporciona el generador, para lo cual basta observar que los vatímetros W_1 y W_3 están conectados según el método de Aron, y por tanto se cumple para cualquier sistema equilibrado que:

$$\left. \begin{aligned} P_G &= W_1 + W_3 \\ \frac{Q_G}{\sqrt{3}} &= W_1 - W_3 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} P_G &= W_1 + 15570 \\ \frac{Q_G}{\sqrt{3}} &= W_1 - 15570 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

la lectura del vatímetro W_1 , según el enunciado, no es posible.

El vatímetro W_2 está montado de forma que en un sistema trifásico equilibrado su indicación es,

$$W_2 = \frac{Q_G}{\sqrt{3}} = 15200 \text{ W}$$

expresión que sustituida en la ecuación 1 resulta:

$$\left. \begin{aligned} P_G &= W_1 + 15570 \\ 15200 &= W_1 - 15570 \end{aligned} \right\} \quad W_1 = 30770 \text{ W}$$

$$P_G = W_1 + W_3 = 30770 + 15570 = 46340 \text{ W} \quad Q_G = \sqrt{3} \cdot 15200 = 26327,2 \text{ VAr}$$

Por lo que el generador suministra una potencia total que en forma compleja vale

$$\bar{S}_G = 46340 + j26327,2 = 53296,5 \angle 29,6^\circ \text{ VA}$$

con un factor de potencia $\cos \varphi_G = 0,8695$.

Las tres fases de la línea absorben una potencia que vale

$$P_l = P_G - P_C = 46340 - 33388,7 = 12951,3 \text{ W}$$

$$Q_l = Q_G - Q_C = 26327,2 - 16626,5 = 9700,7 \text{ VAr}$$

$$\bar{S}_l = 12951,3 + j9700,7 = 16181,46 \angle 36,84^\circ \text{ VA}$$

Los parámetros por fase de la línea serán de la siguiente forma:

$$R_l = \frac{P_l}{3 I^2} = \frac{12951,3}{3 \cdot 103,5^2} = 0,403 \Omega \quad X_l = \frac{Q_l}{3 I^2} = \frac{9700,7}{3 \cdot 103,5^2} = 0,302 \Omega$$

$$\boxed{\bar{Z}_l = 0,403 + j0,302 = 0,5036 \angle 36,84^\circ \Omega}$$

b) La tensión en bornes del generador se puede deducir de

$$\bar{U}_G = \frac{\bar{S}_G}{\sqrt{3} \cdot \bar{I}^*} = \frac{53296,5 \angle 29,6^\circ}{\sqrt{3} \cdot 103,5 \angle 26,47^\circ} = 297,3 \angle 3,13^\circ \text{ V}$$

$$\bar{U}_G = 297,3 \angle 3,13^\circ \text{ V} = (296,86 - j16,23) \text{ V} \rightarrow \boxed{U_G = 297,3 \text{ V}}$$

recordando que el origen de fases es precisamente la tensión en bornes de la carga.

1.7 Problema 7

Seis impedancias idénticas, de valor $\bar{Z} = (12 + j16) \Omega$ cada una, se conectan como se indica en el esquema adjunto, al extremo final de una línea trifásica alimentada por un generador equilibrado y a secuencia directa que proporciona en bornes de la carga así constituida una tensión entre fases de $V_C = 200\sqrt{3} \text{ V}$.

La alimentación se realiza mediante una línea trifásica, cuya impedancia por fase es $\bar{Z}_l = (1 + j1) \Omega$.

Con el interruptor K abierto, determinar:

- Las indicaciones de todos los aparatos de medida
- Potencia aparente, en forma compleja, suministrada por el generador que alimenta la carga.

Para mejorar el factor de potencia de la carga hasta la unidad, se cierra el interruptor K, que conecta una batería de condensadores y en este caso se pide:

- Características de la batería de condensadores.
- Potencia aparente en forma compleja, que proporciona ahora el generador y nueva tensión en bornes del mismo.

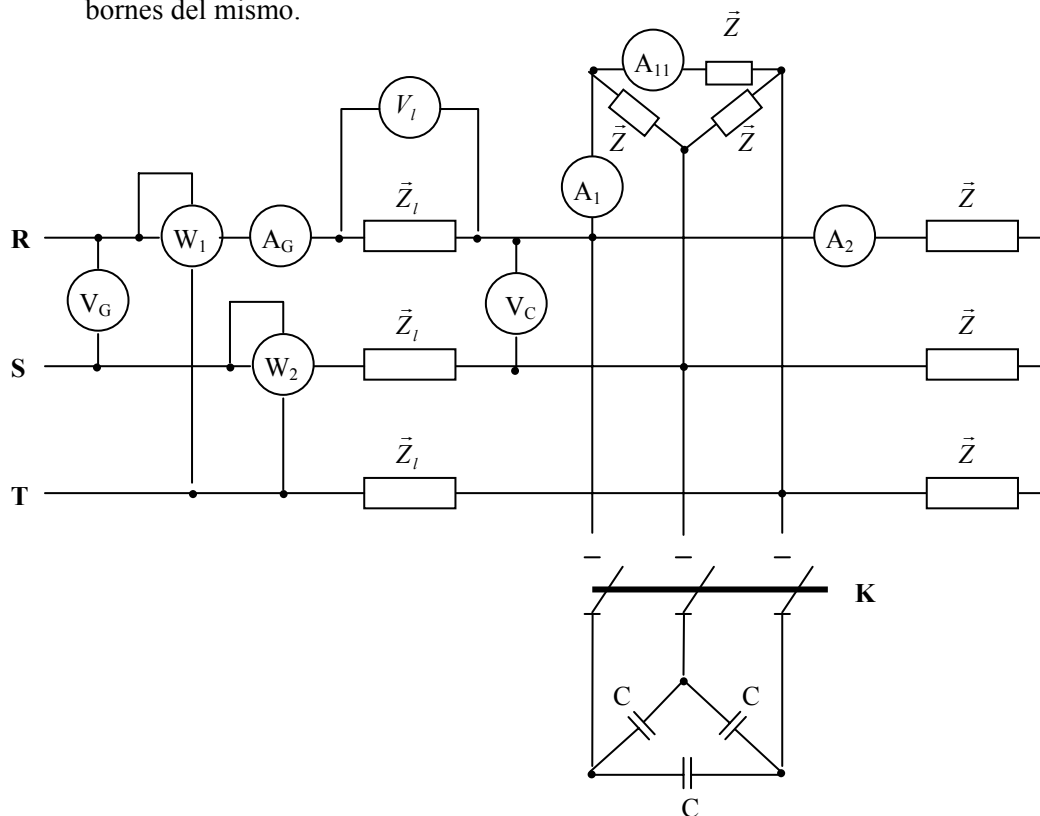


Figura 1.7.1

Resolución:

- a) Las seis impedancias así conectadas dan lugar a una impedancia de carga cuyo valor por fase es

$$\bar{Z}_{C\text{estrella}} = \frac{\bar{Z} \cdot \frac{\bar{Z}}{3}}{\bar{Z} + \frac{\bar{Z}}{3}} = \frac{\bar{Z}}{4}$$

siendo,

$$\bar{Z} = 12 + j16 = 20 \angle 53,13^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_{Cestrella} = \frac{12 + j16}{4} = \frac{20}{4} \angle 53,13^\circ = 5 \angle 53,13^\circ \Omega = (3 + j4) \Omega$$

El esquema anterior puede reducirse a otro monofásico, constituido por fase y neutro, como se aprecia en la figura 1.3.2

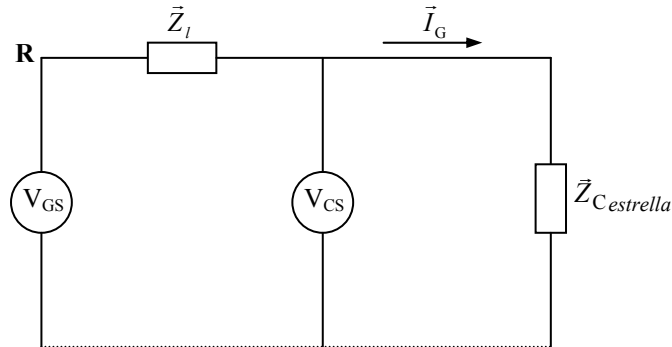


Figura 1.7.2

$$\bar{Z}_T = \bar{Z}_l + \bar{Z}_{Cestrella} = (1 + j1) + (3 + j4) = 4 + j5 = 6,4 \angle 51,34^\circ \Omega$$

La corriente por fase vale

$$\bar{I}_G = \frac{\frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{\bar{Z}_{Cestrella}} = \frac{200 \angle 0^\circ}{5 \angle 53,13^\circ} = 40 \angle -53,13^\circ \text{ A}$$

y por tanto el amperímetro A_G marca 40 A.

$$\rightarrow \boxed{A_G = 40 \text{ A}}$$

La caída de tensión en la línea en valor simple será

$$\bar{U}_l = \bar{Z}_l \cdot \bar{I}_G = \sqrt{2} \angle 45^\circ \cdot 40 \angle -53,13^\circ = 40\sqrt{2} \angle -8,13^\circ = (56 - j8) \text{ V}$$

La indicación del voltímetro V_1 será, pues, $40 \cdot \sqrt{2} = 56,5685 \text{ V}$ $\rightarrow \boxed{V_1 = 56,5685 \text{ V}}$

La tensión simple en bornes del generador vale

$$\bar{U}_{GS} = \bar{U}_{CS} + \bar{Z}_l \cdot \bar{I} = 200 \angle 0^\circ + 40\sqrt{2} \angle -8,13^\circ = 256 - j8 \quad \rightarrow \quad \bar{U}_{GS} = 256,125 \angle -1,8^\circ \text{ V}$$

La indicación del voltímetro V_G será

$$V_G = \sqrt{3} |\bar{U}_{GS}| = \sqrt{3} \cdot 256,125 = 443,62 \text{ V} \quad \rightarrow \quad \boxed{V_G = 443,62 \text{ V}}$$

El amperímetro A_2 marcará

$$|\bar{I}_2| = \frac{|\bar{U}_{CS}|}{|\bar{Z}|} = \frac{200}{20} = 10 \text{ A} \quad \rightarrow \quad \boxed{A_2 = 10 \text{ A}}$$

y como vector será: $\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_{CS}}{\bar{Z}} = \frac{200 \angle 0^\circ}{20 \angle 53,13^\circ} = 10 \angle -53,13^\circ = (6 - j8) \text{ A}$

El amperímetro A_{11} indicará

$$|\bar{I}_{11}| = \frac{|\bar{U}_{cc}|}{|\bar{Z}|} = \frac{200\sqrt{3}}{20} = 10\sqrt{3} \text{ A} \quad \rightarrow \quad \boxed{A_{11} = 10\sqrt{3} \text{ A}}$$

y el amperímetro A_1 marcará

$$|\bar{I}_1| = |\bar{I}_{11}| \cdot \sqrt{3} = 10\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 30 \text{ A} \quad \rightarrow \quad \boxed{A_1 = 30 \text{ A}}$$

Los vatímetros conectados según el método Aron indicarán:

$$\left. \begin{aligned} W_1 + W_2 &= P_G \\ W_1 - W_2 &= \frac{Q_G}{\sqrt{3}} \end{aligned} \right\}$$

Determinemos, en primer lugar, las potencias absorbidas por la carga y la línea:

$$P_C = 3 R_C I_G^2 = 3 \cdot 3 \cdot 40^2 = 14400 \text{ W}$$

$$P_l = 3 R_l I_G^2 = 3 \cdot 1 \cdot 40^2 = 4800 \text{ W}$$

$$P_G = P_C + P_l = 19200 \text{ W}$$

y por el teorema de Boucherot

$$Q_C = 3 X_C I_G^2 = 3 \cdot 4 \cdot 40^2 = 19200 \text{ Var}$$

$$Q_l = 3 X_l I_G^2 = 3 \cdot 4 \cdot 40^2 = 4800 \text{ Var}$$

$$Q_G = Q_C + Q_l = 24000 \text{ Var}$$

Por tanto, resulta

$$\left. \begin{aligned} W_1 + W_2 &= 19200 \\ W_1 - W_2 &= \frac{24000}{\sqrt{3}} \end{aligned} \right\} \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} W_1 &= 16528,2 \text{ W} \\ W_2 &= 2671,8 \text{ W} \end{aligned}}$$

b) $\boxed{\bar{S}_G = P_G + jQ_G = 19200 + j24000 = 30735 \angle 51,34^\circ \text{ VA}}$

c) Como se ha visto en el apartado a), la potencia aparente absorbida por la carga es de la forma:

$$\bar{S}_C = P_C + jQ_C = 14400 + j19200 = 24000 \angle 53,13^\circ \text{ VA}$$

Para que el factor de potencia de la carga sea la unidad, se deberá cumplir que

$$\bar{S}_C = 14400 + j0 = 14400 \angle 0^\circ \text{ VA}$$

en consecuencia, la batería de condensadores tendrá que aportar una potencia reactiva de

$$Q_{C \text{ cond}} = 19200 \text{ Var } (-)$$

que, por fase, vale

$$Q_{Cf \text{ cond}} = \frac{19200}{3} = 6400 \text{ Var } (-) = \frac{V_{fC}^2}{X_C} = V_{fC}^2 \cdot 2\pi \cdot f \cdot C$$

La capacidad de dichos condensadores, sabiendo que están conectados en triángulo a la tensión compuesta de $200\sqrt{3}$ V y frecuencia de 50 Hz, es

$$C = \frac{10^6 \cdot 6400}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (200\sqrt{3})^2} = 169,765 \mu\text{F/fase} \rightarrow \boxed{C = 169,765 \mu\text{F/fase}}$$

cuya reactancia por fase vale

$$X_C = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 169,765} = 18,75 \Omega \rightarrow \bar{X}_C = -j18,75 = 18,75 \angle 90^\circ \Omega$$

d) La reactancia capacitiva de los condensadores proporciona

$$\bar{I}_{f \text{ cond}} = \frac{200\sqrt{3} \angle 0^\circ}{18,75 \angle -90^\circ} = 18,475 \angle 90^\circ \text{ A}$$

la intensidad de línea valdrá

$$|\bar{I}_{C \text{ cond}}| = \sqrt{3} \cdot 18,475 = 32 \text{ A}$$

La corriente $\bar{I}_G$ que suministraba el generador, antes de mejorar el factor de potencia de la carga, valía

$$\bar{I}_G = 40 \angle -53,13^\circ = (24 - j32) \text{ A}$$

Una vez compensado el factor de potencia, la nueva corriente pasa a ser

$$\bar{I}'_G = 24 + j0 = 24 \angle 0^\circ \text{ A}$$

siendo la nueva potencia absorbida por la carga de la forma

$$\bar{S}'_G = 14400 + j0 = 14400 \angle 0^\circ \text{ VA}$$

En la línea se producirán ahora unas pérdidas de potencia que valen

$$P'_l = 3 \cdot 1 \cdot 24^2 = 1728 \text{ W}$$

$$Q'_l = 3 \cdot 1 \cdot 24^2 = 1728 \text{ Var}$$

La potencia que suministra en estas condiciones el generador, según el teorema de Boucherot, valdrá

$$P'_G = P'_C + P'_l = 14400 + 1728 = 16128 \text{ W}$$

$$Q'_G = Q'_C + Q'_l = 0 + 1728 = 1728 \text{ Var}$$

$$\boxed{\bar{S}'_G = 16128 + j1728 \text{ VA} = 16220,3 \angle 6,116^\circ \text{ VA}}$$

Por tanto, la nueva tensión en bornes del generador será

$$|\bar{U}'_G| = \frac{|\bar{S}'_G|}{\sqrt{3} \cdot |\bar{I}'_G|} = \frac{16220,3}{\sqrt{3} \cdot 24} = 390,2 \text{ V} \rightarrow \boxed{U'_G = 390,2 \text{ V}}$$

1.8 Problema 8

Un generador trifásico equilibrado alimenta, a la tensión constante de 1810 V, una línea a la que están conectados dos receptores equilibrados A y B, como se representa esquemáticamente en la figura.

El receptor A consume permanentemente una potencia de 376,2 kW.

Con los interruptores K_1 y K_2 cerrados, se mide en el amperímetro A_3 una corriente de 70 A y el factor de potencia en bornes del generador es 0,8 (inductivo).

a) Calcular las lecturas de los amperímetros A_1 y A_2 y el factor de potencia del receptor A.

Se abren los dos interruptores K_1 y K_2 , y una vez alcanzado el régimen permanente, se mide un factor de potencia en bornes del generador de 0,96 (capacitivo).

b) Calcular el valor de X_4 .

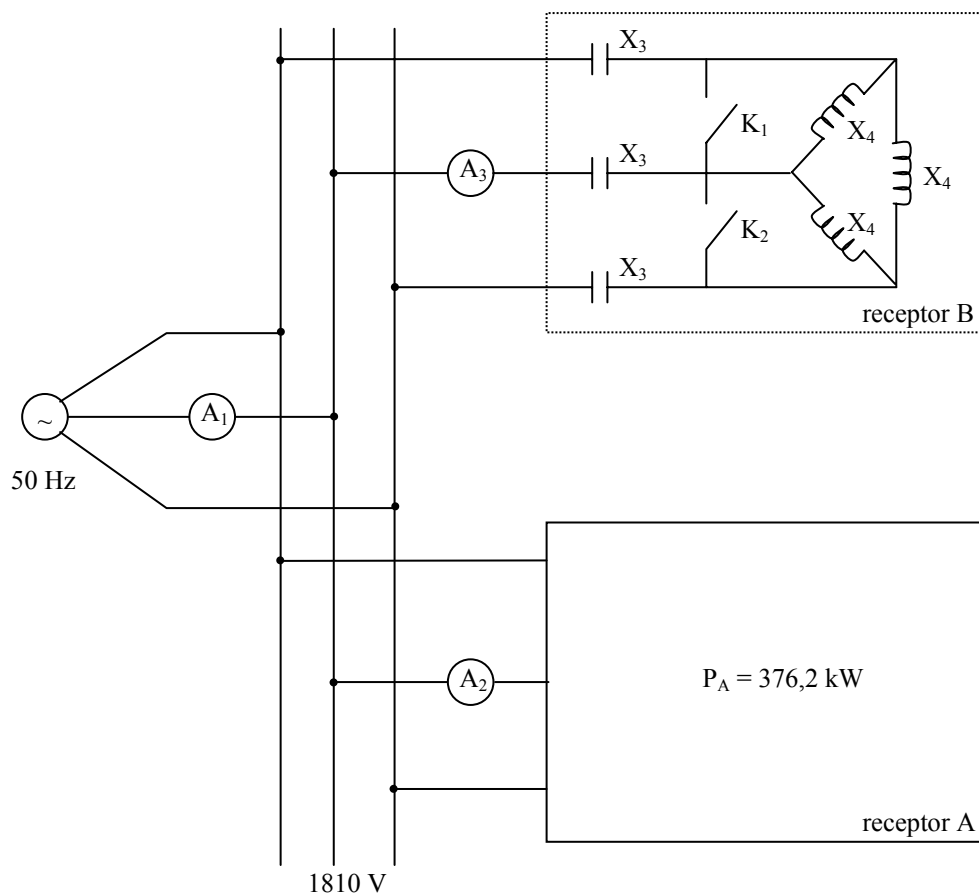


Figura 1.8.1

Resolución:

a) Con los dos interruptores K_1 y K_2 cerrados, la única potencia activa proporcionada por el generador es la consumida por el receptor A, puesto que el receptor B es una capacidad pura. Por tanto,

$$P_G = P_A = 376,2 \text{ kW}$$

La corriente suministrada por el generador será:

$$I_G = I_1 = \frac{P_G}{\sqrt{3} U_G \cos \varphi} = \frac{376200}{\sqrt{3} \cdot 1810 \cdot 0,8} = 150 \text{ A} \rightarrow \boxed{A_1 = 150 \text{ A}}$$

al ser el factor de potencia 0,8 inductivo $\varphi_G = -36,87^\circ$

$$\bar{I}_G = 150 \angle -36,87^\circ = (120 - j90) \text{ A}$$

La potencia reactiva suministrada por el generador vale

$$Q_G = P_G \tan \varphi_G = 376,2 \cdot 0,75 = 282,15 \text{ kVar}$$

Y su potencia aparente,

$$\bar{S}_G = 376,2 + j282,15 = 470,25 \angle 36,87^\circ \text{ kVA}$$

La potencia reactiva del receptor B, con los interruptores K_1 y K_2 cerrados, se puede calcular a partir de

$$Q_B = -\sqrt{3} U_G I_B \quad I_B = I_3 \quad I_3 = 70 \text{ A}$$

$$Q_B = -\sqrt{3} \cdot 1810 \cdot 70 = -219,45 \text{ kVar}$$

y con este valor puede determinarse la reactancia capacitiva:

$$X_3 = \frac{Q_B}{-3 I_B^2} = \frac{-219450}{-3 \cdot (70)^2} = 14,93 \Omega$$

Por tanto, la potencia reactiva absorbida por el receptor A se obtendrá como diferencia entre la proporcionada por el generador y la absorbida por el receptor B.

$$Q_A = Q_G - Q_B = [282,15 - (-219,45)] = 501,6 \text{ kVar}$$

Por tanto, la potencia aparente del receptor A vale

$$\bar{S}_A = (376,2 + j501,6) \text{ kVA} = 627 \angle 53,13^\circ \text{ kVA}$$

$$\bar{S}_A = \sqrt{3} \bar{U}_G \cdot \bar{I}_A^*$$

$$\bar{I}_A^* = \frac{627000 \angle 53,13^\circ}{\sqrt{3} \cdot 1810 \angle 0^\circ} = 200 \angle 53,13^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_A = \bar{I}_2 = 200 \angle -53,13^\circ = (120 - j160) \text{ A}$$

La lectura del amperímetro A_2 será de 200 A. $\rightarrow \boxed{A_2 = 200 \text{ A}}$

También se puede calcular $\bar{I}_A$ a partir de $\bar{I}_A = \bar{I}_G - \bar{I}_B = 150 \angle -36,87^\circ - 70 \angle 90^\circ = (120 - j160) \text{ A}$

b) Al abrir los interruptores K_1 y K_2 , no se modifica la potencia activa suministrada por el generador, ya que sólo se introduce en el circuito una reactancia inductiva:

$$P'_G = P_G$$

Como consecuencia, la corriente suministrada por el generador valdrá

$$I'_G = \frac{P'_G}{\sqrt{3} U_G \cos \varphi'_G} = \frac{376200}{\sqrt{3} \cdot 1810 \cdot 0,96} = 125 \text{ A} \quad \cos \varphi = 0,96(c) \quad \varphi = -16,26^\circ$$

$$\bar{I}_G = 125 \angle 16,26^\circ = (120 + j35) \text{ A}$$

Al no variar la impedancia del receptor A, ni la tensión de alimentación, tampoco varía la corriente que consume y, por lo tanto,

$$\bar{I}'_A = \bar{I}_A = (120 - j160) \text{ A}$$

Igualmente no varía la potencia reactiva consumida por el receptor, o sea, $Q'_A = Q_A$.

Resulta, pues,

$$\bar{I}'_B = \bar{I}'_G - \bar{I}'_A = (120 + j35) - (120 - j160) = j195 = 195 \angle 90^\circ \text{ A}$$

La indicación del amperímetro A_3 es de 195 A.

La potencia reactiva suministrada por el generador en estas condiciones vale

$$Q'_G = P'_G \operatorname{tg} \varphi'_G = 376,2 \cdot (-0,292) = -109,725 \text{ kVar}$$

$$\bar{S}_G = 376,2 - j109,725 = 391,875 \angle -16,26^\circ \text{ kVA}$$

La potencia absorbida por los condensadores del receptor B será

$$Q'_{X3} = -3 X_3 I'^2_B = 3 \cdot 14,93 \cdot 195^2 = -1703,140 \text{ kVar}$$

Por diferencia entre la potencia reactiva que suministra el generador y las absorbidas por los condensadores del receptor B y del receptor A, se obtendrá la potencia reactiva absorbida por las bobinas del receptor B:

$$Q'_{X4} = Q'_G - Q'_{X3} - Q'_A = -109,725 - (-1702,98) - 501,6 \quad Q_A = Q'_A$$

$$Q_{X4} = 1091,65 \text{ kVar}$$

La corriente que pasa por las reactancias X_4 vale: $I'_{X4} = I'_B / \sqrt{3}$

A partir de Q_{X4} se puede obtener X_4 como se indica:

$$X_4 = \frac{Q'_{X4}}{3 I'^2_{X4}} = \frac{Q'_{X4}}{I'^2_B} = \frac{1091650}{195^2} = 28,71 \Omega \quad \rightarrow \quad \boxed{X_4 = 28,71 \Omega}$$