

TOPOGRAFIA

Prof.: Paulo Mota



Graduado em Geologia e Mestre em Geociências pela Universidade Federal do Amazonas (UFAM). Possui trabalhos científicos realizados em petrografia, sedimentologia, geoquímica e geomorfologia fluvial. Experiência profissional em prospecção mineral, geotecnia e perfilagem de poços de petróleo. Como professor, ministrou aulas de geologia geral, geologia econômica, geologia do petróleo, mecânica dos solos, topografia e geoprocessamento.

Endereços eletrônicos

<http://lattes.cnpq.br/8973631750212233>

<https://br.linkedin.com/in/paulo-mota-88a24aba>

pmota.geologia@gmail.com

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Mota, Paulo
Topografia [livro eletrônico] : curso básico /
Paulo Mota. -- Manaus, AM : Ed. do Autor, 2023.
PDF

Bibliografia.
ISBN 978-65-00-75713-2

1. Cartografia 2. Geologia 3. Topografia
I. Título.

23-165685

CDD-551

Índices para catálogo sistemático:

1. Geologia 551

Tábata Alves da Silva - Bibliotecária - CRB-8/9253

Sumário

1 - INTRODUÇÃO	6
1.1. DEFINIÇÃO E APLICAÇÕES	6
1.2. TEORIA DOS ERROS	8
1.3. DISTÂNCIAS, ÂNGULOS E TRIGONOMETRIA	10
1.3.1 Ângulos internos e externos de uma poligonal 12	
1.3.2. Ângulo de deflexão	16
1.3.3. Trigonometria	17
1.3.4. Exercícios	24
1.4 EQUIPAMENTOS	30
1.4.1. Teodolito	30
1.4.2. Estação Total	36
1.4.3. Real Time Kinematic (RTK)	39
1.4.4. Drones	40
1.4.5. Nível Ótico	42
1.4.6. Trens	46
1.4.7. Bússola	48
1.4.8 Instalação do teodolito	49
1.4.9 Piquetes	60
1.4.10 Mira topográfica	62
1.4.11 Prisma	67
1.5 SISTEMAS DE COORDENADAS	69

1.5.1 Coordenadas Geográficas	69
1.5.2 Coordenadas UTM.....	72
1.5.3 Coordenadas Topográficas	76
2 - PLANIMETRIA	78
2.2 CÁLCULOS DE RUMOS E AZIMUTES	78
2.3 MEDIDAS DE DISTÂNCIA E DIFERENÇA DE NÍVEL..	93
2.3.1. Exercícios	100
2.4 POLIGONAIS	110
2.5 CÁLCULO DE ÁREAS	123
2.5.1 Exercício	134
2.6 ESCALAS	139
2.7 EXERCÍCIO	141
3 – ALTIMETRIA	146
3.1 REFERENCIAL DE NÍVEL, ALTITUDES E COTAS...	146
3.2 CURVAS DE NÍVEL.....	149
3.2.1 Exercício	176
3.3 NIVELAMENTO	196
3.3.1 Nivelamento Geométrico	197
3.4 PRODUTOS CARTOGRÁFICOS	202
3.5 PLANIALTIMETRIA	208
4 – GEODÉSIA	214
4.1 SISTEMA GEODÉSICO DE REFERÊNCIA	214

4.2	COORDENADAS OBTIDAS EM TRABALHO DE CAMPO	217
4.3	SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL (GPS)..	219
4.4	SISTEMAS DE PROJEÇÃO.....	221
5	– VOLUMES.....	224
5.1.	CÁLCULO DE VOLUMES	224
5.1.1	EXERCÍCIOS	240
6.	MEMORIAL DESCRITIVO	245
	REFERÊNCIAS	249

1 - INTRODUÇÃO

1.1. DEFINIÇÃO E APLICAÇÕES

A topografia é um termo proveniente das expressões gregas *topos* (lugar) e *graphia* (escrita), significando a descrição de determinado lugar. Sendo, portanto, uma ciência que tem a finalidade de descrever os aspectos e características da superfície terrestre. Bastante utilizada para auxiliar trabalhos de engenharia civil, mineração, geoprocessamento, mapeamentos geológicos, projetos de urbanização entre outras atividades correlatas. Imprescindível para os trabalhos preliminares em qualquer tipo de obra ou projetos de construção civil, urbanismo, planejamento para lavras de minério, construções de estradas, pontes, represas, determinação do padrão de drenagens, escoamento superficial da água da chuva e localização de nascentes com mapas de curvas de nível, entre outros exemplos.

Com relação a sustentabilidade, o estudo topográfico e cálculos de volumes, permitem a criação de projetos urbanos e arquitetônicos mais elaborados com menores trabalhos de movimentações de solo e melhor aproveitamento do relevo natural. Reduzindo os impactos e criando ambientes mais saudáveis. Algo obtido através da combinação da engenharia civil com a arquitetura e urbanismo. Outra aplicação importante dos estudos topográficos é a determinação das áreas sujeitas a alagamento e escorregamento, definidas com áreas de risco e delimitadas como impróprias para habitação em planejamento urbano.

Além destes exemplos também podemos citar a aplicação em escala global como a determinação do relevo terrestre e de outros planetas através de uso de levantamentos por satélites de sensoriamento remoto, combinando os conhecimentos de topografia com a Geodésia. Esta última, uma ciência que estuda as dimensões da Terra com suas formas naturais levando em consideração o nível médio dos mares e a variação do campo gravitacional. Ciência que, através do uso do sistema de posicionamento por satélites e sensoriamento remoto, desenvolveu os sistemas globais geodésicos de referência atuais como o WGS84 e o SIRGAS.

Esta combinação de conhecimentos e técnicas aplicadas para a determinação da topografia de uma área com os Sistemas Geodésico de Referência dá origem aos modelos digitais de terreno (MDT), os quais, combinados com as imagens de satélites ou fotogrametria por drones auxiliam nos trabalhos de geoprocessamento.

Assim, o objetivo principal deste trabalho é proporcionar ao estudante a capacidade de conhecer, através de técnicas e equipamentos, os fundamentos que envolvem os levantamentos topográficos. Alcançando conhecimentos necessários e essenciais para levantamentos de áreas, altimetria, produção de mapas de curvas de nível, hipsométricos, cálculos de volumes em terraplenagem, etc.

1.2. TEORIA DOS ERROS

A representação da superfície do terreno em um plano é realizada através de diversas medidas de direções, posicionamentos, distâncias e altitudes. Entretanto, estas medidas estarão afetadas por diversos parâmetros como condições ambientais, erros instrumentais e erros pessoais.

As condições ambientais como vento, chuva, neve, variação de temperatura, entre outras, podem afetar as medidas em campo. Como, por exemplo, a variação do comprimento de uma trena a partir do aumento da temperatura no clima local durante as medidas de campo.

Os erros instrumentais podem ocorrer por defeitos presentes nos equipamentos que afetam as medidas. Onde os trabalhos de calibração e ajustes finos podem diminuir estas imperfeições.

Enquanto, erros pessoais, são aqueles ligados a falhas humanas geralmente influenciados por falta de atenção ou cansaço como, por exemplo, os erros de catenária, falta de horizontalidade e desvio lateral da trena ou falta de verticalidade da baliza topográfica (figuras 1.2.1 e 1.2.2). Anotações erradas e enganos de contagem de lances em medidas com trenas também são exemplos de erros pessoais.

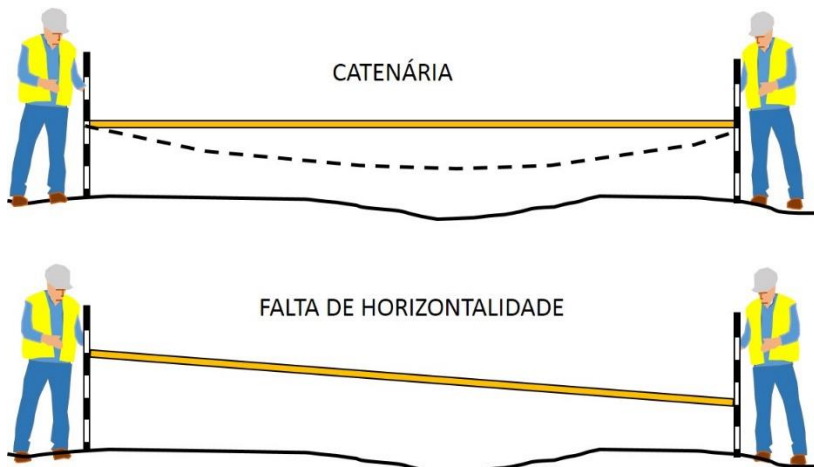


Figura 1.2.1. Erros comuns em medidas de campo com trena.



Figura 1.2.2. Erros de verticalização da baliza topográfica.

O erro ocorrido por catenária ocorre pelo próprio peso da trena quando a tensão horizontal não é suficiente para mantê-la reta. Causando um erro que provoca o aumento da distância real medida. Dentre os equipamentos atuais utilizados que evitam estes erros existe a trena a laser. Um equipamento que emite sinais a laser que refletem no objeto, retornam e têm sua distância medida automaticamente.

1.3. DISTÂNCIAS, ÂNGULOS E TRIGONOMETRIA

As medidas de distâncias, assim como outras formas de medir parâmetros físicos, seguem padrões estabelecidos para facilitar a comunicação das informações registradas. No Brasil, a unidade utilizada para registro de distâncias é o metro (m), enquanto outros países podem utilizar outras unidades como léguas, jardas, pés, milhas etc. Entretanto, dependendo da distância medida a unidade métrica pode ser expressa de diferentes maneiras. Como é o caso da distância entre cidades que são expressas em quilômetros, ou o comprimento de um tijolo expresso em centímetros ou milímetros. Estas diferentes expressões muitas vezes requerem mudanças das unidades para realização de cálculos matemáticos, assim a relação entre as unidades métricas é apresentada como segue:

Quilômetro (km), $1 \text{ km} = 1000\text{m}$.

Hectômetro (hm), $1 \text{ hm} = 100\text{m}$.

Decâmetro (dam), $1 \text{ dam} = 10\text{m}$.

Decímetro (dm), $1 \text{ dm} = 0,1\text{m}$.

Centímetro (cm), $1\text{cm} = 0,01\text{m}$.

Milímetro (mm), $1 \text{ mm} = 0,001\text{m}$.

Exemplo 1.3.1. A altura em relação ao solo de um teodolito posicionado no tripé é de 1,57 m, qual seria esta altura em mm?

Resposta: como a relação de metro para milímetro é de $1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$, faz-se a conversão a partir de $1,57 \text{ m} = 1,57 \times 1000 \text{ mm}$. Assim a altura mede 1570 mm.

Exemplo 1.3.2. De acordo com o problema na questão anterior, exemplo 1.3.1, qual seria a altura do teodolito em relação ao solo em cm?

Resposta: $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, então $1,57 \text{ m} = 1,57 \times 100 \text{ cm}$. Assim, a altura em cm é igual a 157 cm.

Ângulos são grandezas matemáticas originadas entre duas retas que possuem ponto de intersecção, o vértice do ângulo. Suas unidades de medidas são graus ($^{\circ}$), minutos ($'$) e segundos ($''$), onde:

$$1^{\circ} = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1'' = (1/60)'$$

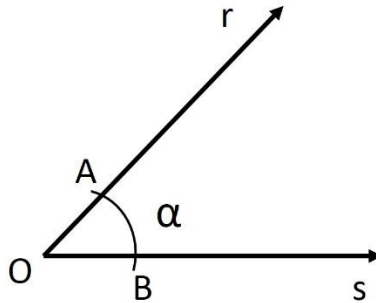


Figura 1.3.1. Ângulo alfa formado pelas retas r e s .

Possuem diversas denominações de acordo com suas medidas como:

Ângulo reto: igual a 90° .

Ângulo agudo: menor que 90° .

Ângulo raso: igual a 180° .

Ângulo obtuso: maior que 90° e menor que 180° .

Em diversos casos ocorre a necessidade de realizar operações matemáticas com os ângulos como transformá-los em suas formas decimais para melhor apresentação em cartas topográficas. Entre outras operações como subtração, adição, divisão e multiplicação.

Exemplo 1.3.3. Transforme os ângulos em sua forma decimal.

- a) $20^\circ 32' 64'' =$
- b) $10^\circ 42' 46'' =$
- c) $210^\circ 32' 4'' =$
- d) $110^\circ 27' 14'' =$
- e) $0^\circ 32' 4'' =$

Respostas:

- a) $20^\circ 32' 64'' = 20,5511$
- b) $10^\circ 42' 46'' = 10,7127$
- c) $210^\circ 32' 4'' = 210,5344$
- d) $110^\circ 27' 14'' = 110,4538$
- e) $0^\circ 32' 4'' = 0,5344$

Exemplo 1.3.4. Qual a soma dos ângulos apresentados abaixo?

a) $59^{\circ}09'45'' + 39^{\circ}35'36'' =$

Resposta: $98^{\circ}45'21''$

Exemplo 1.3.5. Realize as operações matemáticas com os ângulos abaixo:

a) $59^{\circ}09'45'' - 39^{\circ}35'36'' =$

b) $59^{\circ}09'45'' \times 2 =$

c) $260^{\circ}30'50'' / 2 =$

Respostas:

a) $59^{\circ}09'45'' - 39^{\circ}35'36'' = 19^{\circ}34'09''$

b) $59^{\circ}09'45'' \times 2 = 118^{\circ}19'30''$

c) $260^{\circ}30'50'' / 2 = 130^{\circ}15'25''$

1.3.1 Ângulos internos e externos de uma polígono

Os ângulos formados pelas retas que definem uma poligonal podem ser calculados através de suas relações geométricas. Pois suas somas podem ser calculadas de acordo com as expressões:

$$Si = 180^{\circ} \cdot (n-2)$$

Onde, Si = soma dos ângulos internos.

n = número de lados do polígono.

$$Se = 180^{\circ} \cdot (n+2)$$

Se = soma dos ângulos externos.

n = número de lados do polígono.

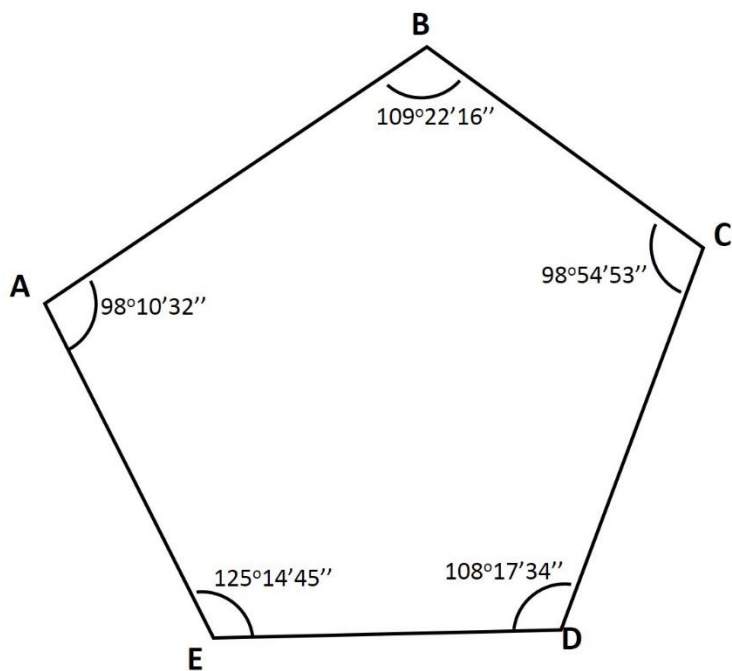


Figura 1.3.1.1. Ângulos internos de um polígono de cinco lados.

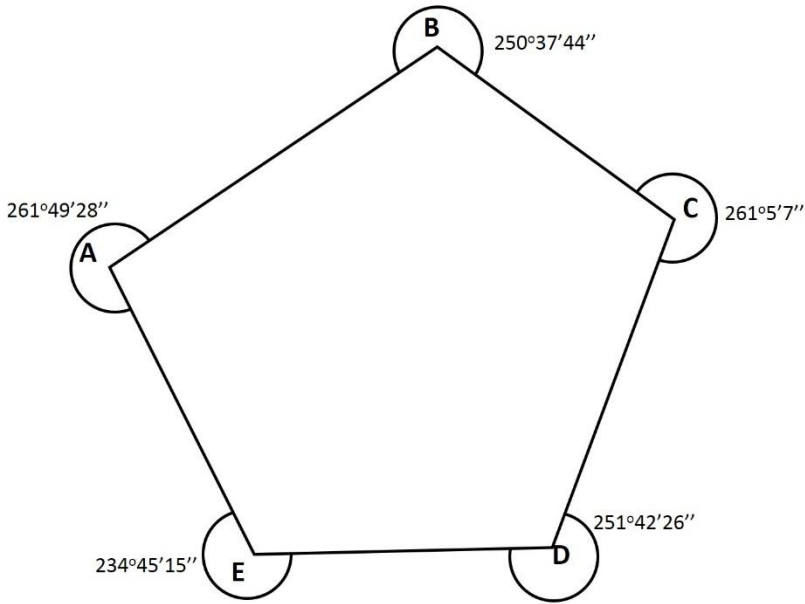


Figura 1.3.1.2. Ângulos externos de um polígono de cinco lados.

Exemplo 1.3.1.1. Calcule a soma dos ângulos internos do polígono na figura 1.3.2.

Resposta:

$$Si = 180 \times (n-2) = 180 \times (5 - 2) = 540^{\circ}$$

Exemplo 1.3.1.2. Calcule a soma dos ângulos externos do polígono na figura 1.3.3.

Resposta:

$$Se = 180 \times (n+2) = 180 \times (5 + 2) = 1260^{\circ}$$

Em um levantamento topográfico de caminhamento ou de poligonais com uso de teodolito, estação total ou nível ótico é comum o uso de ângulos externos ou internos associados a cálculos de distâncias para a medidas de perímetros, áreas ou levantamentos

altimétricos. Os ângulos nestes levantamentos são obtidos, por exemplo, com o direcionamento do equipamento para uma visada de Ré, registro das medidas e mudança da direção do equipamento para uma visada Vante. A Ré representa a visada de um ponto atrás da estação em sentido contrário a direção do caminhamento. Enquanto a Vante representa uma visada em direção ao caminhamento a ser realizado. Os ângulos obtidos, internos e externos, podem ser utilizados para calcular e corrigir os erros angulares e os azimutes de cada ponto.

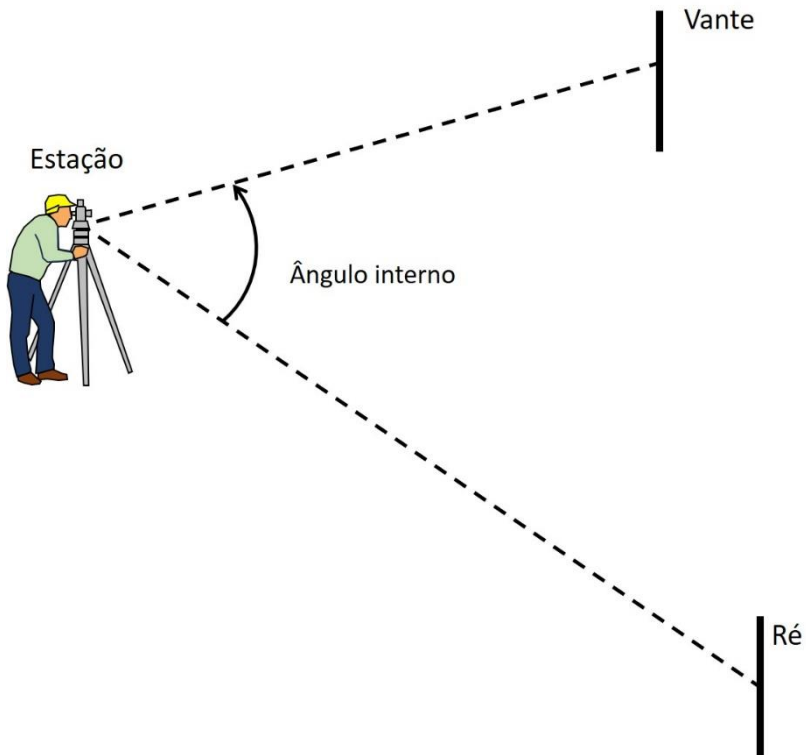


Figura 1.3.1.3. Ângulo interno em um levantamento topográfico.

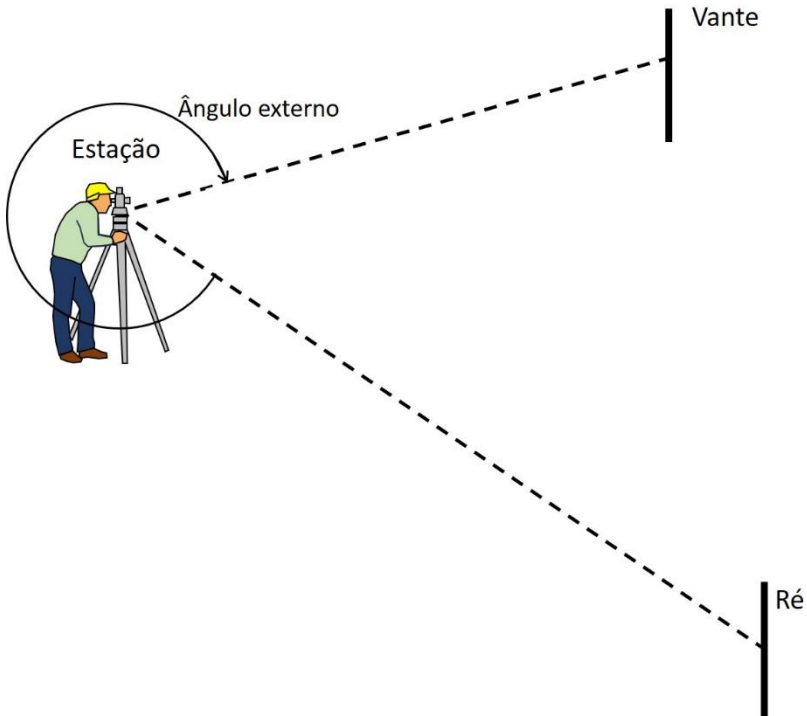


Figura 1.3.1.4. Ângulo externo em um levantamento topográfico.

1.3.2. Ângulo de deflexão

Ângulo horizontal formado pelo prolongamento da linha entre dois pontos e o alinhamento do próximo ponto da poligonal, medindo um total de 180° . Este ângulo pode ser medido com crescimento para direita (Dd) ou para esquerda (De) como mostra a figura a seguir. Onde uma relação importante entre eles é a soma total de todos, a qual é igual a 360° , considerando os ângulos com crescimento para a esquerda com sinal negativo.

$$\sum Dd - \sum De = 360^\circ$$

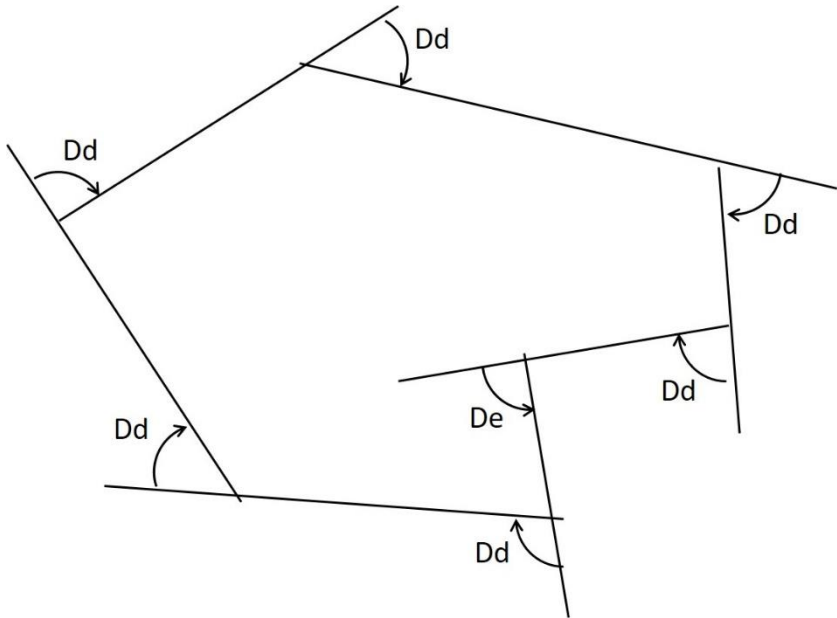


Figura 1.3.2.1. Ângulos de deflexão de uma poligonal.

1.3.3. Trigonometria

A trigonometria, uma das mais antigas áreas da matemática, é utilizada amplamente pela topografia, principalmente nos cálculos de distâncias e áreas.

Os cálculos após trabalhos de campo utilizam em grande parte as propriedades trigonométricas extraídas do triângulo retângulo e uso da Lei dos Senos e Lei dos Cossenos de um triângulo qualquer.

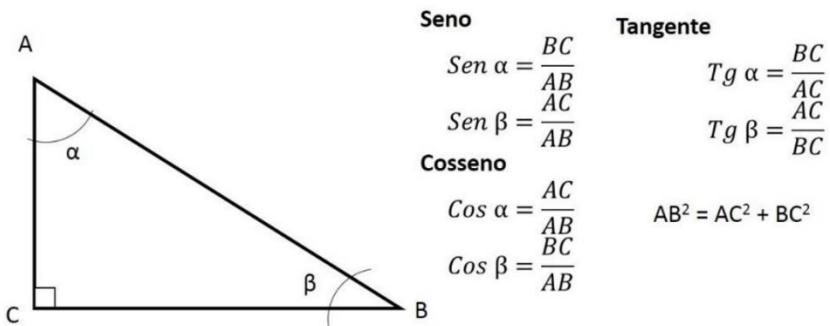


Figura 1.3.3.1. Relações trigonométricas do triângulo retângulo.

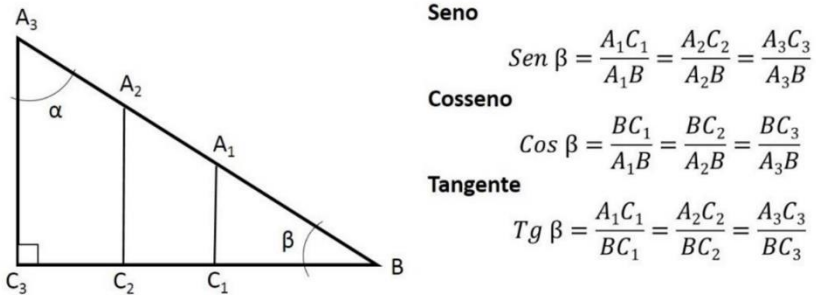


Figura 1.3.3.2. Semelhança de triângulos.

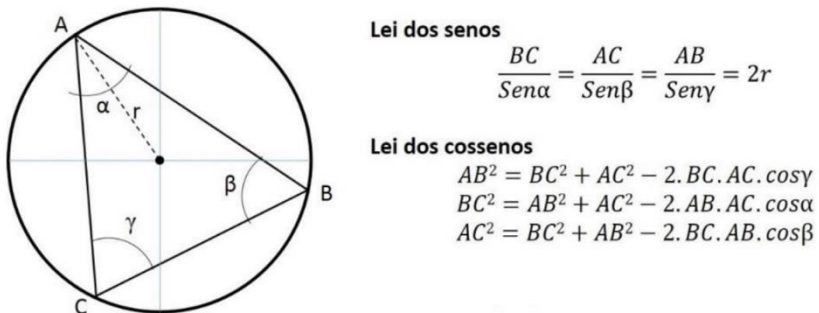


Figura 1.3.3.3. Relações trigonométricas de um triângulo qualquer.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Exemplo 1.3.3.1. Calcule as distâncias dos segmentos AC e AD de acordo com as informações apresentadas no levantamento da figura abaixo.

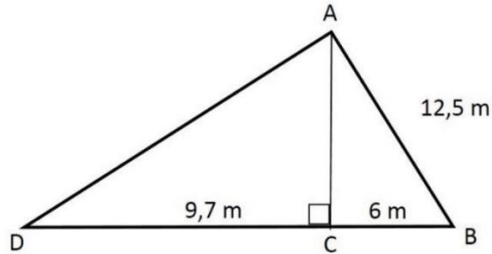


Figura 1.3.8.

Resolução:

a) Utilizando o triângulo ABC encontramos o segmento AC através da expressão:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

Assim, substituindo os valores apresentados, temos:

$$12,5^2 = 6^2 + AC^2$$

$$AC^2 = 12,5^2 - 6^2$$

$$AC^2 = 120,25$$

$$AC = \sqrt{120,25}$$

$$AC = 10,96 \text{ m}$$

b) Em seguida através do triângulo ACD, temos:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$

$$AD^2 = 10,96^2 + 9,7^2$$

$$AD = 14,63 \text{ m}$$

Exemplo 1.3.3.2. Calcule o perímetro do polígono apresentado abaixo:

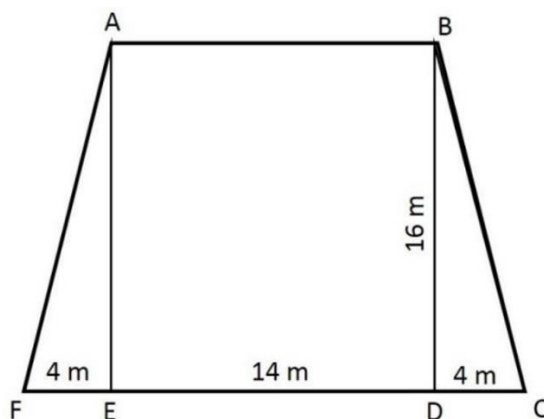


Figura 1.3.8.

Resolução:

Utilizando o Teorema de Pitágoras no triângulo AEF, temos:

$$AF^2 = 4^2 + 16^2$$

$$AF = \sqrt{272}$$

$$AF = 16,49 \text{ m}$$

Assim, o perímetro será:

$$\text{Perímetro} = 4 + 14 + 4 + 16,49 + 14 + 16,49 = 68,98 \text{ m}$$

Exemplo 1.3.3.3. Após o levantamento de dois pontos de difícil acesso devido a um rio que atravessa a área, calcule a distância entre os pontos A e B.

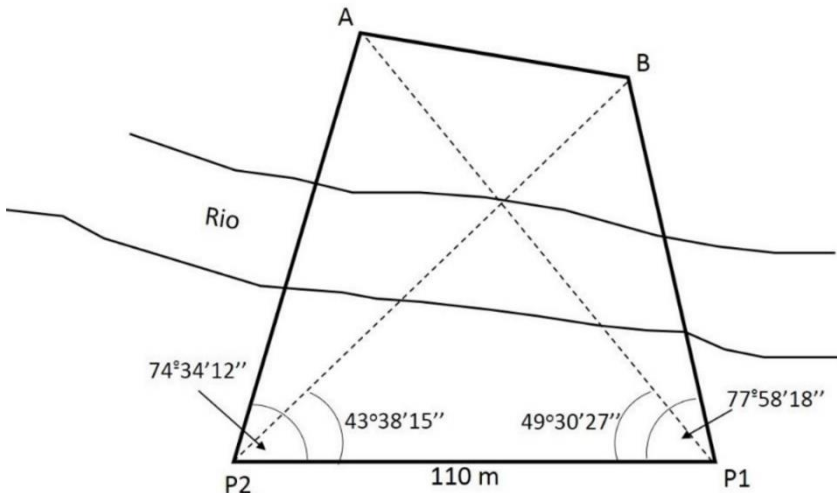


Figura 1.3.9. Poligonal para medidas de distâncias. Modificado de Tuler e Saraiva (2014).

Resolução: Modificando a identificação dos seguimentos dos ângulos para facilitar os cálculos, apresentado na figura 1.3.10., temos:

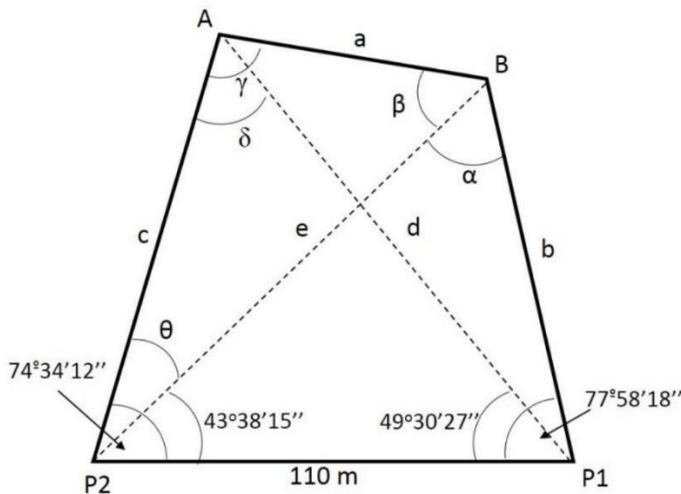


Figura 1.3.10.

Assim, utilizando a Lei dos senos para o triângulo BP1P2, podemos montar a equação:

$$\frac{e}{\sin 77^{\circ}58'18''} = \frac{b}{\sin 43^{\circ}38'15''} = \frac{110}{\sin \alpha}$$

Como a soma dos ângulos internos do triângulo é igual a 180°, o valor de alfa é:

$$\alpha = 180^{\circ} - 77^{\circ}58'18'' - 43^{\circ}38'15''$$

$$\alpha = 58^{\circ}23'27''$$

Então a equação da Lei dos senos é modificada substituindo o alfa:

$$\frac{e}{\sin 77^{\circ}58'18''} = \frac{b}{\sin 43^{\circ}38'15''} = \frac{110}{\sin 58^{\circ}23'27''}$$

E encontrando valor do lado e:

$$\frac{e}{\sin 77^{\circ}58'18''} = \frac{110}{\sin 58^{\circ}23'27''}$$

$$e = 126,32m$$

Em seguida utilizando o triângulo AP1P2:

Encontra-se o ângulo delta e o lado c através da lei dos senos:

$$\delta = 180^{\circ} - 74^{\circ}34'12'' - 49^{\circ}30'27''$$

$$\delta = 55^{\circ}55'21''$$

$$\frac{c}{\sin 49^{\circ}30'27''} = \frac{d}{\sin 74^{\circ}34'12''} = \frac{110}{\sin 55^{\circ}55'21''}$$

$$\frac{c}{\sin 49^{\circ}30'27''} = \frac{110}{\sin 55^{\circ}55'21''}$$

$$c = 100,99m$$

Então, agora utilizando o triângulo ABP2 encontra-se o ângulo θ :

$$\theta = 74^{\circ}34'12'' - 43^{\circ}38'15'' = 30^{\circ}55'57''$$

Em seguida utilizando a Lei dos Cossenos para este último triângulo:

$$a^2 = c^2 + e^2 - 2.c.e.\cos\theta$$

$$a^2 = 100,99^2 + 126,32^2 - [(2).(100,99).(126,32).(\cos 30^{\circ}55'57'')]$$

$$a = 65,34 \text{ m}$$

Assim, a distância entre os pontos A e B é:

$$AB = 65,34 \text{ m}$$

1.3.4. Exercícios

1. Em um levantamento de campo foram anotadas em diversas unidades diferentes as medidas de distâncias. Com o objetivo de organizar as informações, faça a conversão de todas as unidades para metro.

Tabela 1.3.4.1. Medidas coletadas em levantamento no terreno.

Ordem	Medidas	Unidade	Medidas	Unidade
1 – 2	82	pés		metro
2 – 3	64	jardas		metro
3 – 4	1256	polegadas		metro
4 – 5	8300	mm		metro
5 – 6	1753	cm		metro
6 – 7	0,065	km		metro
7 – 8	9,3	dam		metro
8 – 9	0,78	hm		metro
9 – 10	28654	mm		metro
10 - 1	272	dm		metro

2. Realize a conversão das seguintes unidades:

- 234,00 m para km
- 0,45 km para m
- 152,3 cm para m
- 38,70 m para mm

1.3.3. Transforme os ângulos apresentados para sua forma decimal.

- $3^{\circ}15'32'' =$
- $306^{\circ}25'02'' =$
- $33^{\circ}25'02'' =$
- $83^{\circ}55'18'' =$
- $230^{\circ}44'32'' =$
- $154^{\circ}12'43'' =$
- $180^{\circ}15'48'' =$
- $23^{\circ}35'53'' =$

i) $42^{\circ}41'09'' =$

j) $9^{\circ}51'21'' =$

3. Transforme os ângulos apresentados para sua forma sexagesimal, em graus, minutos e segundos.

a) $3,259^{\circ} =$

b) $2,306^{\circ} =$

c) $4,33^{\circ} =$

d) $8,355^{\circ} =$

e) $4,230^{\circ} =$

f) $15,412^{\circ} =$

g) $18,015^{\circ} =$

h) $23,356^{\circ} =$

i) $42,09^{\circ} =$

j) $9,215^{\circ} =$

4. Realize a soma dos seguintes ângulos abaixo:

a) $59^{\circ}09'45'' + 39^{\circ}35'36'' =$

b) $260^{\circ}09'55'' + 139^{\circ}35'35'' =$

c) $00^{\circ}02'50'' + 02^{\circ}20'00'' =$

d) $14^{\circ}59'56'' + 1^{\circ}21'12'' =$

e) $16^{\circ}20'30'' + 12^{\circ}21'12'' =$

f) $10^{\circ}02'50'' + 02^{\circ}20'02'' =$

g) $359^{\circ}02'50'' + 02^{\circ}20'02'' =$

5. Faça a subtração dos ângulos abaixo:

a) $59^{\circ}09'45'' - 39^{\circ}35'36'' =$

b) $280^{\circ}10'20'' - 139^{\circ}05'15'' =$

c) $280,1722^{\circ} - 139,0875^{\circ} =$

d) $16^{\circ}48'30'' - 12^{\circ}21'12'' =$

e) $10^{\circ}02'50'' - 02^{\circ}20'02'' =$

f) $80^{\circ}02'20'' - 38^{\circ}40'32'' =$

g) $359^{\circ}02'50'' - 02^{\circ}20'02'' =$

6. Qual o resultado das multiplicações e divisões dos ângulos?

a) $59^{\circ}09'45'' \times 2 =$

b) $260^{\circ}30'50'' / 2 =$

c) $16^{\circ}48'30'' \times 2 =$

d) $10^{\circ}02'50'' \times 10 =$