

Daniel Fredon | Alexis Brès | Bérangère Godde | Jean-Noël Beury

MATHÉMATIQUES PHYSIQUE-CHIMIE INFORMATIQUE

PCSI-PC-PSI

FORMULAIRE

9^e édition

DUNOD

l'intel

Couverture : création Hokus Pokus, adaptation Studio Dunod

Retrouvez nos ouvrages pour les prépas scientifiques ici



<http://dunod.link/prepassc>

© Dunod, 2025
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-088477-3

Table des matières

Avant-propos	xi
--------------	----

Mathématiques

1. Analyse	1
-------------------	----------

1.1 Limites et continuité	1
1.2 Nombres réels et suites numériques	1
1.3 Dérivation	4
1.4 Analyse asymptotique	6
1.5 Intégration	9
1.6 Équations différentielles linéaires	12
1.7 Espaces vectoriels normés	14
1.8 Séries numériques	16
1.9 Suites et séries de fonctions	18
1.10 Séries entières	20
1.11 Fonctions de plusieurs variables	22

2. Algèbre générale	25
----------------------------	-----------

2.1 Raisonnement et vocabulaire ensembliste	25
2.2 Applications	29
2.3 Ensembles de nombres usuels	31
2.4 Calculs algébriques	32
2.5 Fonctions circulaires et trigonométrie	33
2.6 Nombres complexes	35
2.7 Polynômes	40

3. Algèbre linéaire et multilinéaire	41
---	-----------

3.1 Systèmes linéaires	41
3.2 Espaces vectoriels	43
3.3 Applications linéaires	46

iv **Table des matières**

3.4 Matrices	49
3.5 Déterminants	52
3.6 Réduction des endomorphismes et des matrices carrées	53
3.7 Espaces préhilbertiens réels	55
3.8 Endomorphismes d'un espace euclidien	57

4. Calcul des probabilités 58

4.1 Dénombrement	58
4.2 Probabilités	60
4.3 Variables aléatoires	62

Physique

1. Étude du signal 69

1.1 Propagation du signal	69
1.2 Interférences et diffraction	72

2. Électronique 75

2.1 Circuits électriques	75
2.2 Circuits linéaires du premier ordre	79
2.3 Oscillateurs libres et forcés	80
2.4 Filtrage linéaire	82
2.5 L'amplificateur linéaire inégré	84
2.6 Stabilité des systèmes linéaires (PSI)	86
2.7 L'amplificateur linéaire intégré et la rétroaction (PSI)	88
2.8 L'A.L.I. et la réaction positive (PSI)	90
2.9 Oscillateurs électroniques	92
2.10 L'échantillonnage	93
2.11 Introduction à la transmission des signaux	95

3. Optique 97

3.1 Optique géométrique	97
3.2 Modèle scalaire des ondes lumineuses (PC)	100
3.3 Déphasage et chemin optique (PC)	103
3.4 Les sources lumineuses (PC)	104
3.5 Les détecteurs de lumière	105
3.6 Superpositions d'ondes lumineuses (PC)	107

3.7 Interféromètres (PC)	109
4. Mécanique	111
4.1 Cinématique d'un point	111
4.2 Dynamique du point	114
4.3 Étude énergétique du point	117
4.4 Dynamique de particules chargées	120
4.5 Moment cinétique du point	120
4.6 Mouvement dans un champ de force centrale conservative	122
4.7 Cinématique et dynamique du solide	125
4.8 Référentiels non galiléens	128
5. Thermodynamique	133
5.1 Description d'un système à l'équilibre	133
5.2 Changement d'état d'un corps pur	134
5.3 Travail, transfert thermique, transformations	136
5.4 Premier et second principes	137
5.5 Machines thermiques	140
5.6 Systèmes ouverts en régime stationnaire	141
5.7 Diffusion de particules	143
5.8 Diffusion thermique	146
6. Mécanique des fluides	153
6.1 Statique des fluides	153
6.2 Description d'un fluide en mouvement	155
6.3 Actions de contact dans un fluide en mouvement	157
6.4 Équations de la dynamique des fluides	160
6.5 Bilans macroscopiques	161
7. Électromagnétisme	163
7.1 Action d'un champ magnétique	163
7.2 Induction, auto-induction et couplage	164
7.3 Conversion de puissance électromécanique	167
7.4 Conservation de la charge électrique	168
7.5 Distributions de charge et champ électrostatique	171
7.6 Propriétés du champ électrostatique	173
7.7 Champs électrostatiques de distributions particulières	176
7.8 Analogie pour le champ de gravitation	178
7.9 Dipôles électriques	179

vi **Table des matières**

7.10 Champs magnétostatiques	181
7.11 Dipôles magnétiques	185
7.12 Équations de Maxwell	187

8. Milieux ferromagnétiques (PSI)	189
--	-----

8.1 Description	189
8.2 Circuits magnétiques	191

9. Conversions de puissances (PSI)	194
---	-----

9.1 Conversion statique	194
9.2 Conversion électro-mécanique	197

10. Ondes	202
------------------	-----

10.1 Ondes sur une corde	202
10.2 Ondes acoustiques	202
10.3 Propagation des champs électromagnétiques	205
10.4 Le champ électromagnétique dans le vide sans charges ni courants électriques	206
10.5 Propagation du champ électromagnétique dans un plasma	207
10.6 Propagation du champ électromagnétique en présence d'un milieu conducteur ohmique	210

11. Mécanique quantique	213
--------------------------------	-----

11.1 Premières notions	213
11.2 Physique du laser (PC)	215
11.3 Fonction d'onde (PC)	217
11.4 Particule libre (PC)	218
11.5 États stationnaires d'une particule dans des potentiels constants par morceaux (PC)	220

Chimie

1. Transformations de la matière : Aspects thermodynamiques	223
--	-----

1.1 Système physico-chimique	223
1.2 Transformation chimique d'un système	225

1.3 Premier principe de la thermodynamique appliqué aux transformations physico-chimiques	228
1.4 Deuxième principe de la thermodynamique appliqué aux transformations physico-chimiques	230
2. Transformations de la matière : Aspects cinétiques	236
2.1 Cinétique formelle	236
2.2 Mécanismes réactionnels	241
2.3 Cinétique en réacteur ouvert	244
3. Constitution de la matière	246
3.1 Structure des entités chimiques	246
3.2 Relations entre structure et propriétés physiques macroscopiques	250
3.3 Modélisation quantique et réactivité	254
3.4 Constitution et réactivité des complexes	259
4. État solide	263
4.1 Modèle du cristal parfait	263
4.2 Types de cristaux	266
5. Transformations chimiques en solutions aqueuses	267
5.1 Réactions acide-base	267
5.2 Réactions de précipitation	270
5.3 Réactions d'oxydo-réduction	272
6. Chimie organique	283
6.1 Description des molécules organiques	283
6.2 Polarimétrie et spectroscopie	292
6.3 Sélectivité	295
6.4 Mécanismes en chimie organique	295
6.5 Réactions d'oxydo-réduction en chimie organique (option PC en PCSI ; PC)	301
6.6 Activation de groupes caractéristiques (option PC en PCSI ; PC)	305
6.7 Protection et déprotection de fonctions (option PC en PCSI ; PC)	311

6.8 Conversion de groupes caractéristiques	312
6.9 Création de liaisons carbone-carbone	319

Informatique

1. Programmation en Python	325
1.1 Type. Liste. Fonction	325
1.2 Représentation graphique	331
1.3 Terminaison. Correction. Complexité	331
1.4 Algorithmes. Recherche dans une liste. Recherche par dichotomie	333
1.5 Lecture et écriture de fichiers	334
1.6 Matrices de pixels et images	335
1.7 Pile. File	339
1.8 Récursivité	340
1.9 Tris	341
1.10 Algorithme glouton	345
1.11 Graphes	346
1.12 Recherche d'un plus court chemin	351
1.13 Programmation dynamique	355
1.14 Intelligence artificielle	357

2. Bases de données	365
----------------------------	------------

Annexe A : Formulaire de trigonométrie	373
---	------------

1. Angles associés	373
2. Formules d'addition	373
3. Formules de duplication	373
4. Formules de linéarisation	374
5. Transformation de sommes en produits	374
6. Expressions en fonction de $t = \tan(a/2)$	374
7. Équations trigonométriques	374

Annexe B : Champs scalaires – champs vectoriels	375
--	------------

1. Coordonnées cartésiennes	375
2. Propriétés	375
3. Coordonnées cylindriques	376
4. Coordonnées sphériques	377

Annexe C : Unités et constantes fondamentales	378
1. Unités du système international	378
2. Constantes fondamentales	379
3. Ordres de grandeur	380
Annexe D : Séries de Fourier des signaux classiques	381
1. Signal 1 : rampe	381
2. Signal 2 : triangle	381
3. Signal 3 : sinus redressé (double alternance)	381
4. Signal 4 : sinus redressé (monoalternance)	381
5. Signal 5 : porte	382
6. Signal 6 : impulsion	382
Annexe E : Classification périodique	383
Annexe F : Constantes chimiques	386
1. Constantes acido-basiques	386
2. Potentiels standard rédox	387
3. Zone de virage des principaux indicateurs colorés	388
Index des mathématiques	389
Index de la physique	392
Index de la chimie	399
Index de l'informatique	403

Avant-propos

Ce formulaire s'adresse aux étudiants des classes préparatoires scientifiques de PCSI puis de PC, PSI.

Pour chaque paragraphe, vous trouverez :

- la mention ❶ ou ❷ qui indique si c'est une notion de première ou de deuxième année ;
- parfois une indication PC ou PSI pour indiquer une notion spécifique au programme de telle ou telle filière.

Le livre est scindé en quatre parties : mathématiques, physique, chimie, informatique. Dans chaque partie, vous trouverez l'essentiel du cours, les principaux résultats étant mis en valeur par un support tramé.

À la fin de ce formulaire, un index vous permettra d'accéder rapidement à la notion que vous voulez réviser.

Des annexes font le bilan d'informations essentielles et parfois dispersées dans votre cours.

Ce livre est un outil pédagogique adapté aux révisions rapides avant un devoir. C'est aussi un puissant remède contre l'anxiété du trou de mémoire, en quelque sorte un anxiolytique sans les effets secondaires. Mais vous risquez toutefois une certaine accoutumance : quand vous aurez commencé à vous en servir, vous ne pourrez plus vous en passer, surtout à l'approche des concours (qui portent sur les deux années de prépas, ne l'oubliez pas).

Bon travail et bon apprentissage !

Les auteurs

Mathématiques

1. Analyse

1.1 Limites et continuité

①

Continuité : définition

f est continue en a si elle est définie en a et si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

①

Théorème des valeurs intermédiaires

Si f est continue, pour tout y tel que $f(a) < y < f(b)$, il existe c tel que $y = f(c)$.

En particulier, si une fonction f est continue sur $[a, b]$, et si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $[a; b]$.

①

Continuité sur un segment

Toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

L'image d'un segment par une fonction continue est un segment.

1.2 Nombres réels et suites numériques

①

Borne supérieure

La borne supérieure de A est le plus petit élément (s'il existe) de l'ensemble des majorants de A .

$M = \sup A$ si :

$$\forall x \in A \quad x \leq M,$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists x \in A \quad M - \varepsilon < x.$$

Toute partie non vide et majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$ admet une borne supérieure (resp. inférieure).

Une partie X de $\mathbb{R}$ est un intervalle si, et seulement si, pour tous a, b de X tels que $a \leq b$, on a $[a, b] \subset X$.

2 [1] Mathématiques

①

Suite convergente

La suite (u_n) est convergente vers l si :

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq n_0$$

$$|u_n - l| \leq \varepsilon.$$

Une suite qui n'est pas convergente est dite divergente.

Lorsqu'elle existe, la limite d'une suite est unique.

①

Théorème d'encadrement

Si, à partir d'un certain rang, $u_n \leq x_n \leq v_n$ et si (u_n) et (v_n) convergent vers la même limite l , alors la suite (x_n) est convergente vers l .

①

Suite extraite

La suite (v_n) est extraite de la suite (u_n) s'il existe une application φ de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$, strictement croissante, telle que $v_n = u_{\varphi(n)}$.

On dit aussi que (v_n) est une sous-suite de (u_n) .

Si une suite possède une limite (finie ou infinie), toute sous-suite possède la même limite.

①

Théorème de la limite monotone

Toute suite de réels croissante et majorée est convergente.

Toute suite de réels décroissante et minorée est convergente.

Si une suite est croissante et non majorée, elle diverge vers $+\infty$.

Si une suite est décroissante et non minorée, elle diverge vers $-\infty$.

①

Suites adjacentes

(u_n) et (v_n) sont adjacentes si :

(u_n) est croissante ;

(v_n) est décroissante ;

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0.$$

Si deux suites sont adjacentes, elles convergent et ont la même limite.

Variante

Si (u_n) croissante, (v_n) décroissante et $u_n \leq v_n$ pour tout n , alors elles convergent vers l_1 et l_2 . Il reste à montrer que $l_1 = l_2$ pour qu'elles soient adjacentes.

① Suites arithmétiques

Une suite (u_n) est arithmétique de raison r si :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = u_n + r.$$

Terme général : $u_n = u_0 + nr$ ou $u_n = u_1 + (n-1)r$.

Somme des n premiers termes :

$$\sum_{k=0}^{n-1} u_k = n \frac{u_0 + u_{n-1}}{2} \quad \text{ou} \quad \sum_{k=1}^n u_k = n \frac{u_1 + u_n}{2}.$$

① Suites géométriques

Une suite (u_n) est géométrique de raison $q \neq 0$ si :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = q u_n.$$

Terme général : $u_n = u_0 q^n$.

Somme des n premiers termes :

$$\sum_{k=0}^{n-1} u_k = u_0 \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \text{si } q \neq 1$$

$$= n u_0 \quad \text{si } q = 1.$$

La suite (u_n) converge vers 0 si $|q| < 1$. Elle est stationnaire si $q = 1$. Elle diverge dans les autres cas.

① Suites arithmético-géométriques

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = a u_n + b.$$

Si $a = 1$, elle est arithmétique de raison b .

Si $a \neq 1$, $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$ est géométrique de raison a .

① Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Une telle suite est déterminée par une relation du type :

$$(1) \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad a u_{n+2} + b u_{n+1} + c u_n = 0 \quad \text{avec} \quad a \neq 0$$

et la connaissance des deux premiers termes u_0 et u_1 .

L'ensemble des suites réelles qui vérifient la relation (1) est un espace vectoriel de dimension 2. On en cherche une base par la résolution de l'équation caractéristique : $ar^2 + br + c = 0$ (E).

①

Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$

Pour étudier une telle suite, on détermine d'abord un intervalle I contenant toutes les valeurs de la suite.

• **Limite éventuelle**

Si (u_n) converge vers $l \in I$ et si f est continue en l , alors $f(l) = l$.

• **Cas f croissante**

Si f est croissante sur I , alors la suite (u_n) est monotone.

La comparaison de u_0 et de u_1 permet de savoir si elle est croissante ou décroissante. Mais vous devez le démontrer, par récurrence bien sûr.

• **Théorème du point fixe**

Si $f(I) \subset I$ et si f est contractante, alors l'équation $f(x) = x$ a une solution unique l dans I .

Toute suite définie par $u_0 \in I$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ converge vers l .

1.3 Dérivation

①

Dérivée en un point

Soit f une fonction définie sur D et x_0 un élément de D tel que f soit définie au voisinage de x_0 . On appelle dérivée de f au point x_0 le nombre (lorsqu'il existe) :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0).$$

①

Dérivées usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
x^n ($n \neq 0$)	nx^{n-1}	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	e^x	e^x	$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

① Dérivée d'une fonction réciproque

La fonction réciproque f^{-1} est dérivable en $f(x_0)$ et

$$(f^{-1})'(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}.$$

f est strictement monotone sur I , dérivable en $f(x_0)$ et $f'(x_0) \neq 0$.

① Théorème de Rolle

Soit f une fonction continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$, et telle que $f(a) = f(b)$.

Alors il existe au moins un point $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$.

① Égalité des accroissements finis

Si f est continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$, il existe au moins un point $c \in]a, b[$ tel que :

$$f(b) - f(a) = (b - a)f'(c).$$

Ce théorème ne se prolonge pas aux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$.

① Inégalité des accroissements finis

Soit f une fonction continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$.

Si $m \leq f' \leq M$, alors :

$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a).$$

En particulier, si $|f'| \leq K$, alors, pour tous x et x' de $]a, b[$,

$$|f(x) - f(x')| \leq K|x - x'|.$$

① Limite de la dérivée

Si f est continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$, et si f' a une limite finie l en a , alors f est dérivable à droite en a et $f'_d(a) = l$.

Attention, il s'agit d'une condition suffisante de dérivabilité, mais elle n'est pas nécessaire. Il peut arriver que $f'_d(a)$ existe sans que f' ait une limite en a .

6 [1] Mathématiques

1

Fonction convexe

f est convexe sur I :

$$f\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i).$$

$$x_1, \dots, x_n \in I$$

$$\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}^+ \text{ avec } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Le graphique de toute fonction convexe est au-dessous de chacune de ses cordes.

1

Fonction convexe dérivable

Si f est deux fois dérivable sur I :

$$f \text{ convexe} \iff f'' \geq 0$$

Le graphique de toute fonction convexe dérivable est au-dessus de chacune de ses tangentes.

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad |\sin x| \leq |x|.$$

1.4 Analyse asymptotique

1

Relations de comparaison

Soit f et g deux fonctions définies sur I , et x_0 un point, fini ou infini, appartenant à I , ou extrémité de I .

• Définitions

➤ On dit que f est *dominée* par g au voisinage de x_0 s'il existe $A > 0$ tel que $|f(x)| \leq A |g(x)|$ pour tout x d'un voisinage J de x_0 .

Notation : $f = O(g)$ ou $f \leq g$.

Si g ne s'annule pas sur J , cela signifie que $\frac{f}{g}$ est bornée sur J .

➤ On dit que f est *négligeable* devant g , ou que g est *prépondérant* devant f , au voisinage de x_0 si, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un voisinage J de x_0 tel que l'on ait $|f(x)| \leq \varepsilon |g(x)|$ pour tout x de J .

Notation : $f = o(g)$ ou $f \ll g$.

Si g ne s'annule pas au voisinage de x_0 , cela signifie :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0.$$

➤ On dit que f et g sont *équivalentes* au voisinage de x_0 , si on a $f - g = o(g)$.

Si g ne s'annule pas au voisinage de x_0 , cela signifie :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1.$$

Notation : $f \sim_{x_0} g$ ou $f \sim g$.

La relation $\sim$ est une relation d'équivalence. En particulier, si on sait que $f \sim_{x_0} g$ et $g \sim_{x_0} h$, on en déduit que $f \sim_{x_0} h$.

• Exemples fondamentaux

Au voisinage de $+\infty$, on a :

$$(\ln x)^\alpha \ll x^\beta \ll e^{\gamma x} \quad \text{où} \quad \alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0.$$

Au voisinage de 0, on a :

$$|\ln x|^\alpha \ll x^\beta \quad \text{où} \quad \alpha > 0 \text{ et } \beta < 0.$$

• Propriétés des fonctions équivalentes

Si $f_1 \sim_{x_0} g_1$ et $f_2 \sim_{x_0} g_2$, alors $f_1 f_2 \sim_{x_0} g_1 g_2$ et $\frac{f_1}{f_2} \sim_{x_0} \frac{g_1}{g_2}$.

Si $f \sim_{x_0} g$ et si $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l$, alors $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$.

 Lorsque l'on a à chercher la limite d'un produit ou d'un quotient, on peut remplacer chacune des fonctions par une fonction équivalente, choisie pour simplifier le calcul.

Mais attention à ne pas effectuer un tel remplacement dans une somme, ni dans une fonction composée.

• Équivalents classiques

$$\begin{aligned} e^x - 1 &\sim_0 x & ; & \quad \sin x \sim_0 x & ; & \quad 1 - \cos x \sim_0 \frac{x^2}{2} ; \\ \ln(1+x) &\sim_0 x & ; & \quad \tan x \sim_0 x & ; & \quad (1+x)^\alpha - 1 \sim_0 \alpha x \end{aligned}$$

①

Formule de Taylor-Young

Soit f une fonction dérivable sur I jusqu'à l'ordre n . Alors la fonction ε définie au voisinage de 0 par :

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x_0) + \cdots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x_0) + h^n \varepsilon(h)$$

est telle que $\lim_{h \rightarrow 0} \varepsilon(h) = 0$.

①

Développements limités usuels

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha \frac{x}{1!} + \cdots + \alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1) \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

avec les cas particuliers :

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 + o(x^3)$$

$$\alpha = -1 \quad \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 + \cdots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + o(x^3)$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \cdots + (-1)^p \frac{x^{2p}}{(2p)!} + o(x^{2p+1})$$

$$\operatorname{ch} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^{2p}}{(2p)!} + o(x^{2p+1})$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \cdots + (-1)^{p-1} \frac{x^{2p-1}}{(2p-1)!} + o(x^{2p})$$

$$\operatorname{sh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^{2p-1}}{(2p-1)!} + o(x^{2p})$$

$$\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + o(x^6)$$

$$\operatorname{th} x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + o(x^6)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + o(x^{n+1})$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{(-1)^p}{2p+1} x^{2p+1} + o(x^{2p+2})$$

$$\arcsin x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + o(x^6)$$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - x - \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{40}x^5 + o(x^6)$$