

Anne-Emmanuelle Badel | Emmanuel Angot

PHYSIQUE

MPSI - MP2I

MÉTHODES & EXERCICES

4^e édition

DUNOD

l'intelligence

Couverture : création Hokus Pokus, adaptation Studio Dunod

Retrouvez nos ouvrages pour les prépas scientifiques ici



<http://dunod.link/prepassc>

Table des matières

CHAPITRE 1	LOIS DE SNELL-DESCARTES - RÉFLEXION ET RÉFRACTION	1
Méthodes à retenir		2
Énoncés des exercices		9
Du mal à démarrer ?		25
Corrigés des exercices		26
CHAPITRE 2	LENTILLE MINCE SPHÉRIQUE	42
Méthodes à retenir		43
Énoncés des exercices		46
Du mal à démarrer ?		54
Corrigés des exercices		55
CHAPITRE 3	MODÉLISATION DE SYSTÈMES OPTIQUES PAR DES LENTILLES	65
Méthodes à retenir		66
Énoncés des exercices		70
Du mal à démarrer ?		85
Corrigés des exercices		88
CHAPITRE 4	CIRCUITS LINÉAIRES EN RÉGIME CONTINU	104
Méthodes à retenir		105

Énoncés des exercices	113
Du mal à démarrer ?	122
Corrigés des exercices	123

CHAPITRE 5 **RÉGIME TRANSITOIRE DU PREMIER ORDRE** **134**

Méthodes à retenir	135
Énoncés des exercices	139
Du mal à démarrer ?	151
Corrigés des exercices	153

CHAPITRE 6 **RÉGIME TRANSITOIRE DU SECOND ORDRE** **168**

Méthodes à retenir	169
Énoncés des exercices	176
Du mal à démarrer ?	187
Corrigés des exercices	189

CHAPITRE 7 **PROPAGATION D'UN SIGNAL - NOTION D'ONDES** **200**

Méthodes à retenir	201
Énoncés des exercices	213
Du mal à démarrer ?	226
Corrigés des exercices	228

CHAPITRE 8 **RÉGIME SINUSOÏDAL FORCÉ - RÉSONANCE** **241**

Méthodes à retenir	242
Énoncés des exercices	246
Du mal à démarrer ?	260

Corrigés des exercices	262
------------------------	-----

CHAPITRE 9	FILTRAGE LINÉAIRE	277
-------------------	--------------------------	------------

Méthodes à retenir	278
Énoncés des exercices	285
Du mal à démarrer ?	307
Corrigés des exercices	310

CHAPITRE 10	CINÉMATIQUE	335
--------------------	--------------------	------------

Méthodes à retenir	336
Énoncés des exercices	344
Du mal à démarrer ?	354
Corrigés des exercices	356

CHAPITRE 11	LOIS DE NEWTON	366
--------------------	-----------------------	------------

Méthodes à retenir	367
Énoncés des exercices	372
Du mal à démarrer ?	386
Corrigés des exercices	389

CHAPITRE 12	OSCILLATEURS ET LOIS DE NEWTON	402
--------------------	---------------------------------------	------------

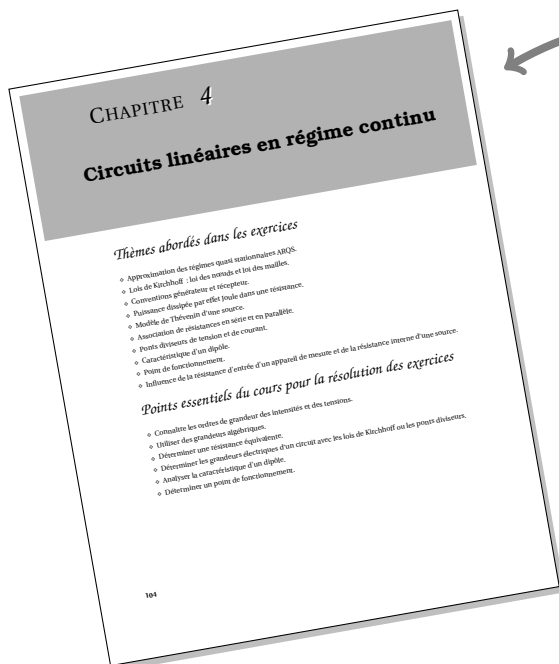
Méthodes à retenir	403
Énoncés des exercices	409
Du mal à démarrer ?	427
Corrigés des exercices	429

CHAPITRE 13	ENERGIE MÉCANIQUE	444
Méthodes à retenir		445
Énoncés des exercices		452
Du mal à démarrer ?		470
Corrigés des exercices		473
 CHAPITRE 14	 MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP ÉLECTRIQUE ET/OU MAGNÉTIQUE	 493
Méthodes à retenir		494
Énoncés des exercices		498
Du mal à démarrer ?		507
Corrigés des exercices		508
 CHAPITRE 15	 MOMENT CINÉTIQUE - SOLIDE EN ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE	 518
Méthodes à retenir		519
Énoncés des exercices		529
Du mal à démarrer ?		543
Corrigés des exercices		545
 CHAPITRE 16	 FORCES CENTRALES CONSERVATIVES	 560
Méthodes à retenir		561
Énoncés des exercices		567
Du mal à démarrer ?		582
Corrigés des exercices		585

CHAPITRE 17	ETATS DE LA MATIÈRE	599
Méthodes à retenir		600
Énoncés des exercices		609
Du mal à démarrer ?		619
Corrigés des exercices		621
CHAPITRE 18	PREMIER ET SECOND PRINCIPES DE LA THERMODYNAMIQUE	630
Méthodes à retenir		631
Énoncés des exercices		649
Du mal à démarrer ?		666
Corrigés des exercices		670
CHAPITRE 19	MACHINES THERMIQUES	692
Méthodes à retenir		693
Énoncés des exercices		697
Du mal à démarrer ?		713
Corrigés des exercices		716
CHAPITRE 20	CHAMP MAGNÉTIQUE - FORCES DE LAPLACE - INDUCTION	734
Méthodes à retenir		735
Énoncés des exercices		754
Du mal à démarrer ?		772
Corrigés des exercices		775
CHAPITRE 21	INTRODUCTION AU MONDE QUANTIQUE	797
Méthodes à retenir		798

Énoncés des exercices	802
Du mal à démarrer ?	810
Corrigés des exercices	811

Pour bien utiliser cet ouvrage



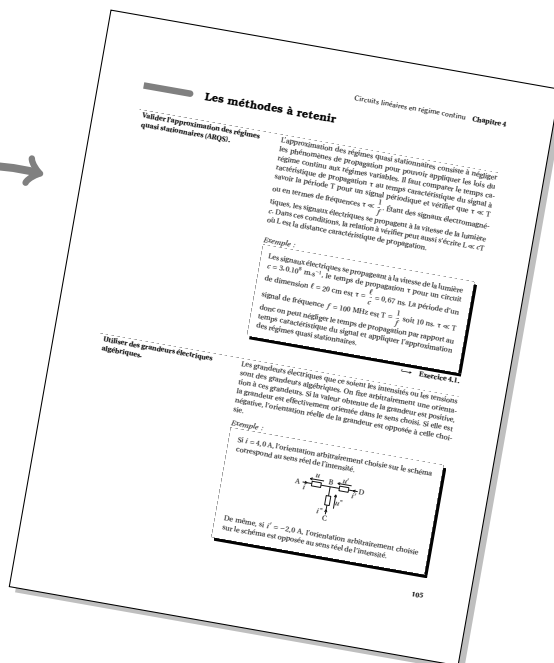
La page d'entrée de chapitre

Elle propose un plan du chapitre, les thèmes abordés dans les exercices, ainsi qu'un rappel des points essentiels du cours pour la résolution des exercices.

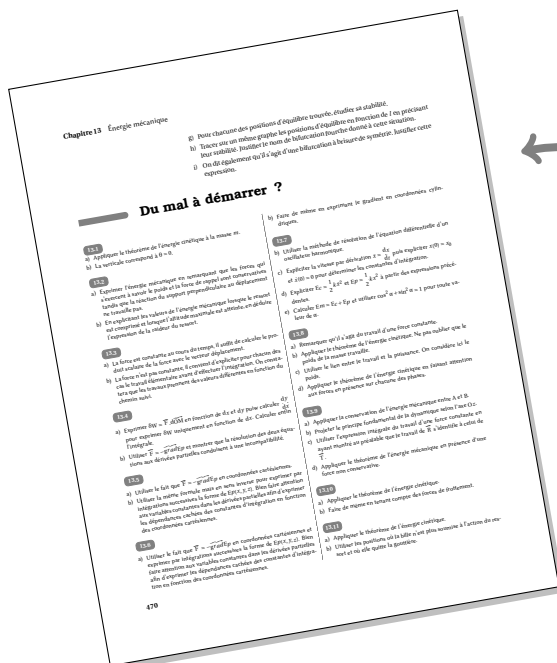
Les méthodes à retenir

Cette rubrique constitue une synthèse des principales méthodes à connaître, détaillées étape par étape, et indique les exercices auxquels elles se rapportent.

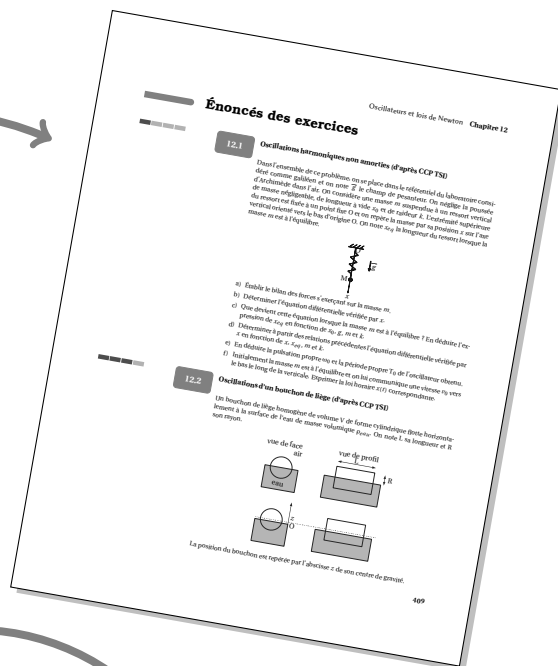
Chaque méthode est illustrée par un ou deux exemples qui la suivent.



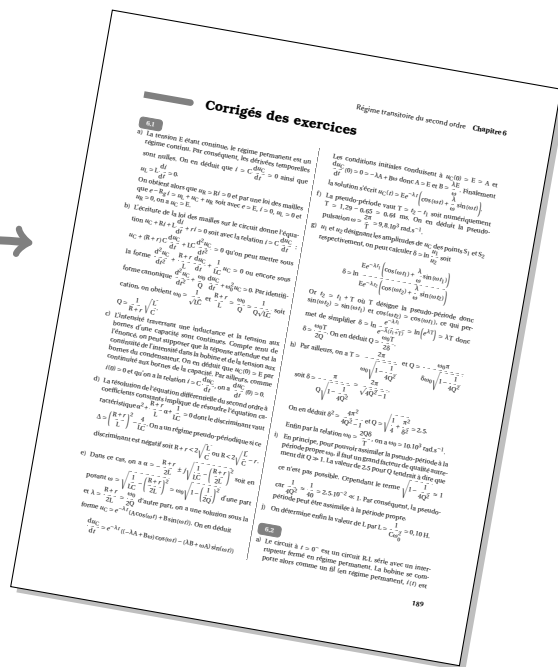
De nombreux exercices de difficulté croissante sont proposés pour s'entraîner. La difficulté de chaque exercice est indiquée sur une échelle de 1 à 4.



Tous les exercices sont corrigés de façon détaillée.



Des conseils méthodologiques sont proposés pour bien aborder la résolution des exercices.



CHAPITRE *1*

Lois de Snell-Descartes Réflexion et réfraction

Thèmes abordés dans les exercices

- ◇ Sources lumineuses.
- ◇ Indice optique.
- ◇ Approximation de l'optique géométrique.
- ◇ Notion de rayon lumineux.
- ◇ Réflexion des rayons lumineux.
- ◇ Réfraction des rayons lumineux.
- ◇ Réflexion totale.
- ◇ Formation d'une image.
- ◇ Fibre optique à gradient d'indice.

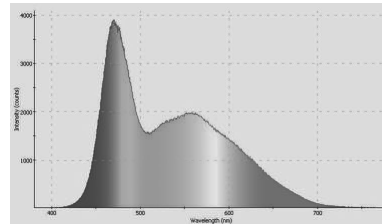
Points essentiels du cours pour la résolution des exercices

- ◇ Utiliser les lois de Snell-Descartes relatives à la réflexion.
- ◇ Utiliser les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction.
- ◇ Définir la notion de stigmatisme.
- ◇ Énoncer les conditions permettant de satisfaire le stigmatisme approché.
- ◇ Définir la notion d'aplanétisme.
- ◇ Énoncer les conditions permettant de satisfaire l'aplanétisme approché.
- ◇ Connaître les conditions de Gauss.
- ◇ Établir les conditions de réflexion totale.
- ◇ Exprimer l'angle de réfraction limite.
- ◇ Exprimer le cône d'acceptance d'une fibre optique à saut d'indice.
- ◇ Établir la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

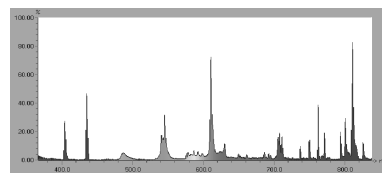
Les méthodes à retenir

Distinguer les différents types de sources lumineuses. Caractériser une source lumineuse par son spectre.

- Le spectre d'une source lumineuse est la représentation graphique de l'intensité lumineuse portée en ordonnée en fonction des différentes longueurs d'onde qui composent cette lumière et qu'on porte en abscisses.
- En ce qui concerne les sources lumineuses et leur spectre d'émission, on distingue deux grandes catégories :
 - a) les sources émettant un spectre continu de lumière dans un domaine assez large de longueurs d'onde λ sans coupure : c'est le cas des lampes à incandescence comme celles à filament de tungstène, des sources de lumière thermiques comme le Soleil ou plus généralement de tout corps à la température T ou des diodes électroluminescentes (DEL ou LED pour *light-emitting diode* en anglais) blanches. On observe :



- b) les sources émettant un spectre discontinu à savoir un ensemble de raies spectrales ou de bandes spectrales à des longueurs d'onde bien fixées : c'est le cas des lampes spectrales au sodium (vapeur de Na) comme celles utilisées dans l'éclairage des rues ou au mercure (vapeur de Hg) utilisées en travaux pratiques. Ces raies sont caractéristiques d'un élément chimique. Certaines lampes à économie d'énergie ont également un spectre discontinu :



- Il est possible de combiner les spectres de raies et les spectres continus : c'est le cas des tubes à néon ou des tubes à fluorescence qui sont en fait des tubes à argon.
- On peut noter également une source lumineuse particulière aux propriétés exceptionnelles : le Laser (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) qui possède une longueur d'onde très précise avec une raie spectrale très fine, une forte intensité et un faisceau très peu divergent.

Définir l'indice de réfraction d'un milieu. Relier la longueur d'onde dans le vide et celle dans le milieu.

- Dans un milieu transparent, l'onde lumineuse monochromatique ne se propage pas à la vitesse $c_0 = 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$, vitesse de la lumière dans le vide mais à une vitesse $c = \frac{c_0}{n} < c_0$. On appelle n l'indice du milieu.
- Les indices de milieux usuels comme l'eau et le verre sont respectivement d'environ $n_{\text{eau}} = 1,3$ et $n_{\text{verre}} = 1,5$. Celui l'air est pris égal à celui du vide soit $n_{\text{air}} = 1,0$. Mais l'indice dépend généralement de la température (ce qui permet par exemple d'expliquer les mirages optiques) et de la longueur d'onde de la radiation lumineuse qui pénètre dans le milieu. Cf. méthode suivante.
- La fréquence d'une onde lumineuse, reflet de son énergie, est une constante : c'est elle qui fixe la couleur et non la longueur d'onde. Si la vitesse est modifiée, la longueur d'onde l'est aussi : elle est divisée par n lors de l'entrée dans le milieu.

Exemple :

Une onde lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 470 \text{ nm}$ de couleur bleue dans le vide pénètre dans l'eau d'indice $n = 1,33$. Sa couleur reste bleue mais la longueur d'onde dans l'eau de l'onde est désormais $\lambda' = \frac{\lambda}{n} = 353 \text{ nm}$.
Sa vitesse est $c = \frac{c_0}{n} = 2,26.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

↪ **Exercices 1.1, 1.3.**

Identifier le caractère dispersif ou non d'un milieu.

- Un milieu dont l'indice $n(\lambda)$ dépend de la longueur d'onde est dit **dispersif**. Cette dépendance entraîne une décomposition de la lumière en fonction de la longueur d'onde.
- La dispersion d'un milieu permet d'expliquer des phénomènes comme la décomposition de la lumière en sortie d'un prisme ou encore l'existence des arc-en-ciel.
- La dépendance de l'indice d'un milieu dispersif avec la longueur d'onde est souvent donnée par la relation de Cauchy : $n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}$ où n_0 et A sont des constantes.

Exemple :

L'indice de l'eau vérifie la loi empirique de Cauchy avec les valeurs $n_0 = 1,320$ et $A = 2,376.10^{-15} \text{ m}^2$. Par application de la relation de Cauchy $n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}$, on en déduit la valeur de l'indice de réfraction de l'eau $n = 1,333$ pour la raie bleue du mercure $\lambda = 435,8 \text{ nm}$.

↪ **Exercices 1.2, 1.3, 1.15, 1.18, 1.22.**

Définir le modèle de l'optique géométrique et ses limites.

- Dans ce chapitre, on se place dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique qui consiste à considérer la lumière comme un ensemble de rayons lumineux indépendants se propageant en ligne droite et n'interférant pas entre eux.
- Dans cette approximation, on affirme le principe du retour inverse de la lumière : si la lumière emprunte un chemin pour aller d'un point A à un point B, elle empruntera le même chemin pour aller de B vers A. Le trajet suivi par la lumière est indépendant du sens de propagation.
- La diffraction de la lumière ou les interférences sont deux limites à l'approximation de l'optique géométrique.
 - ★ Le premier point sera détaillé avec les interférences dans le chapitre sur la propagation d'un signal.
 - ★ Pour le second, le phénomène d'interférences est observé lorsque des ondes lumineuses arrivent sur une ouverture dont la largeur a est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. On détecte alors les ondes dans des zones *a priori* masquées par l'obstacle. Ce point sera repris dans le chapitre sur la propagation d'un signal.Par conséquent, le cadre de l'optique géométrique peut s'appliquer à des ouvertures dont les tailles caractéristiques a sont très grandes devant la longueur d'onde λ de la lumière.

Exemple 1 :

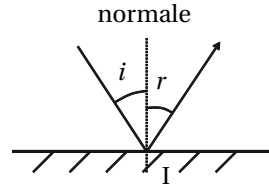
La raie spectrale de couleur verte du mercure dont la fréquence est $f = 5,49 \cdot 10^{14}$ Hz et se propageant à la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,00 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ correspond à une longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f} = 546$ nm. La diffraction intervient pour des trous dont la taille est de l'ordre de 0,6 μ m.

Exemple 2 :

Dans un microscope optique, la limitation en grossissement est limitée par la diffraction de l'objet qu'on regarde. De petits organismes comme les virus de taille comprise entre 10 et 400 nm sont inférieurs à la longueur d'onde de la lumière visible et ne peuvent être vus au microscope optique traditionnel. On pourra par contre observer des bactéries qui ont une taille de plusieurs micromètres.

Utiliser les lois de la réflexion.

- Le plan d'incidence est le plan contenant le rayon incident et la normale au dioptre ou au miroir au point d'incidence I.
- Les lois de Snell-Descartes relatives à la réflexion sont au nombre de trois :
 - a) le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence,
 - b) il traverse la normale,
 - c) les angles d'incidence i et de réflexion r vérifient $r = i$.

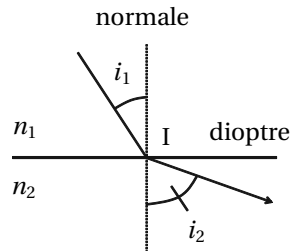


↪ **Exercices 1.4, 1.5, 1.7, 1.8, 1.9, 1.19.**

Utiliser les lois de la réfraction.

Les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction sont au nombre de trois :

- a) le rayon réfracté appartient au plan d'incidence,
- b) il traverse la normale,
- c) les angles d'incidence i_1 du milieu d'indice n_1 et de réfraction i_2 du milieu d'indice n_2 vérifient $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.



Exemple :

Dans l'exemple précédent, on a $i_2 > i_1$ soit $\sin i_2 > \sin i_1$ puisque les angles sont aigus. Or $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ d'où $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > \sin i_1$ soit $n_1 > n_2$. Le rayon lumineux rentre dans un milieu d'indice plus petit c'est-à-dire moins réfringent, il est dévié du côté du dioptre et non de la normale.

↪ **Exercices 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.13, 1.14, 1.15, 1.16, 1.17, 1.18, 1.19, 1.20, 1.21, 1.22.**

Utiliser la réflexion totale

- Dans le cadre de la réfraction sur un dioptre, on a toujours également réflexion même si celle-ci est peu intense, l'essentiel de l'énergie étant contenue dans le rayon réfracté.
- Si la lumière pénètre dans un milieu plus réfringent ($n_2 > n_1$), le rayon réfracté existe toujours.
- Si la lumière pénètre dans un milieu moins réfringent ($n_2 < n_1$), le rayon réfracté n'existe que si $\sin i_2 < 1$ soit pour $\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 < 1$ ou $\sin i_1 < \frac{n_2}{n_1}$, ce qui correspond à $i_1 < i_{lim} = \text{Arcsin} \frac{n_2}{n_1}$. Dans le cas contraire, $i_1 > i_{lim}$, la loi de Descartes ne peut être vérifiée et le rayon réfracté disparaît : toute l'énergie part dans le rayon réfléchi. On parle de réflexion totale.
- La réflexion totale a de nombreuses applications : fibre optique, endoscope médical, fontaine lumineuse, mirages optiques, détecteur automatique de pluie sur les pare-brise, taille des diamants, périscope...

Exemple :

Un rayon lumineux se propageant dans l'eau arrive à l'interface eau - air avec un angle d'incidence $i_1 = 60^\circ$. Sachant que $n_{eau} = 1,33$ et $n_{air} = 1,00$, on en déduit $i_{lim} = \text{Arcsin} \frac{1,00}{1,33} = 48,8^\circ$. On a $i_1 > i_{lim}$ donc on assiste au phénomène de réflexion totale : le rayon ne ressort pas de l'eau.

↪ Exercices 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.13, 1.14, 1.15, 1.16, 1.19, 1.22.

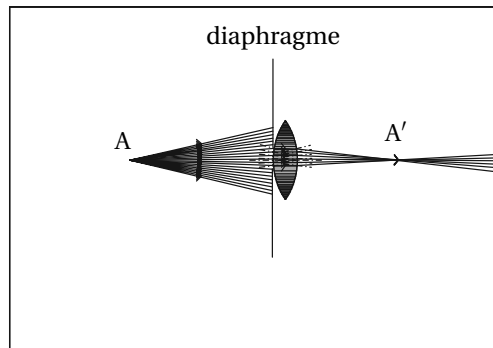
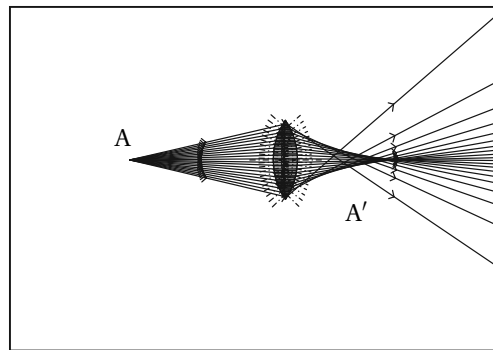
Définir la notion de stigmatisme et d'aplanétisme. Énoncer leurs conditions d'application.

- On a stigmatisme rigoureux pour un couple de points (A, A') par un système si tout rayon passant par A passe par A' après avoir traversé le système. C'est la condition pour que A' soit l'image de A par le système. L'image d'un point est un point. Le miroir plan est un système stigmatique rigoureux.
- Un système optique est dit rigoureusement aplanétique si l'image d'un objet perpendiculaire à l'axe optique est également perpendiculaire à l'axe optique.
- Les systèmes optiques sont tous constitués de miroirs ou de dioptres (les lentilles utilisent par exemple deux réfractions). Ils ne sont pas forcément rigoureusement stigmatiques et aplanétiques, ce qui conduit à des images non ponctuelles sous formes de tâches. L'image est déformée ou floue, elle présente des aberrations géométriques.

- Les conditions de Gauss permettent un stigmatisme et un apla-
nétisme approchés suffisants pour former de bonnes images du
fait de la nature granulaire et non ponctuelle des détecteurs op-
tiques. Elles nécessitent des rayons peu inclinés par rapport à
l'axe optique, des rayons proches de l'axe optique et des angles
d'incidence faibles : on parle de rayons paraxiaux. À noter que
deux des trois conditions précédentes suffisent (la troisième est
une conséquence des deux autres). Cependant ces conditions de
Gauss n'empêchent pas les aberrations chromatiques à savoir une
irisation de l'image.
- Dans ces conditions, les angles sont faibles souvent inférieurs à
une dizaine de degrés et on peut approximer les sinus et les tan-
gentes par les angles soit $\tan i \approx i$ et $\sin i \approx i$ avec les angles en
radians !

Exemple :

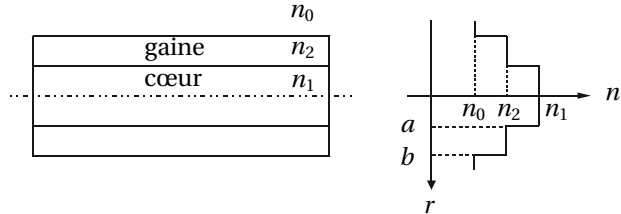
Sur les deux exemples suivants concernant une lentille conver-
gente, nécessitant deux réfraction air/verre et verre/air, on
peut voir l'influence de l'inclinaison des rayons sur l'obtention
d'une image ponctuelle ou non :



↪ Exercices 1.20, 1.21, 1.22.

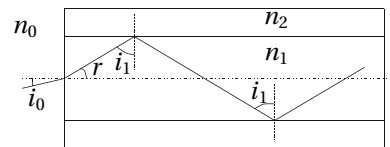
Décrire le principe de fonctionnement d'une fibre optique à saut d'indice.
Exprimer son cône d'acceptance.
Établir sa dispersion intermodale.

- Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1 entouré d'une gaine de rayon extérieur b et d'indice $n_2 < n_1$:



La transmission s'effectue par réflexion totale sur la gaine des rayons à l'intérieur du cœur.

- La condition de réflexion totale s'écrit $\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > 1$ ou encore $\sin i_1 > \sin i_{1,max} = \frac{n_2}{n_1}$.



Cela se traduit par un angle i_0 à l'entrée dans la fibre appelé *angle d'acceptance* tel que $n_0 \sin i_0 = n_1 \sin r = n_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} - i_1 \right) = n_1 \cos i_1$.

La traduction de la condition de réflexion totale à l'intérieur du

cœur conduit à $\cos i_1 = \sqrt{1 - \sin^2 i_1} < \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1}$, autrement dit les rayons transmis par la fibre sont ceux situés à l'intérieur d'un cône

d'acceptance d'angle au sommet $i_{0,max} = \text{Arcsin} \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$.

- Dans une fibre optique à saut d'indice, on distingue différents modes en fonction de la distance parcourue dans la fibre. Le mode fondamental est celui qui se propage le long de l'axe de la fibre et parcourt une distance égale à L la longueur de la fibre. Le mode le plus élevé correspond à la distance la plus grande parcourue dans la fibre, ce qui correspond à un angle $r_{max} = \frac{\pi}{2} - i_{1,max}$ où $i_{1,max}$ est l'angle de réfraction limite obtenu précédemment. On a donc $\cos r_{max} = \sin i_{1,max}$. La distance parcourue d vérifie $L = d \cos r_{max}$. Le mode fondamental traverse la fibre optique de longueur L en un temps $t_1 = \frac{n_1 L}{c}$ et le mode le plus élevé en un temps $t_2 = \frac{n_1 d}{c}$ soit $t_2 = \frac{n_1 L}{c \cos r_{max}}$ et un écart entre les deux $\Delta t = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{1}{\cos r_{max}} - 1 \right)$ ou $\Delta t = \frac{n_1 L (n_1 - n_2)}{n_2 c}$.

→ **Exercice 1.13.**

Énoncés des exercices

1.1

Indice du sulfure de carbone

La radiation émise par une lampe au sodium de longueur d'onde dans le vide de 590 nm présente une longueur d'onde dans le sulfure de carbone de 369 nm.

- Déterminer la fréquence de cette radiation.
- En déduire sa vitesse de propagation dans le sulfure de carbone.
- Calculer l'indice du sulfure de carbone de deux manières.

1.2

Indice de réfraction et loi de Cauchy

- L'indice de l'eau vérifie la relation de Cauchy $n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}$ avec $n_0 = 1,320$ et $A = 2,376 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$. Calculer les valeurs de l'indice de l'eau pour les raies du mercure :

couleur	violet	bleu	vert	jaune orangé	jaune orangé
λ (nm)	404,7	435,8	546,1	577,0	579,1

- Pour un verre de type flint, on obtient les valeurs suivantes d'indice pour des longueurs d'onde bleu et rouge :

couleur	bleu	rouge
λ (nm)	486,1	656,3
n	1,674	1,654

- En admettant que l'indice de ce matériau suit la loi de Cauchy, déterminer les valeurs des constantes n_0 et A .
- Pour une longueur d'onde jaune $\lambda = 589,3 \text{ nm}$, on mesure $n = 1,661$. Que peut-on en conclure ?

1.3

Dispersion de la lumière par un verre

Un laser émet dans l'air une radiation lumineuse monochromatique rouge de fréquence $f = 4,41 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. On rappelle que l'indice optique de l'air est $n_{\text{air}} = 1,00$ et la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

- Calculer la longueur d'onde λ associée à cette lumière dans l'air.
- Dans le verre d'indice optique $n = 1,51$, que devient la longueur d'onde de la radiation ? Quelle couleur prend alors le faisceau ?
- On envoie maintenant un faisceau de lumière blanche depuis l'air sur du verre avec un angle d'incidence $i = 40,0^\circ$. Le verre étant un milieu dispersif, son indice obéit à la loi de Cauchy $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ en notant λ la longueur d'onde de la lumière dans le vide et avec les constantes $A = 1,504$ et $B = 4,188 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$. Calculer l'angle de réfraction r pour un rayon dans le bleu ($\lambda_b = 400 \text{ nm}$) puis pour un rayon dans le rouge ($\lambda_r = 800 \text{ nm}$).

d) Quelle est la couleur la plus déviée ?

1.4

Images par un miroir plan

Un faisceau lumineux arrive perpendiculairement à un miroir plan.

- Dans quelle direction est-il réfléchi ?
- Une source ponctuelle émet deux rayons l'un arrivant avec un angle de 30° par rapport à la surface du miroir et l'autre de 50° . Quels sont les angles de réflexion des deux rayons réfléchis ? Quelles sont leurs déviations ?
- On éclaire un miroir plan placé à l'horizontale par un faisceau parallèle incliné de 36° par rapport à la verticale. On place un écran perpendiculairement au plan du miroir à une distance de 1,50 m du point d'incidence. Quelle est la hauteur minimale que doit avoir l'écran pour observer l'image de la source sur sa surface ?

1.5

S'observer dans un miroir

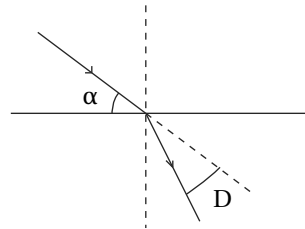
Une personne se trouve à une distance $d = 1,0$ m d'un miroir plan.

- À quelle distance d' du miroir se trouve son image ?
- La personne recule d'une distance $\ell = 50$ cm. À quelle distance de la personne se trouve sa nouvelle image ?
- En déduire le déplacement de l'image par rapport à la personne.
- Quelle est la taille de l'image ? Dépend-elle de la distance au miroir à laquelle la personne se place ?

1.6

Indice de réfraction d'un liquide

Un rayon lumineux arrive sur la surface libre horizontale d'un liquide au-dessus duquel se trouve de l'air. L'angle entre le rayon incident et la surface du liquide est $\alpha = 56^\circ$ et la déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté est $D = 13,5^\circ$. Déterminer l'indice du liquide.

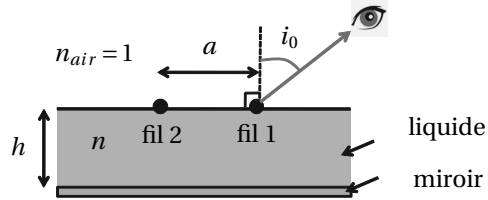


1.7

Mesure de l'indice d'un liquide

Deux fils parallèles et distants de a sont maintenus parallèles à la surface d'un liquide d'indice n . Le liquide est placé dans un récipient dont le fond comporte un miroir plan. La hauteur h de liquide au-dessus du miroir est réglable.

On observe l'un des fils sous une incidence i_0 et on règle la hauteur h de liquide de façon à ce que l'image du second fil par le système formé du miroir et du liquide coïncide avec le premier fil.

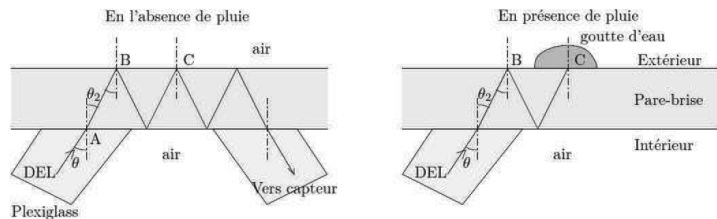


- Tracer le trajet du rayon issu du second fil qui ressort en étant confondu avec le rayon indiqué sur le schéma, ce rayon subit une réflexion sur le miroir et une réfraction à l'interface entre le liquide et l'air. On indiquera tous les angles pertinents.
- Exprimer alors l'indice n du liquide sous la forme $n = \sin i_0 \sqrt{1 + K^2}$ avec K à exprimer en fonction de a et h . Faire l'application numérique pour $i_0 = 30^\circ$ si $a = 8,0$ cm, on doit alors remplir la cuve sur une hauteur $h = 24$ cm.

1.8

Détecteur de pluie (d'après ATS)

De nombreux dispositifs d'aide à la conduite sont apparus ces dernières années, comme par exemple la détection automatique de pluie qui commande la mise en route des essuie-glaces. Disposé à l'intérieur du véhicule, une diode électroluminescente DEL projette un faisceau lumineux sur le pare-brise. Un capteur reçoit et mesure en permanence la lumière réfléchiée. Plus il y a d'eau sur la vitre, moindre est la réflexion. Le capteur de pluie pilote ainsi l'essuie-glace en fonction de la quantité d'eau détectée et sélectionne automatiquement la vitesse d'essuyage la plus efficace.



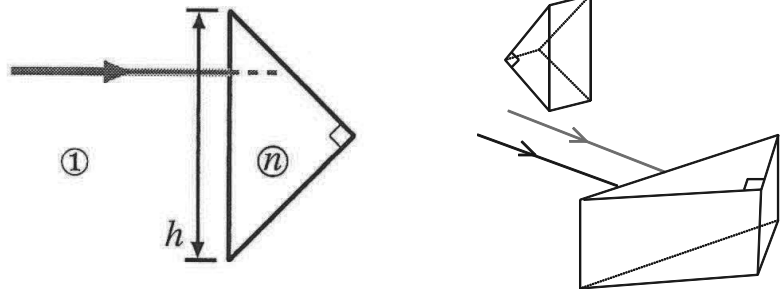
Les rayons lumineux émis par la diode se propagent jusqu'au pare-brise dans du plexiglas d'indice optique $n_p = 1,50$. Les rayons sont dirigés vers le pare-brise avec un angle d'incidence de $\theta = 50^\circ$. On supposera que le pare-brise est en verre d'indice optique $n_v = 1,55$. L'indice optique de l'eau est $n_e = 1,33$ et celui de l'air est $n_a = 1,00$.

- Calculer la valeur de θ_2 l'angle de réfraction au point A.
- En l'absence de pluie, existe-t-il un rayon réfracté au point B ou au point C ? Justifier soigneusement votre réponse.
- En présence d'une goutte de pluie sur le pare-brise, existe-t-il un rayon réfracté au point C ? Justifier.
- Expliquer le fonctionnement du détecteur automatique de pluie.

1.9

Redresseur à prismes (d'après CAPES)

Dans une paire de jumelles, on insère un dispositif redresseur appelé *véhicule* entre l'objectif et l'oculaire. Il peut s'agir d'un système de lentilles ou de prismes comme celui inventé par Ignazio Porro à la fin du XIX^{ème} siècle.



Sans dispositif redresseur, l'image serait renversée. La présence d'un redresseur permet d'avoir une image droite comme c'est le cas par exemple avec une lunette de Galilée.

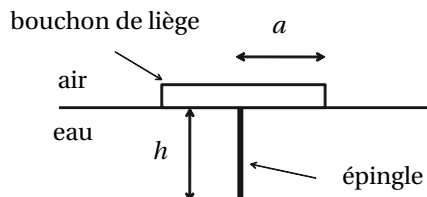
- Soit un prisme à base triangle isocèle rectangle représenté sur la première figure. Un rayon lumineux arrive sous incidence normale sur la face correspondant à l'hypothénuse. Tracer le parcours de ce rayon lumineux successivement lorsqu'il est réfracté sur les surfaces du prisme puis lorsqu'il est réfléchi.
- Dans le cas de la réflexion totale, montrer que la distance parcourue dans le prisme est h , la longueur de l'hypothénuse.
- Le prisme étant dans l'air, calculer l'indice minimal n du prisme assurant la réflexion totale dans les conditions d'éclairage précédente.
- Dans les jumelles, on utilise deux prismes isocèles rectangles mais disposés dans deux plans perpendiculaires comme représenté sur le schéma précédent. Tracer le trajet des deux rayons indiqués sur le schéma et en déduire la finalité du dispositif.

1.10

Flotteur à la surface de l'eau (d'après ATS)

On notera n l'indice de réfraction de l'eau. On donne $n = 1,33$.

On plante une épingle au centre d'un bouchon de liège en forme de disque de rayon a . On fait flotter le bouchon sur de l'eau, l'épingle vers le bas. L'épingle dépasse du bouchon d'une longueur h .



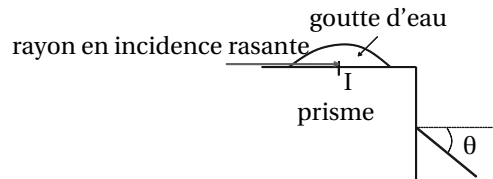
On observe depuis un point situé au-dessus de l'eau. Si la longueur h n'est pas trop grande, on constate qu'il est impossible de voir l'épingle, quelle que soit la position de l'observateur au-dessus de l'eau.

- Expliquer le phénomène.
- Calculer la longueur maximale h_0 de h pour que l'épingle soit absolument invisible depuis l'air. Le rayon du disque vaut $a = 3,0$ cm.

1.11**Réfractomètre de Pulfrich (d'après ATS)**

On cherche à mesurer l'indice n de réfraction de l'eau par le principe du réfractomètre de Pulfrich. On dépose une goutte d'eau sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90° . On éclaire cette goutte d'eau en incidence rasante par une lumière monochromatique. À l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face du prisme. L'indice de réfraction du verre constituant le prisme est $N = 1,625$.

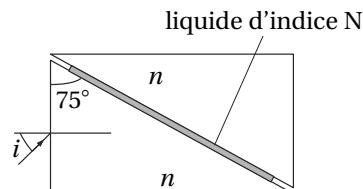
- Dessiner la marche du rayon lumineux en incidence rasante se réfractant en I.



- On est capable de mesurer l'angle θ du rayon émergent correspondant au rayon d'incidence rasante (voir figure). La valeur expérimentale obtenue avec une goutte d'eau en incidence rasante est $\theta = 69^\circ$. En déduire l'indice n de l'eau.
- Quelle plage d'indice est-elle accessible avec ce réfractomètre ?

1.12**Réfractomètre d'Abbe**

- Un rayon lumineux issu d'un milieu d'indice n avec un angle d'incidence i arrive sur un milieu d'indice n' . Peut-il y avoir réflexion totale si $n < n'$?
- On se place dans le cas où la réflexion totale est possible. Déterminer l'angle de réflexion limite i_ℓ en fonction de n et n' .
- On considère le réfractomètre d'Abbe à savoir deux prismes rectangles identiques dont l'un des angles vaut 75° . Ces prismes sont taillés dans un matériau d'indice n et accolés le long de leur hypoténuse. On introduit un liquide d'indice N entre les deux hypoténuses.



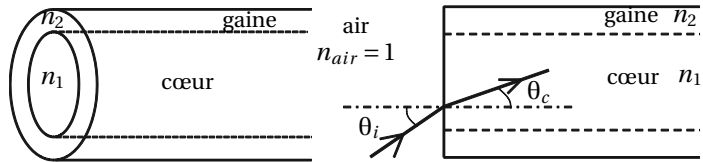
Tracer le trajet d'un rayon lumineux émergeant sur la face opposée à celle sur laquelle il est entré ainsi que celui d'un rayon subissant une réflexion totale au niveau du liquide.

- d) Déterminer la condition sur l'angle d'incidence i pour qu'il y ait réflexion totale au niveau du liquide.
- e) En déduire que la mesure de l'angle limite i_ℓ permet de déterminer l'indice du liquide.
- f) Pour un dispositif pour lequel $n = 1,658$ et en insérant du cyclohexane dans le réfractomètre, on mesure $i_\ell = 26,6^\circ$. En déduire l'indice du cyclohexane.

1.13

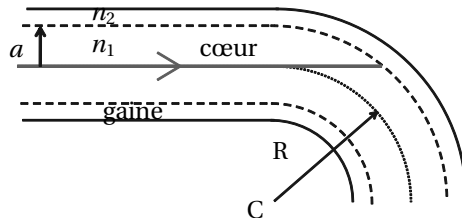
Fibre optique à saut d'indice (d'après CAPES)

La transmission de l'information recourt de plus en plus souvent aux fibres optiques. Celles-ci se répartissent en deux grandes catégories : les fibres à saut d'indice et les fibres à gradient d'indice. On se propose d'étudier ici les fibres à saut d'indice. Elles sont constituées d'un cœur cylindrique d'indice n_1 et de rayon a , entouré d'une gaine d'indice n_2 .



On notera c la vitesse de la lumière dans le vide. On prendra pour valeur approchée $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

- a) Un rayon est guidé par la fibre s'il subit des réflexions totales à chaque fois qu'il rencontre le dioptré cœur-gaine. Quelle condition doivent vérifier les indices n_1 et n_2 pour que le guidage soit possible ?
- b) Dans la suite du problème, on supposera cette condition satisfaite. On définit la grandeur $\Delta = \left| \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \right|$. Pour les applications numériques, on prendra $n_1 = 1,5$ et $\Delta = 1,0 \cdot 10^{-2}$. On considère un rayon incident situé dans un plan méridien de la fibre (voir figure de droite ci-dessus). Ce rayon tombe sur le dioptré air-cœur avec un angle d'incidence θ_i . On note θ_c l'angle de réfraction correspondant.
 - i) Pour que ce rayon soit guidé par le cœur de la fibre, montrer que θ_i doit rester inférieur à un angle limite θ_a qu'on calculera en fonction de n_1 et Δ .
 - ii) On appelle ouverture numérique la quantité notée O.N. définie par $\text{O.N.} = \sin \theta_a$. Calculer l'ouverture numérique de la fibre.
- c) Le guidage des rayons peut être confronté à un premier problème lorsque la fibre cesse d'être rectiligne pour prendre des courbures imposées par son utilisation pratique.



Pour déterminer un ordre de grandeur de la courbure acceptable par une fibre à saut d'indice, on envisage un rayon confondu avec l'axe du cœur dans la partie rectiligne de la fibre.

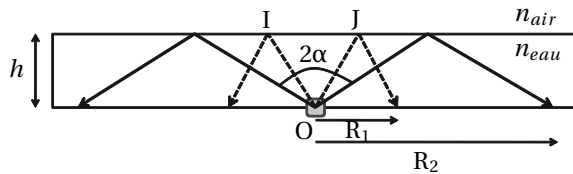
Déterminer la valeur R_m de R pour que le rayon envisagé reste effectivement guidé. Exprimer R_m en fonction du rayon du cœur a et de Δ . Pour cela, on pourra utiliser le développement limité $(1 + \varepsilon)^\beta \approx 1 + \beta\varepsilon$ si $\varepsilon \ll 1$. Faire l'application numérique en prenant $a = 25 \mu\text{m}$.

- d) Un autre problème que pose l'utilisation des fibres optiques est l'étalement des impulsions. Ces impulsions correspondent au codage binaire de l'information numérisée qui est échangée au moyen de ces fibres. On considère deux rayons passant par le centre O de la face d'entrée de la fibre supposée rectiligne. L'une entre dans la fibre en incidence normale, l'autre avec l'incidence limite θ_a .
- Calculer la différence Δt entre les durées des trajets de la lumière selon chacun de ces rayons sur une longueur l de fibre. Exprimer Δt en fonction de l , c , n_1 et Δ .
 - Calculer numériquement Δt en prenant $l = 1,0 \text{ km}$.
 - Quelle durée τ doit séparer deux impulsions successives pour qu'elles ne se superposent pas à la sortie de la fibre ? En déduire une valeur limite D_m pour le débit de la ligne, exprimé en bits.s^{-1} .

Pour remédier à ce problème d'élargissement des impulsions et augmenter le débit des fibres optiques, on utilise des fibres à gradient d'indice, où l'indice n du cœur varie continûment en fonction de la distance r à l'axe.

1.14**Éclairage d'un bassin (d'après G2E)**

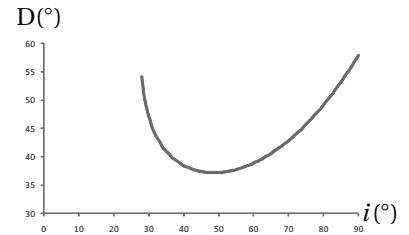
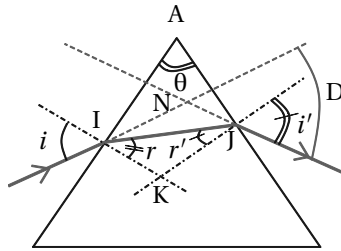
On considère le schéma suivant représentant un bassin de hauteur h rempli d'eau d'indice $n_{\text{eau}} = 1,33$. Une lampe est posée au fond en O et les rayons en sortent balayant un cône d'angle au sommet $2\alpha = 120^\circ$. On note $n_{\text{air}} = 1,00$ l'indice de l'air. Sur le fond du bassin se forme un disque lumineux de rayon R_1 suivi d'une auréole lumineuse située entre les rayons R_1 et R_2 . Les rayons arrivant en I et J sont les premiers à subir une réflexion totale à l'interface eau / air.



- Qui est le plus lumineux entre le disque de rayon R_1 et l'auréole périphérique ?
- Calculer le rayon R_2 en fonction de h .
- Calculer le rayon R_1 en fonction de h .

1.15**Étude d'un prisme (d'après Vétó)**

On considère un prisme réalisé dans un milieu transparent d'indice n (par exemple du verre), d'arête A et d'angle au sommet θ . Ce prisme est plongé dans l'air dont l'indice de réfraction est assimilé à 1,00. Un rayon du faisceau parallèle incident contenu dans le plan perpendiculaire à l'arête A (ce plan est le plan de la figure) arrive en I sur la face d'entrée du prisme avec un angle d'incidence i . On s'intéresse dans la suite au cas où le rayon émerge en J . Les notations des angles sont définies ci-dessous.



- Rappeler les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction. En déduire les relations entre i , n et r d'une part et i' , n et r' d'autre part.
- Montrer que tous les rayons sont contenus dans un même plan.
- Établir la relation entre θ , r et r' puis montrer que la déviation D introduite par le prisme s'écrit $D = i + i' - \theta$.
- Montrer la croissance de i' quand i diminue depuis 90° . En déduire la disparition possible du rayon émergent. Montrer qu'en incidence rasante ($i = 90^\circ$) les rayons n'émergent qu'à condition que θ soit inférieur à une valeur θ_{max} dont on donnera l'expression.
- Établir que l'angle r appartient à un intervalle dont on précisera les bornes. En déduire que la condition obtenue en incidence rasante est générale. Cette condition étant vérifiée, montrer que l'émergence n'est possible que si l'angle d'incidence est supérieur à une valeur critique i_{min} dont on donnera l'expression en fonction de θ et de n . Calculer θ_{max} et i_{min} pour $n = 1,50$ et $\theta = 60,0^\circ$.
- À partir des relations obtenues aux questions a) et c), exprimer i' en fonction de i , n et θ . En déduire que $D = i - \theta + \text{Arcsin}\left(n \sin\left(\theta - \text{Arcsin}\left(\frac{\sin i}{n}\right)\right)\right)$.
- On n'étudie pas la fonction $D(i)$ et on se contente de son graphe pour les valeurs numériques utilisées ici. Déterminer graphiquement la valeur de l'angle i_{min} minimal nécessaire à l'émergence d'un rayon. Comparer cette valeur avec celle trouvée à la question précédente. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de D_m et i_m en degrés, valeurs respectives de D et i au minimum de la déviation.
- Quel principe élémentaire de l'optique géométrique permet de montrer que le minimum de déviation est obtenu lorsque $i = i'$? Détailler le raisonnement tenu.
- On note r_m la valeur de r au minimum de déviation. Expliciter la valeur de r_m en fonction de θ . Donner alors l'expression de i_m en fonction de n et θ . En déduire l'expression de D_m en fonction de n et θ . Comparer les valeurs numériques de r_m , i_m et D_m aux résultats de la question e).

j) Déduire des questions précédentes que $n = \frac{\sin \frac{\theta + D_m}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$.

- On éclaire maintenant le prisme en lumière blanche pour visualiser la dispersion de la lumière. On admet que l'indice du verre est une fonction décroissante de la longueur d'onde λ . Sachant que les fonctions sinus et arcsinus sont croissantes et positives sur les intervalles d'angles aigus considérés, déterminer simplement quelle couleur est la plus déviée en sortie. Faire un schéma qualitatif du trajet du rayon bleu et du rayon rouge.

1.16**Identification d'une pierre précieuse (d'après CCINP PC)**

Un collectionneur de pierres précieuses possède trois petites pierres transparentes et incolores : une moissanite, un zircon et un morceau de verre de type flint à fort indice. Il cherche à les identifier. Il dispose pour cela d'un flacon d'iodure de méthylène liquide. Les propriétés physiques des trois pierres et de l'iodure de méthylène liquide sont données dans le tableau suivant :

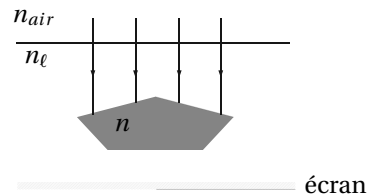
substance	masse volumique (kg.m^{-3})	indice de réfraction
zircon	4 690	1,95
moissanite	3 210	2,70
flint	3 740	1,64
iodure de méthylène	3 330	1,75

Le collectionneur plonge les trois pierres dans le liquide transparent. On note n_ℓ et n les indices respectifs du liquide et de la pierre étudiée.

a) Trajet des rayons dans la pierre précieuse :

Un faisceau lumineux de rayons parallèles est envoyé perpendiculairement à la surface du liquide. On place un écran d'observation sous le liquide.

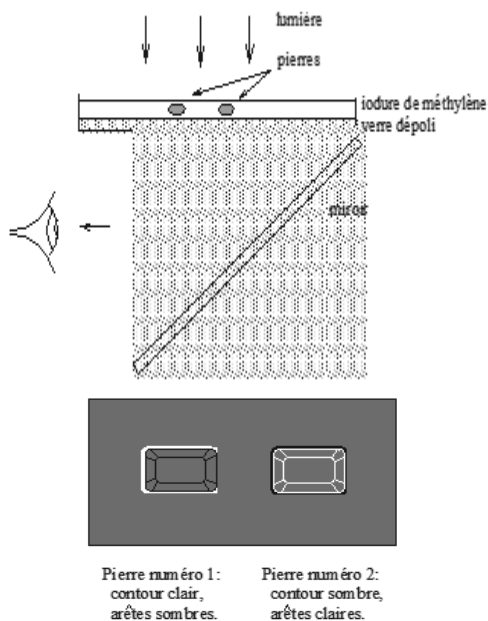
- Les rayons sont-ils déviés à l'interface entre l'air et le liquide ? Justifier la réponse.
- Recopier la figure ci-dessous et compléter en traçant l'allure du trajet suivi par les différents rayons dans la pierre et dans le liquide jusqu'à l'écran. On supposera qu'il n'y a pas de réflexion et on distinguera deux cas : $n > n_\ell$ et $n < n_\ell$.



- En déduire pour chacun des deux cas ($n > n_\ell$ et $n < n_\ell$) si l'intensité lumineuse sur l'écran est plus forte au centre du solide ou sur ses bords.
- Pour chacun des deux cas ($n > n_\ell$ et $n < n_\ell$), déterminer sur quel dioptré peut avoir lieu le phénomène de réflexion totale.
- Établir la condition que doit vérifier l'angle d'incidence pour qu'il y ait réflexion totale. On se limitera pour cette question au cas $n < n_\ell$.

b) Identification de pierres précieuses :

- L'immersion des trois pierres dans l'iodure de méthylène permet de reconnaître immédiatement l'une des trois pierres. Laquelle ? Justifier.
- Il pose les deux autres sur un morceau de verre dépoli et les immerge dans de l'iodure de méthylène. Il éclaire le dispositif depuis le haut. Un miroir incliné situé sous le verre dépoli permet d'observer l'image obtenue par en-dessous.



En utilisant les résultats obtenus dans la partie sur l'éclairement des pierres, identifier les pierres 1 et 2.

1.17

Apparence d'une balle transparente contenant un objet incrusté

Une balle transparente contient un objet incrusté. Quand on la plonge dans l'eau, on observe que l'objet incrusté n'occupe plus la même proportion de la balle. On cherche à expliquer ces observations.



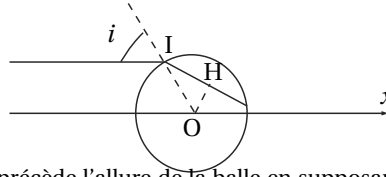
dans l'air



dans l'eau

- On note O le centre de la balle, R son rayon et n son indice. On éclaire la balle avec un faisceau parallèle à Ox . En se plaçant dans un plan passant par O , déterminer la distance d à laquelle passe le rayon du centre O en fonction de l'angle d'incidence i . En déduire comment varie d sur l'ensemble de la sphère.
- Rappeler ce qu'on entend par "retour inverse" de la lumière.

- c) Pour simplifier les calculs, on considère la modélisation suivante pour l'objet incrusté : on admet qu'il s'agit d'un objet sphérique de centre O et de rayon a.



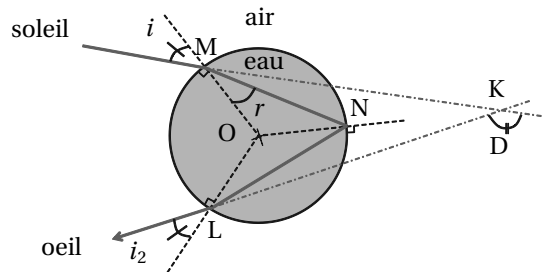
Déduire de ce qui précède l'allure de la balle en supposant que l'observateur se trouve loin du dispositif.

- d) Que se passe-t-il si on plonge cette balle dans l'eau d'indice n_0 ?
 e) Sachant que la taille observée de l'objet incrusté est réduite d'un facteur 1,3 environ quand on plonge la balle dans l'eau, que peut-on en déduire ?

1.18

Arc-en-ciel (d'après CCINP)

La figure ci-dessous donne la coupe d'une goutte d'eau dans un plan méridien où arrive un rayon incident monochromatique sur la goutte d'eau.



L'air a pour indice optique 1,00 et on notera $n = 1,33$ l'indice de l'eau. Un rayon incident arrivant du Soleil est réfracté en M puis subit une réflexion interne en N avant d'être réfracté et de sortir de la goutte en L.

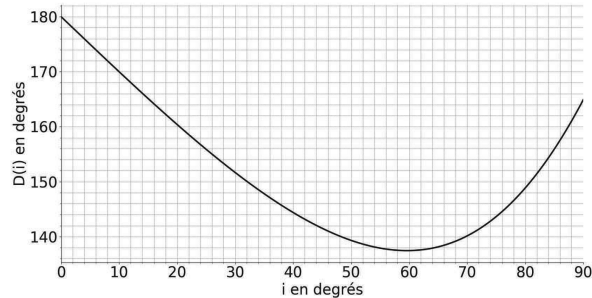
On appelle i l'angle d'incidence du rayon arrivant du Soleil avec la normale à la goutte d'eau en M lors de l'entrée dans la goutte. On notera r l'angle que fait le rayon réfracté avec la normale en M.

- a) Montrer que tous les rayons sont dans un même plan.
 b) Calculer les angles d'incidence et de réflexion en N ainsi que l'angle d'incidence et de réfraction en L en fonction de i et r . Montrer qu'il ne peut y avoir de réflexion totale en N. Qu'est-ce que cela implique sur l'intensité du rayon NL réfléchi en N ?
 c) Exprimer l'angle de déviation D du rayon incident par rapport au rayon émergent en fonction de i et r .
 d) Montrer qu'on obtient finalement $D = \pi + 2i - 4\text{Arccsin}\left(\frac{\sin i}{n}\right)$.

- e) Montrer que D admet un extremum noté D_m pour la valeur $i_m = \text{Arccos}\sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}$.

On donne la dérivée de $f(x) = \text{Arccsin} x$: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$. Une étude de la dérivée seconde montre que cet extremum est un minimum. Calculer les valeurs numériques de i_m et de D_m en degrés.

- f) On donne le tracé de la fonction $g(x) = 180 + 2x - 4\text{Arcsin}\left(\frac{\sin x}{1,33}\right)$ ci-dessous pour x en degrés :



À l'aide du graphe précédent et en remarquant l'allure de la courbe près du minimum, expliquer pourquoi un observateur ne voit que les rayons émergeant des gouttes avec un angle de déviation D_m . On pourra admettre que les rayons arrivant du Soleil, situé à l'infini, arrivent tous parallèles entre eux.

- g) Pourquoi observe-t-on toujours un cercle ou un arc de cercle ?
- h) L'indice de l'eau suit une loi de Cauchy de la forme $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ avec A et B des constantes positives. Pourquoi observe-t-on des couleurs dans l'arc-en-ciel et des arcs de couleur qui ne se superposent pas ? Indiquer, du bleu ou du rouge, la couleur qui est la plus déviée.
- i) On donne les indices de l'eau pour les radiations bleue et rouge soit $n_{bleu} = 1,3371$ et $n_{rouge} = 1,3311$. Calculer numériquement les angles d'incidence $i_m(bleu)$ et $i_m(rouge)$ correspondants puis les valeurs numériques pour $D_m(bleu)$ et $D_m(rouge)$.
- j) En déduire l'ordre des couleurs vues par l'observateur de l'intérieur vers l'extérieur de l'arc.

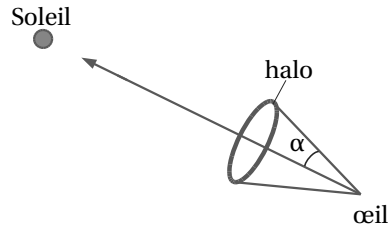
1.19

Halo solaire (d'après Agro-Véto)

Le halo solaire ou anthélie est un phénomène optique atmosphérique qui ressemble à un arc-en-ciel circulaire. Il apparaît sous la forme d'un cercle coloré dont le Soleil occupe le centre.



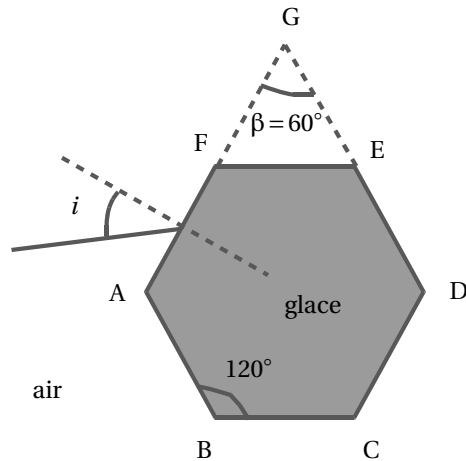
On cherche à déterminer le rayon angulaire du halo qui représente l'angle au sommet du cône représenté sur le schéma ci-dessous.



Le halo est dû à la réfraction de la lumière issue du Soleil par de petits cristaux de glace en forme de bâtonnets. Les plus petits de ces cristaux dont la taille peut être inférieure à $20\ \mu\text{m}$ ont un mouvement erratique provoqué par le choc des molécules qui constituent l'air. Ils ont donc toutes les orientations possibles dans l'espace. Puisqu'on ne s'intéresse qu'à la déviation des rayons lumineux, la réfraction de la lumière issue du Soleil par l'ensemble de ces cristaux peut être modélisée par la réfraction de la lumière par un seul cristal en considérant un angle d'incidence variable.

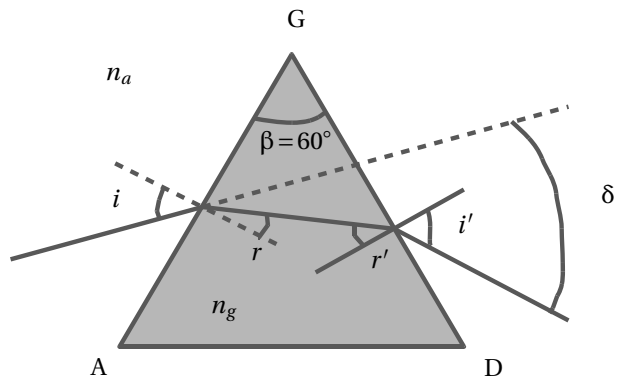
La figure ci-dessous donne la représentation d'une section droite d'un cristal de glace. Cette section présente la géométrie d'un hexagone régulier ABCDEF. Un rayon lumineux incident contenu dans le plan de cette section atteint la face AF avec un angle d'incidence variable i . On étudie la déviation de ce rayon par le cristal. On note respectivement $n_a = 1,00$ et $n_g = 1,31$ les indices optiques de l'air et de la glace.

- a) Justifier que le rayon lumineux émergeant du cristal ne peut pas sortir par la face EF.

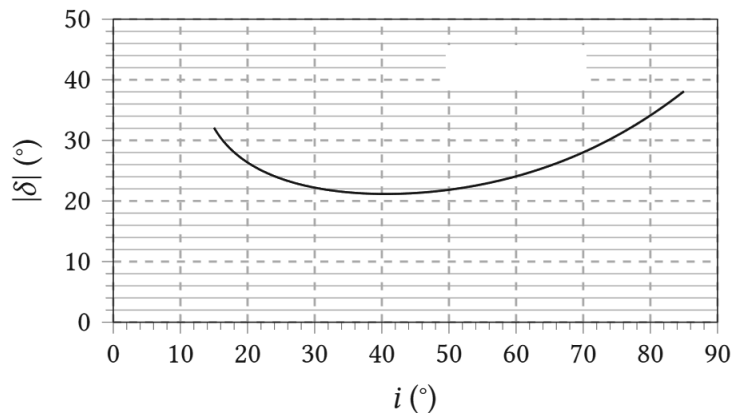


- b) Montrer qu'un rayon lumineux n'ayant pas subi de réflexion à l'intérieur du cristal de glace et sortant par la face CD est parallèle au rayon incident et qu'un faisceau parallèle incident n'est pas dévié par le cristal.

On considère le rayon émergeant de la face DE. Les faces AF et DE sont analogues aux faces d'un prisme de sommet G, d'angle au sommet $\beta = 60^\circ$ et d'indice optique égal à celui de la glace. Les différents angles sont définis sur la figure ci-dessous. On note notamment δ l'angle qui mesure la déviation du rayon incident après sa traversée du prisme.



- c) Donner les relations liant i, r, n_a et n_g d'une part et i', r', n_a et n_g d'autre part.
d) Établir que $\beta = r + r'$ et $\delta = i + i' - r - r'$.
e) La courbe suivante indique les variations de la déviation δ en fonction de l'angle d'incidence i . On constate l'existence d'une valeur minimale dont on admet qu'elle est obtenue pour $i = i'$. En déduire dans cette configuration que $r = \frac{\beta}{2}$ et $\sin i = \frac{n_g}{n_a} \sin \frac{\beta}{2}$.

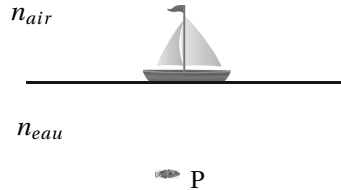


- f) La valeur minimale de δ vaut approximativement 22° . Retrouver ce résultat par le calcul.
g) Expliquer pourquoi l'observateur observe une accumulation de lumière dans la direction qui correspond à une ouverture angulaire de 22° autour de l'axe dirigé de son œil vers le Soleil. Cette accumulation de lumière constitue le halo solaire.
h) L'indice optique de la glace est une fonction décroissante de la longueur d'onde. On observe que le halo solaire est irisé sachant que l'irisation est la production des couleurs de l'arc-en-ciel par décomposition de la lumière du Soleil. Les couleurs observées varient du rouge à l'intérieur au bleu à l'extérieur du halo. Préciser si les résultats établis précédemment sont en accord avec cette observation.

1.20**Profondeur apparente d'un poisson**

Un pêcheur veut déterminer la profondeur apparente d'un poisson afin de savoir s'il a une chance de l'attraper. Il observe le poisson depuis sa barque en se plaçant à la verticale de l'animal de manière à ce que les conditions d'observation vérifient les conditions de Gauss. On note n_{air} et n_{eau} les indices respectifs de l'air et de l'eau.

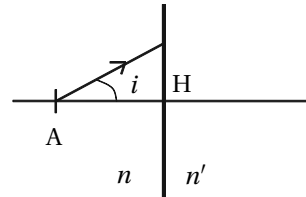
- Rappeler les conditions de Gauss et préciser leurs conséquences sur les angles.
- Construire l'image P' du poisson P situé dans l'eau par le dioptre air - eau. On note H le projeté orthogonal de P sur le dioptre.



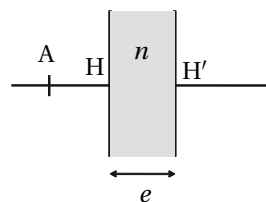
- Exprimer $\overline{P'H}$ en fonction de $\overline{PH}$ et des indices n_{air} et n_{eau} .
- En déduire la profondeur apparente $P'H$ de la pierre en fonction de sa profondeur réelle PH . On donne les indices de l'air et du liquide $n_{air} = 1,00$ et $n_{eau} = 1,33$.

1.21**Comme un poisson dans l'eau (d'après G2E)**

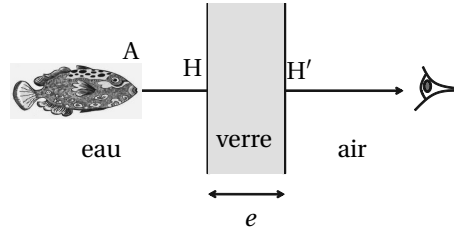
Un dioptre plan sépare deux milieux d'indice respectif n et n' tel que $n' < n$. Des rayons lumineux sont émis d'une source ponctuelle A située sur l'axe optique.



- Déterminer graphiquement l'image A' de A à travers le dioptre.
 - Exprimer $\overline{A'H}$ en fonction des angles d'incidence i , de réfraction i' et de $\overline{AH}$.
 - Énoncer les conditions de Gauss. Quelles en sont les conséquences ?
- Dans ces conditions, en déduire que $\frac{n}{\overline{AH}} = \text{constante}$.
- On se place désormais dans les conditions de Gauss. Un objet ponctuel A , éclaire une lame à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e , plongée dans l'air d'indice égal à 1,00.



- i) Montrer que le déplacement $\overline{AA'}$ où A' est l'image de A à travers la lame s'écrit $\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$.
- ii) La paroi d'un aquarium est constituée d'une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 1,00$ cm. L'indice optique de l'air est $n_{air} = 1,00$, celui du verre est $n_{verre} = 1,50$ et celui de l'eau est $n_{eau} = 1,33$.

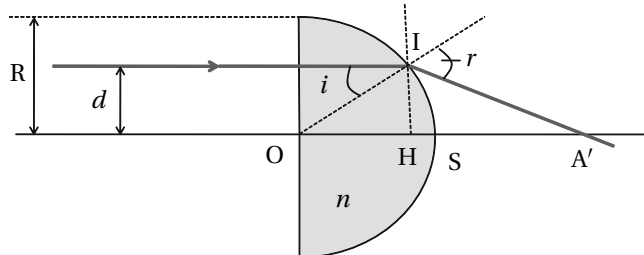


La tête du poisson A se situe à 30,0 cm de la paroi de verre et une personne observe le poisson de l'autre côté de la paroi selon la direction indiquée sur le schéma. À quelle distance de la paroi de verre semble vu le poisson ?

1.22

Stigmatisme d'une lentille demi-boule (d'après CAPLP et Centrale)

On considère la lentille demi-boule suivante éclairée par un rayon parallèle à l'axe optique situé à une distance d de celui-ci.



- a) Établir la relation donnant $OA' = OH + HA'$ en fonction des seuls paramètres $R = OS$ et des angles i et r . A-t-on stigmatisme ?
- b) On se place maintenant dans les conditions de Gauss. En déduire la position OA' en fonction de R et n , c'est la focale f' de la lentille. Faire l'application numérique avec $R = 10$ cm, $n_{air} = 1,0$ et $n_{verre} = n = 1,5$. Le système est-il stigmatique dans ces conditions ?
- c) Que se passe-t-il si le rayon est constitué de deux radiations de longueur d'onde dans le vide $\lambda_1 = 450$ nm et $\lambda_2 = 650$ nm ? On précisera les couleurs correspondant à ces deux longueurs d'onde.
- d) Sachant que les valeurs de l'indice sont pour ces longueurs d'onde $n_1 = 1,53$ et $n_2 = 1,51$ respectivement, donner les valeurs des focales f'_1 et f'_2 correspondantes dans les conditions de Gauss. Le fait que les focales soient différentes en fonction de la longueur d'onde correspond aux aberrations chromatiques de la lentille.
- e) Quelle est la valeur limite d_{lim} du rayon du faisceau incident si on veut que tous les rayons ressortent de la lentille ? On l'exprimera en fonction de R et n .

Du mal à démarrer ?

1.1

- Utiliser la relation entre célérité, fréquence et longueur d'onde.
- Faire de même dans le sulfure de carbone.
- Appliquer la définition de l'indice d'un milieu.

1.2

- Faire les applications numériques avec la relation de Cauchy.
- Résoudre un système 2 équations 2 inconnues issues de l'application de la relation de Cauchy. Vérifier qu'on obtient la même valeur avec la relation de Cauchy que celle mesurée.

1.3

- Appliquer la relation qui lie c , λ et f .
- La couleur est liée à la fréquence de l'onde pas à sa longueur d'onde. Dans un milieu transparent, la fréquence de l'onde ne varie pas mais sa longueur d'onde le peut.
- Calculer n pour chaque longueur d'onde et utiliser la seconde loi de Descartes.
- Faire un schéma pour les déviations des deux couleurs en repérant bien r par rapport à la normale.

1.4

- Appliquer les lois de Snell-Descartes relatives à la réflexion.
- Attention les angles ne sont pas définis par rapport à la normale !
- Exprimer la tangente d'un angle dans un triangle rectangle.

1.5

- Déterminer la position de l'image d'un objet à travers un miroir plan.
- Utiliser le grandissement d'un miroir plan.

1.6

Définir les angles des rayons incident et réfracté par rapport à la normale et appliquer la troisième loi de Snell-Descartes relative à la réfraction.

1.7

- Le rayon issu du fil 2 arrive au niveau du fil 1 après une réflexion sur le miroir puis se réfracte dans l'air. Il faut bien voir la symétrie des rayons qui se réfléchissent dans le liquide.
- Utiliser la seconde loi de Descartes pour la réfraction puis exprimer des sinus dans des triangles rectangles bien choisis.

1.8

- Appliquer la troisième loi de Snell-Descartes sur la réfraction.
- Utiliser la condition de réflexion totale.
- Utiliser la condition de réflexion totale.

1.9

- Appliquer les lois de Snell-Descartes sur la réflexion en tenant compte de relations issues de la somme des angles dans différents triangles rectangles (elle vaut π).
- Tracer le trajet des rayons et raisonner géométriquement avec les différents triangles rectangles.
- Appliquer la condition de réflexion totale à l'interface prisme - air.

1.10

- Revoir le cours sur la réflexion totale.
- Si aucun rayon ne sort de l'eau, c'est que tous les rayons ne subissent pas une réflexion totale arrivent sous le bouchon. Le cas limite est donc que la réflexion totale arrive au maximum sur les bords du bouchon.

1.11

- Revoir les constructions géométriques.
- Par principe du retour inverse, exprimer la condition de réflexion totale en I puis utiliser un triangle rectangle formé par les normales aux deux faces d'entrée et de sortie.
- Utiliser les conditions de réfraction.

1.12

- Revoir les conditions de réflexion totale.
- Revoir le cours sur la détermination de l'angle de réfraction limite.
- Revoir les constructions géométriques.
- Même chose qu'à la question 1.
- Exploiter la relation donnant l'angle de réfraction limite.

1.13

- Penser à la réflexion totale.
- Écrire la condition de réflexion totale en fonction de l'angle de réflexion α à l'interface cœur-gaine puis trouver une relation simple dans un triangle rectangle entre α et θ_c .
- Lier le sinus de l'angle de réflexion α à l'interface cœur - gaine en fonction de a et R et écrire la condition de réflexion totale.
- Pour le rayon le plus incliné (en zigzag), séparer chaque portion de la ligne brisée et calculer sa longueur en fonction de $\sin \alpha_{lim}$. Exprimer alors simplement la somme en fonction de l la longueur totale de la fibre et de $\sin \alpha_{lim}$.

1.14

- Identifier les rayons réfléchis partiellement et ceux qui le sont totalement.
- Raisonner sur un rayon arrivant avec un angle d'incidence α et isoler un triangle rectangle pour exprimer $\tan \alpha$ en fonction des données.
- Faire de même que précédemment en I sachant que le rayon arrive désormais avec l'angle limite de réflexion totale.

1.15

- b) Exploiter la première loi de Snell-Descartes.
- c) Écrire la somme des angles dans un triangle puis calculer la déviation.
- g) Exploiter le graphique.
- h) Utiliser le principe du retour inverse de la lumière.
- i) Utiliser les résultats des questions a, c et g.
- j) Exploiter la relation de la question précédente.

1.16

- a) Comparer les angles de réfraction et d'incidence pour déterminer si les rayons s'écartent ou se rapprochent de la normale. Exploiter les constructions réalisées et se souvenir que l'intensité lumineuse sera d'autant plus grande que les rayons se concentrent dans une zone de l'espace.
- b) Penser à comparer les masses volumiques des pierres et du liquide pour savoir si la pierre flotte ou tombe au fond. Exploiter ensuite les résultats de la question a.

1.17

- a) Exprimer la distance cherchée en fonction des points indiqués sur la figure et utiliser la troisième loi de Snell-Descartes.
- c) Exploiter les réponses des questions précédentes.
- d) Utiliser les résultats de la question c.
- e) Appliquer la théorie précédente.

1.18

- a) Utiliser la première loi de Snell-Descartes.
- b) Bien remarquer que de nombreux triangles sont isocèles. Appliquer la troisième loi de Snell-Descartes.
- c) Écrire la somme des déviations en M, N et L en faisant attention aux signes ou travailler avec la somme des angles dans le quadrilatère KMNL.
- d) Exploiter ce qui précède.
- e) Calculer $\frac{dD}{di}$.
- f) Observer l'allure du minimum plat et sa conséquence sur l'accumulation de lumière dans une direction.
- g) S'aider d'un schéma représentant la lumière venant du Soleil (faisceau de rayons parallèles entre eux) et les rayons arrivant à l'œil avec une luminosité suffisante avec une déviation D_m . Seules les gouttes situées à une certaine hauteur contribuent à ces derniers.
- h) Classer les longueurs d'onde bleu et rouge. Exploiter dans l'expression de D le fait que n est une fonction décroissante de λ .

- i) Il s'agit ici d'estimer numériquement la faible dispersion de la lumière responsable pourtant d'une séparation des couleurs sur une grande plage dans le ciel.
- j) Il faut remarquer que les rayons rouges et bleus vus par l'œil ne proviennent pas des mêmes gouttes, ce qui inverse les couleurs vues par rapport à la déviation.

1.19

- a) Déterminer l'intervalle dans lequel varie l'angle d'incidence sur la face EF puis le positionner par rapport à l'angle de réfraction limite.
- b) Utiliser les lois de Snell-Descartes et la relation des angles alternes internes.
- c) Traduire la troisième loi de Snell-Descartes.
- d) Relier les angles par un raisonnement géométrique simple et le fait que la somme des angles dans un triangle vaut π .
- e) Exploiter l'indication de l'énoncé avec les relations sur les angles précédemment établies.
- h) Comparer les déviations en fonction de leur longueur d'onde et faire un schéma.

1.20

Utiliser le cours sur les conditions de Gauss et les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction. Ne pas oublier de se placer dans les conditions de Gauss.

1.21

- a) Revoir la construction des rayons lors d'une réfraction et le cours sur les conditions de Gauss. Utiliser les relations trigonométriques dans un triangle rectangle bien choisi.
- b) Utiliser la première question.
- c) Écrire la relation de conjugaison du dioptré plan en H et H' en utilisant une image intermédiaire A_1 telle que :

$$A \xrightarrow{\text{dioptré1}} A_1 \xrightarrow{\text{dioptré2}} A'$$

puis utiliser la relation de Chasles en des points judicieux.

1.22

- a) Utiliser le calcul des angles dans les triangles rectangles OHI et IHA' à partir des longueurs des côtés.
- b) Linéariser les lois de Descartes.
- c) Penser à la dépendance de l'indice avec la longueur d'onde.
- e) Il suffit d'écrire la condition de réflexion totale en I.

Corrigés des exercices

1.1

- a) La relation entre longueur d'onde λ , fréquence f et vitesse de la lumière s'écrit dans le vide $c = \lambda_{\text{vide}} f$. On en dé-

duit la fréquence $f = \frac{c}{\lambda_{\text{vide}}} = 5,08.10^{14}$ Hz avec la valeur $c = 3,00.10^8$ m.s⁻¹ pour la vitesse de la lumière dans le vide.

- b) Dans le sulfure de carbone, la vitesse de propagation s'exprime par $v = \lambda_{\text{CS}_2} f = 1,88 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
- c) Par définition de l'indice, on a $n = \frac{c}{v} = 1,60$ ou encore en fonction des longueurs d'onde $n = \frac{\lambda_{\text{vide}}}{\lambda_{\text{CS}_2}} = 1,60$.

1.2

- a) Il suffit d'utiliser la relation de Cauchy et de faire les applications numériques correspondantes. On obtient les résultats suivants :

couleur	violet	bleu	vert	jaune orangé	jaune orangé
$\lambda \text{ (nm)}$	404,7	435,8	546,1	577,0	579,1
n	1,335	1,333	1,328	1,327	1,327

- b) i) On applique la relation de Cauchy $n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2}$ aux données soit le système :

$$\begin{cases} 1,674 = n_0 + \frac{A}{(486,1 \cdot 10^{-9})^2} \\ 1,654 = n_0 + \frac{A}{(656,3 \cdot 10^{-9})^2} \end{cases}$$

soit en soustrayant ces deux équations :

$$(1,674 - 1,654) = A \left(\frac{1}{(486,1 \cdot 10^{-9})^2} - \frac{1}{(656,3 \cdot 10^{-9})^2} \right)$$

$$\text{donc } A = \frac{1,674 - 1,654}{\frac{1}{(486,1 \cdot 10^{-9})^2} - \frac{1}{(656,3 \cdot 10^{-9})^2}} \text{ soit numériquement } A = 1,047 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2.$$

Alors en reportant dans l'une ou l'autre des équations, on en déduit n_0 soit par exemple $n_0 = 1,674 - \frac{1,047 \cdot 10^{-14}}{(486,1 \cdot 10^{-9})^2}$ et $n_0 = 1,630$.

Finalement $n_0 = 1,630$ et $A = 1,047 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$.

- ii) En utilisant la relation obtenue à la question précédente pour $\lambda = 589,3 \text{ nm}$, on obtient $n = 1,660$. On a un bon accord avec la valeur mesurée, on peut en déduire que la loi de Cauchy semble bien s'appliquer à ce matériau.

1.3

- a) Comme $n_{\text{air}} = 1,00$, la vitesse de la lumière dans l'air est aussi celle dans le vide et on a $\lambda = \frac{c}{f} = 680 \text{ nm}$.

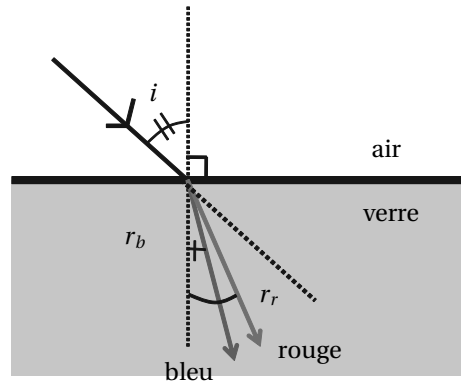
- b) Dans le verre, la fréquence de l'onde lumineuse n'est pas modifiée donc sa couleur non plus mais sa longueur d'onde l'est car la vitesse de l'onde $c' = \frac{c}{n}$ change. On a $\lambda' = \frac{c'}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n} = 450 \text{ nm}$. La couleur n'est donc pas bleue mais rouge. Les couleurs apprises en fonction des longueurs d'onde sont uniquement valables dans le vide (ou l'air).

- c) On applique la loi de Descartes soit $n_{\text{air}} \sin i = n \sin r$ donc $\sin r = \frac{n_{\text{air}}}{n} \sin i$.

Pour un rayon de couleur bleue vers $\lambda_b = 400 \text{ nm}$ dans l'air, on trouve $n_b = 1,53$ et $\sin r_b = 0,420$ donc $r_b = 24,8^\circ$.

Pour un rayon de couleur rouge vers $\lambda_r = 800 \text{ nm}$ dans l'air, on trouve $n_r = 1,51$ et $\sin r_r = 0,426$ donc $r_r = 25,2^\circ > r_b$.

- d) La déviation du rayon se caractérise par l'angle dont a tourné le rayon incident. Ce n'est pas r . Le rayon le plus dévié est le bleu car l'angle de réfraction est repéré par rapport à la normale :

**1.4**

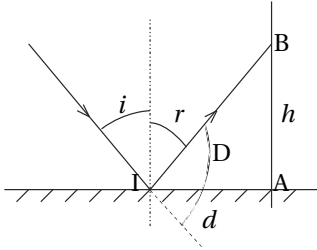
- a) On applique les lois de Snell-Descartes relative à la réflexion : le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence, il traverse la normale et la troisième loi donne $r = i$ en notant r et i les angles respectivement de réflexion et d'incidence. Ici le rayon incident est perpendiculaire au miroir plan c'est-à-dire suivant la normale donc $i = 0,0^\circ$. La dernière loi de Snell-Descartes implique $r = 0,0^\circ$: le faisceau réfléchi est perpendiculaire au plan du miroir en sens inverse au faisceau incident.

- b) Il faut faire attention au fait que les angles sont donnés par rapport à la surface du miroir et non par rapport à la normale : on doit déterminer les angles d'incidence par rapport à la normale.

Ici on a pour le premier rayon $r_1 = i_1 = 90 - 30 = 60^\circ$ et pour le second $r_2 = i_2 = 90 - 50 = 40^\circ$.

À l'aide de la figure ci-dessous, on détermine la déviation $D = 180^\circ - i - r = 180^\circ - 2r$. On en déduit les valeurs des déviations pour le premier rayon $D_1 = 60^\circ$ et pour le second $D_2 = 100^\circ$.

- c) L'angle est donné par rapport à la normale, la loi de Snell-Descartes conduit à $r = i = 36^\circ$.



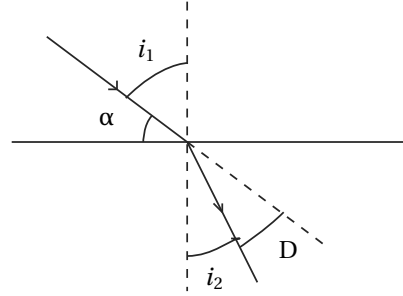
Par les relations dans le triangle rectangle IAB et en remarquant que $\widehat{IBA} = r$, on peut écrire $\tan r = \frac{d}{h}$ dont on déduit la hauteur sur l'écran $h = \frac{d}{\tan r} = \frac{1,50}{\tan 36^\circ} = 2,06 \text{ m}$.

1.5

- L'image de l'objet est son symétrique par rapport au plan du miroir donc elle se trouve à une distance $d' = d$ derrière le miroir.
- On a la même chose mais avec une distance $d + \ell$ au lieu de d donc l'image est située à une $d' = d + \ell$ derrière le miroir, autrement à une distance $2(d + \ell)$ de la personne.
- L'image était initialement à une distance $2d$ de la personne, elle passe à une distance $2(d + \ell)$, elle s'est donc déplacée d'une distance 2ℓ .
- L'image est obtenue par symétrie par rapport à un plan, elle conserve donc sa taille et le grandissement est égal à 1. L'image a la même taille que l'objet, on la voit plus petite uniquement à cause de son éloignement...

1.6

On complète le schéma de l'énoncé en introduisant les angles que font les rayons incident et réfracté avec la normale notés respectivement i_1 et i_2 :



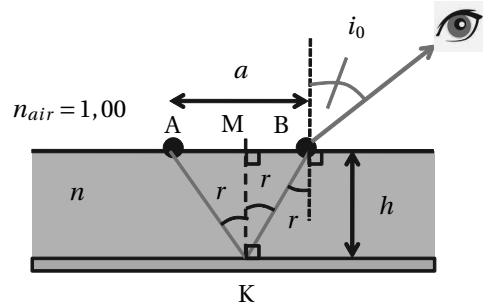
En utilisant la figure ci-dessus, on en déduit $i_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha$ et $i_2 = i_1 - D = \frac{\pi}{2} - \alpha - D$.

En reportant ces valeurs dans la troisième loi de Snell-Descartes relative à la réfraction $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, on obtient $n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - D\right)$.

On en déduit $n_2 = n_1 \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + D)} = 1,60$ sachant que l'indice de l'air n_1 vaut 1,00.

1.7

- a) Un rayon issu du fil 1 en A arrive sur le miroir avec un angle d'incidence r et s'y réfléchit également avec la même valeur r pour l'angle de réflexion. Comme la surface du liquide et le miroir sont parallèles, on retrouve cet angle par la relation des angles alternes-internes comme angle d'incidence en B. Le rayon subit alors en B une réfraction et ressort avec un angle i_0 d'après l'énoncé indiquant que ce rayon se superpose à celui issu directement du fil 2.



- b) On a $\tan r = \frac{AM}{MK}$ et $\tan r = \frac{MB}{MK}$ dans les triangles AMK ou BMK rectangles en M. On en déduit $AM = MB$. M est le milieu de [AB] et $AM = MB = \frac{a}{2}$ puisque $AB = a$.

De plus, la deuxième loi de Snell-Descartes relative à la réfraction en B permet d'écrire $n_{air} \sin i_0 = n \sin r$. Il reste à exprimer $\sin r$ dans le triangle BMK par exemple soit

$$\sin r = \frac{MB}{KB} = \frac{MB}{\sqrt{MB^2 + MK^2}} = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4h^2}}$$

On a donc $\sin i_0 = n \sin r = n \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4h^2}}$ dont on déduit :

$$n = \sin i_0 \sqrt{\frac{a^2 + 4h^2}{a^2}} = \sin i_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{a}\right)^2} = \sin i_0 \sqrt{1 + K^2}$$

$$\text{avec } K = \frac{2h}{a}.$$

L'application numérique donne $n = 1,3$.

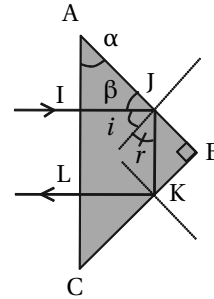
1.8

- On applique la troisième loi de Snell-Descartes relative à la réfraction en A, ce qui conduit à $n_p \sin \theta = n_v \sin \theta_2$ soit $\theta_2 = \text{Arcsin}\left(\frac{n_p}{n_v} \sin \theta\right) = 47,8^\circ$.
- On remarque qu'aux points B et C, l'angle d'incidence est θ_2 . Soit θ_3 , l'angle de réfraction en ces points, la loi de Snell-Descartes donne $n_v \sin \theta_2 = n_a \sin \theta_3$. L'angle θ_3 existe tout comme le rayon réfracté si $\sin \theta_3 < 1$ soit $\frac{n_v}{n_a} \sin \theta_2 < 1$ soit $\sin \theta_2 < \frac{n_a}{n_v}$. Dans le cas contraire, on observe une réflexion totale. Pour avoir un rayon réfracté, il faut donc que $\theta_2 < \text{Arcsin}\left(\frac{n_a}{n_v}\right) = 40,2^\circ$. Comme $\theta_2 = 47,8^\circ > 40,2^\circ$, on a réflexion totale et le rayon ne ressort pas du pare-brise.
- En présence d'eau au point C, c'est dans l'eau et non plus dans l'air qu'on a une possible réfraction. La condition s'écrit $\theta_2 < \text{Arcsin}\left(\frac{n_e}{n_v}\right) = 59,1^\circ$ qui est vérifiée ici puisque $\theta_2 = 47,8^\circ < 59,1^\circ$ et on a un rayon réfracté.
- En l'absence de pluie, le faisceau est guidé en zigzag dans le pare-brise et ne perd pas en intensité : toute la lumière arrive au capteur. En présence de pluie, chaque rayon qui rencontre une goutte est réfracté et l'essentiel de l'intensité lumineuse part avec le rayon réfracté (il y a toujours une réflexion partielle dans le pare-brise mais le rayon réfléchi présente une intensité lumineuse faible et il peut aussi être réfracté par d'autres gouttes de pluie). Plus il y a de gouttes, plus un grand nombre de rayons quitte la zone du pare-brise : l'intensité reçue par le capteur diminue fortement. Au-delà d'une valeur limite, les essuie-glaces se déclenchent automatiquement.

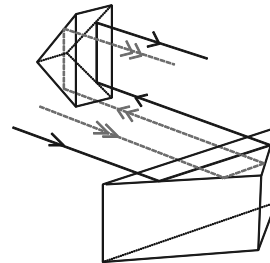
1.9

- Le rayon incident arrive suivant la normale, il n'est donc pas dévié sur la face d'entrée en I. Ensuite on applique la loi de Snell-Descartes sur la réflexion en J avec des angles d'incidence et de réflexion de 45° compte tenu de la configuration du dispositif. En effet, le prisme étant isocèle rectangle, on a $\widehat{IAJ} = \alpha = 45^\circ$ donc le triangle IAJ est rectangle

en I. On obtient également $\widehat{IJA} = \beta = 45^\circ$ et l'angle d'incidence $i = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. L'angle de réflexion est alors $r = i = 45^\circ$, le faisceau repart à angle droit. On procède ainsi de suite, la situation étant symétrique et on déduit le trajet des rayons lumineux suivant :



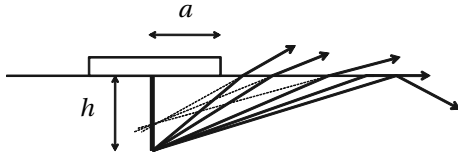
- Les triangles AIJ et LKC sont des triangles isocèles rectangles en A et L. Par conséquent, on a $AI = IJ$ et $LK = LC$. On en déduit que la distance cherchée est finalement égale à $IJ + JK + KL = AI + IL + LK = h$.
- La condition de réflexion totale en I est $\sin i \geq \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{prisme}}}$ soit $\sin i \geq \frac{1}{n}$. L'angle d'incidence en J est $i = 45^\circ$, on en déduit $\frac{1}{\sqrt{2}} \geq \frac{1}{n}$ soit $n \geq \sqrt{2} \approx 1,4$.
- Le tracé des rayons est représenté ci-dessous. On observe bien une inversion de la position respective des deux rayons, ce qui correspond à un redressement de l'image *in fine*.



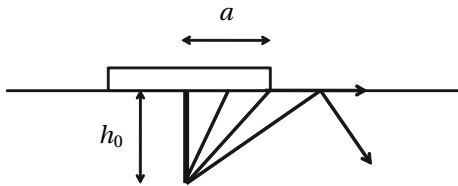
1.10

- C'est le phénomène de réflexion totale qui permet d'expliquer ces observations. Dans le cas général, il existe forcément des rayons issus de la pointe de l'épingle qui sortent de l'eau et peuvent être perçus par quelqu'un dans l'air. Mais plus ces rayons arrivent sur l'interface air - eau loin du bouchon, plus l'angle d'incidence i dans l'eau est élevé. Alors pour une inclinaison suffisante, on finit par atteindre l'angle i_{lim} de réfraction limite au-delà duquel il y a réflexion totale (le phénomène est possible car on passe dans un milieu moins réfringent). Pour les rayons arrivant avec

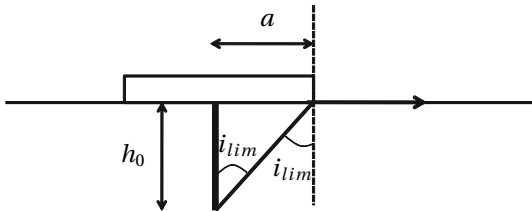
une incidence $i > i_{lim}$, la condition de réflexion totale est satisfaite et plus aucun rayon ne sort de l'eau.



Pour qu'aucun rayon ne ressorte, il faut que le premier rayon subissant la réflexion totale arrive au minimum sur l'interface à hauteur du bouchon soit entre 0 et a . La position critique est donc obtenue en a , ce qui correspond à la situation suivante :



b) On a :



On exprime alors $\sin i_m$ dans un triangle rectangle soit $\sin i_{lim} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + h_0^2}}$. Comme l'angle i ne fait qu'augmen-

ter quand on s'éloigne (l'angle d'inclinaison étant de plus en plus important), si la condition de réflexion totale est satisfaite en a , elle le sera après puisque la réflexion totale se produit pour des angles i tels que $\sin i \geq \frac{n_{air}}{n_{eau}} = \frac{1}{n}$ ou

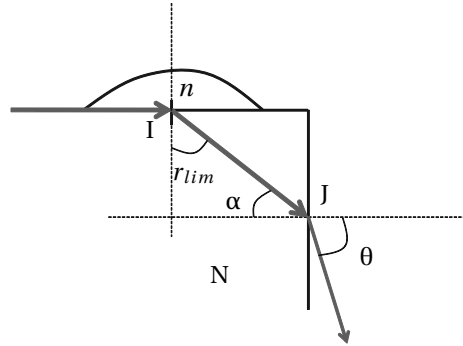
$i \geq i_{lim} = \text{Arcsin} \frac{1}{n}$. De $\sin i_{lim} = \frac{1}{n} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + h_0^2}}$, on dé-

duit $a^2 + h_0^2 = n^2 a^2$ et $h_0 = a\sqrt{n^2 - 1}$.

Il faut donc que $h \leq h_0$ avec $h_0 = a\sqrt{n^2 - 1} \approx 2,6 \text{ cm}$.

1.11

- a) Pour les tracés, il faut penser que lors du passage dans un milieu moins réfringent, le rayon réfracté s'écarte de la normale et vice-versa :



- b) Le rayon arrivant en I en incidence rasante est réfracté selon l'angle r_{lim} tel que $n \sin \frac{\pi}{2} = n = N \sin r_{lim}$ donc $\sin r_{lim} = \frac{n}{N}$.

Comme $\alpha = \frac{\pi}{2} - r_{lim}$, on a $\sin r_{lim} = \cos \alpha = \frac{n}{N}$. La troisième loi de Snell-Descartes en J s'écrit $N \sin \alpha = \sin \theta$ et on en déduit $\sin \theta = N \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = N \sqrt{1 - \frac{n^2}{N^2}} = \sqrt{N^2 - n^2}$.

En élevant cette relation au carré, on a $N^2 - n^2 = \sin^2 \theta$ soit $n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \theta} = 1,33$, ce qui correspond à la valeur de l'indice de l'eau.

- c) Ce dispositif fonctionne si $\sin r_{lim} = \frac{n}{N}$ existe c'est-à-dire s'il y a réfraction en I soit $n \leq N$ et que $\sin \theta = \sqrt{N^2 - n^2}$ soit $\sqrt{N^2 - n^2} \leq 1$. Cela ne fonctionne que pour des indices n tels que $\sqrt{N^2 - 1} \leq n \leq N$ soit numériquement $1,28 \leq n \leq 1,63$.

1.12

- a) La troisième loi de Snell-Descartes relative à la réfraction s'écrit $n \sin i = n' \sin i'$. On a réfraction du milieu d'indice n vers le milieu d'indice n' si i' existe soit $|\sin i'| \leq 1$ soit $|\sin i| \leq \frac{n'}{n}$. Si $n' \geq n$, on a $|\sin i| \leq 1 \leq \frac{n'}{n}$ donc l'inégalité est toujours vérifiée et il n'y a donc pas de réflexion totale.

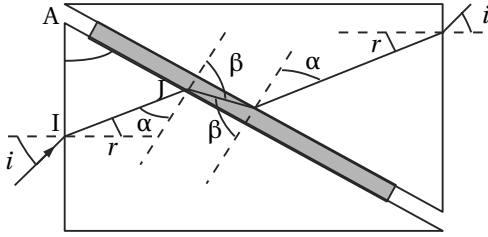
- b) Si $n' < n$, l'inégalité précédente impose $\sin i < \frac{n'}{n}$ pour des angles géométriques compris entre $0,0^\circ$ et 90° . On en déduit $i < i_\ell = \text{Arcsin} \frac{n'}{n}$, i_ℓ est l'angle de réfraction limite.

- c) L'indice de l'air vaut 1,00 et celui du prisme $n \geq 1,00$ donc il y a toujours réfraction à l'entrée du prisme d'après la première question. Au niveau du liquide, on passe d'un milieu d'indice n à un milieu d'indice N . On doit discuter en fonction de la valeur de N par rapport à celle de n :

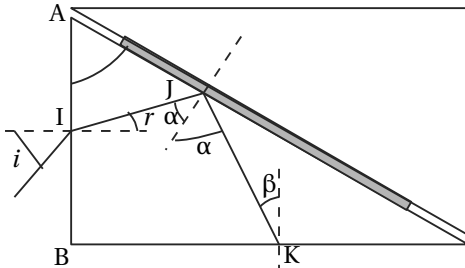
- si $N > n$, il y a toujours réfraction lors du passage prisme - liquide ; en revanche, il pourrait y avoir réflexion totale lors du passage liquide - prisme mais comme l'angle d'incidence à l'interface liquide

- prisme est égal à l'angle de réfraction à l'interface prisme - liquide, on ne peut jamais vérifier la condition de réflexion totale : il y aura toujours réfraction et le rayon sort du dispositif avec un angle i par rapport à la normale de la face de sortie ;

- si $n > N$, la réflexion totale est possible à l'interface prisme - liquide.



- d) D'après la question précédente, on est dans le cas où $n > N$, ce qui signifie qu'on observera le phénomène de réflexion totale pour $\alpha < \text{Arcsin} \frac{N}{n}$ d'après les résultats de la question b.



Or la somme des angles dans un triangle est égale à 180° , ce qui permet d'écrire $\hat{A} + (90^\circ - r) + (90^\circ - \alpha) = 180^\circ$ dans le triangle AIJ. On en déduit $r = \hat{A} - \alpha$.

En utilisant les deux relations qui viennent d'être obtenues, la condition de réflexion totale sur α et la relation entre r et α , on obtient finalement $r \geq \hat{A} - \text{Arcsin} \frac{N}{n}$.

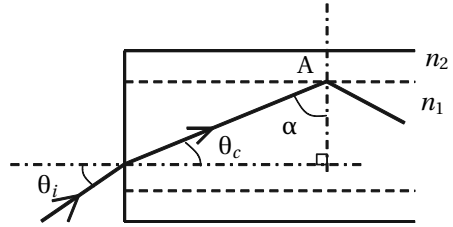
Sur la face d'entrée du prisme, la relation de Snell-Descartes relative à la réfraction s'écrit $\sin i = n \sin r$, ce qui permet d'obtenir la condition $i \geq i_\ell$ avec $i_\ell = \text{Arcsin} \left(n \sin \left(\hat{A} - \text{Arcsin} \frac{N}{n} \right) \right)$.

- e) De la relation donnant la valeur de l'angle limite i_ℓ , on tire $N = n \sin \left(\hat{A} - \text{Arcsin} \frac{\sin i_\ell}{n} \right)$.

- f) Il suffit de faire l'application numérique avec les valeurs $\hat{A} = 75^\circ$, $i_\ell = 26,6^\circ$ et $n = 1,658$ pour obtenir $N = 1,426$ comme valeur de l'indice du cyclohexane.

1.13

- a) Pour qu'on ait réflexion totale à l'interface cœur-gaine, il faut qu'on passe dans un milieu moins réfringent c'est-à-dire que $n_1 > n_2$.



- b) i) La condition de réflexion totale en A a lieu si le rayon réfracté en A avec un angle de réfraction β ne peut mathématiquement exister. Or la loi de Snell-Descartes en A donne $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ soit $\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha$.

L'angle β n'existe pas si $\sin \beta > 1$ donc si $\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha > 1$ soit $\sin \alpha > \frac{n_2}{n_1}$.

On a réflexion totale pour $\sin \alpha > \frac{n_2}{n_1}$ avec α l'angle de réflexion à l'interface cœur-gaine. Or $\sin \theta_i = n_1 \sin \theta_c$ et $\theta_c = \frac{\pi}{2} - \alpha$ puisqu'on a un triangle rectangle. On en déduit

$$\sin \theta_i = n_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = n_1 \cos \alpha = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$\sin \alpha > \frac{n_2}{n_1}$ implique $1 - \sin^2 \alpha < 1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2$ et pour

l'angle θ_i : $\sin \theta_i < n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2}$ soit

$$\sin \theta_i < \sin \theta_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = n_1 \sqrt{2\Delta}$$

- ii) On en déduit O.N. = $\sin \theta_a = 0,21$ soit un angle d'incidence maximal $\theta_a \approx 12,2^\circ$.

