

Jean-Michel Bauduin
Thierry Bars
Mélanie Cousin
Yves Josse
Frédéric Legrand
Josiane Manasses
Hélène Michel

PARCOURS PRÉPAS

PHYSIQUE

PCSI

EDISCIENCE

Création de couverture : Studio Dunod

© Dunod, 2021

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-083461-7

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Partie 1 Ondes et signaux I

1	Formation des images.....	9
2	Signaux électriques dans l'ARQS	47
3	Circuits linéaires du premier ordre.....	77
4	Oscillateurs libres	99
5	Oscillateurs en régime sinusoïdal forcé	125
6	Filtrage linéaire	149
7	Propagation et superposition des signaux	195

Partie 2 Mouvements et interactions

8	Cinématique du point et du solide	233
9	Lois de Newton.....	263
10	Approche énergétique du mouvement d'un point.....	299
11	Mouvements de particules chargées.....	329
12	Moment cinétique d'un point	351
13	Champ de force centrale	369
14	Solide en rotation	395

Partie 3 L'énergie : conversions et transferts

15	Système thermodynamique à l'équilibre.....	425
16	Échanges d'énergie – Premier principe	461

17	Second principe	495
18	Machines thermiques.....	519
19	Statique des fluides	545

Partie 4 Ondes et signaux II

20	Champ magnétique et ses actions	571
21	Circuit fixe dans un champ variable	599
22	Circuit mobile dans un champ stationnaire.....	627
23	Introduction au monde quantique	651

Partie 5 Capacités numériques

24	Capacités numériques	679
	Index.....	715

Avant-propos

« Quiconque a pensé pensera toujours, et l'entendement, une fois exercé à la réflexion, ne peut plus rester au repos. »

J.-J. Rousseau, *Émile, ou de l'éducation*

Les sciences physiques

Les sciences physiques ont pour objectif d'expliquer et de prévoir les phénomènes que nous pouvons observer. Par principe leurs lois, établies dans notre environnement terrestre, ont un caractère universel : valables dans nos laboratoires, elles sont réputées applicables en tout lieu, jusqu'aux confins de l'Univers, à toute date, dans le passé depuis la naissance de celui-ci, dans le présent et dans le futur, le plus lointain soit-il.

L'expérimentation y joue un rôle central. Une théorie, un modèle, ne valent que si leurs prévisions sont en accord avec les résultats expérimentaux, aux incertitudes près.

Expérimentation et développement théorique sont des moteurs qui se relaient l'un l'autre dans l'évolution des connaissances. Il est ainsi des étapes lors desquelles l'expérience permet de mettre en évidence un phénomène qui ne peut être expliqué par les théories existantes. Le travail du scientifique consiste alors à retoucher ces dernières, à les compléter, à en mettre de nouvelles en chantier pour rendre compte du phénomène observé. Il est à l'inverse d'autres étapes lors desquelles l'édifice théorique permet de prévoir un phénomène jusque-là inconnu. Le travail consiste alors à imaginer, à concevoir des expériences permettant de l'observer effectivement ou non et ainsi de confirmer ou d'infirmer certains éléments de l'édifice théorique.

L'histoire des sciences est riche d'exemples tels que mécanique newtonienne et observation du mouvement des planètes, théorie de l'électromagnétisme et prévision de l'existence des ondes électromagnétiques, modèle standard de la physique des particules et prévision de l'existence du boson de Higgs. . .

L'ouvrage

Son contenu est conforme à celui des programmes en vigueur.

Mais, au-delà de cela, nous avons délibérément pris le parti de faire découvrir au lecteur les concepts, les lois de la physique dans le cadre de problématiques concrètes, en utilisant aussi souvent que possible des résultats expérimentaux. Au travers de cette démarche, notre ambition est de lui donner le goût de l'expérimentation en le sensibilisant à la richesse d'une telle approche.

En cela, **nous avons cherché à mettre en avant l'esprit des programmes**, qui valorisent le travail mené à partir de données expérimentales.

Ainsi, nous avons également voulu **tenir compte de la tendance actuelle des problèmes de concours**, qui évaluent de plus en plus l'aptitude à commenter et à exploiter des résultats expérimentaux.

Toutes les expériences décrites et exploitées, aussi bien dans le cours que dans les exercices, ont été effectivement conçues pour la rédaction de l'ouvrage.

Sa structure

La structure de chaque chapitre est la suivante.

- **L'essentiel du cours**, déroulé à partir d'une contextualisation servant de fil conducteur, présentant les concepts essentiels et les méthodes importantes. Des pictogrammes sont utilisés pour en faciliter la lecture :

□ : pour des **questions destinées à structurer l'exposé**, questions qu'un étudiant curieux pourrait être amené à se poser ; nous l'incitons d'ailleurs à tenter d'y répondre au moins partiellement avant de poursuivre sa lecture,



■ : pour attirer l'attention sur un point important,



■ : pour mettre en valeur **une remarque** intéressante ou **une astuce**.

- Une **interrogation de cours** sous forme d'un QCM permettant au lecteur de tester rapidement sa compréhension des notions introduites dans l'essentiel du cours.
- Des **exercices** de niveaux progressifs, comprenant des liens avec les méthodes développées en cours (des méthodes vers les exercices et des exercices vers les méthodes) qui permettent une lecture croisée de l'ouvrage.
- Les **corrigés** de l'interrogation de cours et des exercices.

Remerciements

Nous tenons à remercier l'ensemble du personnel du laboratoire de sciences physiques du lycée Chateaubriand de Rennes pour son assistance et ses encouragements dans la réalisation des nombreuses expériences conçues pour cet ouvrage. Merci également aux collègues qui nous ont fait part de leurs observations. Enfin, ces remerciements ne sauraient être complets sans une mention spéciale à tous nos proches pour leur infinie patience !

Des vidéos pour vous aider à réussir en prépa

Pour réussir vos concours, vous devrez mettre en œuvre des compétences disciplinaires (*hard skills*), mais aussi des *soft skills*, ces compétences transversales qui vous permettront de tenir le bon rythme. La collection **Parcours Prépas** vous offre six vidéos pour vous préparer à réussir dès la première année et faire la différence le jour J par la maîtrise de votre énergie (physique, émotionnelle, mentale), par l'entretien de votre motivation et par vos méthodes de travail.

*Tout d'abord deux vidéos méthodologiques d'**Alexis Brès**. Professeur agrégé de physique-chimie en MP2I (lycée Hoche, Versailles), il est aussi correcteur et concepteur de sujets pour la banque du concours e3a-Polytech ; ancien correcteur du concours d'entrée aux ENS. Auteur de L'Oral de physique aux concours des ENS et de Polytechnique (Dunod).*



<http://dunod.link/jvy7mqd>

Vidéo 1 : Apprendre à apprendre Comment mobiliser efficacement son cours ?

Comment apprendre un cours ? Comment savoir si on l'a vraiment compris ? Comment le mobiliser dans les TD et dans les épreuves ? Comment créer du lien entre les connaissances pour se forger une intuition de la solution et gagner un temps précieux ?

Autant de questions-réponses abordées dans cette vidéo. Une méthodologie particulièrement adaptée à l'apprentissage des cours de physique, de mathématiques ou de sciences industrielles.



<http://dunod.link/z0psk69>

Vidéo 2 : Écrit, oral : aborder sereinement la résolution d'un problème

Si les exigences d'un sujet d'écrit et d'un oral peuvent sembler assez différentes, il existe des techniques communes pour aborder ces épreuves sans stress. Cette vidéo fournit :

- des techniques pour apprivoiser la résolution d'un problème de physique : modalités de décryptage du sujet et de mobilisation du cours ;
- des recommandations sur le fond et la forme pour gagner la confiance des correcteurs ;
- des tactiques cohérentes pour gagner des points ;
- des points de vigilance concernant la préparation des khôlles et des oraux.

*Ensuite quatre vidéos « soft skills » pour aborder la prépa comme le ferait un sportif de haut niveau. Ces vidéos ont été conçues par **Stéphane Fassetta**, fondateur de Syprium, coach professionnel, préparateur mental de sportifs de haut niveau, professeur d'aïkido. Auteur de Nos 8 profils énergétiques (InterÉditions).*



<http://dunod.link/80x2gwu>

Vidéo 3 : Les cinq piliers de l'énergie, ou comment réussir le marathon de la prépa ?

La prépa, c'est un peu comme le sport de haut niveau : plus le temps passe, plus le niveau ou les contraintes augmentent. Maîtriser son énergie, c'est donc faire un usage optimum

de ses ressources pour tenir le rythme des deux années, s'adapter à la diversité des situations et réussir ses épreuves. Cette vidéo présente les dimensions de notre énergie et les cinq piliers pour l'entretenir. La capacité à se ressourcer sur ces cinq piliers est une compétence à développer dès votre arrivée en prépa.



<http://dunod.link/sicy8u3>

Vidéo 4 : Gérer efficacement son temps en prépa

En prépa, on manque toujours de temps. L'enjeu est donc de gérer efficacement cette ressource pour atteindre les objectifs de vos différentes échéances.

Cette vidéo fournit des repères pour :

- trouver sa propre organisation personnelle : techniques de planification, objectifs SMART... ;
- développer sa capacité d'attention, essentielle à la compréhension, à la mémorisation, à la gestion de la charge mentale et à votre avancement ;
- connaître ses propres biorythmes pour un apprentissage efficient, en capitalisant sur les acquis de la chronobiologie.



<http://dunod.link/p5maym6>

Vidéo 5 : Gérer son stress et développer la confiance en soi pour les concours

Comme dans le sport de haut niveau, la préparation d'un concours soumet votre énergie à rude épreuve. Si une certaine pression est stimulante pour doper ses performances, l'installation dans un stress chronique compromet à la fois votre santé et vos chances de réussite.

Cette vidéo permet :

- d'identifier les sources externes et internes de son propre stress ;
- de comprendre le rôle du stress comme mécanisme naturel d'adaptation de l'organisme face à une situation déstabilisante et/ou à fort enjeu ;
- d'apprendre à reconnaître certains symptômes physiques, émotionnels ou cognitifs du stress pour prévenir l'épuisement ;
- de connaître les possibilités de régulation physique et mentale du stress ;
- d'entretenir passionnément sa motivation pour préserver durablement la confiance en soi, quelles que soient vos contre-performances.



<http://dunod.link/vncd3c5>

Vidéo 6 : Techniques respiratoires et de préparation mentale pour préparer les concours

La capacité à se relaxer ou à récupérer quand il le faut est essentielle pour tenir le rythme de préparation d'un concours.

Grâce à cette vidéo :

- vous saurez mettre en œuvre différentes techniques respiratoires adaptées à la récupération et à la dynamisation ;
- vous disposerez de deux techniques de préparation mentale pour conserver un état d'esprit positif, limiter votre niveau de stress et améliorer vos capacités d'attention.

Partie 1

Ondes et signaux I

Formation des images

L'essentiel du cours

Contexte

Observons les étoiles à l'aide d'une lunette astronomique.

Un astronome amateur utilise sa nouvelle lunette astronomique pour observer des étoiles. La lunette, représentée figure 1.1, peut être utilisée avec un capteur CCD pour mémoriser l'image des étoiles ou avec un oculaire pour une observation directe à l'œil.

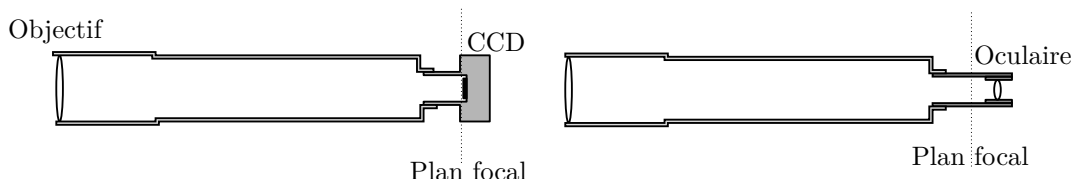


Figure 1.1. Lunette astronomique. Utilisation d'un capteur CCD ou d'un oculaire.

Il est amené à se poser une multitude de questions lors de ses observations : quelles sont les caractéristiques de la lumière émise par les étoiles ? Quelles sont les principales parties fonctionnelles de la lunette ? Comment sa lunette parvient-elle à former une image nette des étoiles ?

■ 1 Les sources de lumière

La première question posée concerne l'émission de lumière. Les sources lumineuses, qu'elles soient célestes ou terrestres, présentent des caractéristiques différentes selon leur constitution et leur mode d'émission. Par exemple, lorsqu'on se promène dans la rue la nuit, nous pouvons remarquer des différences de couleurs entre la lumière émise par une étoile, une enseigne lumineuse ou les phares d'une voiture. Ces différentes couleurs perçues sont dues aux longueurs d'onde émises.

□ Comment caractériser le rayonnement d'une source lumineuse ?

Pour caractériser le rayonnement d'une source lumineuse, il est nécessaire de déterminer expérimentalement l'ensemble des longueurs d'onde émises et de quantifier l'importance de chacune d'elles afin de représenter graphiquement ce qu'on appelle le **spectre de la source lumineuse**. Les spectres de quatre sources différentes sont représentés sur les figures 1.2 et 1.3 où I représente le « poids » d'une longueur d'onde λ émise.

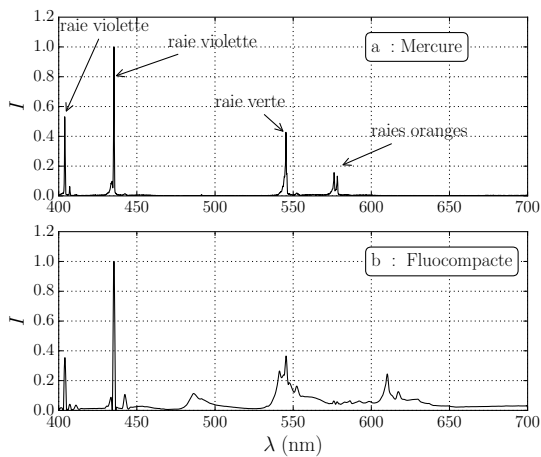


Figure 1.2. Spectres du mercure et d'une lampe à fluorescence.

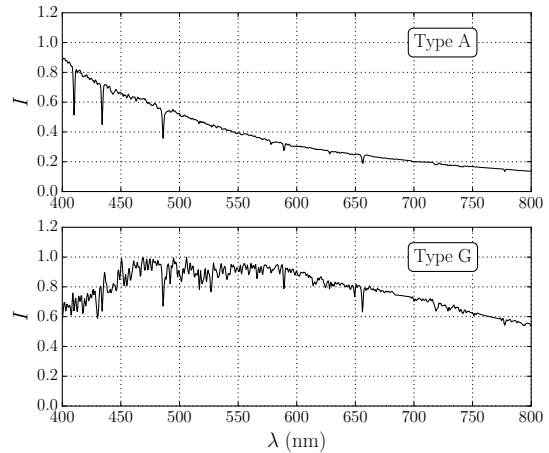


Figure 1.3. Spectre d'étoiles.

La figure 1.2-a montre le spectre d'une lampe à décharge à vapeur de mercure, où l'on voit les raies d'émission de cet atome dans le domaine visible. La figure 1.2-b montre le spectre d'une lampe à fluorescence : on repère les raies violettes du mercure et trois bandes larges émises par les éléments fluorescents. La figure 1.3 montre les spectres de deux étoiles de températures différentes (environ 10 000 K pour le type A, 6 000 K pour le type G). Notons qu'à la différence de ceux de la figure 1.2, ces spectres présentent un caractère continu. Le Soleil est une étoile de type G. Son spectre d'émission a un maximum vers 500 nm. Le spectre d'une étoile comporte des raies d'absorption, caractéristiques du gaz présent dans sa couche externe.

Résumons les caractéristiques de différentes sources de lumière.

Sources de lumière

- Les sources thermiques, comme les étoiles et les lampes à incandescence, émettent un **spectre continu**. Le spectre d'émission dépend de la température de l'émetteur (5 700 K pour le Soleil, 2 800 K pour une lampe à incandescence classique et 3 100 K pour une lampe à incandescence à halogène). On parle de rayonnement thermique.
- Les lampes à décharge basse pression (lampes spectrales) émettent un **spectre de raies**, c'est-à-dire un ensemble de radiations de longueurs d'onde bien précises correspondant à des transitions énergétiques atomiques. Les atomes du gaz sont excités par une décharge électrique.
- Les lampes à fluorescence (par exemple les lampes fluocompactes), contenant de la vapeur de mercure excitée par décharge, émettent une raie ultraviolette très intense qui est absorbée par un revêtement fluorescent déposé sur la surface interne de l'ampoule. En retour ce revêtement émet des radiations dont les longueurs d'onde sont continûment réparties dans des **bandes** du domaine visible.
- Les lasers, comme les diodes laser à semi-conducteurs, émettent en première approximation une lumière composée d'une unique longueur d'onde.

□ Quelle est la couleur perçue par l'œil ?

Le spectre d'une lumière visible par l'œil humain s'étend sur un intervalle étroit de longueurs d'onde compris entre 400 nm et 750 nm. Les couleurs perçues sont liées aux longueurs d'onde dans le vide des radiations lumineuses :

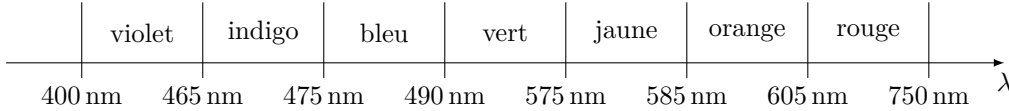


Figure 1.4. Couleurs spectrales.



La couleur d'une étoile dépend de sa température : une étoile de type G comme le Soleil est blanche ou jaune, une étoile plus chaude (type A) est bleue, une étoile plus froide est orange ou rouge.

□ Comment modéliser une source lumineuse ?

On peut distinguer les **sources ponctuelles** des **sources étendues**. Lorsque la taille d'une source est négligeable devant la distance d'observation, celle-ci peut être considérée comme ponctuelle. C'est en général le cas pour les étoiles.

Si de plus, le spectre de la source fait apparaître un seul pic de longueur d'onde λ et de largeur $\delta\lambda \ll \lambda$, celle-ci peut être considérée comme une **source monochromatique**.

Définition : Source ponctuelle monochromatique

Une source ponctuelle monochromatique est une source idéale de lumière qui émet, depuis un point source, de la lumière composée d'une unique longueur d'onde.

■ 2 Propagation de la lumière dans un milieu

La lumière est une onde électromagnétique, qui peut se propager dans un milieu matériel ou dans le vide. Dans le vide, l'onde lumineuse se propage à la vitesse $c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

□ La vitesse de propagation de la lumière dépend-elle du milieu ?

La vitesse de propagation de la lumière dans un **milieu matériel transparent**, c'est-à-dire non absorbant, est inférieure à sa célérité c dans le vide.

Définition : Indice de réfraction

L'indice de réfraction n d'un milieu transparent est le rapport entre la célérité de la lumière dans le vide c et la vitesse de propagation v de la lumière dans le milieu :

$$n = \frac{c}{v}$$

C'est une grandeur sans dimension.



$v < c$ donc l'indice de réfraction d'un milieu transparent est toujours supérieur à 1. Citons par exemple : $n(\text{air sec}) \approx 1,0003$, $n(\text{eau liquide}) \approx 1,33$ et $n(\text{verre}) \approx 1,5$.

En général un milieu transparent est **dispersif**, c'est-à-dire que la vitesse de propagation dans le milieu dépend de la longueur d'onde. La loi de Cauchy modélise l'évolution de l'indice de réfraction d'un milieu transparent en fonction de la longueur d'onde dans le vide : $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$ où A et B sont des constantes qui dépendent du milieu. A est sans dimension et $[B] = \text{L}^2$.

□ Comment décrire le trajet suivi par la lumière ?

Lorsque la lumière traverse des objets (trous, miroirs, lentilles, etc.), des phénomènes de diffraction apparaissent et une représentation ondulatoire de la lumière est nécessaire pour en rendre compte. Cette diffraction est d'autant moins observable que la taille de ces objets est grande devant la longueur d'onde de la lumière.

Approximation de l'optique géométrique

Dans le cadre de l'optique géométrique, la diffraction de la lumière est négligée. Cela revient à supposer que les instruments optiques utilisés sont de très grandes tailles devant la longueur d'onde de la lumière.

L'optique géométrique réduit l'étude des phénomènes lumineux à celle du trajet suivi par l'énergie lumineuse au cours de sa propagation en l'absence de phénomènes de diffraction et d'interférence. Ce trajet est modélisé par un ensemble de courbes, orientées dans le sens de propagation, appelés **rayons lumineux**. Ces rayons lumineux sont indépendants les uns des autres. Dans des **milieux transparents homogènes**, la lumière se **propage rectilignement**. Les rayons lumineux, issus d'une source ponctuelle S , seront donc des segments de droite orientés dans le sens de propagation de la lumière.

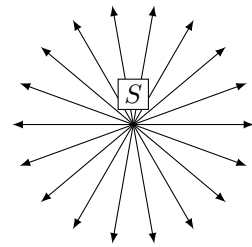


Figure 1.5. Source ponctuelle.



L'optique géométrique s'intéresse alors aux rayons lumineux et utilise des lois simples ayant pour origine des constatations géométriques.

■ 3 La lumière arrive sur un dioptré

Après avoir été émis par l'étoile et s'être propagés dans le vide, les rayons lumineux arrivent en contact avec l'atmosphère où des phénomènes de réflexion et de réfraction peuvent se produire.

Pour les décrire, on introduit le vocabulaire suivant.

- **Dioptré** : surface séparant deux milieux d'indices différents. Si cette surface est plane, on parle de dioptré plan.
- **Normale** : direction perpendiculaire au dioptré, au point où le rayon le rencontre.
- **Plan d'incidence** : plan contenant la normale et le rayon incident.
- **Angle d'incidence** : angle entre la normale au dioptré et le rayon incident.



Tous les angles sont orientés et définis par rapport à la normale au dioptré (figure 1.6).

□ Comment la lumière se réfléchit-elle et se réfracte-t-elle sur un dioptre ?

On considère un rayon incident qui se propage dans un milieu d'indice n_1 et qui rencontre un dioptre de séparation avec un milieu d'indice n_2 . La figure 1.6 introduit les notations utilisées.

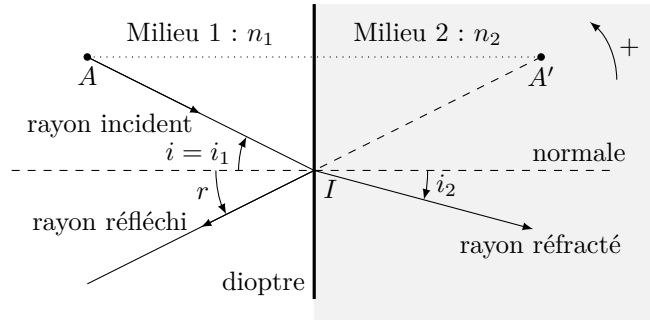


Figure 1.6. Réflexion et réfraction d'un rayon lumineux lorsque $n_1 < n_2$.

Dans le plan d'incidence, les angles par rapport à la normale sont des grandeurs algébriques, positifs pour une rotation dans le sens trigonométrique, négatifs pour la rotation inverse. La direction du rayon réfléchi est donnée par la première loi de Snell-Descartes et celle du rayon réfracté par la seconde loi de Snell-Descartes :

Loi de la réflexion : première loi de Snell-Descartes

- Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence,
- l'angle que fait le rayon réfléchi avec la normale est opposé à l'angle d'incidence $r = -i$.



■ Cette loi permet également de prévoir la direction du rayon réfléchi par un miroir.

Loi de la réfraction : seconde loi de Snell-Descartes

- Le rayon réfracté (ou transmis) appartient au plan d'incidence,
- les angles d'incidence $i_1 = i$ et de réfraction i_2 sont tels que : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

Méthode 1.1 : Construction géométrique du rayon réfléchi et du rayon réfracté

On considère un rayon incident qui se propage d'un milieu d'indice n_1 vers un milieu d'indice n_2 . Soit I le point d'intersection entre le rayon incident et le dioptre.

- Construction du rayon réfléchi :
 - Prendre un point A appartenant au rayon incident et construire le point A' symétrique de A par rapport au dioptre.
 - Le rayon réfléchi a la même direction que la droite $(A'I)$.
- Construction du rayon réfracté :
 - Calculer l'angle de réfraction i_2 à partir de la relation $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.
 - Tracer le rayon réfracté, traversant le dioptre au point I , avec un angle i_2 par rapport à la normale au dioptre en I .

□ Existe-t-il toujours un rayon réfracté et un rayon réfléchi ?

- Cas $n_1 < n_2$: $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$, d'où $|i_2| < |i_1|$. **Le rayon réfracté se rapproche de la normale.** Ce rayon existe quel que soit l'angle d'incidence du rayon incident. Pour une incidence rasante ($|i_1| \rightarrow \pi/2$), l'angle du rayon réfracté tend, en valeur absolue, vers une valeur limite $|i_{2\ell}| = \arcsin(n_1/n_2)$; on parle alors de **réfraction limite**.
- Cas $n_1 > n_2$: $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$, d'où $|i_2| > |i_1|$. **Le rayon réfracté s'éloigne de la normale.** L'angle du rayon réfracté étant limité, en valeur absolue, à $\pi/2$, il n'existe pas de rayon réfracté si $\sin |i_1| > n_2/n_1$, c'est-à-dire si $|i_1| > \arcsin(n_2/n_1)$; on parle alors de **réflexion totale** de la lumière incidente.

Méthode 1.2 : Établir la condition de la réflexion totale

- Vérifier que le rayon lumineux se propage d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent ($n_1 > n_2$).
- Calculer l'angle d'incidence limite, qui permet d'avoir un angle réfracté égal, en valeur absolue, à $\pi/2$: $n_1 \sin |i_{1\ell}| = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2$ soit $|i_{1\ell}| = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$.
- Vérifier que $|i_1| > |i_{1\ell}|$.

➡ Exercice (1.3)

La lumière provenant d'une étoile est en partie réfléchi sur les différentes couches de l'atmosphère. Pour limiter cette réflexion, mais également l'absorption et la diffusion de la lumière incidente par les éléments de l'atmosphère, les grands observatoires sont placés en altitude. L'idéal est de placer l'instrument d'observation hors de l'atmosphère, sur un satellite. C'est le cas du télescope spatial Hubble.

■ 4 Observation d'une étoile à l'aide d'un système optique

Définition : Système optique centré

Un système optique centré est un ensemble de dioptries qui admettent un axe de symétrie de révolution, constituant son **axe optique**. Il est délimité par une face d'entrée, par laquelle la lumière incidente entre dans le système et une face de sortie, par laquelle elle en ressort.

Un peu de vocabulaire.

- **Plans transverses** : plans perpendiculaires à l'axe optique.
- **Point objet A** : point d'intersection des rayons lumineux arrivant sur le système optique.
- **Objet réel ou virtuel** : un objet est réel s'il est situé avant la face d'entrée du système optique (il peut être touché). Dans le cas contraire l'objet est virtuel.
- **Point image A'** : point d'intersection des rayons lumineux émergeant du système optique.
- **Image réelle ou virtuelle** : une image est réelle si elle est située après la face de sortie du système optique (elle peut être visible sur un écran). Dans le cas contraire l'image est virtuelle.



Les rayons provenant d'un point objet situé à très grande distance du système optique sont pratiquement parallèles entre eux. On dit que le **point objet** est à **l'infini**.

La figure 1.7 illustre les différentes configurations que l'on peut rencontrer avec un système optique centré (S).

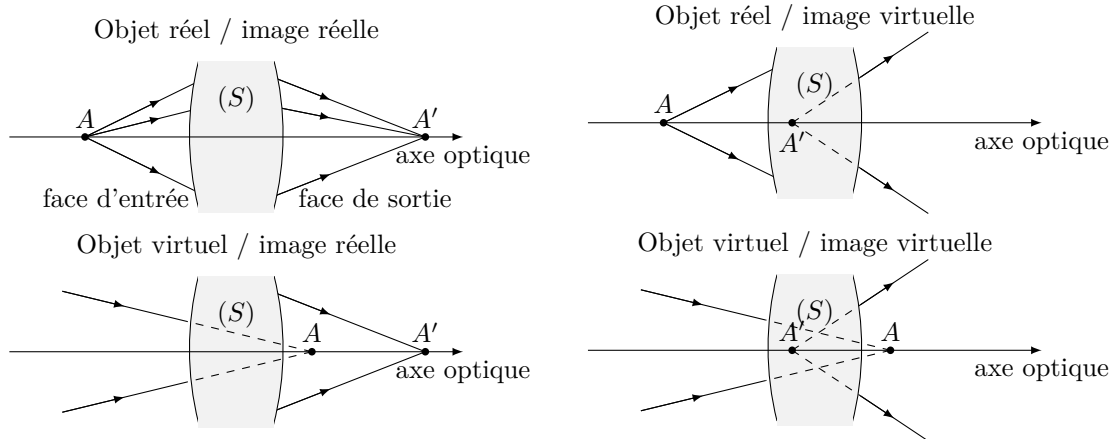


Figure 1.7. Présentation des configurations possibles dans un système optique.

L'**axe optique** est **orienté** dans le **sens de propagation de la lumière incidente**. Les rayons réels sont tracés en traits pleins et les prolongements des rayons lumineux en pointillés, pour positionner les objets virtuels ou les images virtuelles.

□ Quelle est la nature d'une image formée par un miroir plan ?

Considérons un **objet ponctuel A réel** situé sur l'axe optique d'un miroir plan, et traçons quelques rayons issus de A qui se réfléchissent sur le miroir (méthode 1.1). Ces rayons divergent dans le milieu émergent (confondu avec le milieu incident dans le cas d'un miroir) et semblent provenir d'un point A' situé derrière le miroir. Ce point A' est l'image de A à travers le miroir. C'est une **image virtuelle** : on ne peut pas la matérialiser sur un écran.

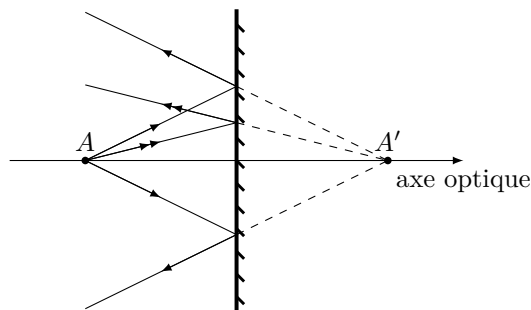


Figure 1.8. Miroir plan.



L'**objet A** et son **image A'**, formée par un miroir plan, sont **symétriques** par rapport au plan du miroir.

□ Tous les rayons issus d'un point objet convergent-ils en un point image ?

Cette question introduit les notions de **stigmatisme** et d'**aplanétisme**.

Définition : Stigmatisme et aplanétisme rigoureux

- Un système optique est rigoureusement **stigmatique** pour le couple (A, A') si tous les rayons lumineux passant par le point objet A passent par le point image A' après avoir traversé le système optique (S) . Les points A et A' sont alors **conjugués** par (S) .
- Un système optique est rigoureusement **aplanétique** si le conjugué de tout objet AB transverse est une image $A'B'$ transverse.

En pratique, **seul le miroir plan** est un système **rigoureusement stigmatique et aplanétique**. Cependant la **structure granulaire de tout capteur optique** rend le stigmatisme et l'aplanétisme dits approchés aussi satisfaisants que le stigmatisme et l'aplanétisme rigoureux.

Définition : Stigmatisme et aplanétisme approchés

- Un système optique présente un **stigmatisme approché** si tous les rayons lumineux passant par le point objet A passent au voisinage du point image A' après avoir traversé le système optique (S) . L'image du point A est donc une tache centrée sur A' dont les dimensions devront être plus petites que celles d'une cellule du capteur optique utilisé pour obtenir une image nette.
- Un système optique présente un **aplanétisme approché** si le conjugué de tout objet AB transverse est une image $A'B'$ quasi transverse.

Étudions maintenant le cas des lentilles en commençant par préciser le vocabulaire nécessaire.

- **Lentille** : une lentille est un milieu homogène et transparent délimité par deux dioptries dont au moins l'un n'est pas plan.
- **Lentille mince** : une lentille est mince si la distance entre les deux sommets (intersection des dioptries et de l'axe optique) est petite devant les autres distances caractéristiques de la lentille.
- **Lentille convergente** : lentille qui dévie les rayons lumineux incidents vers l'axe optique (par exemple lentille biconvexe).
- **Lentille divergente** : lentille qui écarte les rayons de l'axe optique (par exemple lentille biconcave).
- **Centre optique O** : intersection de la lentille mince avec l'axe optique.
- **Foyer principal objet F** : point objet de l'axe optique dont l'image est à l'infini (grande distance) sur l'axe.
- **Foyer principal image F'** : image d'un point objet situé à l'infini (grande distance) sur l'axe optique.
- **Plan focal objet ou image** : plan transverse contenant un foyer principal (objet ou image). Un point de ce plan est appelé **foyer secondaire**.
- **Mesures algébriques** : la mesure algébrique $\overline{OA}$ est une longueur affectée d'un signe. $\overline{OA}$ est positive si le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est dans le même sens que l'axe optique et négative sinon. Si ce vecteur est orthogonal à l'axe optique, on adopte souvent une convention positive vers le haut.

- **Distance focale image et vergence** : la distance focale image est définie par $f' = \overline{OF'}$ et la vergence par $V = 1/f'$. La vergence s'exprime en dioptries ($\delta = \text{m}^{-1}$) ; elle est positive pour une lentille convergente et négative pour une lentille divergente.

Les lentilles minces sont schématisées de la façon suivante.

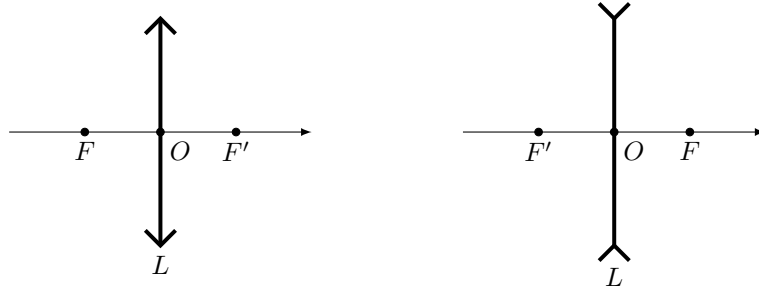


Figure 1.9. Schémas des lentilles minces convergentes ($f' > 0$) et divergentes ($f' < 0$).

□ Une lentille est-elle stigmatique et aplanétique ?

Pour répondre à cette question, nous avons réalisé des simulations numériques de tracés de rayons à travers une lentille en verre biconvexe composée de deux faces constituant deux dioptries sphériques.

Lorsque les rayons proviennent d'un objet ponctuel lointain situé sur l'axe optique (figure 1.10), il y a convergence des rayons à la sortie de la lentille, à condition que les rayons incidents soient proches de l'axe (a).

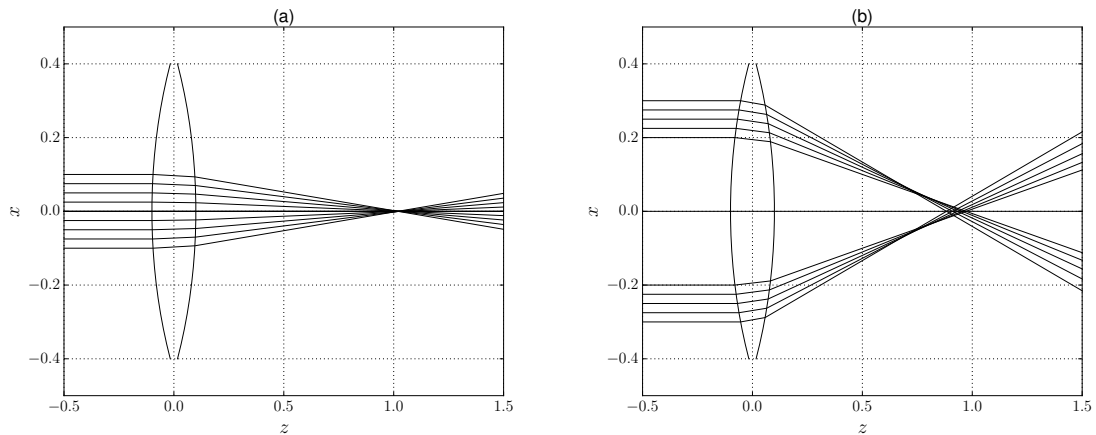


Figure 1.10. Cas d'un faisceau lumineux provenant d'un objet ponctuel situé à une grande distance sur l'axe optique.

Pour un point objet lointain situé hors de l'axe (figure 1.11), l'abscisse z_i sur l'axe optique du point image est indépendante de la direction des rayons incidents tant que l'angle de ces rayons avec l'axe optique est faible (a).

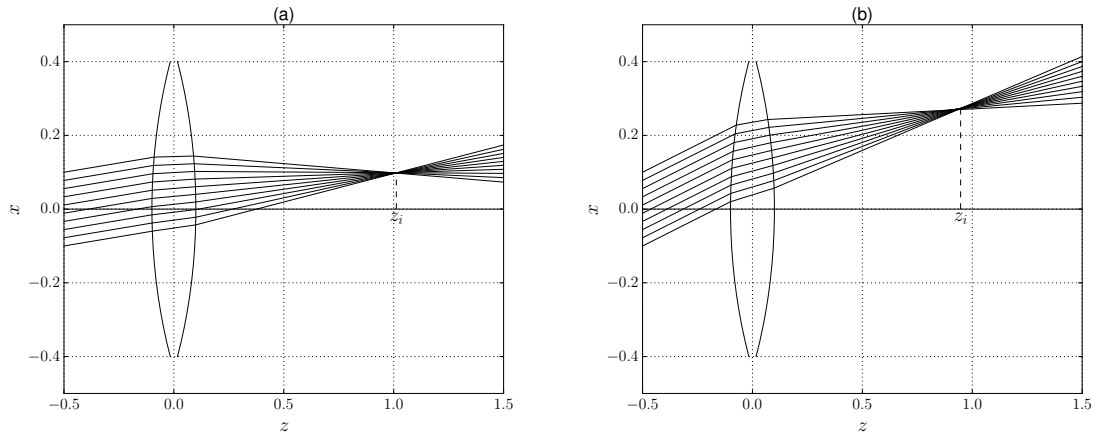


Figure 1.11. Cas d'un faisceau lumineux provenant d'un objet ponctuel situé à une grande distance en dehors de l'axe optique.

Les simulations précédentes montrent que le stigmatisme et l'aplanétisme sont obtenus, de manière approchée, si les rayons provenant de l'objet vérifient des conditions, appelées conditions de Gauss.

Conditions de Gauss

On obtient un stigmatisme et un aplanétisme approchés en respectant les conditions de Gauss :

- les rayons lumineux doivent être peu inclinés par rapport à l'axe optique,
- les rayons lumineux doivent être peu écartés de l'axe optique.



Dans les conditions de Gauss, on peut faire les approximations suivantes : $\sin \theta \approx \theta$ et $\tan \theta \approx \theta$ où θ est l'angle (en radian) entre un rayon et l'axe optique.

□ Comment construire l'image d'un objet par une lentille mince ?

Les conditions de Gauss permettent d'obtenir un stigmatisme approché : tous les rayons incidents passant par un point objet A émergent d'une lentille en passant par un point image A' . Pour construire l'image d'un objet AB transverse (avec le point A appartenant à l'axe optique), on utilise les propriétés des rayons lumineux indiquées dans la méthode suivante.

Méthode 1.3 : Construction de l'image d'un objet transverse AB par une lentille

Pour obtenir l'image $A'B'$ d'un objet AB transverse par une lentille mince convergente ou divergente, deux rayons émergents parmi les trois proposés ci-dessous sont utilisés.

- Le rayon incident passant par B et le centre optique O n'est pas dévié.
- Le rayon incident se propageant parallèlement à l'axe optique et passant par B émerge de la lentille en passant par F' .
- Le rayon incident passant par B et par F émerge parallèlement à l'axe optique.



Exercice (1.4)

On utilise cette méthode pour construire géométriquement les images $A'B'$ par les lentilles présentées sur la figure 1.12.

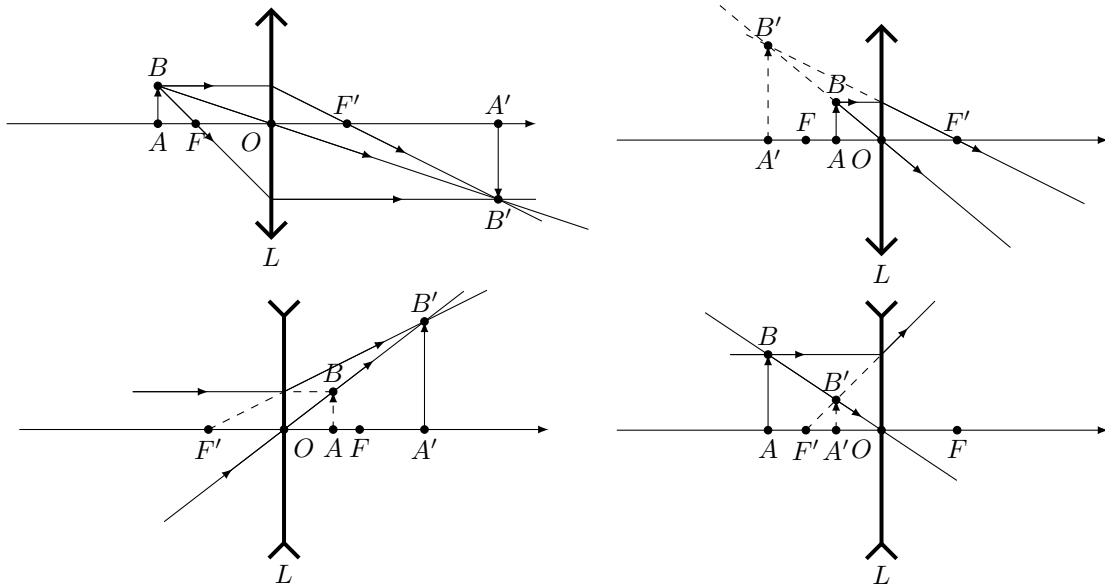


Figure 1.12. Exemples de construction d'image $A'B'$ à l'aide de lentilles minces convergentes ($f' > 0$) ou divergentes ($f' < 0$).

Méthode 1.4 : Construction du cheminement d'un rayon quelconque

Pour obtenir le cheminement d'un rayon lumineux quelconque à travers une lentille, on utilise les propriétés des foyers secondaires.

- Deux rayons incidents parallèles donnent des rayons émergents qui se croisent dans le plan focal image à l'intersection entre le rayon incident parallèle passant par O et le plan focal image.
- Deux rayons incidents qui se croisent dans le plan focal objet au point C donnent des rayons émergents parallèles entre eux suivant la direction (OC) .

➡ Exercice (1.5)

□ Peut-on retrouver la position et la taille d'une image par le calcul ?

Dans les conditions de Gauss, le système optique conjugue l'objet AB et son image $A'B'$. La position de l'image se déduit de celle de l'objet en utilisant une formule de conjugaison. Les formules de conjugaison peuvent être démontrées à l'aide de considérations géométriques. Pour une lentille mince il existe **deux formules de conjugaison** et **trois formules de grandissement**.



Ces formules de conjugaison et de grandissement sont valables pour tout type de lentilles minces, convergentes ($f' > 0$) ou divergentes ($f' < 0$).

Méthode 1.5 : Utiliser une formule de conjugaison ou de grandissement

Soit une lentille mince de centre optique O et de distance focale image f' qui conjugue l'objet A et l'image A' . Les deux formules de conjugaison sont :

- **Formule de Descartes** ou formule de conjugaison avec origine au centre optique :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

- **Formule de Newton** ou formule de conjugaison avec origines aux foyers :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$$

- La taille de l'image $A'B'$ se détermine à partir du grandissement transversal défini par

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} :$$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}}$$

➔ Exercices (1.6) (1.7)

□ Avec quel type de lentille mince peut-on former une image réelle d'un objet réel ?

Pour répondre à cette question, posons $x = \overline{OA}$ et $x' = \overline{OA'}$ et traduisons la relation de conjugaison de Descartes par la droite d'équation $\frac{1}{x'} = \frac{1}{x} + \frac{1}{f'}$ tracée dans le plan $(1/x, 1/x')$.

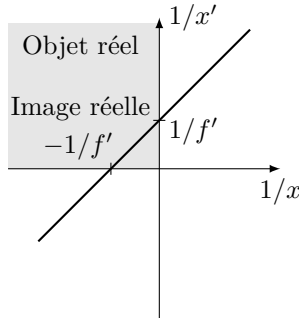


Figure 1.13. Lentille convergente.

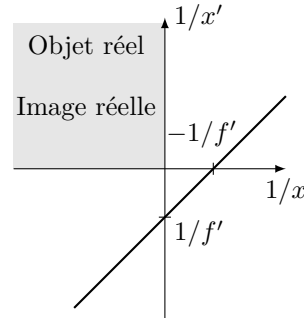


Figure 1.14. Lentille divergente.

Les domaines grisés sur les figures 1.13 et 1.14 sont ceux pour lesquels l'objet et l'image sont tous deux réels ($x < 0$ et $x' > 0$). Nous constatons que **ce n'est possible qu'avec une lentille convergente**. Il faut en outre avoir $1/x > -1/f'$, c'est-à-dire $x < -f'$, ce qui correspond à un objet situé avant le foyer principal objet F de la lentille. On a alors $1/x' < 1/f'$, c'est-à-dire $x' > f'$, ce qui correspond à une image située après le foyer principal image F' de la lentille.

□ Comment choisir la distance focale de la lentille convergente pour obtenir une image réelle d'un objet réel ?

Notons p et p' les distances de l'objet réel A et de l'image réelle A' au centre optique de la lentille ($p = -x$ et $p' = x'$). Notons D la distance entre A et A' ($D = p + p'$). La relation de conjugaison

de Descartes conduit à :

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Rightarrow (p + p')f' = pp' \Rightarrow Df' = p(D - p)$$

Ainsi p doit être une racine positive du trinôme $p^2 - Dp + Df' = 0$. Une condition nécessaire est que le discriminant de celui-ci soit positif ou nul, c'est-à-dire que $D \geq 4f'$.

Conjugaison d'un objet réel en une image réelle par une lentille convergente

Pour conjuguer un objet réel et une image réelle, la distance objet-image D doit vérifier $D \geq 4f'$ où f' est la distance focale image de la lentille convergente.

Il faut en outre placer l'objet à une distance de la lentille supérieure à f' .



■ Pour projeter une image sur un écran, il faut qu'elle soit réelle.

□ Qu'est-ce qu'une lunette astronomique ?

La lunette astronomique étudiée est constituée d'un objectif et d'un capteur CCD (figure 1.1). La lumière, émise par l'étoile observée, entre par l'objectif de la lunette assimilé à une lentille mince convergente L_{obj} (figure 1.15).

L'étoile est à une distance extrêmement grande devant la taille de la lunette. Son image se forme donc dans le plan focal image de l'objectif où il faut placer le capteur CCD. Le diamètre apparent de l'étoile (à l'exception du Soleil) est trop petit pour être visible sur une image. Cette étoile est donc assimilable à un objet ponctuel B_{∞} situé à l'infini. Deux rayons permettent de déterminer la position de l'image B' dans le plan focal image.

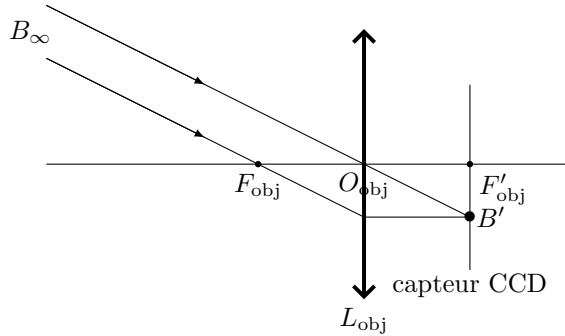


Figure 1.15. Construction géométrique de l'image d'une étoile B_{∞} par l'objectif d'une lunette astronomique.

■ 5 Observation à l'œil à travers la lunette astronomique

Après avoir photographié les étoiles à l'aide d'un capteur CCD, on souhaite faire une observation à l'œil. On place alors un oculaire à la place du capteur photosensible, comme indiqué sur la figure 1.1. Pour positionner précisément l'oculaire par rapport à l'objectif, on s'intéresse dans un premier temps au système optique que constitue l'œil (figure 1.16).

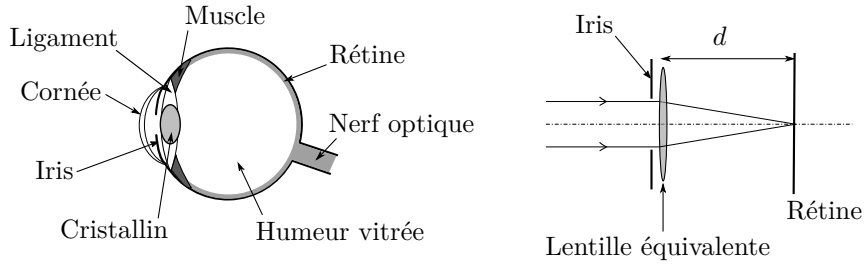


Figure 1.16. Description et modélisation d'un œil emmétrope (sans défaut).

- L'œil est un système optique convergent constitué de la cornée, du cristallin et de l'humeur vitrée ; ce système peut être modélisé par une unique lentille convergente équivalente placée dans l'air.
- Les muscles et les ligaments permettent de bomber plus ou moins le cristallin et de modifier ainsi la valeur de la distance focale de la lentille équivalente (accommodation).
- L'iris joue le rôle d'un diaphragme et permet de régler la quantité de lumière pénétrant dans l'œil. La contraction et la dilatation de l'iris permettent de faire varier la taille de la pupille (ouverture circulaire par où passe la lumière).
- La rétine, qui tapisse le fond du globe oculaire, est constituée de cellules sensibles à la lumière. Lorsque l'accommodation est faite, l'image se forme sur la rétine et est envoyée au cerveau via le nerf optique.

Un œil emmétrope (sans défaut) forme sans accommodation l'image sur la rétine d'un point situé à très grande distance (à l'infini). L'accommodation consiste à réduire légèrement la distance focale du cristallin, de manière à venir former sur la rétine l'image d'un objet proche.

Le point le plus proche (*punctum proximum*) pouvant être vu nettement par un œil standard est à une distance $d_m = 25\text{ cm}$ de l'œil (distance minimale de vision distincte) et le point le plus lointain (*punctum remotum*) est situé à une très grande distance (à l'infini). C'est la **plage d'accommodation** de l'œil.

□ **Quelle est la plage de variation de la distance focale ?**

La distance entre la lentille équivalente et la rétine est fixe et notée d . Lors d'une vision au *punctum remotum*, l'objet étant suffisamment loin pour pouvoir être considéré à l'infini, l'image se forme sur la rétine ; la distance focale de la lentille est donc $f'_{PR} = d$. Lors d'une vision au *punctum proximum* (accommodation maximale), la distance focale de la lentille f'_{PP} s'obtient avec la formule de conjugaison de Descartes :

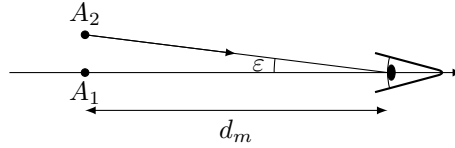
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_{PP}} \text{ avec } \overline{OA} = -d_m \text{ et } \overline{OA'} = d. \text{ On obtient ainsi } f'_{PP} = \frac{d_m d}{d_m + d}. \text{ Avec } d = 17\text{ mm}$$
 et $d_m = 25\text{ cm}$, on trouve que la distance focale d'un œil emmétrope varie entre 16 mm et 17 mm.

□ **Quel est le plus petit objet observable à l'œil nu ?**

Cette question revient à se demander quelle doit être la distance la plus petite entre deux points objets A_1 et A_2 pour qu'ils soient distingués lors d'une observation à l'œil nu.

Le **pouvoir séparateur de l'œil** ε est l'angle minimal entre deux rayons pénétrant dans l'œil pour lesquels cette condition est satisfaite. Pour un œil standard, il vaut environ $1'$ (une minute d'arc), soit $1/60$ degrés ou encore $\varepsilon = 3 \cdot 10^{-4}\text{ rad}$.

Pour voir un maximum de détails, on rapproche l'objet au *punctum proximum*. Dans ces conditions, la distance minimale entre deux objets distincts est $\ell = \varepsilon d_m \approx 0,07 \text{ mm}$.



□ Où placer l'oculaire pour observer des étoiles à la lunette sans accommoder ?

L'oculaire de la lunette (figure 1.1) est assimilé à une lentille mince convergente L_{oc} (figure 1.17). On désire observer, sans avoir à accommoder, un objet situé à l'infini (ou à très grande distance) en plaçant l'œil derrière l'oculaire de la lunette. Il faut donc que l'image formée par la lunette soit elle-même rejetée à l'infini. Cela constitue la définition d'un **système afocal**.

L'objectif forme de l'objet B_∞ une image B_i qui joue le rôle d'objet pour l'oculaire. L'image B'_∞ de B_i par l'oculaire constitue l'image de B_∞ par la lunette :

$$B_\infty \xrightarrow{\text{objectif}} B_i \xrightarrow{\text{oculaire}} B'_\infty$$

B_∞ étant à l'infini, B_i se situe dans le plan focal image de l'objectif. Pour que B'_∞ soit rejetée à l'infini, B_i doit se former dans le plan focal objet de l'oculaire. Ainsi, pour que la lunette soit **afocale**, le plan focal image de l'objectif et le plan focal objet de l'oculaire doivent être confondus. Si l'objectif et l'oculaire sont assimilables à deux lentilles minces convergentes, leur distance doit alors être égale à la somme de leurs distances focales images.

Le cheminement d'un rayon lumineux est présenté sur la figure 1.17 dans le cas où $f'_{obj} = 5f'_{oc}$.

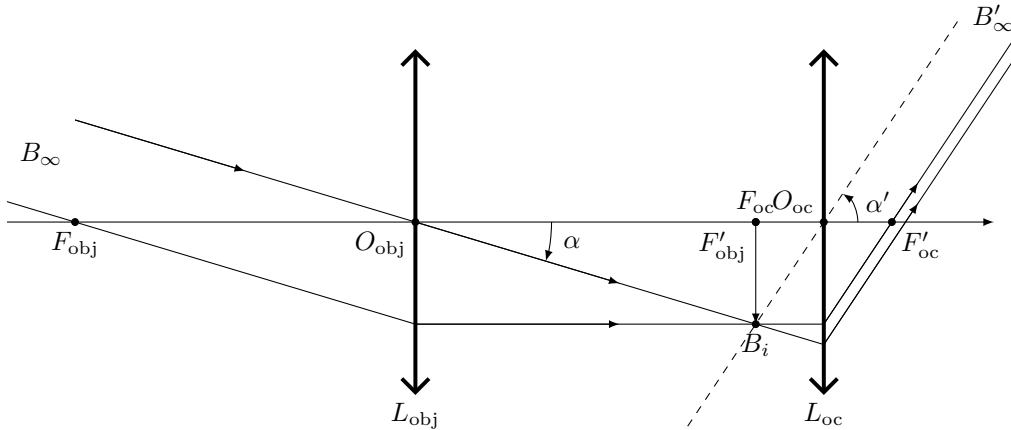


Figure 1.17. Construction géométrique de rayons lumineux au sein d'une lunette astronomique.

□ Comment caractériser la lunette ?

Une lunette astronomique est habituellement caractérisée par son grossissement, défini par le rapport de l'angle α' sous lequel est vue l'image à la sortie de la lunette par l'angle α sous lequel on

voit l'objet sans la lunette : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Les angles α et α' sont algébriques et définis à partir de l'axe optique. On choisit (arbitrairement) le sens des angles positifs dans le sens trigonométrique.

La taille de l'image intermédiaire peut alors s'exprimer en fonction de α et α' :

$$\overline{F'_{\text{obj}}A_i} = \alpha f'_{\text{obj}} = -\alpha' f'_{\text{oc}}$$

où $\overline{F'_{\text{obj}}A_i} < 0$, $\alpha < 0$ et $\alpha' > 0$. On obtient ainsi le grossissement de la lunette : $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{oc}}}$.



G étant négatif, la lunette astronomique n'est pas adaptée à une observation terrestre. Le fait de renverser l'image d'un astre ne présente en revanche aucun inconvénient.

La lunette astronomique permet ainsi d'augmenter le pouvoir séparateur de l'observateur. À l'œil nu ce pouvoir séparateur, rappelons-le, vaut $\varepsilon \simeq 1'$. Par exemple, pour $f'_{\text{obj}} = 1,0 \text{ m}$ et $f'_{\text{oc}} = 10 \text{ mm}$, le grossissement est $G = -100$. Le pouvoir séparateur devient $\varepsilon' = \varepsilon/|G|$ soit $\varepsilon' \simeq 0,6$ seconde d'arc (une seconde d'arc égale $1/3600$ degrés). Si le grossissement de la lunette astronomique est suffisant, son utilisation peut permettre de séparer une paire d'étoiles confondues à l'œil nu.

■ 6 Autres dispositifs optiques

Pour finir ce chapitre, nous allons aborder le principe de fonctionnement d'un appareil photographique et le principe de transmission d'information par fibre optique.

□ Comment modéliser un appareil photo ?

Un appareil photographique est un système optique permettant de former l'image d'un objet sur un capteur photosensible. Ce système fonctionne un peu comme l'œil : le cristallin, l'iris et la rétine étant remplacés par l'objectif, le diaphragme et le capteur. La différence principale réside dans la mise au point au cours de laquelle la distance entre l'objectif et le capteur varie alors que la profondeur du globe oculaire est fixe au cours de l'accommodation. Pour la suite, l'appareil photographique sera modélisé simplement de la façon suivante (figure 1.18) :

- l'objectif, généralement constitué de plusieurs lentilles, est décrit comme une lentille convergente de distance focale f' ;
- un diaphragme circulaire de diamètre D qui limite l'étendue du faisceau lumineux ;
- un capteur photosensible.

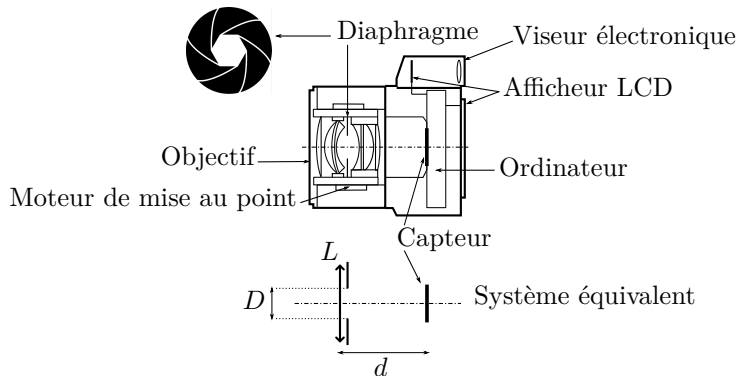


Figure 1.18. Description et modélisation d'un appareil photo.

□ **Quels sont les réglages nécessaires avant toute prise de vue ?**

- **La mise au point** est réalisée sur une partie du sujet que le photographe souhaite mettre en valeur. Cette mise au point, manuelle ou automatique (autofocus), consiste en un déplacement des lentilles de l'objectif afin que l'image de la partie sélectionnée soit nette. Il existe ainsi un plan objet de netteté optimale et une zone, en amont et en aval de ce plan, dans laquelle les objets donnent une image d'une netteté acceptable. L'étendue de cette zone dans laquelle l'image n'est pas floue est appelée **la profondeur de champ**.
- **L'ouverture** est le réglage du diamètre utile de l'objectif à l'aide du diaphragme, généralement exprimée sous la forme f'/N où N est un nombre sans dimension appelé nombre d'ouverture ($N = 1,4, 2, 2,8, 4, \dots$). Ce réglage permet de contrôler la quantité de lumière qui atteint le capteur et également la profondeur de champ.
- **Le temps de pose** est la durée pendant laquelle le capteur est exposé à la lumière. Il contrôle, avec le diaphragme, la quantité de lumière qui atteint le capteur. Lorsque cette quantité de lumière est appropriée, on dit que la photo est bien exposée (ni trop claire, ni trop sombre).
- **Le choix de la focale f'** de l'objectif est important car il définit l'angle de vue, c'est-à-dire la quantité de la scène du sujet pouvant être prise par l'objectif. Les objectifs de type *grand angle* (objectifs de petite focale) sont adaptés pour photographier un paysage alors que les téléobjectifs (objectifs de grande focale) sont particulièrement appréciés en photographie sportive ou animalière pour cadrer le sujet de façon plus « serrée ».

□ **Comment construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné ?**

La mise au point est faite sur un objet ponctuel A appartenant à l'axe optique de l'appareil photographique. La distance d entre l'objectif et le capteur est alors réglée de sorte que l'image A' du point A se forme sur le capteur. Un objet A_1 situé entre le point A et l'appareil donne ainsi une image ponctuelle A'_1 derrière le capteur et une tache sur le capteur. Pour la suite, on considère que A_1 est vu nettement si le diamètre de son image sur le capteur ne dépasse pas la largeur h d'un pixel du capteur. Une construction géométrique permet de déterminer la position limite de l'objet $A_{1\ell}$ (figure 1.19).

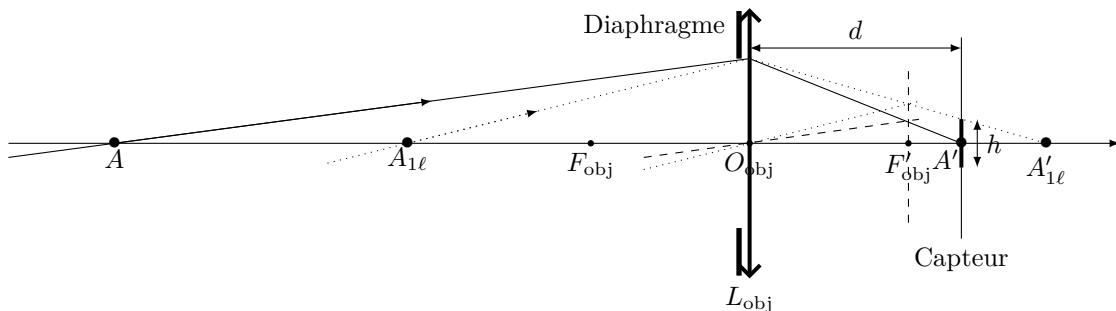


Figure 1.19. Construction géométrique partielle de la profondeur de champ.

La figure 1.19 peut être complétée par le tracé d'un rayon passant par le point objet $A_{2\ell}$, situé à gauche du point A , donnant lui-aussi une tache de diamètre h sur le capteur.

Tout objet ponctuel situé entre les positions limites $A_{1\ell}$ et $A_{2\ell}$ sera vu nettement. Cet intervalle constitue la **profondeur de champ de l'appareil photographique** réglé sur le plan objet passant par A .

Méthode 1.6 : Construction géométrique de la profondeur de champ

- Sur un axe optique, positionner une lentille convergente diaphragmée et ses foyers principaux F_{obj} et F'_{obj} . Repérer le plan focal image.
- Choisir un point objet A sur l'axe optique. À l'aide d'un foyer secondaire image, tracer un rayon issu de A et traversant l'objectif. Repérer la position de son image A' sur l'axe optique et y positionner le capteur.
- Repérer le diamètre limite h de la tache sur le capteur.
- Tracer le rayon passant par les extrémités hautes (ou basses) du diaphragme et de la tache et repérer la position de l'image $A'_{1\ell}$ sur l'axe optique. À l'aide d'un nouveau foyer secondaire image, compléter le rayon incident et déterminer la position de l'objet $A_{1\ell}$ conjugué de $A'_{1\ell}$.
- Tracer le rayon passant par l'extrémité haute du diaphragme et l'extrémité basse de la tache et repérer la position de l'image $A'_{2\ell}$ sur l'axe optique. À l'aide d'un nouveau foyer secondaire image, compléter le rayon incident et déterminer la position de l'objet $A_{2\ell}$ conjugué de $A'_{2\ell}$.
- Repérer la profondeur de champ se situant entre les positions limites $A_{1\ell}$ et $A_{2\ell}$.



L'influence de l'ouverture D sur la profondeur de champ sera traitée dans l'exercice 1.14. L'influence de la focale et de la durée d'exposition sur la formation de l'image y sera aussi étudiée.

□ Qu'est-ce qu'une fibre optique ?

Une fibre optique est un **guide d'onde** composée d'un **cœur** central entouré d'une **gaine** concentrique. Il en existe de différents types. Nous nous proposons ici de décrire la **fibre optique à saut d'indice** ayant un cœur d'indice n_1 et une gaine d'indice n_2 légèrement inférieur à n_1 (figure 1.20).

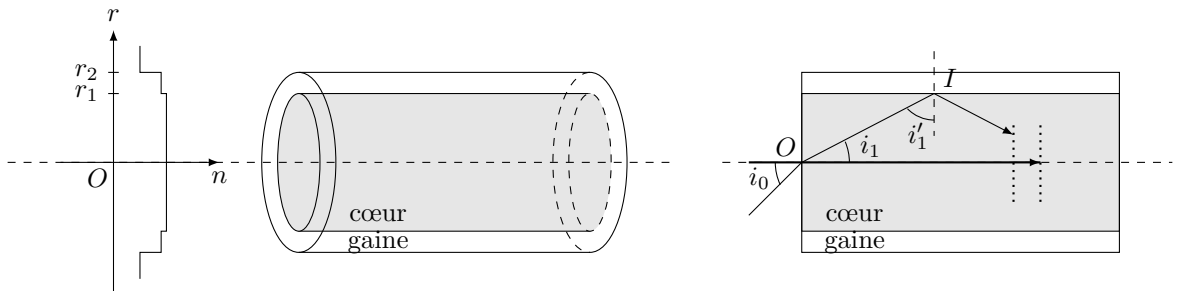


Figure 1.20. Fibre optique à saut d'indice et dispersion intermodale.

□ Comment la lumière est-elle guidée à l'intérieur d'une fibre à saut d'indice ?

Un rayon lumineux entre dans la fibre au point O de l'interface air-cœur avec un angle d'incidence i_0 . L'air étant moins réfringent que le cœur de la fibre, le rayon pénètre dans le cœur avec un angle $i_1 < i_0$ (figure 1.20). En dehors du cas où i_0 est nul, ce rayon arrive sur la gaine en I avec

l'angle d'incidence $i'_1 = \frac{\pi}{2} - i_1$. Pour que la lumière se propage dans la fibre, il faut une **réflexion totale sur la gaine**, soit un angle $i'_1 > i'_{1\ell} = \arcsin(n_2/n_1)$ (méthode 1.2).

Pour avoir $i'_1 > i'_{1\ell}$ en I , il faut $i_1 < i_{1\max}$ en O . Cette condition à l'entrée de la fibre est respectée si le rayon incident appartient au **cône d'acceptance de la fibre** c'est-à-dire si $i_0 < i_{0\max}$ (figure 1.21). On peut montrer que l'**angle limite** est $i_{0\max} = \arcsin(\sqrt{n_1^2 - n_2^2})$.

$O.N. = \sin(i_{0\max}) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ est appelée l'**ouverture numérique** de la fibre.

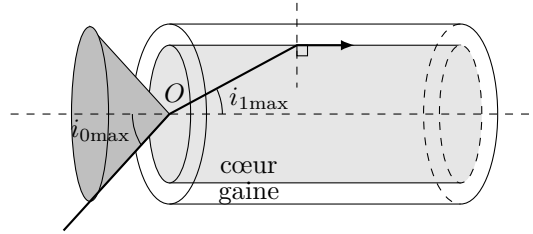


Figure 1.21. Cône d'acceptance et rayon limite.

Il est intéressant d'avoir une grande ouverture numérique afin de permettre l'entrée d'une grande quantité de lumière dans la fibre. Mais une grande ouverture numérique réduit le débit d'information maximal autorisé à cause de la dispersion intermodale. Il faut donc trouver un compromis.

□ Qu'est-ce que la dispersion intermodale ?

Nous voyons sur la figure 1.20 à droite que la lumière peut suivre différentes trajectoires lumineuses en fonction de la valeur de i_0 : le trajet du rayon lumineux axial ($i_0 = 0$) étant plus direct que le trajet obtenu après de multiples réflexions à l'interface cœur - gaine. Ainsi lorsqu'une impulsion lumineuse est envoyée dans la fibre en O , elle peut se propager selon différentes trajectoires et on observe un étalement temporel de l'impulsion au cours de sa propagation. C'est la **dispersion intermodale**. Cette dispersion **limite le débit d'informations** soit la bande passante de la fibre. De telles fibres, dites multimodes, sont alors utilisées en communication pour les bas débits ou sur des courtes distances. Pour de plus longues distances et/ou de plus hauts débits, on préfère utiliser des fibres monomodes dont le cœur très fin n'admet qu'une trajectoire lumineuse, celle dans l'axe de la fibre. Il existe aussi les fibres optiques à gradient d'indice, dont l'indice du cœur diminue continûment lorsqu'on s'éloigne de l'axe de la fibre, mais leur étude sort du cadre de notre programme.



Un calcul complet de l'angle $i_{0\max}$ et une étude de l'étalement temporel d'une impulsion lumineuse sont réalisés dans l'exercice 1.11.

Interro de cours

1. Un rayon lumineux se propageant dans un milieu transparent d'indice n_1 arrive sur la surface de séparation avec un deuxième milieu d'indice n_2 en faisant un angle i_1 avec la normale au dioptré. Les affirmations suivantes sont-elles exactes ?
 - (a) La loi de Snell-Descartes sur la réfraction stipule que le rayon réfracté appartient au plan d'incidence et que $n_1 \sin(i_2) = n_2 \sin(i_1)$.
 - (b) La loi de Snell-Descartes sur la réfraction se limite à la relation $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$.
 - (c) Si $n_1 > n_2$, le rayon réfracté n'existe que si i_1 est inférieur à $\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$.
 - (d) Si $n_1 < n_2$, le rayon réfracté n'existe que si i_1 est supérieur à $\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$.
2. Indiquer si les affirmations suivantes sont exactes.
 - (a) Les conditions de Gauss consistent à ne considérer que les rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique.
 - (b) Dans les conditions de Gauss, un système optique peut être considéré comme approximativement stigmatique et aplanétique.
 - (c) Si un système optique donne d'un objet ponctuel une tache image de taille inférieure à la taille d'un pixel du détecteur, il pourra être considéré comme approximativement stigmatique.
3. Un miroir plan donne d'un objet réel ponctuel A une image A' .
 - (a) La position de A' dépend de l'inclinaison des rayons lumineux issus de A . Le miroir plan est cependant approximativement stigmatique dans les conditions de Gauss.
 - (b) L'image de A' est symétrique de A par rapport au miroir ; c'est une image réelle.
 - (c) Le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour des objets de petite dimension.
4. Indiquer si les affirmations suivantes sont exactes.
 - (a) Lorsqu'un œil accommode, le cristallin se déforme et sa vergence augmente.
 - (b) La plage d'accommodation d'un œil normal s'étend de 5 cm de l'œil (*punctum proximum*) à l'infini (*punctum remotum*).
 - (c) La limite de résolution angulaire de l'œil est de l'ordre de 1° .

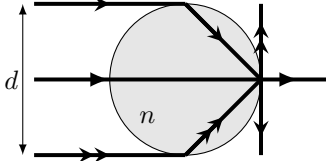
On rappelle les formules de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$; $\gamma = \frac{OA'}{OA}$.
5. Une lentille divergente (L) de centre O et de distance focale image $f' = -10$ cm forme l'image $A'B'$ d'un objet AB virtuel perpendiculaire à l'axe optique de hauteur $AB = 5,0$ mm et situé à 30 cm de la lentille. Quelle affirmation est correcte ?
 - (a) L'image $A'B'$ est réelle, inversée, située à 15 cm de (L) et de hauteur $A'B' = 2,5$ mm.
 - (b) L'image $A'B'$ est virtuelle, droite, située à 20 cm de (L) et de hauteur $A'B' = 2,5$ mm.
 - (c) L'image $A'B'$ est virtuelle, inversée, située à 15 cm de (L) et de hauteur $A'B' = 5,0$ mm.
 - (d) L'image $A'B'$ est virtuelle, inversée, située à 15 cm de (L) et de hauteur $A'B' = 2,5$ mm.

Exercices

Exercice 1.1 La baguette magique

➔ Méthode (1.1)

Une baguette cylindrique pleine, de rayon R et de longueur h , est constituée d'un matériau inconnu transparent d'indice optique n . Elle est éclairée perpendiculairement à son axe par un laser dont le faisceau de diamètre $d = 2R$ est supposé formé de rayons parallèles entre eux.



Nous constatons que le faisceau est fortement élargi à la sortie de la baguette. La figure ci-contre propose le tracé de trois rayons lumineux.

L'indice de l'air est $n_{\text{air}} = 1,0$.

1. L'un des rayons n'est pas dévié par la baguette. Justifier.
2. Expliquer le tracé des deux rayons extrêmes en précisant la valeur de l'indice n de la baguette compatible avec ce tracé.

Exercice 1.2 Mes halos, quoi...

➔ Méthode (1.1)

En vacances en Suède, Sabrina observe deux magnifiques halos apparaissant comme deux cercles lumineux autour du Soleil, le petit halo à 22° de l'axe Sabrina-Soleil et le grand à 46° du même axe. Ces halos sont causés par la double réfraction de la lumière à travers une mince couche de cristaux de glace d'un nuage de type cirrus.

La figure (a) montre un rayon dévié par un cristal de section hexagonale régulière ($A_1 = 120^\circ$) et la figure (b) envisage la déviation par un cristal dont deux faces adjacentes forment un angle $A_2 = 90^\circ$.

Il est possible de montrer que la déviation D est minimale pour $i = i'$. Sabrina observe alors dans cette direction une surintensité lumineuse.

L'indice optique de la glace est $n = 1,31$, celui de l'air $n_{\text{air}} = 1,00$.

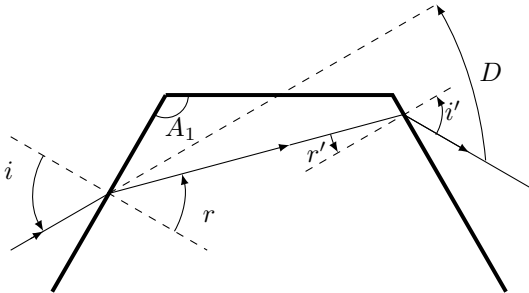


Figure (a)

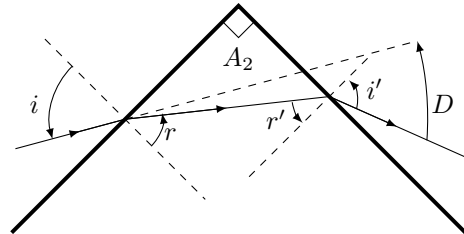


Figure (b)

1. Écrire les relations liant i et r d'une part, i' et r' d'autre part.
2. Montrer que la déviation D définie sur les schémas peut s'écrire $D = i + i' - r - r'$ dans les deux cas.
3. Dessiner le rayon lumineux correspondant au maximum d'intensité dans les deux cas (a) et (b).
4. Calculer les valeurs de r , i et D pour lesquelles il y a surintensité lumineuse dans les deux cas proposés et conclure.

Exercice 1.3 Comme un poisson dans l'eau

➔ Méthode (1.2)

Un poisson observe la surface de l'eau depuis la profondeur $h = 1,0$ m. En se plaçant à la verticale, sa vision du monde extérieur se fait dans un disque lumineux de rayon R , le reste de la surface ne semblant pas éclairé.

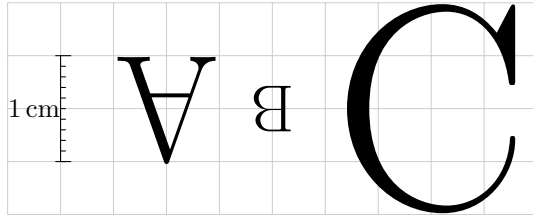
Les indices de l'eau et de l'air sont respectivement $n_{\text{eau}} = 1,3$ et $n_{\text{air}} = 1,0$.

1. Rappeler les lois de Snell-Descartes pour la réfraction.
2. Expliquer l'existence du disque lumineux et déterminer son rayon R .

Exercice 1.4 L'ABC des lentilles

➔ Méthode (1.3)

Nous réalisons l'image des trois premières lettres de l'alphabet sur un même écran à l'aide de trois lentilles différentes. Les trois lettres, qui peuvent être réelles ou virtuelles, ont la même hauteur $h = 1,0$ cm et leurs images, nettes sur l'écran, sont représentées sur la figure.



Les trois lentilles L_1 , L_2 et L_3 sont dans un même plan à $2,0$ m de l'écran. L_1 et L_2 sont convergentes et L_3 divergente ; leurs distances focales sont respectivement :

$f'_1 = 1,0$ m, $f'_2 = 1,3$ m et $f'_3 = -2,0$ m. Chaque lettre se trouve sur l'axe optique de l'une des lentilles.

1. Les images sont-elles réelles ou virtuelles ?
2. Attribuer chaque lettre à sa lentille.
3. Définir et déterminer le grandissement dans chaque cas ainsi que la nature réelle ou virtuelle de la lettre objet.
4. Tracer les rayons lumineux correspondant aux trois situations et vérifier les conclusions obtenues précédemment.

Exercice 1.5 Les malheurs de Sophie

➔ Méthode (1.4)

Les lentilles L_1 et L_2 présentées sur la figure ci-dessous sont de nature inconnue. Ayant tout misé sur l'apprentissage des formules de conjugaison, Sophie se trouve bien embarrassée pour caractériser les lentilles mais estime intuitivement que L_1 est vraisemblablement convergente et L_2 divergente.

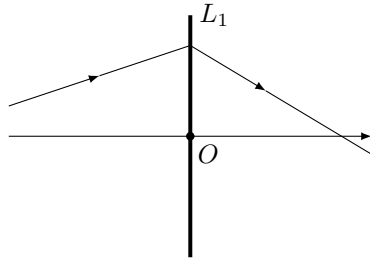


Figure 1

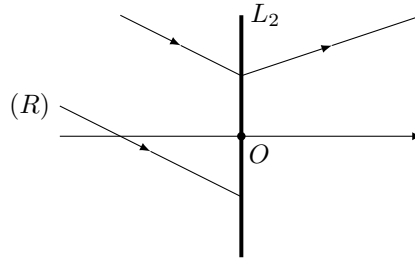


Figure 2

1. Confirmez-vous *a priori* l'intuition de Sophie ?
2. Déterminer graphiquement la position des foyers objet F_i et image F'_i de chaque lentille L_i .
3. En déduire la nature des lentilles L_1 et L_2 .
4. Compléter la figure 2 en représentant le rayon émergent provenant du rayon incident (R).

Exercice 1.6 Être à la hauteur de son image

➔ Méthode (1.5)

On dispose d'un objet plan de hauteur h dont on souhaite réaliser une image plane sur un écran à l'aide d'une lentille convergente de distance focale f' .

1. Montrer par un tracé de rayons que l'image sur l'écran sera inversée.
2. Déterminer les positions de la lentille et de l'écran pour lesquelles l'image et l'objet ont la même taille. On pourra choisir l'une des relations de conjugaison et de grandissement suivantes :
 - Formules de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$; $\gamma = \frac{OA'}{OA}$
 - Formules de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$; $\gamma = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$
 où O est le centre de la lentille, F son foyer objet, F' son foyer image, A un point objet sur l'axe optique et A' son image par la lentille.
3. Tracer alors l'image à l'aide de rayons lumineux particuliers.
4. La distance entre l'objet et l'écran est $D = 40$ cm. Quelle est la distance focale f' de la lentille utilisée ? Cette méthode de détermination de la focale d'une lentille est la méthode de Silbermann.

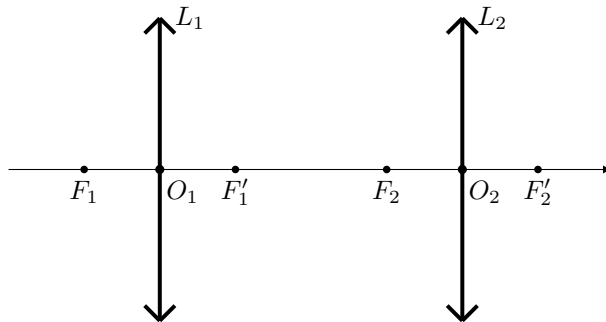
Exercice 1.7 Divergente**➔ Méthode (1.5)**

Nous réalisons l'image par une lentille mince L de distance focale en valeur absolue $|f'| = 20$ cm d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique de la lentille. L'objet est réel, de hauteur $h = 1,0$ cm et situé à $1,0$ m de L alors que l'image est virtuelle.

1. Montrer que L est divergente.
2. Déterminer graphiquement la position de l'image.
3. Vérifier le résultat précédent puis calculer la taille de l'image en utilisant les relations de conjugaison et de grandissement suivantes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$; $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ où O est le centre de la lentille, F' son foyer image, A un point objet sur l'axe optique et A' son image par la lentille.

Exercice 1.8 Le choix de Sophie

Sophie étudie le doublet de lentilles convergentes présenté sur la figure ci-dessous.



Les distances focales f'_1 et f'_2 des deux lentilles L_1 et L_2 sont identiques et valent $4,0$ cm. La distance entre les deux lentilles est $e = O_1O_2 = 16$ cm.

Les formules de conjugaison suivantes sont rappelées, reliant un point objet A sur l'axe optique à son image A' , dans le cas d'une lentille de centre O et de foyers F et F' :

- formule de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$
- formule de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$

Cherchant les positions du foyer principal objet F et du foyer principal image F' du doublet, Sophie est confrontée au choix de la formule la plus appropriée.

Elle opte pour la formule de Descartes et obtient $\overline{O_2F'} = 10$ cm et $\overline{O_1F} = 6,0$ cm.

1. Déterminer graphiquement la position des foyers principaux objet F et image F' du doublet. Que penser des résultats obtenus par Sophie ?
2. Nous cherchons à retrouver ces positions par le calcul.
 - a. Commenter le choix de Sophie.
 - b. Déterminer les positions de F et F' .
3. Les deux lentilles sont dorénavant accolées. Montrer que leur association est alors équivalente à une lentille mince unique dont la vergence est la somme de leurs vergences.

Exercice 1.9 Le mauvais œil

Dans une représentation très simplifiée, le cristallin de l'œil est assimilé à une lentille mince convergente L de centre O et sa rétine modélisée par un écran placé à la distance fixe $d = 1,7 \text{ cm}$ de L . L'œil ayant la capacité d'accommoder, la distance focale f' de L est variable entre la valeur f'_R correspondant au cristallin au repos et f'_C obtenue lorsque le cristallin est contracté au maximum.

Le *punctum remotum* P_R de l'œil est le point objet de l'axe optique vu nettement lorsque le cristallin est au repos. La distance OP_R est infinie pour un œil normal.

Le *punctum proximum* P_P est le point de l'axe optique le plus proche que l'œil peut voir nettement en accommodant au maximum. Pour un œil normal, la distance OP_P est de 25 cm.

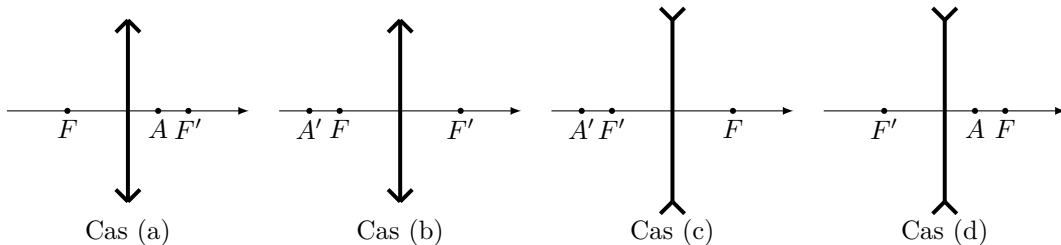
L'amplitude dioptrique d'accommodation est définie par $a = \frac{1}{OP_P} - \frac{1}{OP_R}$.

1. L'œil étudié est myope et son *punctum remotum* se trouve à 50 cm du cristallin. Déterminer f'_R . On rappelle la formule de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$ où O est le centre de la lentille, F son foyer objet, F' son foyer image, A un point objet sur l'axe optique et A' son image par la lentille.
2. Le *punctum proximum* de l'œil étudié se situe à 15 cm du cristallin. En déduire f'_C .
3. Déterminer l'amplitude dioptrique d'accommodation de l'œil en dioptrie (δ) et la comparer à celle d'un œil normal. On rappelle que $1 \delta = 1 \text{ m}^{-1}$.
4. La myopie est corrigée par une lentille de contact L_1 (accolée au cristallin).
 - a. Quelle valeur doit-on donner à la distance focale de L_1 pour que l'œil voie sans accommoder un objet à l'infini ? Nous admettons que deux lentilles accolées sont équivalentes à une lentille dont la vergence est égale à la somme des vergences des deux lentilles. Quelle est la nature (convergente ou divergente) de la lentille de contact ?
 - b. Déterminer le *punctum proximum* de l'œil corrigé. Conclure.

Exercice 1.10 Jeu de construction

Les figures ci-dessous présentent chacune un dispositif constitué d'une lentille convergente ou divergente et un point objet A ou son image A' sur l'axe optique.

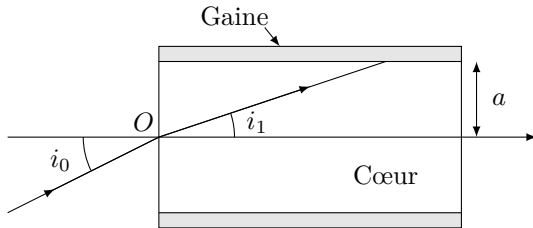
La direction de la lumière incidente est orientée comme l'axe optique de la gauche vers la droite.



1. Déterminer graphiquement dans chaque cas la position de l'objet A ou son image A' par la lentille mince.
2. Préciser dans chaque cas la nature réelle ou virtuelle de A et A' .

Exercice 1.11 Le très haut débit pour tous

Le très haut débit donne un accès performant à Internet et permet d'envoyer et de recevoir un grand nombre de données (documents, photos, vidéos, etc.) dans un temps court. La fibre optique constitue aujourd'hui le support de communication le plus performant.



La fibre optique à saut d'indice est constituée de deux types de verre différents, l'un constituant le cœur d'indice n_1 et l'autre la gaine d'indice $n_2 < n_1$. La lumière se propage dans le cœur en subissant éventuellement des réflexions totales sur la gaine.

La célérité de la lumière dans le vide est :

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

1. Un rayon lumineux se propageant dans l'air pénètre dans le cœur au point O sous l'angle d'incidence i_0 . Déterminer l'angle de réfraction i_1 . L'indice de l'air est $n_{\text{air}} = 1,0$.
2. Déterminer l'angle maximal $i_{0\text{max}}$ pour lequel ce rayon subira une réflexion totale sur la gaine. On appelle ouverture numérique (O.N.) la quantité $\sin(i_{0\text{max}})$. Exprimer l'O.N. en fonction de n_1 et n_2 puis la calculer avec $n_1 = 1,48$ et $n_2 = 1,46$.
3. On considère une longueur $L = 10 \text{ km}$ de fibre. Déterminer le temps mis par la lumière pour parcourir L dans le cas d'un rayon incident d'angle d'incidence $i_0 = 0$ puis dans celui d'un rayon d'angle d'incidence $i_{0\text{max}}$. Montrer que la différence Δt entre ces deux temps de propagation s'écrit $\Delta t = n_1 \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \frac{L}{c}$. Calculer Δt .
4. Des impulsions très brèves de durée τ sont envoyées en entrée de la fibre avec une période T ($\tau \ll T$). Le faisceau lumineux convergeant en entrée est conique ; son demi-angle au sommet est $i_{0\text{max}}$. Déterminer la valeur minimale de T pour que les impulsions soient séparées après avoir parcouru la distance L dans la fibre.
5. 1 bit correspond à la présence ou à l'absence d'une impulsion. Exprimer le débit maximal en bits par seconde de la fibre étudiée. Comparer à une ligne ADSL qui permet le transfert de $512 \text{ Mo} \cdot \text{s}^{-1}$ (1 octet = 8 bits). En pratique, les fibres utilisées sont monomodes avec un petit diamètre de cœur de l'ordre d'une dizaine de microns. La lumière se propage alors sans réflexions et la dispersion devient négligeable, permettant l'obtention de débits beaucoup plus importants.

Exercice 1.12 Par le petit bout de la lorgnette

La lorgnette étudiée est une petite lunette de Galilée de faible grossissement qui peut être utilisée par les spectateurs d'une pièce de théâtre. Elle est constituée d'une lentille convergente L_1 (objectif) de distance focale $f'_1 = 10,0 \text{ cm}$ et de diamètre $d = 4,0 \text{ cm}$ suivie d'une lentille divergente L_2 (oculaire) de distance focale $f'_2 = -3,0 \text{ cm}$ (figure (a)).

1. À quelle distance D doivent être situées les deux lentilles pour que la lunette soit afocale ?
2. Un objet à l'infini est vu à l'œil nu sous un petit angle α . Déterminer le grossissement de la lunette défini par $G = \frac{\beta}{\alpha}$ où β est l'angle sous lequel l'objet est vu à travers la lorgnette.