

2 EDICIÓN

Matemáticas financieras

para la toma de decisiones



Jairo Gutiérrez Carmona

ECOE
EDICIONES

MATEMÁTICAS FINANCIERAS PARA LA TOMA DE DECISIONES

JAIRO GUTIÉRREZ CARMONA

SEGUNDA EDICIÓN

Gutiérrez Carmona, Jairo, autor

Matemáticas financieras para la toma de decisiones / Jairo Gutiérrez Carmona. --

Segunda edición. -- Bogotá : Ecoe Ediciones, 2025.

312 páginas. -- (Economía, finanzas, empresa y gestión. Toma de decisiones en la gestión de las empresas).

Incluye referencias bibliográficas.

ISBN 978-958-508-491-9 -- 978-958-508-492-6 (pdf) -- 978-958-508-493-3 (epub)

1. Matemáticas financieras - Fundamentos 2. Procesamiento electrónico de datos 3.

Administración industrial - Toma de decisiones

CDD: 650.0151 ed. 23

CO-BoBN- a1147959



Área: Economía, finanzas, empresa y gestión

Subárea: Toma de decisiones en la gestión de las empresas

ECOE
EDICIONES



© Jairo Gutiérrez Carmona

Segunda edición: Bogotá, 2025

► Ecoe Ediciones S.A.S.
info@ecoeediciones.com
<https://www.ecoeediciones.com>
Carrera 19 # 63 C 32
Tel.: +57 321 226 4609
Bogotá, Colombia

► Cita sugerida:
Gutiérrez Carmona, J. (2025).
*Matemáticas financieras
para la toma de decisiones* (2ª ed.).
Ecoe Ediciones.

ISBN: 978-958-508-491-9
e-ISBN (PDF): 978-958-508-492-6
e-ISBN (ePUB): 978-958-508-493-3

Coordinadora editorial: Ana María Rueda G.
Coordinadora de producción editorial:
Alejandra Rondón Forero
Asistente administrativo editorial:
Edwin Corzo S.
Correctora de estilo: María del Pilar Osorio
Carátula: Natalia Herrera F.
Diagramación: France Laverde
Impresión: Carvajal Soluciones de
Comunicación S.A.S. Carrera 69 #15-24

La reproducción total de esta obra, ya sea en formato físico o digital, está estrictamente prohibida sin la autorización expresa del titular de los derechos. Asimismo, cualquier reproducción parcial de este libro, con o sin fines comerciales, en formato físico o digital, requiere la autorización previa.



DEDICATORIA



A la memoria de mi compañera María del Rosario.

PRESENTACIÓN

En diciembre de 2012, Ecoe Ediciones publicó el libro del mismo autor titulado *Matemáticas financieras con fórmulas, calculadora financiera y Excel*, el cual se tomará como base para este nuevo título: *“Matemáticas financieras para la toma de decisiones”*. La razón fundamental para esta organización del libro es que las matemáticas financieras forman parte de las matemáticas aplicadas y, por consiguiente, para las ciencias económicas, administrativas y contables no son un fin sino un medio. Por tal razón, a través de las matemáticas financieras este libro busca brindar pautas para plantear, resolver y analizar el resultado de problemas que involucran valor del dinero en el tiempo y apoyar la toma de decisiones en las empresas.

El objetivo del libro sigue siendo el de contribuir con una herramienta académica integral en la instrucción de todas aquellas personas interesadas en las matemáticas financieras, tanto en el nivel de pregrado como en el de posgrado, especialmente de los estudiantes del área financiera. Es una herramienta porque sirve de libro de texto para cualquier curso de matemáticas financieras, ya que además de los temas principales, que se incluyen en todos los libros, se presentan análisis y explicaciones detalladas de aspectos particulares del valor del dinero en el tiempo; y es una herramienta integral porque en los numerosos ejemplos que se aportan, se muestra la solución por diversos sistemas, de manera que no se encasille al estudiante en uno o dos métodos de solución.

A lo largo del libro se utilizan dos sistemas para solucionar los problemas de matemáticas financieras:

- **Fórmulas**, que es un sistema universal que siempre estará disponible, pero que en algunos casos, requiere operaciones engorrosas debido a la complejidad de algunas fórmulas.
- **Hoja de cálculo Excel**, ya que, además de ser muy rápida para producir las respuestas, tiene un alto potencial para modelar los problemas de manera que se puedan analizar en un alto nivel.

En esta edición, el libro tiene dos grandes diferencias con la versión anterior:

- Presenta un enfoque más didáctico basado en que el estudiante tenga inicialmente un dominio total de los conceptos matemáticos relacionados con el valor del dinero en el tiempo.
- Posteriormente, se enfoca en la práctica, de manera que las matemáticas financieras sean útiles para la vida profesional y que el estudiante pueda utilizar los conocimientos teóricos para solucionar problemas reales en los que se incluye la tasa de interés en cualquiera de sus expresiones.

El libro está organizado en tres partes: Fundamentación, Consolidación y Aplicación.

La primera parte, la Fundamentación, establece las bases en las que se apoya el estudio de las matemáticas financieras y se compone de dos capítulos. El capítulo 1, “Conceptos básicos y su representación”, sirve para precisar la conceptualización de los objetos matemáticos utilizados por las matemáticas financieras, tales como tasa de interés y sus diferentes expresiones, valor presente y futuro, cuota, plazo, periodo, etc. Además, se define la representación de esos conceptos a través de tres convenciones que se utilizan para dar forma a los objetos matemáticos (simbólica, gráfica y Excel), pues dado que son objetos abstractos deben hacerse visibles con palabras, símbolos o imágenes para poder operarlos matemáticamente. En el capítulo 2, “Tipología de problemas de matemáticas financieras”, se clasifican las diferentes maneras de analizar, plantear y solucionar una situación financiera cuyo resultado se requiere para tomar una decisión.

Vale aclarar que, en esta primera parte, por tratarse de la fundamentación, el énfasis se aplica al planteamiento y solución de los problemas típicos de las matemáticas financieras y en todos los ejemplos se utiliza la tasa de interés requerida para realizar los cálculos. Lo anterior con el fin de no mezclar la solución de un problema financiero con la conversión de tasas de interés que es un tema adicional que dificulta la consecución del fin principal.

La segunda parte, la Consolidación, busca afianzar los conceptos básicos adquiridos en la primera parte y utilizarlos en la solución de problemas de mayor complejidad y más adaptados a la realidad. Consta de dos capítulos, el capítulo 3, “Características de las tasas de interés”, explica los aspectos teóricos y matemáticos de las diferentes tasas de interés que se utilizan en los mercados financieros (DTF, UVR, TIO, WACC, PRIME, inflación, devaluación, etc.) y enseña un método para calcular las equivalencias de las tasas de interés: cómo convertir una tasa de interés expresada en una forma determinada a otra requerida para solucionar un problema de matemáticas financieras. Para terminar esta segunda parte,

el capítulo 4, “Casos para la toma de decisiones”, plantea una serie de problemas complejos para resolver y proponer un curso de acción, basados en la tipología de los problemas de matemáticas financieras vista en la primera parte.

La tercera parte, Aplicación, intenta que el estudiante ponga en práctica los conocimientos adquiridos, no solo para de obtener una respuesta, sino para proponer y sustentar una decisión. Los casos están aplicados a situaciones especiales de las finanzas que utilizan las matemáticas financieras, para ello, se organiza en tres capítulos. El capítulo 5, “Indicadores de conveniencia económica”, estudia aquellos criterios utilizados para evaluar inversiones (VPN, TIR, etc.) de manera que se pueda sustentar, desde la perspectiva teórica y práctica, la decisión que se recomienda llevar a cabo. Con el capítulo 6, “Aplicaciones especiales de las matemáticas financieras”, se introducen aquellos temas especializados de las finanzas que requieren de las matemáticas financieras para ser resueltos, como es el caso de la construcción de tablas de amortización y tablas de capitalización, el cálculo de saldos intermedios de una inversión y la evaluación financiera de proyectos. Por último, en el capítulo 7, “Excel y matemáticas financieras”, se proponen los modelos financieros con Excel como una herramienta para profundizar en el análisis de los problemas de las matemáticas financieras aplicando técnicas avanzadas como son el análisis de sensibilidad y el análisis de escenarios.

Al final de cada capítulo se ofrece una serie de anexos con las convenciones, terminología, fórmulas y funciones utilizadas, cuestionarios de autoevaluación y ejercicios propuestos para poner en práctica lo visto en el capítulo.

Además, el libro tiene soporte en el Sistema de Información en Línea (SIL) de la Editorial ECOE (www.ecoediciones.com/sil/index.php), donde se presenta el archivo F.xls en Excel en el cual se desarrollan funciones financieras personalizadas que complementan las funciones financieras que vienen con la hoja de cálculo Excel. Este soporte se complementa con la solución en Excel de los ejemplos utilizados en el libro. Cada capítulo tiene un archivo en donde se resuelven de manera detallada los ejemplos y además se incluyen cálculos y gráficos no incluidos en el libro.

.....

A lo largo del libro se presentan numerosos ejemplos, los cuales se recomienda seguir detalladamente, ya que en la solución se incluye la explicación teórica y práctica del tema que ilustra cada ejemplo.

La didáctica es la siguiente:

- Se plantea un problema.
- Se explican los conceptos teóricos involucrados en la solución.
- Se presentan las herramientas que ofrecen las matemáticas financieras para solucionar el problema aplicando los conceptos teóricos.
- Se soluciona el problema.
- Se interpretan y analizan los resultados.

.....NOTA MUY IMPORTANTE

CONTENIDO

DEDICATORIA.....	V
PRESENTACIÓN	VII
PIMERA PARTE. FUNDAMENTACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS	1
CAPÍTULO 1. CONCEPTOS BÁSICOS Y SU REPRESENTACIÓN	3
1.1 Interés y tasa de interés.....	5
1.1.1. Interés (I)	5
1.1.2 Tasa de interés (i)	9
1.2 Diagramas de flujo de efectivo (DFE)	13
1.3 Clasificación de las tasas de interés	17
1.3.1 Interés periódico	17
1.3.2 Interés simple y compuesto	18
Interés simple.....	21
Interés compuesto	23
1.3.3 Interés nominal y efectivo	33
Interés nominal	33
Interés efectivo	36
1.3.4 Interés vencido y anticipado	41
Interés vencido	41
Interés anticipado	41

1.4 La tasa de interés en el Excel.....	44
Función financiera INT.EFECTIVO	45
Función financiera TASA.NOMINAL	46
Funciones personalizadas en el EXCEL	47
Función personalizada TASA_EFECTIVA	47
Función personalizada TASA_NOMINAL	49
Cierre del capítulo 1	50
Cuestionario de autoevaluación	51
Ejercicios propuestos	51
CAPÍTULO 2. TIPOLOGÍA DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS	55
2.1 Clasificación de los problemas de matemáticas financieras	58
2.2 Problemas de pago único	59
2.2.1 Conceptos generales	60
2.2.2 Problemas de pago único con capitalización	61
Función financiera VF.....	65
Función financiera TASA	67
2.2.3 Problemas de pago único con descuento	68
Función financiera VA	69
2.3 Problemas de series uniformes: anualidades	70
2.3.1 Conceptos generales.....	70
2.3.2 Anualidades vencidas	72
2.3.3 Anualidad anticipada	80
2.3.4 Anualidad diferida	87
2.3.5 Anualidad perpetua	90
2.4 Problemas de series uniformes: gradientes.....	91
2.4.1 Conceptos generales	91
2.4.2 Gradiente aritmético	93
2.4.3 Gradiente geométrico	105
2.4.4 Gradiente perpetuo	110
2.4.5 Gradiente escalonado	111
Gradiente aritmético escalonado	111
Gradiente geométrico escalonado	113
2.5 Problemas de flujos irregulares	114
2.5.1 Conceptos generales.....	114
Función financiera TIR.....	118

2.6 Ecuaciones de equivalencia de valor.....	119
Cierre del capítulo 2	126
Compilación de símbolos capítulo 2.....	126
Cuestionario de autoevaluación	128
Ejercicios propuestos	129
SEGUNDA PARTE CONSOLIDACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS	135
CAPÍTULO 3. CARACTERÍSTICAS DE LAS TASAS DE INTERÉS	137
3.1 Tasas de interés macroeconómicas	139
Inflación	139
Devaluación	141
3.2 Tasas de interés compuestas.....	142
3.3 Tasa de interés real	143
3.4 Tasas de interés particulares	145
DTF.....	145
UVR.....	146
PRIME / LIBOR.....	146
3.5 Tasas para evaluar inversiones.....	147
Tasa de interés de oportunidad (TIO)	147
Costo de capital (WACC).....	148
3.6 Equivalencia de las tasas de interés	148
Cierre del capítulo 3	158
Compilación de símbolos capítulo 3.....	158
Cuestionario de autoevaluación	158
Ejercicios propuestos	159
CAPÍTULO 4. CASOS PARA TOMA DE DECISIONES.....	163
4.1 Proceso de toma de decisiones	164
4.2 Casos	165
Función financiera VNA	179
Ejercicios propuestos.....	185
TERCERA PARTE APLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS	189

CAPÍTULO 5. INDICADORES DE CONVENIENCIA ECONÓMICA	191
5.1 Valor Presente Neto (VPN).....	192
5.2 de rentabilidad	198
5.2.1 Tasa Interna de Retorno (TIR)	199
5.2.2 Tasa Verdadera de Rentabilidad (TVR).....	204
Función financiera TIRM	206
5.3 Cuota Anual Uniforme Equivalente (CAUE).....	207
5.4 Relación Beneficio / Costo (B / C)	210
Cierre del capítulo 5	211
Compilación de símbolos capítulo 3.....	211
Cuestionario de autoevaluación	211
Ejercicios propuestos	211
 CAPÍTULO 6. APLICACIONES ESPECIALES DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS ..	 215
6.1 Amortización, capitalización y saldos	216
Amortización.....	216
Tablas de amortización de créditos.....	216
Sistema de amortización de abonos constantes a capital.....	218
Sistema de amortización de cuota fija.....	219
Periodo de gracia a capital	220
Periodo de gracia a capital e intereses	221
Tablas de recuperación de la inversión	227
Créditos en UVR.....	229
6.1.2 Capitalización	232
6.1.3 Saldos	234
Saldo capitalizado	235
Saldo adeudado	236
6.2 Evaluación financiera de proyectos	239
Soporte financiero.....	241
Valoración de empresas	242

CAPÍTULO 7. EL EXCEL Y LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS	247
7.1 Modelos financieros.....	248
7.2 Análisis de sensibilidad	254
7.3 Análisis de escenarios.....	264
7.4 Matemáticas financieras con modelos financieros	274
 Anexo 1. Glosario.....	 283
Anexo 2. Fórmulas	287
 REFERENCIAS.....	 291

Sistema de Información en Línea



Al final del libro encontrará el código para ingresar al **Sistema de información en Línea - SIL** - donde podrá encontrar la solución detallada en Excel de los ejemplos utilizados en el libro con cálculos y gráficos no presentados en el libro.

PRIMERA PARTE

FUNDAMENTACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Las matemáticas financieras hacen parte de las matemáticas aplicadas y se utilizan para cuantificar la solución de problemas que involucran dinero y alguna tasa de interés (rentabilidad, oportunidad, costo de capital, etc.), más técnicamente denominados “situaciones con valor del dinero en el tiempo”.

Al igual que todos los temas de las matemáticas, las financieras, tratan con objetos abstractos que se deben materializar a través de palabras, símbolos o imágenes, para poder trabajar con los conceptos matemáticos que representan. Por lo tanto, en esta primera parte, se establecen las bases conceptuales y prácticas sobre las cuales se apoya el estudio de las matemáticas financieras y se exponen las representaciones más comunes de los conceptos matemáticos. Desafortunadamente, estas representaciones no se han estandarizado y difieren según cada autor.

Se incluyen los siguientes capítulos:

1. Conceptos básicos y su representación

El objetivo principal es conceptualizar los objetos matemáticos utilizados por las matemáticas financieras, tales como tasa de interés y sus diferentes expresiones, valor presente y futuro, cuota, plazo, periodo, etc.

Se utilizan tres convenciones (simbólica, gráfica y Excel) para materializar los conceptos matemáticos y poder operarlos en las fórmulas que se utilizarán a lo largo del libro.

2. Tipología de problemas de matemáticas financieras

Clasificación de las formas de analizar, plantear y solucionar problemas cuyo resultado se requiere para tomar una decisión.

CAPÍTULO 1

CONCEPTOS BÁSICOS Y SU REPRESENTACIÓN

En este capítulo se presentan los conceptos fundamentales de las matemáticas financieras, entre estos, el interés, la tasa de interés y sus diferentes formas de cálculo (simple, compuesto, nominal, efectivo, vencido, anticipado). También se presentan aquellos conceptos que son necesarios para trabajar con problemas que involucran el valor del dinero en el tiempo como el valor presente, el valor futuro y los términos cuota, plazo y periodo.

En todos los ejemplos se utiliza la tasa de interés requerida para los cálculos, con el fin de no mezclar el problema financiero con el problema de conversión de tasas de interés que dificulta la comprensión general de las matemáticas financieras.

El capítulo contiene los siguientes temas:

- 1.1 Interés y tasa de interés.
- 1.2 Diagramas de flujo de efectivo (DFE).
- 1.3 Clasificación de las tasas de interés.
- 1.4 La tasa de interés en el Excel.
- 1.5 Funciones personalizadas en el Excel.

Objetivos del capítulo

General

Conceptualizar la terminología de las matemáticas financieras para preparar al estudiante en la forma de enfrentar los problemas y cómo hacer un planteamiento lógico de la solución.

Específicos

- a. Diferenciar y ejemplificar los conceptos de interés y tasa de interés que se utilizarán en las fórmulas y definiciones a lo largo del libro.
- b. Conocer las características de las clasificaciones de la tasa de interés, tales como simple y compuesto, nominal y efectiva, vencido y anticipado.
- c. Presentar los conceptos básicos que se deben considerar cuando se trabaja con problemas relacionados con valor del dinero en el tiempo.

Caso de aplicación y seguimiento

El joven Cándido Plata es el sobrino favorito de un tío rico que le ha ofrecido el siguiente regalo: \$1000 millones hoy o \$1100 millones dentro de un año. Cándido debe elegir una de las dos alternativas.

El tío rico es un señor de avanzada edad con numerosos herederos que desde ya están haciendo cuentas sobre la herencia que le pueda tocar a cada uno, lo cual ha llevado a ciertos enfrentamientos al interior de la familia. La salud del tío, a pesar de su edad, es bastante buena; pero, en los últimos años, ha mostrado algunos síntomas de deterioro mental, como el olvido de asuntos que había tratado recientemente.

Por su parte, Cándido es un joven de 22 años bastante inquieto en cuestiones de negocios, quien estudió unos pocos semestres de Administración de Empresas de la cual se retiró con la idea de que el estudio no se hizo para él, pues siempre ha tenido la ilusión de ser un empresario, como casi todos los miembros mayores de su familia. En varias reuniones familiares ha manifestado que no ingresará como empleado a ninguna de las empresas de la familia, lo cual lo ha llevado en los años recientes a pensar en muchas ideas de negocio. A veces solo son ideas; pero, en otras ocasiones, las ha emprendido sin éxito y todavía no decide cuál línea de negocios seguirá de los muchos emprendimientos que ha pensado.

Aunque las expectativas económicas del país mejoraron en el último año, todavía persisten signos alarmantes como bajo crecimiento de la demanda y alta inflación que aún permanece en niveles de dos dígitos. Sin embargo, existen algunos sectores con muy buen panorama, que prometen alta rentabilidad.

¿Qué consideraciones debe tener en cuenta Cándido para tomar una decisión?

En las matemáticas financieras, como ocurre con todos los temas de las matemáticas, los objetos de estudio son abstractos, de naturaleza mental, son conceptos, por lo tanto, la única forma de manipularlos es representándolos a través de símbolos o imágenes. En los apartados siguientes se estudiarán estos conceptos y las representaciones más comunes que se utilizan en las finanzas.

1.1 Interés y tasa de interés

Los recursos tienen propietario y cada uno espera utilizarlos en beneficio propio. Cuando el propietario de un recurso puede usarlo para sí mismo, espera una utilidad o alguna satisfacción; pero, cuando no puede utilizar directamente los recursos que posee o tiene algún recurso en exceso, busca alquilarlo a otra persona y por ello espera una retribución. Quiere decir que los recursos, además de propietario también tienen precio, ya sea el que estime su propietario o el que determine el mercado.

Los poseedores de fuerza de trabajo que no pueden emplearla en su propio negocio la alquilan por un salario; quienes poseen inmuebles y no los emplean en su beneficio, transfieren su utilización a cambio de un arrendamiento. Y así ocurre con todos los recursos, incluyendo el dinero o capital que como retribución recibe el interés.

.....NOTA MUY IMPORTANTE

1.1.1 Interés (I)

El interés se ha definido como el precio del dinero, sea este un capital propio o ajeno; debe tenerse presente que el interés, por ser un precio, es un valor absoluto.

El dinero, cuando se utiliza como capital, debe tener una retribución como ocurre con todos los recursos (el salario para el trabajo o la renta para la tierra), pero no siempre el capital invertido es dinero, puede ser cualquier otro recurso como maquinaria, inmuebles o semovientes, lo importante es que se aporte para la explotación de un negocio, en el cual se espera tener una retribución por el uso del recurso; en estos casos, el recurso debe valorarse en dinero para efectuar los cálculos.

Ejemplo No. 1.1

Un empresario invierte quince millones de pesos en un negocio y espera que al finalizar el negocio este le haya retribuido los quince millones de pesos que invirtió inicialmente más un interés, que es un valor adicional al invertido dado que durante un tiempo renunció al uso de sus recursos y se arriesgó en un negocio. El capital inicial de quince millones puede estar representado en dinero, en especie o en ambos (quince millones de pesos en efectivo o un vehículo valorado en diez millones de pesos y cinco millones de pesos en efectivo, por ejemplo).

Después de un año, al liquidar el negocio, recibe veinte millones de pesos; el capital que recibe al final puede estar representado en dinero, en especie o en ambos (veinte millones de pesos en efectivo o el mismo vehículo valorado en ocho millones de pesos y doce millones de pesos en efectivo, por ejemplo).

Esto significa que, cuando se invierte un capital se espera que después de un tiempo de tenerlo invertido, se obtenga un valor superior al que se invirtió inicialmente: el capital más el interés.

Lo mismo ocurre cuando se recibe un capital en préstamo, después de un tiempo de utilizarlo se debe pagar un valor superior al que se recibió inicialmente: el capital más el interés.

En el ejemplo anterior, sin importar la forma que tomen el capital y el interés (efectivo, especie o ambos), el capital inicial es de quince millones de pesos y el interés es de cinco millones de pesos; ya que este último es igual a la diferencia entre el valor invertido inicialmente y el valor recibido finalmente.

Ese interés puede considerarse como la utilidad del negocio, pero no siempre será así, pues en casi todos los casos existen otros movimientos de dinero que se deben tener en cuenta para liquidar la utilidad.

Ejemplo No. 1.2

Una persona recibe un préstamo de quinientos mil pesos con el compromiso de pagar quinientos sesenta mil pesos dentro de seis meses.

En este caso, el capital inicial son los quinientos mil pesos, y el interés son los sesenta mil pesos adicionales que paga. Este pago adicional se debe hacer por usar un recurso ajeno y al mismo tiempo, disfrutar de los beneficios que le produce ese uso. Como se observa, quien otorga el préstamo renuncia al uso de su capital y por ese sacrificio debe cobrar un valor; por otra parte, quien recibe el préstamo pudo disfrutar de unos beneficios sin tener un capital propio y, por ello, debe pagar un valor por haber utilizado un capital ajeno.

De los ejemplos anteriores se deduce que, en el uso del capital intervienen por lo menos seis conceptos: un valor inicial, un valor final, un plazo, el interés, la equivalencia entre valores y los periodos en que se puede dividir el plazo. Estos conceptos se aclaran a continuación:

- **Valor inicial:** es el capital que se invierte al inicio de un negocio o el capital que se recibe en préstamo. No debe confundirse con el concepto de valor presente, el cual involucra cálculos. En el Ejemplo No. 1.1, el valor inicial son los quince millones de pesos que invirtió inicialmente el empresario.
En las matemáticas financieras el valor inicial se representa con la letra **P** mayúscula.
- **Valor final:** es el monto que se recibe al final de un negocio o que se paga al final de un crédito, tiene como principal característica, que es igual el valor inicial más los intereses. Tampoco debe confundirse con el concepto de valor futuro. En las matemáticas financieras, el valor final se representa con la letra **F** mayúscula.
- **Plazo:** es el tiempo que transcurre entre el comienzo y el final de un negocio, es decir, entre **P** y **F**, según la notación que se ha mencionado previamente. Es la duración total del negocio, desde el momento que se inicia hasta el momento en que se liquida. Puede ser expresado en las unidades de tiempo que se desee, en el caso del Ejemplo No. 1.1, el negocio tiene un plazo de 12 meses o de un año, como se quiera analizar. En las matemáticas financieras el plazo se simboliza con la letra **n** minúscula.
- **Interés:** es la retribución en dinero que recibe un inversionista por arriesgar su capital en un negocio o un prestamista por ceder el uso de su capital propio o el costo que pagan los prestatarios por utilizar el capital ajeno. El interés es un valor

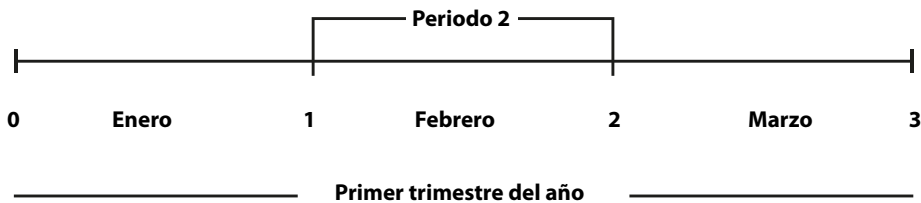
absoluto expresado en dinero y no debe confundirse con la tasa de interés que es un valor relativo expresado en porcentaje.

En las matemáticas financieras, el interés se representa con la letra **I** mayúscula.

- **Equivalencia:** en términos generales, la equivalencia se refiere a la igualdad que se puede establecer entre dos cosas que tienen una forma diferente: un triángulo y un cuadrado no son iguales, pero si tienen la misma área son equivalentes.

Este concepto es la piedra angular de las matemáticas financieras y se utilizará a lo largo de todo el libro en cuatro casos principalmente: a) para deducir las fórmulas matemáticas básicas de cada tema, b) para establecer la igualdad en el valor de dineros que se encuentran en momentos diferentes (ecuaciones de equivalencia de valor), c) para establecer la igualdad entre tasas de interés que tienen forma diferente (conversión de tasas de interés) y d) para establecer el saldo de una deuda o de un plan de ahorros en un momento determinado de la vida del negocio.

- **Periodo:** son las unidades de tiempo en las que se divide el plazo de un negocio para analizarlo. A pesar de que, matemáticamente un negocio se puede analizar en cualquier unidad de tiempo y, por lo tanto, el periodo puede estar expresado en días, semanas, meses, etc., normalmente, la elección del periodo no es discrecional. Cada problema tendrá un periodo de tiempo ideal para ser planteado y resuelto, otra cosa es en cuál periodo se quiere expresar la respuesta, lo que genera un problema adicional.



Para el periodo, las matemáticas financieras utilizan las mismas unidades que se emplean para medir el tiempo, los más comunes son: día, mes, trimestre, semestre, y año. A continuación, se muestra gráficamente el concepto de periodo:

En la figura anterior se toma como ejemplo el primer trimestre de un año dividido en meses; un periodo comprende el tiempo que transcurre entre dos momentos, en este caso el periodo 2 (febrero) es el lapso entre el 1° de febrero (momento 1) y el 28 de febrero (momento 2) y todo el trimestre va entre el momento cero y el momento 3.

En los negocios y en las matemáticas financieras se distinguen dos clases de periodos:

Periodo de liquidación: se refiere al tiempo que transcurre entre cada cálculo de los intereses de una inversión o de un crédito. Es un plazo teórico que sirve para anunciar el negocio y que para efectos matemáticos se puede modificar.

Periodo de pago: es el tiempo que se debe esperar para recibir o pagar los intereses. Es un plazo real y legal que debe cumplirse.

La diferenciación entre periodo de liquidación y periodo de pago es vital en la solución de problemas en las matemáticas financieras, pues puede ocurrir que los intereses se liquiden, pero no se paguen. El tratamiento que se aplique a la deuda de los intereses liquidados, pero no pagados, es uno de los puntos más importantes sobre el tema de los intereses en las matemáticas financieras.

.....NOTA MUY IMPORTANTE

Los conceptos anteriores, en conjunto con las representaciones propuestas, generan la siguiente fórmula básica de las matemáticas financieras:

$$F = P + I \tag{1}$$

- donde
- F** Valor final
 - P** Valor inicial
 - I** Interés o retribución del valor invertido (P)

A partir de esta fórmula básica se pueden despejar los tres conceptos vistos hasta ahora: el valor inicial sería $P = F - I$ y el interés $I = F - P$.

Ejemplo No. 1.3

En el caso del préstamo de los \$500.000, por el que se pagan \$560.000 seis meses después, se tienen las siguientes operaciones:

Valores	Cálculo	Resultado
Interés $I = F - P$	$560.000 - 500.000$	$= 60.000$
Final $F = P + I$	$500.000 + 60.000$	$= 560.000$
Inicial $P = F - I$	$560.000 - 60.000$	$= 500.000$

Ejemplo No. 1.4

Si un producto se vende de contado por \$1.200.000 y se puede comprar a crédito con un plazo de tres meses por \$1.296.000, se está hablando de los siguientes valores:

Valores	Símbolo	Resultado
Inicial	P	1.200.000
Final	F	1.296.000
Intereses	I	96.000

1.1.2 Tasa de interés (i)

La tasa de interés mide la relación que existe entre el interés y el valor inicial del negocio. Se calcula dividiendo el monto del interés (I) que se obtiene en un negocio entre el capital que se ha invertido inicialmente (P). Es la misma relación que se calcula entre el interés (I) que se paga por un crédito y el valor inicial del crédito (P).

Entonces, la tasa de interés es un valor relativo porque mide la relación que existe entre dos variables. De esta definición se llega a las siguientes fórmulas:

$$i = \frac{I}{P} \qquad i = \frac{F - P}{P} \qquad i = \frac{F}{P} - 1 \qquad (2)$$

donde	i	Tasa de interés
	P	Valor inicial
	F	Valor final
	I	Interés o retribución del valor inicial invertido

Como conclusión de las fórmulas 1 y 2 se debe recordar que, así como el interés se expresa en un valor absoluto (\$), la tasa de interés se expresa en un valor relativo (%).

La proporción de la tasa de interés se expresa tomando como referencia el interés (I) que se obtiene por cada \$100 invertidos (o prestados). En el caso de las inversiones, quiere decir; cuánto se gana por cada \$100 de la inversión durante un tiempo determinado.

La tasa de interés se puede presentar de dos formas:

- **En decimales:** es simplemente presentar el resultado de la fórmula. Si se ganan \$10 durante un año por una inversión de \$50 el resultado es 0,2. En las fórmulas y en las funciones financieras del Excel la tasa de interés se debe expresar en decimales.
- **En porcentaje:** se multiplica el resultado de la fórmula por cien y se agrega el símbolo de %. En el caso anterior sería 20 %, que quiere decir que en tales inversiones se ganan \$20 por cada \$100 invertidos durante un año. La tasa de interés en porcentaje solo se utiliza para expresar las condiciones o resultados de un negocio.

Siempre que se presente una tasa de interés se debe aclarar el plazo o el periodo durante el cual se obtiene ese resultado.

.....NOTA MUY IMPORTANTE

Ejemplo No. 1.5

Para los ejemplos anteriores se tienen las siguientes tasas de interés:

Ejemplo	Valores	Fórmula	Resultado	Plazo	Interpretación
1	$P = 15.000.000$ $F = 20.000.000$ $I = 5.000.000$	$i = \frac{5.000.000}{15.000.000}$	0,33	Un año	La inversión genera un interés de \$5.000.000, que equivalen a una tasa de interés del 33 % anual. En esa clase de inversiones se ganan \$33 por cada \$100 que se mantengan invertidos durante un año.
2	$P = 500.000$ $F = 560.000$ $I = 60.000$	$i = \frac{60.000}{500.000}$	0,12	Seis meses (o un semestre)	El préstamo se recibe a una tasa de interés del 12 %, por un semestre. Cada seis meses se están pagando \$12 por cada \$100 de préstamo.
4	$P = 1.200.000$ $F = 1.296.000$ $I = 96.000$	$i = \frac{96.000}{1.200.000}$	0,08	Tres meses (o un trimestre)	El producto se financia a una tasa de interés del 8 % cada trimestre.

Combinando las fórmulas 1 y 2 se pueden despejar otras fórmulas que son de utilización permanente en las matemáticas financieras:

$$\text{Si } i = \frac{I}{P} \quad \text{entonces} \quad I = iP \quad (3)$$

$$\text{Si } F = P + I \quad \text{entonces} \quad F = P + iP \quad \text{por lo tanto} \quad F = P(1 + i) \quad (4)$$

$$\text{y} \quad P = \frac{F}{(1 + i)} \quad (5)$$

Ejemplo No. 1.6

El empresario del Ejemplo No. 1.1 espera que su inversión le retribuya un 40 % en un año. ¿Cuál debe ser el valor final de su inversión?

Sabiendo que la tasa de interés que el empresario pretende ganar es $i = 40\%$ y su inversión inicial es $P = \$15.000.000$, es posible encontrar el valor de F utilizando la fórmula 1: $F = P + I$, pero como el valor de los intereses (I) es desconocido se debe calcular utilizando la fórmula 3: $I = iP$ que reemplazando es:

$$I = 0,4 * 15.000.000 = 6.000.000$$

con lo cual ya se puede llegar a que $F = 15.000.000 + 6.000.000 = 21.000.000$.

Para obtener una retribución de 40 % anual al invertir \$15 millones, se deben recibir \$21 millones después de un año.

También puede resolverse utilizando el siguiente raciocinio:

Siendo $i = 40\%$ y $P = \$15.000.000$ es posible encontrar el valor de F utilizando la fórmula 4: $F = P(1 + i)$

$$F = 15.000.000 (1 + 0,4) = 21.000.000$$

Si el empresario exige ganar en el negocio unos intereses del 40 % debe esperar que el valor final de su inversión (F) sea de \$21.000.000 dentro de un año. En caso de que el negocio le ofrezca un resultado inferior, no debería emprenderlo, pues ganando menos de \$6.000.000 estaría recibiendo una tasa de interés inferior al 40 %.

En el ejemplo anterior se acaba de observar cómo al resolver el problema utilizando las fórmulas vistas, no solo se encuentra la respuesta, sino que esta sirve de base para apoyar una decisión que debe tomarse.

Para resolver un problema en matemáticas financieras primero hay que definir cuál es la incógnita y para calcular el valor de esa incógnita hay que encontrar la fórmula que la calcula. En muchas ocasiones existen varias fórmulas para calcular una variable, en ese caso, se debe utilizar la fórmula más sencilla o, en su defecto, aquella que se pueda resolver con las variables que sí son conocidas.

.....NOTA MUY IMPORTANTE

Ejemplo No. 1.7

Si el producto vendido de contado tiene un precio de \$1.200.000, pero a crédito con un plazo de tres meses se vende por \$1.296.000, ¿Cuál debería ser su precio si se compra a crédito con un plazo de seis meses?

Según el Ejemplo No. 1.5, la tasa de interés con la que se está financiando la compra del producto es del 8 % cada trimestre, ($i = 96.000 / 1.200.000$), quiere decir que, si se ha de financiar a dos trimestres, se espera que se cobre dos veces ese interés, entonces $F = P + 2 \cdot I = 1.200.000 + 192.000$. Se concluye que si se desea comprar el producto con un plazo de dos trimestres el precio será de \$1.392.000.

Se observa que el problema inicial se ha dividido en dos problemas menores: calcular el valor del interés de un periodo y luego resolver el problema que se planteó inicialmente.

En este ejemplo también se aprecia que el plazo del negocio es un semestre, pero como la condición es pagar los intereses cada trimestre, el plazo total se debe expresar en las unidades de tiempo del periodo de pago de los intereses, diciéndose que el negocio se hace a dos trimestres y no a un semestre, aunque cronológicamente sean lo mismo.

.....Para facilitar la solución de los problemas de matemáticas financieras se requiere que coincidan:

- la unidad de tiempo en que se exprese el plazo del negocio,
- la unidad de tiempo del periodo de liquidación de los intereses y
- la unidad de tiempo del periodo en que se exprese la tasa de interés.

Si las tres unidades de tiempo no coinciden hay que ejecutar los pasos necesarios para que ello ocurra.

Esto quiere decir que en todo problema de matemáticas financieras, en realidad, existen dos problemas: a) el problema como tal, que se va a resolver y b) hacer coincidir el plazo y el periodo de expresión de la tasa de interés, con el periodo de liquidación de los intereses.

Este último problema es el que primero debe resolverse.

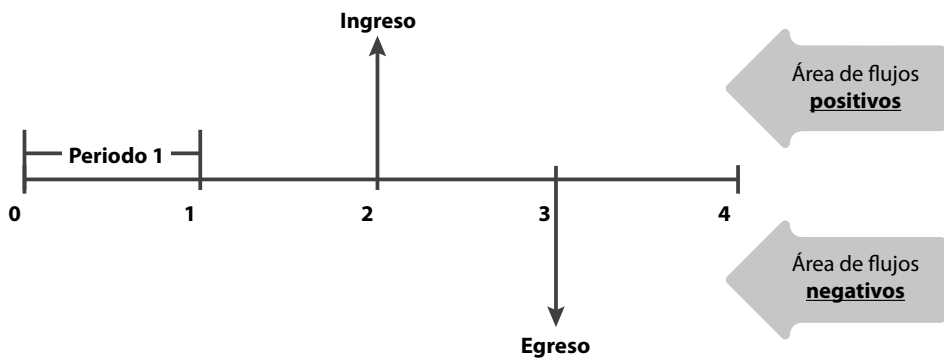
.....NOTA MUY IMPORTANTE

1.2 Diagramas de flujo de efectivo (DFE)

Un diagrama de flujos de efectivo (DFE) es la representación gráfica de todas las entradas y salidas reales de dinero de un negocio, en el momento en que ocurren.

El DFE consiste en una línea recta que representa el tiempo, subdividida en los periodos de liquidación de intereses, en la cual se representan con flechas ascendentes o descendentes los movimientos reales de dinero que ocurren en un negocio. Se construye en un gráfico de dos dimensiones:

- Una zona para las entradas de dinero o flujos positivos (aportes de los socios, ingresos, préstamos recibidos, cobros de cartera, etc.) que se representan con flechas ascendentes.
- Otra zona para los flujos de efectivo negativos (egresos, salidas de dinero, inversiones efectuadas, pagos o abonos de deudas, etc.) que se representan con flechas descendentes.



La siguiente es la organización general de un diagrama de flujos de efectivo:

Los DFE se utilizan para “dibujar” los problemas, de manera que se facilite su comprensión y por consiguiente su solución, constituyéndose en una herramienta necesaria para el planteamiento de problemas de matemáticas financieras.