

Sous la direction de Horst Herr

DUNOD **TECH**

Génie énergétique et climatique

 Production de froid et fluides frigorigènes

 Climatisation et traitement d'air

 Pompes à chaleur

DUNOD

Auteur et président du groupe de travail : Horst Herr
Co-auteurs : Ewald Bach, Peter Bertrand, Walter Bierwerth, Martin Tonert
Illustrations intérieures : Michael M. Kappenstein, Bureau de dessin des éditions Europa-Lehrmittel

Traduction : Equivalangue
Traduction et adaptation : Nathalie Petit
Relecture technique : Jean Desmons

Traduction autorisée depuis l'allemand de l'ouvrage paru sous le titre *Tabellenbuch Wärme, Kälte, Klima*.
© 2011 Editions Europa-Lehrmittel (5^e édition)
Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten, Allemagne.

Maquette de couverture : Ici et ailleurs
Mise en pages de la version française : Datagraphix

Toutes les marques citées dans cet ouvrage sont des marques déposées par leurs propriétaires respectifs.

© Dunod, 2014 pour la version française
© Dunod 2020 pour la nouvelle présentation

11, rue Paul Bert - 92240 Malakoff

www.dunod.com

EAN : 9782100818389

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

La collection DunodTech

Véritable base de données techniques, chaque ouvrage de la collection « DunodTech » a été conçu avec l'objectif de rassembler dans un même livre tous les savoirs utiles d'un domaine technique (formules, tableaux de valeurs, schémas d'installation, abaques, conventions graphiques, unités et symboles, normes...).

Toutes ces connaissances ont été :

- **réunies** de manière à ce que l'ouvrage soit exhaustif ;
- **ordonnées** de manière à être facilement trouvées ou retrouvées ;
- **synthétisées** de manière à être rapidement comprises ;
- **présentées** de manière lisible et claire pour être assimilées efficacement.

Des ouvrages qui vous seront très utiles aussi bien pendant votre formation qu'au cours de votre vie professionnelle.

Contenu de l'ouvrage

Cet ouvrage est divisé en **8 parties principales** :

1	Bases fondamentales	p. 5	5	Techniques d'usinage	p. 227
2	Physique appliquée	p. 40	6	Climatisation	p. 252
3	Représentation technique	p. 124	7	Froid	p. 359
4	Matériaux et fluides	p. 173	8	Techniques d'installation	p. 473

L'objectif de cet ouvrage est de prendre en compte des secteurs d'activité entiers plutôt que leur simple domaine clé. Dans chacune des huit parties principales, de nombreux domaines connexes sont ainsi intégrés, comme les mathématiques, la représentation technique, la science des matériaux ou encore les techniques d'installation.

Les **8 parties principales** sont clairement identifiées par un système d'onglets. Au début de chaque partie principale se trouve une **table des matières détaillée**.

Une particularité de cet ouvrage est de relier entre elles par des flèches rouges (→) différentes thématiques ou notions. Les flèches vous indiquent donc où vous trouverez de plus amples informations sur la formule, la table ou le terme choisi.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier particulièrement leur collègue Walter Bierwerth pour leur avoir permis de réutiliser une partie de son propre ouvrage. La collaboration de Peter Bertrand pour le génie climatique, et de Martin Tonert pour les techniques de froid a considérablement élargi les contenus dans ces deux domaines. Ewald Bach a pour sa part contribué à l'élaboration des chapitres sur l'électrotechnique et les énergies renouvelables.

Réglementation et normalisation françaises

Les références réglementaires et normatives figurant dans la traduction française de cet ouvrage sont allemandes. Il est certain que dans les États membres de l'Union européenne, du fait de la transposition en droit national des directives et de la reprise des normes européennes et parfois internationales dans les collections nationales de normes (NF EN, NF ISO, NF EN ISO), les différences entre les réglementations techniques (ensemble des règlements, des normes et autres textes techniques) des pays sont de moins en moins sensibles ; mais elles subsistent néanmoins. Son cités ici les principaux textes réglementaires et normatifs ainsi que les textes techniques en application en France. En fin d'ouvrage, on retrouvera une liste des correspondances des différentes normes.

Réglementation

La réglementation, qui est d'application obligatoire, se compose des lois, décrets et arrêtés. Les autres textes émanant des pouvoirs publics : avis, circulaires, instructions, notes, etc. sont des textes internes à l'Administration et ne sont donc pas d'application obligatoire. Les lois et décrets peuvent être codifiés : code de la construction et de l'habitation (CCH), code de la santé publique (CSP), code du travail (CT).

Le code de la construction et de l'habitation fixe les règles générales de construction des bâtiments d'habitation. Le règlement sanitaire départemental (RDS) fixe les conditions d'occupation, d'utilisation et d'entretien des habitations, de leurs équipements et de leurs dépendances. Le règlement sanitaire départemental vise également la construction et l'équipement des bâtiments qui ne sont pas dans le champ d'application du CCH : bureaux, locaux recevant du public, bâtiments de commerce. Le RDS s'applique également à l'équipement des habitations existantes.

Normes et autres textes techniques

Les textes techniques sont constitués par les normes, les règles professionnelles, les avis techniques, les guides et recommandations, etc.

La norme est un document de référence comportant des solutions à des problèmes techniques ou commerciaux. On rencontre plusieurs catégories de normes : les normes de produits, les normes d'essai, les normes de conception ou de calcul et les normes d'exécution des ouvrages ou NF DTU.

Contrairement aux textes réglementaires, les normes sont des contrats types établis par les professionnels avec le consensus de l'ensemble de leurs partenaires. Ce sont des textes contractualisables et donc à caractère volontaire. Les normes sont considérées comme l'expression des règles de l'art. Les normes peuvent être rendues obligatoires dans la réglementation. La réglementation prime sur la norme et la norme doit respecter la réglementation.

Comme les normes, les autres textes techniques sont contractualisables. Les contrats d'assurance prennent en compte le respect des normes et des textes techniques.

Les normes DIN

DIN est l'institut allemand de normalisation. C'est un organisme privé ayant le statut d'association à but non lucratif. Ses membres sont issus de l'industrie, des associations, des autorités publiques, du commerce, des organisations professionnelles et des organisations de recherche.

Par accord avec le Gouvernement fédéral allemand, le DIN est l'organisme national de normalisation agréé qui représente les intérêts allemands au sein des organisations internationales et européennes de normalisation. Le personnel permanent du DIN coordonne l'ensemble du processus de normalisation au niveau national, et a la responsabilité d'organiser la participation allemande aux activités de normalisation au niveau européen et international.

Le DIN, l'AFNOR et les autres instituts européens de normalisation constituent le CEN, Comité européen de normalisation. Ces instituts sont tenus de reprendre les normes CEN au fur et à mesure qu'elles sont adoptées et de supprimer les normes nationales qui traitent du même sujet ou qui sont en contradiction. Ainsi, en Allemagne, les normes DIN EN sont les versions allemandes des normes CEN, de la même façon qu'en France les normes NF EN sont les versions françaises des mêmes normes. Il en est de même pour les normes internationales ISO à ceci près qu'il n'y a pas d'obligation de reprise dans les collections nationales.

ICS : classement international des normes

Les normes nationales comme les normes CEN et ISO comportent en plus de leur propres indices de classement un indice ICS. Le classement ICS des normes éditées par les organismes de normalisation permet de trouver rapidement les équivalences entre des normes utilisées par différents pays.

1.1 Principes généraux	6
Alphabet grec	6
Chiffres romains	6
Grandeurs et unités de base	6
Préfixes devant les unités	7
Symboles et unités	7
1.2 Mathématiques générales	15
Opérations élémentaires	15
Calculs avec parenthèses (calculs de sommes)	17
Calculs de fractions	18
Calculs de pourcentages	18
Calculs de puissances	19
Calculs de racines	20
Calculs de logarithmes	20
Équations	21
Arrondir des nombres	23
Interpoler	23
Exploitation statistique	24
Calculs de périmètres et surfaces	26
Calculs de corps	27
Connaissances élémentaires de géométrie	29
Théorèmes de géométrie	30
Trigonométrie	31
1.3 Mathématiques techniques	33
Divisions de longueurs (entreplan)	33
Divisions sur cercles de perçage	33
Longueurs brutes de pièces estampées (longueur forgée)	33
Longueurs étirées (arquées en forme de cercle)	34
Longueurs composées et surfaces composées	34
Calculs de la masse de produits semi-finis	34
Capacité volumique et surfaces de fonds de conteneurs courants	35
Capacités de surfaces irrégulières	35
Diagrammes et nomogrammes	36



Coucher de soleil
et éolienne

Alphabet grec

lettre majuscule	minuscule	signification	nom	lettre majuscule	minuscule	signification	nom
<i>A</i>	<i>α</i>	a	Alpha	<i>N</i>	<i>ν</i>	n	Nu
<i>B</i>	<i>β</i>	b	Bêta	<i>Ξ</i>	<i>ξ</i>	x	Xi
<i>Γ</i>	<i>γ</i>	g	Gamma	<i>Ο</i>	<i>ο</i>	o	Omicron
<i>Δ</i>	<i>δ</i>	d	Delta	<i>Π</i>	<i>π</i>	p	Pi
<i>E</i>	<i>ε</i>	e	Epsilon	<i>P</i>	<i>ρ</i>	rh	Rhô
<i>Z</i>	<i>ζ</i>	z	Zèta	<i>Σ</i>	<i>σ</i>	s	Sigma
<i>H</i>	<i>η</i>	e	Êta	<i>T</i>	<i>τ</i>	t	Tau
<i>Θ</i>	<i>θ</i>	th	Thêta	<i>Υ</i>	<i>υ</i>	y	Upsilon
<i>I</i>	<i>ι</i>	i	Iota	<i>Φ</i>	<i>φ</i>	ph	Phi
<i>K</i>	<i>κ</i>	k	Kappa	<i>X</i>	<i>χ</i>	ch	Khi
<i>Λ</i>	<i>λ</i>	l	Lambda	<i>Ψ</i>	<i>ψ</i>	ps	Psi
<i>M</i>	<i>μ</i>	m	Mu	<i>Ω</i>	<i>ω</i>	o	Oméga

Chiffres romains

chiffres romains	chiffres arabes	chiffres romains	chiffres arabes	chiffres romains	chiffres arabes
I	1				
II	2	XX	20	CC	200
III	3	XXX	30	CCC	300
IV	4	XL	40	CD	400
V	5	L	50	D	500
VI	6	LX	60	DC	600
VII	7	LXX	70	DCC	700
VIII	8	LXXX	80	DCCC	800
IX	9	XC	90	CM	900
X	10	C	100	M	1000

Exemples : 86 = LXXXIV 99 = XCIX 691 = DCXCI 2016 = MMXVI

Pour éviter des confusions, il y a toujours devant un chiffre **un** chiffre inférieur (p.ex. pour le nombre 48 : XLVIII et non ILL).

Grandeurs et unités de base (unités SI¹⁾)

Grandeurs et unités de base selon DIN 1301-1 : 2010-10

Grandeurs de base		Unités de base	
nom	symbole le plus fréquent	nom	symbole
longueur	l, s, d	mètre	m
masse	m	kilogramme	kg
temps	t	seconde	s
puissance du courant électrique	I	ampère	A
température thermodynamique	T	Kelvin	K
quantité de matière	n	Mol	mol
puissance de la lumière	I, I_v	Candéla	cd

¹⁾ SI est l'abréviation de Système international d'unités

Préfixes devant les unités (→ calculs de puissances)			(selon DIN 1301-1 : 2010-10)		
symboles de préfixes	préfixe	signification	symboles de préfixes	préfixe	signification
Y	yotta	10^{24}	d	déci	10^{-1}
Z	zetta	10^{21}	c	centi	10^{-2}
E	exa	10^{18}	m	milli	10^{-3}
P	peta	10^{15}	μ	micro	10^{-6}
T	tera	10^{12}	n	nano	10^{-9}
G	giga	10^9	p	pico	10^{-12}
M	mega	10^6	f	femto	10^{-15}
k	kilo	10^3	a	atto	10^{-18}
h	hekto	10^2	z	zepto	10^{-21}
da	deca	10^1	y	yokto	10^{-24}

Le préfixe indique le facteur par lequel l'unité est multipliée.

Exemples : $1 \text{ kW} = 1 \cdot 10^3 \text{ W} = 1\,000 \text{ W}$ $1 \text{ μm} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,000\,001 \text{ m}$

Symboles et unités (selon DIN 1304-1 : 1994-03 et DIN 1301-1 : 2010-10)				
nom/signification	symbole de formule	unité SI	remarque/rerelations importantes	
		symbole	nom	
dimensions spatiales et dimensions temporelles				
coefficient d'amortissement	δ	1/s	Attention : concernant les symboles de formules et les unités DIN 1301-1 (symboles d'unité) und DIN 1304-1 (symboles de formule) sont des formes de base et les symboles de formule et d'unité indiqués devraient être si possible utilisés en priorité. En outre, il existe aussi pour des secteurs particuliers de la technique des normes spécifiques. Exemples : DIN EN 764-1 «équipements sous pression» pour température de travail t_0. DIN 1304-1 pour température Celsius ϑ ou t. DIN 1304-1 pour le temps t. DIN 1304-1 pour (→) température au thermomètre sec t_{sic} [sic veut dire siccus (sec)]. Dans la pratique du génie climatique, la température au thermomètre sec est transcrite par $\vartheta_{\text{sèche}}$. Par analogie : (→) température au thermomètre humide $\vartheta_{\text{humide}}$. De nombreux autres exemples montrent qu'il n'y a pas de manière uniforme pour désigner les symboles de formules. Conséquence : Dans ce livre, les symboles de formules sont choisis selon le secteur technique considéré.	
vitesse de diffusion d'une onde	c	m/s		
accélération	a	m/s ²		
→ Techniques de réfrigération, symboles				
largeur	b	m		
tension (modification relative de la longueur)	ε	1		
épaisseur, épaisseur de couche	δ, d	m		
flexion, excentration	f	m		
diamètre	d, D	m		
angle plan, angle de rotation (pour les mouvements rotatifs)	α, β, γ	rad		
superficie, aire, surface	A, S	m ²		
fréquence, fréquence de période	f, ν	Hz		
vitesse	v, u, w, c	m/s		
hauteur, profondeur	h, H	m		
vitesse angulaire, pulsations (fréquence angulaire)	ω	rad/s		
longueur	l	m		
→ Symboles, réglementation				

Symboles et unités (suite)				
nom/signification	symbole de formule	unité SI		remarque/rerelations importantes
		symbole	nom	
dimensions spatiales et dimensions temporelles (suite)				
durée de période, durée d'oscillation	T	s		
angle de déphasage	φ	rad	Radiant	
angle de phase	$\varphi(t)$	rad	Radiant	
aire de la section, section	S, q	m ²		
rayon, écart	r	m		
répétence (nombre d'ondes)	σ	1/m		$\sigma = 1/\lambda$
à-coups	r, h	m/s ³		
fréquence de rotation (nombre de tours)	n, f_r	tr/min		valeur inverse de la durée de rotation $T : n = 1/T$
volumes	V, τ	m ³		
flux volumique, débit volumique	$\dot{V}, q_v$	m ³ /s		$\dot{Q} = V/t$ bzw. $\dot{Q} = A \cdot v$
longueur de parcours, longueur de courbe	s	m		
longueur d'onde	λ	m		
accélération angulaire, accélération de rotation	α	rad/s ²		$\alpha = \omega/t$ bzw. $\alpha = \Delta\omega/\Delta t$
vitesse angulaire, vitesse de rotation	ω	rad/s		$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$
temps, période, durée	t	s		aussi durée d'amortissement
constante de temps	τ, T	s		
dimensions mécaniques				
pression absolue	p_{abs}	Pa	Pascal	1 Pa = 1 N/m ²
travail	W, A	J, Nm	Joule	$W = F \cdot s$; 1 J = 1 Nm
degré de travail, degré d'utilisation	ζ	1		contrat de travail, coefficient d'utilisation
différence de pression atmosphérique, surpression	p_e	Pa	Pascal	$p_e = p_{abs} - p_{amb}$
quantité de mouvement, impulsion	p	kg · m/s		1 mbar = 1 hPa
moment de flexion	M_b	N · m		
tension, modification relative de longueur	ε	1		$\varepsilon = \Delta l/l$ $l = l_0$ = longueur de sortie
densité, densité de masse, masse volumique	ϱ, ϱ_m	kg/m ³		$\varrho = m/V$
moment cinétique couple de rappel angulaire	D	N · m/rad		$D = M_T/\varphi$ (φ = angle de torsion)
moment cinétique, moment angulaire	L	kg · m ² /s		
choc rotatif	H	N · m · s		
torsion, vrillage	Θ, χ	rad/m		
pression	p	Pa	Pascal	$p = F/A$; 1 Pa = 1 N/m ²
viscosité dynamique	η	Pa · s		$\eta = \tau/D$ τ = contrainte de cisaillement D = vitesse de cisaillement

Symboles et unités (suite)				
nom/signification	symbole de formule	unité SI		remarque/rerelations importantes
		symbole	nom	
dimensions mécaniques (suite)				
module d'élasticité	E	N/m^2 , N/mm^2		$E = \sigma/\varepsilon \quad 1 \text{ N/mm}^2 = 10^6 \text{ N/m}^2$
énergie	E, W	J	Joule	$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws}$
densité énergétique, énergie volumique	w	J/m^3		
masse surface, revêtement de surface	m''	kg/m^2		$m'' = m/A$
moment de surface 1 ^{er} degré	H	m^3		
moment de surface 2 ^e degré	I	m^4		autrefois : moment d'inertie géométrique
force de poids	F_G, G	N	Newton	
constante gravitationnelle	G, f	$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$		$F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$ $G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$
tension interfaciale, tension superficielle	σ, γ	N/m		
compressibilité isentropique	χ_S, κ	1/Pa		
compressibilité isothermique	χ_T, κ	1/Pa		
viscosité cinématique	ν	m^2/s		$\nu = \eta/\rho$
énergie cinétique	$E_{\text{kin}}, W_{\text{kin}}$	J	Joule	$E_{\text{kin}} = 1/2 \cdot m \cdot v^2$
module de compression	K	N/m^2		$K = -p/\vartheta$ (ϑ = modification relative de volume)
force	F	N	Newton	$F = m \cdot a$
moment de force, couple	M	$\text{N} \cdot \text{m}$		$M = F \cdot r$ F = effort tangentiel r = écart vertical entre le point de rotation et la ligne de force
choc de force	I	$\text{N} \cdot \text{s}$		
masse linéique	m'	kg/m		$m' = m/l$
puissance	P	W	Watt	$P = W/t$
densité de puissance, puissance volumique	φ	W/m^3		$\varphi = w/t$ w = densité énergétique
masse, poids en résultat de pesée	m	kg		
flux de masse, débit de masse	$\dot{m}, q_m$	kg/s		$\dot{m} = m/t$
débit massique	I	$\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$		$I = \dot{m}/S = \rho \cdot v$
contrainte normale, contrainte de tension ou de pression	σ	N/m^2 , N/mm^2		
coefficient de Poisson	μ, ν	1		$\mu = \varepsilon_q / \varepsilon$
énergie potentielle	$E_{\text{pot}}, W_{\text{pot}}$	J	Joule	$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$
dilatation transversale	ε_q	1		$\varepsilon_q = \Delta d/d$ (pour section transversale circulaire)

Symboles et unités (suite)				
nom/signification	symbole de formule	unité SI		remarque/relations importantes
		symbole	nom	
dimensions mécaniques (suite)				
coefficient de frottement	μ, f	1		$\mu = F_R / F_N$ F_R = force de frottement F_N = force normale
densité relative	d	1		
modification relative de volume, dilatation de volume	ϑ, η	1		$\vartheta = \Delta V / V$ bzw. ϑ (en %) = $\Delta V \cdot 100 \% / V$
coefficient de résistance de tube	λ	1		$\lambda = (p_1 - p_2) \cdot 2 \cdot d / (\rho \cdot l \cdot v^2)$ (pour tube droit avec section transversale circulaire)
coefficient de frottement de tube				
déformation, cisaillement	γ	1		
module de cisaillement	G	N/m ² , N/mm ²		$G = \tau / \gamma$ (γ = déformation)
contrainte de cisaillement	τ	N/m ² , N/mm ²		
travail spécifique, travail massique	Y	J/kg		$Y = W/m$
volume spécifique, volume massique	v	m ³ /kg		$v = V/m$
moment de torsion, moment de vrillage	M_t, T	N · m		
moment d'inertie, moment massique 2ème degré	J	kg · m ²		autrefois : moment d'inertie massique
rayon d'inertie	i, r_i	m		
périmètre	U, l_u	m		
pression atmosphérique ambiante	p_{atm}	Pa, N/m ²	Pascal	
flux volumique, débit volumique	$\dot{V}, q_v$	m ³ /s		
force de résistance	F_w	N	Newton	
moment de résistance	W	m ³ , mm ³		
degré d'action	η	1		rapport des puissances
données de thermodynamique, transmission de chaleur et physico-chimie				
nombre de particules	N	1		→ Techniques de réfrigération, symboles
affinité d'une réaction chimique	A	J/mol		
constante d'Avogadro	N_A, L	1/mol		$N_A = N / n$ (n = quantité de matière) $N_A = 6,022\,141\,79 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
constante de Boltzmann	k	J/K		$k = R / N_A = 1,380\,650\,4 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$ (R = constante universelle des gaz)
température Celsius	t, ϑ, Θ	°C		$t = T - T_0$ $T_0 = 273,15 \text{ K}$
potentiel chimique d'une matière B	μ_B	J/mol		
coefficient de diffusion	D	m ² /s		
degré de dissociation	α	1		$\alpha = N_{diss} / N_{ges}$ (nombre de dissociées à nombre total de molécules)
→ Symboles, Réglementation				

Symboles et unités (suite)				
nom/signification	symbole de formule	unité SI		remarque/rerelations importantes
		symbole	nom	
données de thermodynamique, transmission de chaleur et physico-chimie (suite)				
enthalpie	H	J	Joule	
entropie	S	J/K		
constante de Faraday	F	C/mol		$F = N_A \cdot e$ (e = charge élémentaire) $F = 96485,3399$ C/mol
constante des gaz de la matière B individuelle (spécifique)	R_B	J/(kg · K)		$R_B = R / M_B$ (R = constante des gaz universelle)
énergie interne	U	J	Joule	
exposant isentropique	κ	1		pour gaz idéaux : $\kappa = c_p / c_v$
valence d'un ion, valeur d'une matière B	z_B	1		
molalité d'une composante B	b_B, m_B	mol/kg		
masse atomique d'un nuclide ou d'un élément	A_r	1		valeur numérique égale à la valeur numérique pour la masse atomique dans l'unité de masse atomique u et égale à la valeur numérique de la masse liée à la quantité de matière M in g/mol
masse moléculaire relative d'une matière	M_r	1		valeur numérique égale à la valeur numérique pour la masse atomique dans l'unité de masse atomique u et égale à la valeur numérique de la masse liée à la quantité de matière M in g/mol
enthalpie spécifique, enthalpie liée à la masse	h	J/kg		→ Techniques de réfrigération, formules
entropie spécifique, entropie liée à la masse	s	J/(kg · K)		
énergie interne spécifique, énergie interne liée à la masse	u	J/kg		
pouvoir calorifique spécifique, pouvoir calorifique lié à la masse	$H_o, H_{o,n}$ cf. remarque	J/kg		autrefois : pouvoir calorifique supérieur $H_{o,n}$ u . $H_{u,n}$ sont volumiques
pouvoir calorifique spécifique, pouvoir calorifique lié à la masse	$H_u, H_{u,n}$ cf. remarque	J/kg		autrefois : pouvoir calorifique inférieur
capacité thermique spécifique, capacité thermique liée à la masse	c	J/(kg · K)		Remarque : DIN 1304 est encore valide, mais dans la nouvelle normalisation on travaille avec les indices s et i . Ainsi : H_o correspond à H_s H_u correspond à H_i Les valeurs dans cette table sont indiquées en kJ/kg et en kJ/m³ . Il est possible de convertir en unités Wh/kg et Wh/m³ . Pour ce faire, il suffit de diviser les valeurs de la table par 3,6 .
capacité thermique spécifique en pression constante	c_p	J/(kg · K)		
capacité thermique spécifique à volume constant	c_v	J/(kg · K)		
résistance thermique constante	ϱ_{th}	K · m/W		
coefficient stoechiométrique d'une matière B dans une réaction chimique	ν_B	1		
quantité de matière	n, ν	mol		$n_B = m_B / M_B$ (m_B = masse de la matière B, M_B = masse de la matière B liée à la quantité de matière)

Symboles et unités (suite)				
nom/signification	symbole de formule	unité SI symbole	nom	remarque/rerelations importantes
données de thermodynamique, transmission de chaleur et physico-chimie (suite)				
masse d'une matière B liée à la quantité de matière (molaire)	M_B	kg/mol		$M_B = m_B / n_B$ (m_B = masse de la matière B, n_B = quantité de matière de la matière B)
concentration de quantités de matière d'une matière B	c_B	mol/m ³		$c_B = n_B / V$ (V = volumes de la phase mixte)
flux de quantité de matière	$\dot{n}$	mol/s		
température, température thermodynamique	T, θ	K	Kelvin	
écart de température	$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	K	Kelvin	dans la pratique aussi °C
diffusion thermique	a	m ² /s		
coefficient de dilatation linéaire (thermique)	α_l, α	1/K		$\alpha_l = \Delta l / (l \cdot \Delta T)$
conductance thermique	G_{th}	W/K		$G_{th} = 1 / R_{th}$
coefficient de contrainte (thermique)	α_p	1/K		$\alpha_p = \Delta p / (p \cdot \Delta T)$
coefficient de dilatation volumique (thermique)	α_v, γ	1/K		$\alpha_v = \Delta V / (V \cdot \Delta T)$
résistance thermique, résistance calorifique	R_{th}	K/W		$R_{th} = \Delta T / \dot{Q}$ ($\dot{Q}$ = flux thermique)
constante des gaz (universelle)	R	J/(mol · K)		$R = 8,314\,472\text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$
rapports des capacités thermiques spécifiques	γ, κ	1		$\gamma = c_p / c_v$ la plupart du temps en pratique κ
chaleur, quantité de chaleur	Q	J	Joule	
densité thermique, chaleur volumique	w_{th}	J/m ³		
coefficient de diffusion thermique	k	W/(m ² · K)		valeur k, selon DIN EN ISO 6946 aussi valeur U $U = k$
flux thermique	$\dot{Q}, \Phi_{th}, \Phi$	W	Watt	
grandeurs électriques et grandeurs magnétiques				
pénétration électrique	Θ	A	ampère	
constante de champ électrique	ϵ_0	F/m		$\epsilon_0 = 8,854\,187\,817\text{ pF}/\text{m}$
force du champ électrique	E	V/m		
densité du flux électrique	D	C/m ²		
capacité électrique	C	F	Faraday	$C = Q / U$
charge électrique	Q	C	Coulomb	
conductivité électrique, spécifique	γ, σ, κ	S/m		$\gamma = 1/\rho$ (ρ = conductivité résistance électrique)
tension électrique, écart potentiel électrique	U	V	volt	
densité du courant électrique	J	A/m ²		$J = I / S$ (S = section du conducteur)
puissance du courant électrique	I	A	ampère	
flux électrique	Ψ, Ψ_e	C	Coulomb	aujourd'hui la plupart du temps A pour surfaces S pour surfaces de sections
conductance électrique	G	S	Siemens	

Symboles et unités (suite)				
nom/signification	symbole de formule	unité SI		remarque/relations importantes
		symbole	nom	
grandeurs électriques et magnétiques (suite)				
résistance électrique, résistance active, résistance	R	Ω	Ohm	charge d'un proton, $e = 1,602\,176\,487 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ 1 J = 1 Nm = 1 Ws
moment dipole électrique	p, p_e	C · m		
potentiel électrique	φ, φ_e	V	Volt	
charge élémentaire	e	C	Coulomb	
énergie, travail	W	J	Joule	
densité de charge de surface, couche de charge	σ	C/m ²		
inductivité, auto-induction	L	H	Henry	
constante du champ magnétique	μ_0	H/m		$\mu_0 = 1,256\,637\,061\,4... \mu\text{H/m}$
force du champ magnétique	H	A/m		
densité du flux magnétique	B	T	Tesla	$B = \varphi / S$
tension magnétique	V, V_m	A		
flux magnétique	Φ	Wb	Weber	
perméabilité	μ	H/m		
coefficient de perméabilité, perméabilité relative	μ_r	1		$\mu_r = \mu / \mu_0$
permittivité	ε	F/m		$\varepsilon = D / E$
coefficient de permittivité, permittivité relative	ε_r	1		$\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0$
densité de charge d'espace, densité de charge, charge volumique	ρ, ρ_e, η	C/m ³		
résistance,résistivité électrique spécifique	ρ	$\Omega \cdot \text{m}$		$1 \, \Omega \cdot \text{m} = 100 \, \Omega \cdot \text{cm}$ $1 \, \Omega \cdot \text{m} = 10^6 \, \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$
nombre d'enroulements	N	1		
puissance active	P, P_p	W	Watt	
amplitudes des rayonnements électromagnétiques				
degré d'absorption	α, a	1		
puissance d'éclairage	E_v	lx	Lux	
puissance réfringente de lentilles	D	1/m		$D = n / f$
Indice de réfraction	n	1		$n = c_0 / c$
distance focale	f	m		
degré d'émission	ε	1		
luminance	L_v	cd/m ²		
vitesse de la lumière dans un espace vide	c_0	m/s		$c_0 = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
quantité de lumière	Q_v	lm · s		
puissance de la lumière	I_v	cd	Candéla	

Symboles et unités (suite)				
nom/signification	symbole de formule	unité SI symbole	nom	remarque/rerelations importantes
amplitudes des rayonnements électromagnétiques (suite)				
flux lumineux	Φ_v	lm	Lumen	$\sigma = 5,670\,400 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$
degré de réflexion	ρ	1		
constante de Stefan Boltzmann	σ	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$		
énergie de rayonnement, quantité de rayonnement	Q_e, W	J	Joule	
densité de l'énergie de rayonnement, énergie de rayonnement volumique	w, u	J/m^3		
puissance de rayonnement, flux de rayonnement	Φ_e, P	W	Watt	
degré de transmission	τ	1		
grandeurs de la physique atomique et nucléaire				
équivalent de dose	H	Sv	Sievert	$a_0 = 0,529\,177\,208\,59 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
activité d'une substance radioactive	A	Bq	Bequerel	
masse atomique	m_a	kg		
rayon de Bohr	a_0	m		
dose absorbée	D	Gy	Gray	$T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$
coefficient gyromagnétique	γ	$\text{A} \cdot \text{m}^2/(\text{J} \cdot \text{s})$		
période radioactive	$T_{1/2}$	s		
dose ionique	J	C/kg		
Kerma	K	Gy	Gray	$A = Z + N$
moment magnétique M(de surface) d'une particule	μ	$\text{A} \cdot \text{m}^2$		
durée de vie moyenne	τ	s		
nombre de neutrons	N	1		
nombre de nucléons, nombre de masse	A	1		$h = 6,626\,068\,96 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
constante de Planck	h	$\text{J} \cdot \text{s}$		
nombre de protons	Z	1		
énergie réactive	Q	J	Joule	
masse au repos de l'électron	m_e	kg		$m_e = 9,109\,382\,15 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $R = 10\,973\,731,568\,527 \text{ m}^{-1}$ $\alpha = 7,297\,352\,5376 \cdot 10^{-3}$
constante de Rydberg	R_∞	$1/\text{m}$		
constante de structure fine de Sommerfeld	α	1		
courant de particules	I	$1/\text{s}$		
constante radioactive	λ	$1/\text{s}$		$\lambda = 1 / \tau$
amplitudes de l'acoustique				
pression acoustique	p	Pa, N/m^2	Pascal	
vitesse du son	c, c_0	m/s		
intensité acoustique	I, J	W/m^2		
puissance acoustique	P, P_a	W	Watt	

Opérations élémentaires	
Addition (additionner)	
Nombres naturels $15 + 26 = 41$ nombre plus nombre égale somme Possibles étapes de calcul : $15 + 26 = 15 + (5 + 21) = (15 + 5) + 21 = 20 + 21$ $= 20 + (20 + 1) = (20 + 20) + 1 = 40 + 1 = 41$ attention : $8 + (-6) = 8 - 6 = 2 \quad (\text{cf. règles des parenthèses})$	Fractions communes Pour les fractions de même dénominateur, additionner les numérateurs en conservant le dénominateur et puis, si possible, réduire : $\frac{2}{4} + \frac{6}{4} = \frac{2+6}{4} = \frac{8}{4} = 2$ Pour réduire les fractions de dénominateurs différents, il faut d'abord trouver le dénominateur commun (cf. <i>calculs de fractions</i>) et augmenter le numérateur $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6}$ Les nombres mixtes doivent être d'abord convertis en fractions irrationnelles (cf. <i>calculs des fractions</i>)
Nombres génériques $a + a = 2a$ $a + b = c$ $a + b = b + a \quad (\text{loi commutative})$ $a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c \quad (\text{loi associative})$	Grandeurs On ne peut additionner que des grandeurs de même nature. Certaines unités doivent être, le cas échéant, converties ! $5 \text{ kg} + 7 \text{ kg} = 12 \text{ kg}$ $8,0 \text{ kg} + 500 \text{ g} = 8,0 \text{ kg} + 0,5 \text{ kg} = 8,5 \text{ kg}$ $6,00 \text{ m} + 40 \text{ cm} = 600 \text{ cm} + 40 \text{ cm} = 640 \text{ cm}$
Soustraction (soustraire)	
Nombres naturels $14 - 8 = 6$ nombre moins nombre égale différence $16 - (8 - 3) = 16 - 8 + 3 = 11$ $16 - (8 + 3) = 16 - 8 - 3 = 5$ respecter les règles des parenthèses (cf. <i>calculs avec parenthèses</i>)	Fractions communes Pour les fractions de même dénominateur, additionner les numérateurs en conservant le dénominateur et puis, si possible, réduire : $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ Pour réduire les fractions de dénominateurs différents, il faut d'abord trouver le dénominateur commun (cf. <i>calculs de fractions</i>) et augmenter le numérateur : $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{21}{24} - \frac{16}{24} = \frac{21-16}{24} = \frac{5}{24}$ Les nombres mixtes doivent être d'abord convertis en fractions irrationnelles (cf. <i>calculs des fractions</i>)
Nombres génériques $3a - 2a = 1a = a$ $a - b = c \quad (c = \text{différence de } a \text{ et } b)$ $ab - (c - d) = ab - c + d$ $ab - (c + d) = ab - c - d$ respecter les règles des parenthèses (cf. <i>calculs avec parenthèses</i>)	Grandeurs On ne peut additionner que des grandeurs de même nature. Certaines unités doivent être, le cas échéant, converties. $16 \text{ m}^3 - 4 \text{ m}^3 = 12 \text{ m}^3$ $5,0 \text{ m}^3 - 100 \text{ dm}^3 = 5,0 \text{ m}^3 - 0,1 \text{ m}^3 = 4,9 \text{ m}^3$ $2,000 \text{ l} - 58 \text{ ml} = 2000 \text{ ml} - 58 \text{ ml} = 1942 \text{ ml}$

Opérations élémentaires (suite)	
Multiplication (multiplier)	
Nombres naturels $6 \cdot 4 = 24$ facteur fois facteur égale produit Le produit $6 \cdot 4$ est l'abréviation de la somme $6 + 6 + 6 + 6$ bzw. $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$. attention : chaque nombre multiplié par zéro donne 0, p. ex. $5 \cdot 0 = 0$	Fractions communes Deux fractions peuvent être multipliées en multipliant numérateur avec numérateur et dénominateur avec dénominateur. Pour ce faire, on peut réduire avant de multiplier. $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 4} = \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{5}{8}$ $3 \cdot \frac{5}{10} = \frac{3 \cdot 5}{10} = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$ Les nombres mixtes doivent être d'abord convertis en fractions irrationnelles (cf. <i>calculs des fractions</i>)
Nombres génériques $a \cdot b = ab$ ou $a \cdot b = c$ (c = produit de a et b) $a \cdot 0 = 0$ $a \cdot b = b \cdot a$ (loi commutative) $a \cdot (b + c) = ab + ac$ (loi distributive) Règles des signes algébriques : $(+a) \cdot (+b) = ab$ $(+a) \cdot (-b) = -ab$ $(-a) \cdot (-b) = ab$ $(-a) \cdot (+b) = -ab$ respecter les règles des parenthèses (cf. <i>calculs avec parenthèses</i>)	Grandeurs On peut multiplier deux grandeurs en multipliant des valeurs numériques (cotes) et des unités ensemble : $4 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 4 \cdot 6 \cdot \text{m} \cdot \text{m} = 24 \text{ m}^2$ $10 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = 20 \text{ Nm}$
Division (diviser)	
Nombres naturels $\begin{array}{rclcl} 10 & : & 5 & = & 2 \text{ ou} \\ 10 & / & 5 & = & 2 \end{array}$ dividende divisé par diviseur égale quotient ou $\frac{10}{2} = 5$ (10 = numérateur, 2 = dénominateur, 5 = quotient) Attention : une division par 0 est impossible !	Fractions communes On divise par une fraction en multipliant avec le réciproque : $\frac{3}{8} : \frac{4}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 4} = \frac{15}{32} \text{ ou } \frac{3}{8} : \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 4} = \frac{15}{32}$ $3 : \frac{2}{5} = 3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2}$ Pour diviser par un nombre mixte, il faut d'abord convertir celui-ci en fraction irrationnelle.
Nombres génériques $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ $a : (b : c) = a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$ Règles des signes algébriques : $\frac{(+a)}{(+b)} = \frac{a}{b}$ $\frac{(-a)}{(+b)} = -\frac{a}{b}$ $\frac{(-a)}{(-b)} = \frac{a}{b}$ $\frac{(+a)}{(-b)} = -\frac{a}{b}$	Grandeurs On peut diviser deux grandeurs l'une par l'autre en divisant des valeurs numériques (cotes) et des unités l'une par l'autre : $\frac{6 \text{ m}^3}{2 \text{ m}^2} = \frac{6}{2} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2} = 3 \frac{\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{m}}{\text{m} \cdot \text{m}} = 3 \text{ m}$ $\frac{20 \text{ N}}{4 \text{ m}^2} = \frac{20}{4} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

Calculs avec parenthèses (calculs de sommes)

Si un signe + se trouve devant une parenthèse, celle-ci peut être ôtée sans que la valeur de la somme change :

$$5 + (6 - 3) = 5 + 6 - 3 = 8 \quad a + (2b - 3c) = a + 2b - 3c$$

Si un signe - se trouve devant une parenthèse, tous les signes présents à l'intérieur des parenthèses doivent être inversés pour pouvoir ôter celle-ci :

$$12 - (2 + 8 - 6) = 12 - 2 - 8 + 6 = 8 \quad -(3a + 2b - c) = -3a - 2b + c$$

Les expressions entre parenthèses (ou les sommes) peuvent être multipliées entre elles en multipliant chaque terme d'une parenthèse par chaque terme de l'autre parenthèse :

$$\left. \begin{aligned} (a+b)c &= ac + bc & (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2 \\ d(ab-c) &= abd - cd & (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(c+d) &= ac + ad + bc + bd & (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\ (a+b)(c-d) &= ac - ad + bc - bd \end{aligned} \right\} \text{identités remarquables}$$

Exemples de formules pratiques

$$L = L_0 (1 + \alpha \Delta T) = L_0 + L_0 \alpha \Delta T$$

$$p = x_1 p_1 + (1 - x_1) p_2 = x_1 p_1 + p_2 - x_1 p_2$$

$$Q = kA (T_1 - T_2) = kAT_1 - kAT_2 \quad L = \frac{1}{2} (n+2)(n+1) = \left(\frac{n}{2} + 1\right)(n+1) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} + n + 1 = \frac{n^2}{2} + \frac{3n}{2} + 1$$

Les expressions entre parenthèses (ou les sommes) peuvent être divisées par un diviseur (dénominateur) en divisant chaque terme de la parenthèse (ou chaque nombre du numérateur) par le diviseur (dénominateur) :

a) Division par un produit : $\frac{a+b}{ab} = \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$

b) Division par une somme : $(a+b-c) : (a-d) = \frac{a+b-c}{a-d} = \frac{a}{a-d} + \frac{b}{a-d} - \frac{c}{a-d}$

Exemples de formules pratiques

$$\eta_v = \frac{\dot{V}_{th} - \dot{V}_v}{\dot{V}_{th}} = 1 - \frac{\dot{V}_v}{\dot{V}_{th}} \quad m_1 = m_0 \frac{h_2 - h_0}{h_2 - h_1} = \frac{m_0 (h_2 - h_0)}{h_2 - h_1} = \frac{m_0 h_2 - m_0 h_0}{h_2 - h_1} = \frac{m_0 h_2}{h_2 - h_1} - \frac{m_0 h_0}{h_2 - h_1}$$

Les facteurs communs ou autres, qui apparaissent dans chaque nombre (ou terme) de la parenthèse, peuvent être déplacés devant (exclus de) la parenthèse :

$$(ab + ac) = a(b + c) \quad (-25 - 5p) = -5(5 + p) \quad (2x + y) - 10b = 10b \left(\frac{2x + y}{10b} - 1 \right)$$

Les expressions (sommes) à plusieurs parenthèses peuvent être transformées en ôtant les parenthèses à partir de l'intérieur :

$$a - \{b + [3c - (2d + b)]\} = a - \{b + [3c - 2d - b]\} = a - \{b + 3c - 2d - b\} = a - b - 3c + 2d + b = a - 3c + 2d$$

Exemple de formule pratique

$$h = c_L (T - T_0) + Y [h_v + c_D (T - T_0)] = c_L T - c_L T_0 + Y [h_v + c_D T - c_D T_0] = c_L T - c_L T_0 + Y h_v + Y c_D T - Y c_D T_0$$

Calculs de fractions																						
Augmenter et réduire	Trouver le dénominateur commun																					
Le numérateur et le dénominateur d'une fraction peuvent être multipliés ou divisés par le même nombre : $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20} \quad (\text{augmentation par le nombre 5})$ $\frac{16}{12} = \frac{16 : 4}{12 : 4} = \frac{4}{3} \quad (\text{réduction par le nombre 4})$ On ne peut réduire qu'à partir de produits, jamais de sommes : $\frac{ab - a}{2ab} = \frac{a(b - 1)}{2ab} = \frac{b - 1}{2b} \quad (\text{réduction par } a. \text{ A partir de la somme } b \text{ on ne peut pas réduire.})$	1. Effectuer le produit des dénominateurs : $\frac{3}{8} + \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{9}{24} + \frac{16}{24} = \frac{9 + 16}{24} = \frac{25}{24}$ Pour trouver le dénominateur commun, il faut agrandir le numérateur par le même facteur qui est nécessaire pour le dénominateur. $\frac{a}{a + b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{(a + b) \cdot d} + \frac{c \cdot (a + b)}{d \cdot (a + b)}$ $= \frac{ad + c(a + b)}{d(a + b)}$ 2. Recherche du plus petit commun multiple (ppcm) de dénominateurs : a) Décomposition de tous les dénominateurs en leurs plus petits facteurs, b) Agencement des facteurs selon le schéma ci-dessous, c) Effectuer le produit de tous les facteurs présents (selon le nombre de leurs plus fréquentes occurrences par ligne). Exemple : $\frac{1}{14} + \frac{1}{3} + \frac{2}{10} + \frac{8}{60} + \frac{5}{72}$ $= \frac{1 \cdot 180 + 1 \cdot 840 + 2 \cdot 252 + 8 \cdot 42 + 5 \cdot 35}{2520} = \frac{0,808}{2520}$ <table><thead><tr><th>déno- mi- nateur</th><th>facteurs les plus petits</th><th>facteur d'augmentation pour le numérateur</th></tr></thead><tbody><tr><td>14</td><td>2</td><td>2 · 2 · 3 · 3 · 5 = 180</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>2 · 2 · 2 · 3 · 5 · 7 = 840</td></tr><tr><td>10</td><td>2</td><td>2 · 2 · 3 · 3 · 7 = 252</td></tr><tr><td>60</td><td>2 · 2</td><td>2 · 3 · 7 = 42</td></tr><tr><td>72</td><td>2 · 2 · 2 · 3 · 3</td><td>5 · 7 = 35</td></tr><tr><td>ppcm</td><td>2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 5 · 7</td><td>= 2520 = dénominateur commun</td></tr></tbody></table>	déno- mi- nateur	facteurs les plus petits	facteur d'augmentation pour le numérateur	14	2	2 · 2 · 3 · 3 · 5 = 180	3	3	2 · 2 · 2 · 3 · 5 · 7 = 840	10	2	2 · 2 · 3 · 3 · 7 = 252	60	2 · 2	2 · 3 · 7 = 42	72	2 · 2 · 2 · 3 · 3	5 · 7 = 35	ppcm	2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 5 · 7	= 2520 = dénominateur commun
déno- mi- nateur	facteurs les plus petits	facteur d'augmentation pour le numérateur																				
14	2	2 · 2 · 3 · 3 · 5 = 180																				
3	3	2 · 2 · 2 · 3 · 5 · 7 = 840																				
10	2	2 · 2 · 3 · 3 · 7 = 252																				
60	2 · 2	2 · 3 · 7 = 42																				
72	2 · 2 · 2 · 3 · 3	5 · 7 = 35																				
ppcm	2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 5 · 7	= 2520 = dénominateur commun																				
Conversion de nombres mixtes en fractions irrationnelles																						
On additionne le numérateur au produit du dénominateur et du nombre entier. Cela donne le numérateur de la fraction irrationnelle : $6 \frac{2}{3} = \frac{6 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{20}{3}$																						
Conversion de fractions irrationnelles en nombres mixtes																						
Le numérateur de la fraction irrationnelle est décomposé en une somme qui contient le nombre le plus grand, encore divisible sans reste par le dénominateur. Puis, – après la séparation en deux fractions partielles, – réduire : $\frac{18}{5} = \frac{15 + 3}{5} = \frac{15}{5} + \frac{3}{5} = 3 + \frac{3}{5} = 3 \frac{3}{5}$																						
Calculs de pourcentages																						
Formules	Exemples																					
$p \% \text{ de } G = \frac{p}{100} \cdot G = P$ p pourcentage G valeur de base P valeur du pourcentage	20 % de 1200 kg = $\frac{20}{100} \cdot 1200 \text{ kg} = 240 \text{ kg}$ pourcentage valeur de base valeur du pourcentage																					
$P = \frac{p \cdot G}{100 \%}$	20 % de 1200 kg font 240 kg $\frac{20 \% \cdot 1200 \text{ kg}}{100 \%} = 240 \text{ kg}$																					
$p = \frac{100 \% \cdot P}{G}$	240 kg de 1200 kg correspondent à une proportion de 20 % $\frac{100 \% \cdot 240 \text{ kg}}{1200 \text{ kg}} = 20 \%$																					
$G = \frac{100 \% \cdot P}{p}$	Si 240 kg correspondent à une proportion de 20 % la valeur de base s'élève à 1200 kg $\frac{100 \% \cdot 240 \text{ kg}}{20 \%} = 1200 \text{ kg}$																					

Calculs de puissances	
Puissances de dix	
Nombres supérieurs à 1	Nombres inférieurs à 1
Les nombres supérieurs à 1 peuvent être représentés comme des multiples des puissances de dix, avec un exposant positif dont la valeur est inférieure de 1 par rapport au nombre de chiffres avant la virgule : $1253,65 = 1,25365 \cdot 1000 = \mathbf{1,25365 \cdot 10^3}$	Les nombres inférieurs à 1 peuvent être représentés comme des multiples des puissances de dix, avec un exposant négatif dont la valeur correspond au nombre de chiffres, après lesquels la virgule du nombre de départ a été déplacée vers la droite : $0,0025 = \frac{25}{10\,000} = \frac{2,5}{1\,000} = \frac{2,5}{10^3} = \mathbf{2,5 \cdot 10^{-3}}$
$10^1 = 10$ $10^2 = 100$ $10^3 = 1\,000$ $10^4 = 10\,000$ $10^5 = 100\,000$ $10^6 = 1\,000\,000$	$10^0 = 1$ $10^{-3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001$ $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$ $10^{-4} = \frac{1}{10\,000} = 0,000\,1$ $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$ $10^{-5} = \frac{1}{100\,000} = 0,000\,01$ $10^{-6} = \frac{1}{1\,000\,000} = 0,000\,001$
Exemples tirés de la pratique Coefficient de dilatation linéaire de l'acier : $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} = 0,000\,012 \frac{1}{\text{K}}$ $N_A = 602\,213\,670\,000\,000\,000\,000\,000 \approx 6,022 \cdot 10^{23}$	
Calculs des puissances généralités	
Règles	Exemples
$a^m = a \cdot a \cdot a \cdot \dots$ (facteurs m) a = base (valeur de base) ; m = exposant ; a^m = puissance	$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \mathbf{625}$ 5 = base ; 4 = exposant ; 5^4 = puissance (5 puissance 4)
$a^1 = a$; $a^0 = 1$ (pour $a \neq 0$)	$12^1 = \mathbf{12}$; $12^0 = \mathbf{1}$
$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$; $\frac{1}{a^{-m}} = a^m$ (pour $a \neq 0$)	$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = \mathbf{0,001}$; $\frac{1}{10^{-2}} = 10^2 = \mathbf{100}$ $5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1} = 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}}$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = \mathbf{243}$
$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$4^3 : 4^2 = \frac{4^3}{4^2} = 4^{3-2} = 4^1 = \mathbf{4}$
$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$	$\frac{4^2}{2^2} = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2^2 = \mathbf{4}$; $E = \varepsilon \cdot C \cdot \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 = \varepsilon \cdot C \cdot \frac{T_1^4}{100^4}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$	$(6^2)^3 = 6^{2 \cdot 3} = 6^6 = \mathbf{46\,656}$
$(ab)^m = a^m b^m$	$(3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = \mathbf{225}$ $(5 \text{ m})^2 = 5^2 \text{ m}^2 = \mathbf{25 \text{ m}^2}$
$(-a)^m$ = positif pour pair m , négatif pour impair m	$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = \mathbf{16}$ $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = \mathbf{-27}$

Calculs de racines	
Règles	Exemples
$b = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad (a \geq 0)$ $b = \text{racine} \quad a = \text{radicande} \quad n = \text{exposant de la racine}$	$5 = \sqrt[3]{125} = 125^{\frac{1}{3}}$
$b = \sqrt[n]{a} \Rightarrow b^n = a$	$2 = \sqrt[3]{8} \Rightarrow 2^3 = 8$
$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$	$\sqrt[2]{25} = \sqrt{25} = 5$
$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a^{\frac{1}{n} \cdot n} = a^1 = a$	$\sqrt[10]{10^2} = (\sqrt[10]{10})^2 = 10^{\frac{1}{2} \cdot 2} = 10^1 = 10$
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} ; \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$	$\sqrt[3]{27 \cdot m^3} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{m^3} = 3m$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[4]{\frac{4 \text{ m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\sqrt[4]{4 \text{ m}^2}}{\sqrt[4]{\text{s}^2}} = \frac{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{\text{m}^2}}{\sqrt[4]{\text{s}^2}} = \frac{2 \text{ m}}{\text{s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[10]{10^{-4}} = 10^{-\frac{4}{2}} = 10^{-2}$
$n \times \sqrt[n]{a^{mx}} = a^{\frac{mx}{nx}} = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	$\sqrt[6]{10^{-9}} = \sqrt[2 \cdot 3]{10^{(-3) \cdot 3}} = 10^{\frac{(-3) \cdot 3}{2 \cdot 3}} = 10^{\frac{-3}{2}} = \sqrt[2]{10^{-3}}$
Attention : La racine d'une somme ne doit pas être extraite pour chaque terme des différents termes d'une somme. $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$	
Calculs des logarithmes	
Règles	Exemples
$b = \log_n a \Rightarrow a = n^b$ $b = \text{logarithme}$ $n = \text{base}$ $a = \text{nombre}$ Le logarithme b est l'exposant avec lequel on élève la puissance de la base n pour obtenir a .	$2 = 10^{0,30103}$
$\log_n n = 1$	$\ln e = 1 ; \quad \log 10 = 1 \quad e = \text{nombre d'Euler}$
$\log_{10} a = \log a$ (logarithme décimal) $\log_e a = \ln a$ (logarithme népérien) $\log_2 a = \text{lb } a$ (logarithme binaire)	
$\log_n(ab) = \log_n a + \log_n b$	$\log(4 \cdot 10^2) = \log 4 + \log 10^2 = 0,602 + 2 = \mathbf{2,602}$
$\log_n \frac{a}{b} = \log_n a - \log_n b$	$\log \frac{3}{10} = \log 3 - \log 10 = 0,477 - 1,000 = -\mathbf{0,523}$
$\log_n a^m = m \cdot \log_n a$	$\log 10^4 = 4 \cdot \log 10 = 4 \cdot 1 = \mathbf{4}$
$\log_n \sqrt[m]{a} = \log_n a^{1/m} = \frac{1}{m} \cdot \log_n a$	$\log \sqrt[3]{15} = \log 15^{1/3} = \frac{1}{3} \cdot \log 15 = \frac{1}{3} \cdot 1,18 = \mathbf{0,39}$

Équations

Équations linéaires

Forme générale : $ax + b = c$

(→ diagrammes et nomogrammes)

Principe : Les opérations doivent toujours être effectuées de telle sorte qu'on ait à la fin la même valeur à gauche et à droite du signe d'égalité.

Méthode de solution générale	Exemple
1. Elimination de fractions par multiplication de toute l'équation avec les différents dénominateurs. 2. Suppression des parenthèses (p. ex. par développement). 3. Ranger, c'est-à-dire positionner à gauche tous les termes avec l'inconnue et les autres à droite (cf. règles ci-dessous). 4. Réduire et résumer. 5. Isolation de l'inconnue 6. Division de toute l'équation par le facteur devant l'inconnue (ici par la somme entre parenthèses).	$\frac{3(ax + 20)}{5x} + 6b = 21$ $\frac{3(ax + 20) \cdot 5x}{5x} + 6b \cdot 5x = 21 \cdot 5x$ $3(ax + 20) + 30bx = 105x$ $3ax + 60 + 30bx = 105x$ $3ax + 30bx - 105x = -60$ $\frac{3ax}{3} + \frac{30bx}{3} - \frac{105x}{3} = \frac{-60}{3}$ $ax + 10bx - 35x = -20$ $x(a + 10b - 35) = -20$ $x = \frac{-20}{a + 10b - 35}$
Le rangement s'effectue en changeant les différents termes de côté. Ici, la règle suivante doit être appliquée : lors du changement de côté, les termes d'une somme reçoivent le signe opposé (+ devient -, - devient +), les facteurs deviennent des dénominateurs et inversement :	
$\frac{5b + 2x}{2} = 6a$ $\frac{5b + 2x}{2} = 6a$ $5b + 2x = 2 \cdot 6a$ $5b + 2x = 12a$ $2x = 12a - 5b$ $2x = 12a - 5b$ $x = \frac{12a - 5b}{2}$ $x = \frac{12a - 5b}{2}$	
Exemple d'une formule pratique (déplacer à s) $\dot{Q} = \frac{A \cdot \Delta T}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$ $\dot{Q} \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = A \cdot \Delta T$ $\dot{Q} \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = A \cdot \Delta T$ $\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{A \cdot \Delta T}{\dot{Q}}$ $\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{A \cdot \Delta T}{\dot{Q}}$ $\frac{s}{\lambda} = \frac{A \cdot \Delta T}{\dot{Q}} - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2}$ $s = \lambda \left(\frac{A \cdot \Delta T}{\dot{Q}} - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2} \right)$ 1. Le dénominateur devient, lors du changement de côté, un facteur devant $\dot{Q}$ 2. Le facteur $\dot{Q}$ devient, lors du changement de côté, un dénominateur 3. Les termes d'une somme $+\frac{1}{\alpha_1}$ et $+\frac{1}{\alpha_2}$ reçoivent lors du changement de côté des signes négatifs. 4. Le dénominateur λ devient, lors du changement de côté, un facteur.	

Équations (suite)

Équations quadratiques

Une équation quadratique contient l'inconnue à la puissance 2.

Méthode 1. Ranger l'équation de telle manière que la **forme générale** ou la **forme normale** en résulte de solution : 2. Application de la formule de solution correspondante

Forme générale :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

⇒ formule de solution :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Forme normale :

$$x^2 + px + q = 0$$

⇒ formule de solution :

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

p.ex.

$$2x^2 = 90 - 8x$$

$$2x^2 + 8x - 90 = 0$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0 \quad (\text{forme normale})$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\frac{4^2}{4} - (-45)}$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 + 45}$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{49}$$

$$x_1 = -2 + 7 = 5$$

$$x_1 = -2 - 7 = -9$$

Exemple de formule pratique (on cherche m)

$$R = \frac{\sqrt{A}}{2\sqrt{2}\sqrt{1+m^2-m}} \quad \text{avec } A = 5 \text{ et } R = 0,5$$

$$0,5 = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}\sqrt{1+m^2-m}} \quad \text{multiplier toute l'équation par le dénominateur}$$

$$\sqrt{2}\sqrt{1+m^2-m} = \sqrt{5} \quad \text{élever au carré}$$

$$2\sqrt{1+m^2-m} = 5 \quad \text{changement de côté de } m$$

$$2\sqrt{1+m^2} = 5 + m \quad \text{élever au carré}$$

$$4(1+m^2) = (5+m)^2 \quad \text{supprimer les parenthèses}$$

$$4 + 4m^2 = 25 + 10m + m^2 \quad \text{réduire et résumer}$$

$$3m^2 - 10m - 21 = 0 \quad \text{forme générale} \Rightarrow \text{formule de solution}$$

$$m_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-21)}}{2 \cdot 3}$$

$$m_1 = 4,79 \quad m_2 = -1,46$$

Équations à 2 inconnues ou plus

Pour les résoudre, il faut à chaque fois autant d'équations indépendantes les unes des autres qu'il y a d'inconnues, p.ex. pour deux inconnues (x et y) :

I. $ax + by = c$

⇒

$$x = \frac{c - by}{a}$$

II. $ux + vy = z$

⇒

II.a $u \cdot \frac{c - by}{a} + vy = z$

intégrer x dans II

À partir de II.a calculer y et appliquer cette valeur pour le calcul de x en I.

Exemple de formule pratique

Sont donnés $V = 2200$ ml d'un mélange d'eau et de méthanol avec la masse $m = 2000$ g. Les densités des matières pures étaient trompeuses $\rho(\text{eau}) = 1,000$ g/ml et $\rho(\text{méthanol}) = 0,792$ g/ml. Combien de grammes de méthanol sont contenus dans la solution ?

indice 1 = eau, indice 2 = méthanol.

I. $m_1 + m_2 = 2000$ g

$$m_1 = 2000 - m_2$$

II. $V_1 + V_2 = 2200$ ml¹⁾

avec $V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow$

$$\frac{m_1}{1,000} + \frac{m_2}{0,792} = 2200$$

I en II : $\frac{2000 - m_2}{1,000} + \frac{m_2}{0,792} = 2200 \quad | \cdot 0,792$

$$1584 - 0,792 m_2 + m_2 = 1742$$

$$m_2 - 0,792 m_2 = 158$$

$$m_2 (1 - 0,792) = 158$$

$$m_2 = 760 \text{ g}$$

¹⁾ La concentration des volumes a été négligée ; pour une meilleure vue d'ensemble, les unités ont été omises.

Arrondir des nombres

(selon DIN 1333 : 1992-02)

La place d'un symbole numérique (un nombre), à laquelle le dernier chiffre doit apparaître après l'arrondi, se nomme **rang de l'arrondi**.

Arrondir un nombre positif

Règles	Exemple
Pour un nombre donné, on ajoute la moitié de la valeur du rang de l'arrondi. Dans le résultat, les chiffres après le rang de l'arrondi disparaissent.	Former un nombre rond : 7,658413 Rang de l'arrondi : $\uparrow$ La moitié de la valeur du rang de l'arrondi : 0,0005 Somme : 7,658913 Nombre arrondi : 7,658
Voici une alternative avec le même résultat : s'il y a, à droite du rang de l'arrondi un des chiffres de 0 à 4 , on arrondit , c'est-à-dire que le chiffre du rang de l'arrondi conserve sa valeur. S'il y a, à droite du rang de l'arrondi un des chiffres de 5 à 9 , on arrondit , c'est-à-dire que le chiffre du rang de l'arrondi augmente de 1 sa valeur. Les chiffres après le rang de l'arrondi disparaissent dans les deux cas.	Former un nombre rond : 526,2364 Rang de l'arrondi : $\uparrow$ La moitié de la valeur du rang de l'arrondi : 0,005 Somme : 526,2414 Nombre arrondi : 526,24

Arrondir un nombre négatif

Règles	Exemple
La valeur d'un nombre négatif donné est arrondie comme pour un nombre positif (cf. ci-dessus), on ajoute à la fin le signe moins devant la valeur arrondie.	Former un nombre rond : -7,658413 Rang de l'arrondi : $\uparrow$ La moitié de la valeur du rang de l'arrondi : 0,0005 Somme : 7,658913 Nombre arrondi : -7,658

Interpoler

On nomme interpolation la détermination de **valeurs intermédiaires** entre deux valeurs de table se suivant (ou valeurs de fonction), en vertu des valeurs numériques connues de la table (ou de la fonction).

interpolation linéaire

Formule de calcul de la valeur intermédiaire y :

$$y = y_0 + (y_1 - y_0) \cdot t$$

Pour l'intervalle :

$$h = x_1 - x_0$$

- y valeur intermédiaire recherchée (valeur de la fonction pour l'argument x)
- y_0 valeur de la fonction inférieure de l'intervalle (ou valeur de la table pour l'argument x_0)
- y_1 valeur de la fonction supérieure de l'intervalle (ou valeur de la table pour l'argument x_1)
- h intervalle
- x argument pour la valeur recherchée de la fonction ou de la table y
- x_0 limite inférieure de l'intervalle
- x_1 limite supérieure de l'intervalle
- t proportion de l'intervalle de la valeur de la fonction ou de la table jusqu'à l'argument x

Exemple

Valeurs de l'eau à $p = 1$ bar :	
ϑ en °C	ρ en kg/m ³
20	998,4
30	995,8
40	992,3
50 (x_0)	988,1 (y_0)
60 (x_1)	983,2 (y_1)
70	977,7
80	971,6

On recherche la densité ρ_{55} à $\vartheta = 55$ °C

- intervalle : $h = x_1 - x_0 = 60$ °C - 50 °C = 10 °C
- choisir la partition de telle sorte que l'étape 1 tombe sur la température de $\vartheta = 55$ °C. On choisit des étapes de partition de 1 °C.
- proportion de l'intervalle de la valeur de la fonction : de 50 °C à 55 °C il y a 5 étapes de l'intervalle, sur 10 au total, et ainsi une proportion de 50 %, c.-à-d. $t = 0,5$.
- $y = y_0 + (y_1 - y_0) \cdot t = 988,1 \text{ kg/m}^3 + (983,2 \text{ kg/m}^3 - 988,1 \text{ kg/m}^3) \cdot 0,5$
 $y = \rho_{55} = \mathbf{985,65 \text{ kg/m}^3}$.

Exploitation statistique

(selon DIN 53 804-1 : 2002-04)

Traitement du matériel statistique

Récapitulation des valeurs observées (p. ex. enregistrées dans une série de mesures) x_i (donc des n valeurs d'origine $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) dans une **liste d'origine**.

Groupement

Le nombre de classes (k) est adapté aux données du problème ou à la formule empirique :

$$k \approx \sqrt{n} \quad \text{ou} \quad k \approx 1 + 3,32 \cdot \lg n$$

Recommandation selon DIN :

n	à 100	env. 1 000	env. 10 000	env. 100 000
k	min. 10	min. 13	min. 16	min. 20

L'amplitude des classes w résulte de l'étendue

$$R_n = x_{\max} - x_{\min}$$

et du nombre de classes k selon la

formule

$$w = R_n / k$$

valeurs moyennes de classe

$$x_i = \frac{x_o + x_u}{2}$$

somme des fréquences relatives

$$F_i = \frac{G_i}{n} \cdot 100 \%$$

Liste d'origine de $n = 40$ températures notées (en °C) pendant le déroulement d'une réaction chimique :

86,8	87,6	86,1	86,6	86,9	86,8	87,3	86,4
86,4	87,2	86,4	86,4	86,8	86,7	87,2	86,2
86,3	86,7	86,8	86,3	86,4	86,9	87,0	86,0
87,4	86,3	86,9	86,4	86,6	87,2	86,9	86,0
87,8	85,9	86,7	86,7	86,7	87,4	86,8	86,2

nombre de classes $k \approx 1 + 3,32 \cdot \lg 40 \approx 6,3 \approx 6$

étendue $R_n = 87,8 - 85,9 = 1,9$

On choisit $k = 5$ ($\Rightarrow$ classes de même amplitude)

amplitude $w = 1,9/5 \approx 0,4$

n° de classe j	classe en °C	liste de comptage	fréquence absolue n_j	valeur de classe moyenne x_j en °C	n_j additionné = G_j	fréquence cumulée F_j en %
1	85,9 à 86,2	III I	6	86,05	6	15
2	86,3 à 86,6	III III I	11	86,45	17	42,5
3	86,7 à 87,0	III III III	15	86,85	32	80
4	87,1 à 87,4	III I	6	87,25	38	95
5	87,5 à 87,8	II	2	87,65	40	100

x_o limite supérieure de classe

x_u limite inférieure de classe

représentation graphique du matériel statistique

a) Histogramme (diagramme rectangulaire ou diagramme colonne)

abscisse : valeur caractéristique (ici x_j en °C)

ordonnée : fréquence (largeur de colonne $\neq$ amplitude de classe)

b) Polygone de fréquences (cheminement)

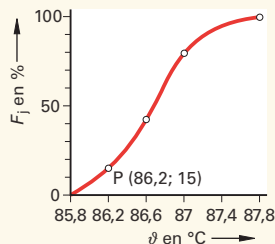
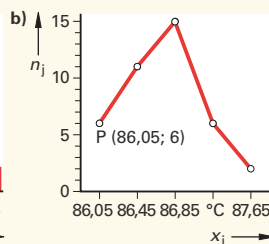
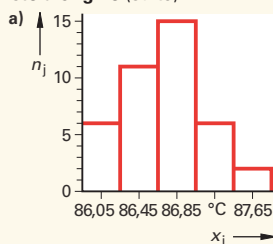
Pour comparer plusieurs distributions dans un diagramme mieux adapté que l'histogramme.

Représentation graphique de la **distribution des sommes des fréquences** (courbe cumulative)

abscisse : valeur caractéristique (ici ϑ en °C)

ordonnée : fréquence cumulative F_j en %

Liste d'origine (suite)



Selon la table ci-dessus, 15% des valeurs x_j se trouvent en dessous de 86,2 °C ; c'est pourquoi la fréquence cumulative de « 15% » est indiquée près de la valeur caractéristique de « 86,2 °C ».

Exploitation statistique (suite)

Caractéristiques statistiques (cotes statistiques)

Valeur moyenne arithmétique

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

x_i valeur observée (valeur mesurée ou échantillon) i , avec $i = 1, 2, 3, \dots$

$\bar{x}$ valeur moyenne arithmétique

$|\bar{x}|$ somme de la valeur moyenne arithmétique

n nombre des valeurs observées

s^2 variance

s écart-type

v coefficient de variation

variance

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$$

écart-type

$$s = |\sqrt{s^2}|$$

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

coefficient de variation

$$v = \frac{s}{|\bar{x}|}$$

Exemple (valeurs de la table de la page 37)

$$\bar{x} = \frac{86,8 + 86,4 + 86,3 + \dots + 86,2}{40} = 86,7 \quad s^2 = \frac{(86,8 - 86,7)^2 + (86,4 - 86,7)^2 + \dots + (86,2 - 86,7)^2}{40 - 1} = 0,2$$

$$s = |\sqrt{s^2}| = 0,45$$

$$v = \frac{0,45}{86,7} = 0,005 \quad \text{ou} \quad v = 0,5 \%$$

Détermination d'une tendance

Si, pour des valeurs observées dans le temps, de fortes fluctuations apparaissent, le polygone de fréquence indique alors un déroulement inconstant qui peut voiler des tendances ou des renversements de tendance. La **méthode de la moyenne mobile** rend ceux-ci de nouveau perceptibles. Pour ce faire, des valeurs observées voisines doivent être moyennées et ensuite indiquées comme valeurs ordonnées au-dessus du temps.

Si les valeurs observées sont $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n$ alors :

1. valeur ordonnée : $\bar{x}_1 = \frac{x_1 + x_2}{2}$

2. valeur ordonnée : $\bar{x}_2 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$

3. valeur ordonnée : $\bar{x}_3 = \frac{x_2 + x_3 + x_4}{3}$

:

$(n-1)$. valeur ordonnée : $\bar{x}_{n-1} = \frac{x_{n-2} + x_{n-1} + x_n}{3}$

n . valeur ordonnée : $\bar{x}_n = \frac{x_{n-1} + x_n}{2}$

Exemple : Temps moyens de réchauffage d'une chaudière

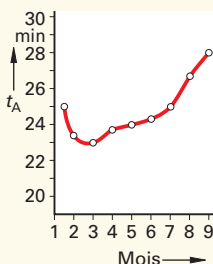
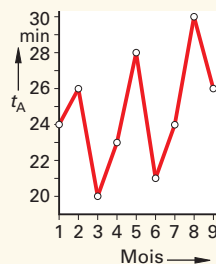
mois	t_A en min	mois	t_A en min	mois	t_A en min
1	24	4	23	7	24
2	26	5	28	8	30
3	20	6	21	9	26

$$\bar{t}_1 = \frac{24 + 26}{2} = 25$$

$$\bar{t}_2 = \frac{24 + 26 + 20}{3} = 23,3$$

$$\bar{t}_3 = \frac{26 + 20 + 23}{3} = 23 \quad \text{par analogie : } \bar{t}_4 = 23,7 \quad \bar{t}_5 = 24$$

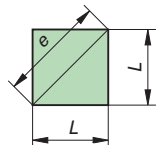
$$\bar{t}_6 = 24,3 \quad \bar{t}_7 = 25 \quad \bar{t}_8 = 26,7 \quad \bar{t}_9 = 28$$



Calculs de périmètres et surfaces

S surface P périmètre L longueur l_A longueur d'arc l_m longueur moyenne l largeur h hauteur e diagonale D, d diamètre d_m diamètre moyen r rayon s épaisseur α angle du point médian
(→ capacité de surfaces irrégulières)

Carré



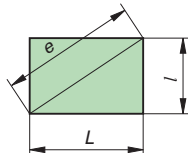
$$l = L$$

$$S = L^2$$

$$P = 4 \cdot L$$

$$e = L \cdot \sqrt{2}$$

Rectangle

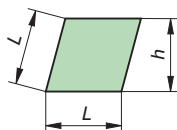


$$S = l \cdot L$$

$$P = 2 \cdot (l + L)$$

$$e = \sqrt{l^2 + L^2}$$

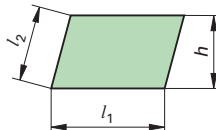
Losange



$$S = L \cdot h$$

$$P = 4 \cdot L$$

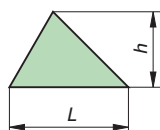
Parallélogramme



$$S = l_1 \cdot h$$

$$P = 2 \cdot (l_1 + l_2)$$

Triangle

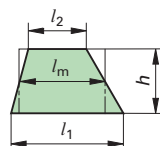


$$S = \frac{L \cdot h}{2}$$

$P =$ somme de toutes les longueurs de côtés

(→ « principe de Héron »)

Trapèze

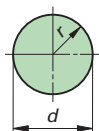


$$S = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$$

$$S = l_m \cdot h$$

$P =$ somme de toutes les longueurs de côtés

Cercle



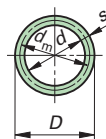
$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$P = \pi \cdot d$$

$$P = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Anneau



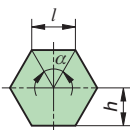
$$S = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$d = D - 2 \cdot s$$

$$d_m = \frac{D + d}{2}$$

Polygone régulier

$n =$ nombre de sommets

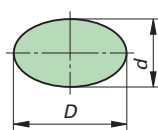


$$S = n \cdot \frac{l^2}{2} \cdot \cot \frac{\alpha}{2} \quad \alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

$$S = \frac{l \cdot h}{2} \cdot n$$

$$P = n \cdot l$$

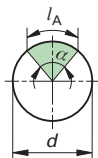
Ellipse



$$A = \frac{D \cdot d \cdot \pi}{4}$$

$$U \approx \frac{\pi}{4} \cdot [3 \cdot (D + d) - 2 \cdot \sqrt{D \cdot d}]$$

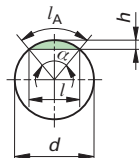
Section de cercle



$$S = \frac{l_A \cdot d}{4}$$

$$P = l_A + 2 \cdot r$$

Segment de cercle



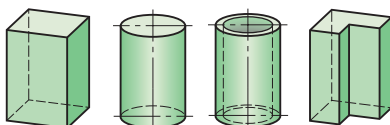
$$S = \frac{l_A \cdot d - l \cdot (d - 2 \cdot h)}{4}$$

$$P = l_B + l$$

Calculs de corps

V volume S surface S_R surface de revêtement h hauteur L longueur l largeur D, d diamètre
 R, r rayon e diagonale de surface f diagonale spatiale

Solides droits

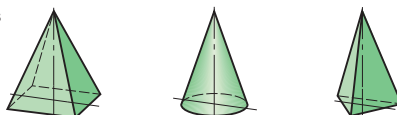


$$V = S_B \cdot h$$

S_B Surface de la base

$S =$ Somme de toutes les surfaces individuelles

Solides pointus

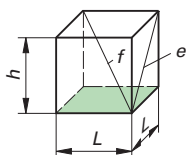


$$V = \frac{S_B \cdot h}{3}$$

S_B Surface de la base

$$S = S_B + S_R$$

Cube



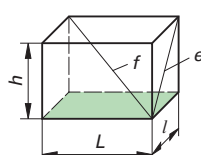
$$V = L^3$$

$$S = 6 \cdot L^2$$

$$f = L \cdot \sqrt{3}$$

$$e = L \cdot \sqrt{2}$$

Parallélépipède droit



$$V = L \cdot l \cdot h$$

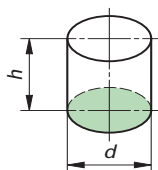
$$S = 2 \cdot (L \cdot l + l \cdot h + L \cdot h)$$

$$f = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2}$$

$$e = \sqrt{l^2 + h^2}$$

ou de façon analogue pour l'autre côté

Cylindre

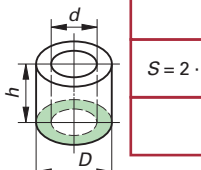


$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$S = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} + d \cdot \pi \cdot h$$

$$S_R = \pi \cdot d \cdot h$$

Cylindre creux

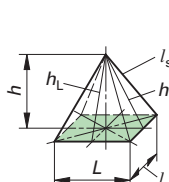


$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$S = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) + \pi \cdot h \cdot (D + d)$$

$$S_R = \pi \cdot h \cdot (D + d)$$

Pyramide



$$V = \frac{L \cdot l \cdot h}{3}$$

$$S = L \cdot l + L \cdot h_L + l \cdot h_l$$

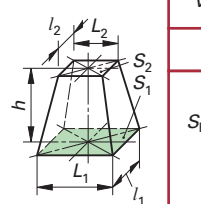
$$S_R = L \cdot h_L + l \cdot h_l$$

$$h_l = \sqrt{h^2 + L^2 / 4}$$

$$h_L = \sqrt{h^2 + l^2 / 4}$$

$$l_s = \sqrt{h_l^2 + l^2 / 4}$$

Tronc de pyramide

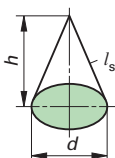


$$V = \frac{h}{3} \cdot (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2})$$

$$S = S_1 + S_2 + S_R$$

$$S_R = (L_1 + L_2) \cdot \sqrt{h^2 + \frac{(l_1 - l_2)^2}{4}} + (l_1 + l_2) \cdot \sqrt{h^2 + \frac{(L_1 - L_2)^2}{4}}$$

Cône



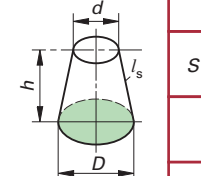
$$V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{12}$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} + \frac{\pi \cdot d \cdot l_s}{2}$$

$$S_R = \frac{\pi \cdot d \cdot l_s}{2}$$

$$l_s = \sqrt{h^2 + d^2 / 4}$$

Tronc de cône

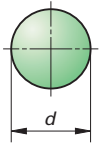
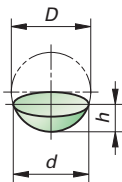
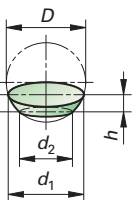
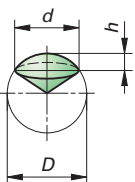
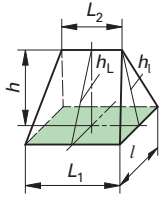
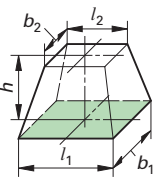
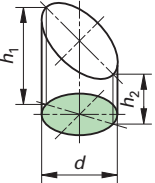
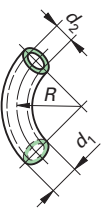
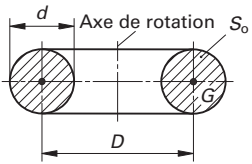


$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

$$S = \pi \cdot \left[\frac{D^2 + d^2}{4} + l_s \cdot \left(\frac{D + d}{2} \right) \right]$$

$$S_R = \frac{D + d}{2} \cdot \pi \cdot l_s$$

$$l_s = \sqrt{\frac{(D - d)^2}{4} + h^2}$$

Calculs de corps (suite)		
Sphère  $V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$ $S = \pi \cdot d^2$	segment de sphère  $V = \frac{\pi \cdot h^2}{6} \cdot (3 \cdot D - 2 \cdot h)$ $V = \frac{\pi \cdot h}{2} \cdot \left(\frac{d^2}{4} + \frac{h^2}{3} \right)$ $S = \pi \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)$ $S_R = \pi \cdot D \cdot h$ $S_R = \pi \cdot \left(\frac{d^2}{4} + h^2 \right)$ $S_R = 0,5 \cdot \pi \cdot D \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})$	
Segment sphérique à deux bases (zone sphérique)  $V = \frac{\pi \cdot h}{24} \cdot (3 \cdot d_1^2 + 3 \cdot d_2^2 + 4 \cdot h^2)$ $S = \frac{\pi}{4} \cdot (4 \cdot D \cdot h + d_1^2 + d_2^2)$ $S_R = \pi \cdot D \cdot h$	Secteur sphérique  $V = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot h}{6}$ $S = \pi \cdot D \cdot h + \pi \cdot \frac{D \cdot d}{4}$	
Coin  $V = \frac{(2 \cdot L_1 + L_2) \cdot l \cdot h}{6}$ $S = L_1 \cdot l + (L_1 + L_2) \cdot h_L + l \cdot h_1$ $h_L = \sqrt{h^2 + l^2/4}$ $h_1 = \sqrt{h^2 + (L_1 - L_2)^2/4}$ $S_R = (L_1 + L_2) \cdot h_L + l \cdot h_1$	Obélisque (coin biseauté)  $V = \frac{h}{6} [l_1 \cdot b_1 + (l_1 + l_2) \cdot (b_1 + b_2) + l_2 \cdot b_2]$ $S = l_1 \cdot b_1 + l_2 \cdot b_2 + (l_1 + l_2) \cdot \sqrt{h^2 + \frac{(b_1 - b_2)^2}{4}} + (b_1 + b_2) \cdot \sqrt{h^2 + \frac{(l_1 - l_2)^2}{4}}$	
Cylindre circulaire en biseau incliné  $V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot (h_1 + h_2)}{8}$ $S = \frac{\pi \cdot d}{2} \cdot \left(h_1 + h_2 + \frac{d}{2} + \sqrt{\frac{d^2 + (h_1 - h_2)^2}{4}} \right)$ $S_R = \frac{\pi \cdot d}{2} \cdot (h_1 + h_2)$	Arc de 90°  $V = \frac{\pi^2 \cdot R \cdot (d_1^2 - d_2^2)}{8}$ $S = \frac{\pi}{2} \cdot (d_1^2 - d_2^2) + \frac{\pi^2 \cdot R}{2} \cdot (d_1 + d_2)$ $S_R = \frac{\pi^2 \cdot R}{2} \cdot (d_1 + d_2)$ Volume intérieur (volume de remplissage) $V_i = \frac{\pi^2 \cdot d_2^2 \cdot R}{8}$	
Corps de révolution avec position connue du centre de gravité (règle de Guldin)		
Exemple : tore circulaire 	Première règle de Guldin : La surface d'un corps de révolution est égale au produit de la longueur générée (entourant la surface) et du chemin du centre de gravité G.	Seconde règle de Guldin : Le volume d'un corps de révolution est égal au produit de la surface générée S_0 et du chemin du centre de gravité G.
	$S = (\pi \cdot d) \cdot (\pi \cdot D) = \pi^2 \cdot d \cdot D$	$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (\pi \cdot D) = \frac{\pi^2 \cdot d^2 \cdot D}{4}$