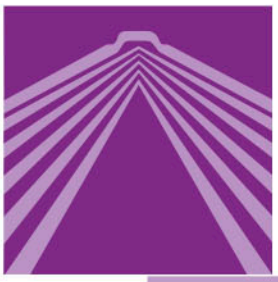
Operaciones financieras

Matemática y razonamiento

Lucía Boedo Vilabella





PIRÁMIDE

Operaciones financieras

Matemática y razonamiento

LUCÍA BOEDO VILABELLA
PROFESORA TITULAR DE UNIVERSIDAD. UNIVERSIDAD DE A CORUÑA (UDC)

Operaciones financieras

Matemática y razonamiento

EDICIONES PIRÁMIDE

Edición en versión digital

Está prohibida la reproducción total o parcial de este libro electrónico, su transmisión, su descarga, su descompilación, su tratamiento informático, su almacenamiento o introducción en cualquier sistema de repositorio y recuperación, en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, conocido o por inventar, sin el permiso expreso escrito de los titulares del copyright.

© Lucía Boedo Vilabella, 2025
© Director de la colección: Miguel Santesmases Mestre, 2025
© Primera edición electrónica publicada por Ediciones Pirámide (Grupo Anaya, S. A.), 2025
Para cualquier información pueden dirigirse a piramide_legal@anaya.es
Valentín Beato, 21. 28037 Madrid
Teléfono: 91 393 89 89
www.edicionespiramide.es
ISBN digital: 978-84-368-5083-3

A mi madre,
por no rendirse nunca

Índice

Introducción 13

1. Conceptos de partida 15

1. Concepto de capital financiero 17
2. Intercambio de capitales financieros. La operación financiera 21
3. El tipo de interés 23
4. Ley financiera 25
5. Los períodos de tiempo en matemáticas financieras 27

Resumen 30

2. La ley simple y la ley compuesta. Primera aproximación 33

1. La capitalización simple 35
2. Ley financiera de capitalización compuesta 39
3. Comparando la ley simple y la ley compuesta 42
4. Los conceptos de factor, rédito y tanto 44
5. Ejercicios resueltos 47
6. Ejercicios para resolver 52

Resumen 55

3. La ley simple 57

1. La capitalización simple. Cambios en el tipo de interés 59
2. El descuento simple racional 62
3. Aplicación de tipos de interés fraccionados en la ley simple 69
4. La ley de descuento simple comercial 72
5. Ejercicios resueltos 80
6. Ejercicios para resolver 86

Resumen 88

© Ediciones Pirámide

4. La ley compuesta 91

1. La capitalización compuesta. Cambios en el tipo de interés 93
2. El descuento con la ley compuesta 96
3. Aplicación de tipos de interés fraccionados en la ley compuesta 100
4. El factor, el rédito y el tanto en la ley compuesta 104
5. Ejercicios resueltos 107
6. Ejercicios para resolver 113

Resumen 116

5. Operaciones con varios capitales. Las rentas 119

1. La suma financiera de capitales de acuerdo con el principio de equivalencia financiera 121
2. Concepto y tipos de rentas 126
3. Valor inicial y final de una renta 131
   - 3.1. Valor inicial de rentas inmediatas 131
   - 3.2. Valor final de rentas inmediatas 133
   - 3.3. Valor actual de rentas diferidas 137
   - 3.4. Valor final de las rentas anticipadas 139
4. La simplificación en las rentas constantes 141
   - 4.1. Valor actual de una renta constante 141
   - 4.2. Valor final de una renta constante 144
5. Rentas fraccionadas 147
6. Cambios en algún parámetro de la renta. Cálculo del valor actual y final de una renta por tramos 149
7. Rentas que siguen una determinada ley de formación 153
   - 7.1. Rentas en progresión geométrica 153
8. Renta perpetua 156
9. Cálculo del saldo intermedio de una operación financiera. La reserva matemática 157
10. Operaciones en las que prestación y contraprestación están formadas por varios capitales 162
    - 10.1. Operaciones de crédito unilateral y de crédito recíproco 166
11. Tipo de interés efectivo de una operación financiera 170
12. Procedimiento de resolución de una ecuación de grado *N*: el algoritmo de Newton-Raphson 174
13. Ejercicios resueltos 178
14. Ejercicios para resolver 185

Resumen 188

6. Las operaciones de préstamos 191

1. El préstamo. Concepto 193
2. Métodos de amortización de los préstamos 196
   - 2.1. Reembolso único de capital e intereses 196

© Ediciones Pirámide

2.2. Método de cuota constante de amortización del principal (sistema italiano) 196
2.3. Método de cuota total constante o sistema francés 198
3. Préstamos planteados desde su inicio a tipos de interés diferentes 201
4. Préstamos en progresión geométrica 203
5. Cancelación anticipada. Cálculo del saldo financiero 205
5.1. Cancelación total 205
5.2. Cancelación parcial 207
6. Cambio de algún parámetro del préstamo 210
7. El tipo de interés efectivo de un préstamo y su interpretación como rentabilidad, coste y Tasa Anual Efectiva (TAE) 211
8. Ejercicios resueltos 216
9. Ejercicios para resolver 222
Resumen 225

© Ediciones Pirámide

Introducción

Mi larga experiencia docente me ha permitido comprobar las dificultades más frecuentes en la comprensión de las matemáticas financieras. En no pocas ocasiones, el alumno memoriza sus fórmulas sin entender el razonamiento financiero que implican. Esto tiene importantes consecuencias ya que, ante una operación financiera nueva, o planteada de un modo algo diferente, el alumno no es capaz de resolverla.

Conocer y comprobar estas dificultades me ha permitido desarrollar una didáctica y unos materiales específicamente diseñados para solventarlas. En estos, la matemática se va presentando desde un nivel muy sencillo y cada planteamiento matemático va acompañado de su significado financiero, de tal manera que el alumno pueda conectarlo, de un modo casi intuitivo, con el mundo financiero real.

El orden en que aparece cada concepto, el ritmo de la explicación y el lenguaje utilizado, intencionadamente simple, son, sin duda, las cuestiones más complicadas en la elaboración de este libro.

El objetivo es que el lector perciba su lectura como una explicación en el aula, de tal modo que, de una forma gradual y casi sin darse cuenta, va avanzando desde las operaciones más sencillas hasta las más complejas.

Así como el libro se convierte en un profesor, el lector ha de convertirse en alumno, y una lectura con lápiz y papel hace que esto suceda. En efecto, el libro, si bien puede leerse con facilidad sin necesidad de escribir, es con este apoyo con el que se obtiene todo su potencial, ya que no solo es explicativo, sino que también incluye todo un «soporte de trabajo», con más de 200 ejemplos numéricos a lo largo de las explicaciones y un completo boletín de ejercicios resueltos al final de cada capítulo que permite al alumno afianzar todo lo explicado en el mismo.

© Ediciones Pirámide

El manual se acompaña con el acceso a una serie de aplicaciones realizadas con Excel. En ellas se abordan todos los temas explicados y permiten al alumno comprobar si sus planteamientos «a mano» son correctos, así como resolver cualquier cuestión nueva que se le presente. Estas aplicaciones son en muchos casos aplicables a productos reales y, si no es así, facilitan enormemente el desarrollo de aplicaciones propias por parte del estudiante.

El estudiante tendrá también acceso a casi 200 preguntas tipo test a través de boletines de autoevaluación, que le permitirán ir comprobando el nivel que va adquiriendo.

El libro no solo está indicado para el alumno universitario, sino también para todo aquel que quiera operar en el mundo de las finanzas. No implica conocimientos previos más allá de una matemática muy básica y, al finalizar el mismo, habrá alcanzado un nivel técnico elevado que le permitirá entender muchos de los productos financieros existentes y le proporcionará la base para la comprensión de aquellos especialmente complejos.

Es un libro también pensado para el profesor. Su contenido le permite tener la certeza de que cada cuestión explicada puede ser trabajada correctamente de forma autónoma por el alumno y así poder plantear las clases de forma más interactiva y con recursos didácticos más adaptados al momento actual (que todos los profesores deseamos llevar a cabo y a los que muchas veces hemos de renunciar por falta de tiempo).

Es también un libro indicado para la preparación de los exámenes más prestigiosos relacionados con el mundo financiero. El manual permite alcanzar el razonamiento financiero necesario para comprender el programa de estos exámenes y, además, la propia temática del libro forma parte de estos programas. De hecho, se han incluido en cada capítulo ejercicios planteados del mismo modo que en estos exámenes.

También es un libro muy útil para el profesional del mundo financiero, ya que le permitirá comprender el porqué de muchos conocimientos que ya tiene automatizados, lo que es condición imprescindible para la formación continua que todo profesional ha de tener hoy en día.

En suma, es un libro para cualquier persona interesada en temas financieros, tanto para poder gestionar de un modo más eficiente sus recursos financieros como por el simple interés personal por aprender.

© Ediciones Pirámide

1 Conceptos de partida

Cada disciplina tiene su terminología. Esas palabras que hacen tan difícil para un no iniciado comprender una conversación entre dos médicos o dos ingenieros son precisamente las que permiten una comunicación simple y precisa cuando los expertos hablan entre ellos. Con este objetivo, y partiendo de que la persona que trabaje con este libro podrá, si lo desea, convertirse en experta, se introducen en este primer capítulo algunos conceptos básicos que se utilizarán a lo largo del manual.

En este capítulo:

- Se comenzará con la variable básica con la que se trabaja en matemáticas financieras: el dinero, entendido como capital financiero.
- A continuación, se comprenderá en qué casos estamos ante una operación financiera.
- En tercer lugar, se entenderá otra de las variables fundamentales de las finanzas: el tipo de interés.
- Se definirá después el concepto básico de ley financiera.
- Y se finalizará con la comprensión de cómo se plantean las operaciones financieras en un eje temporal.

1. CONCEPTO DE CAPITAL FINANCIERO

En las matemáticas financieras, al igual que en otras matemáticas, se opera con números, pero en este caso los números tienen un significado real y concreto: son cantidades de dinero. Esto facilita enormemente su comprensión, al ser el dinero algo real y tangible. En realidad, ahora también es virtual, pero no deja de ser un concepto reconocible por todos. Aquí la cifra «10.000» son 10.000 unidades monetarias (euros, dólares, yenes o coronas suecas).

A pesar de la fácil identificación de la variable básica de las finanzas, desde un punto de vista formal, al dinero no se le denomina dinero, sino **capital financiero.** Este concepto consta de dos datos: la cuantía de dinero, por ejemplo 1.000 euros, y el momento del tiempo en que dicha cuantía ha de ser entregada (o recibida, según qué posición se ocupe en la operación financiera), por ejemplo, dentro de 2 años.

El capital financiero es, por tanto, una magnitud que tiene dos dimensiones:

— La CUANTÍA o cifra concreta de unidades monetarias.

— El VENCIMIENTO o momento del tiempo en que este dinero se entrega (o recibe), al que también se le llama momento de disponibilidad.

Esta magnitud se denota mediante el par (CAPITAL; VENCIMIENTO). Separaremos las dos dimensiones por un punto y coma (la mayoría de los manuales utilizan una coma, pero es preferible el punto y coma para no confundirse con la coma de los decimales) (véase figura 1.1).

© Ediciones Pirámide

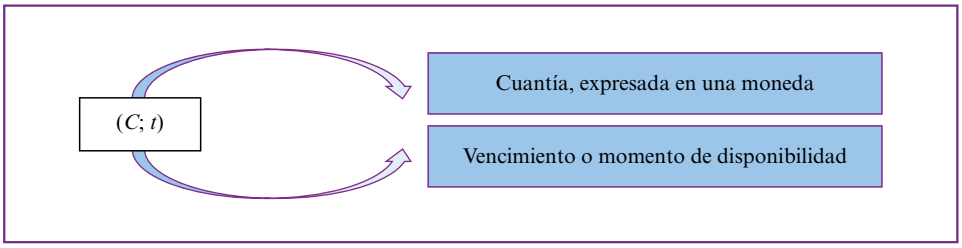


Figura 1.1. Capital financiero.

EJEMPLO 1.1. El capital (10.000 €; 2) significa que se podrá disponer de 10.000 € dentro de 2 períodos (que habitualmente son años, pero también podrían ser 2 trimestres, 2 meses o 2 días, ya que la unidad temporal no tiene que ser expresada en años necesariamente).

En finanzas, tan importante es conocer la cuantía como su vencimiento: de cuánto dinero estamos hablando y cuándo podremos hacer uso de él (o cuándo debemos entregarlo). Esto se debe a que el dinero tiene un valor temporal: no es lo mismo recibir 100.000 € hoy que tener que esperar 5 años para poder disponer de este dinero. Como tampoco es lo mismo tener que entregar 700.000 € dentro de 1 año que poder hacer esta entrega dentro de 10 años, por ejemplo.

EJEMPLO 1.2. ¿Cómo escribiremos los capitales del ejemplo anterior?:

(100.000; 0) frente a (100.000; 5).
(700.000; 1) frente a (700.000; 10).

La forma más sencilla de representar un capital financiero sería a través de una línea del tiempo, esto es, una línea en la que vamos marcando el paso del tiempo (que pueden ser días, meses, trimestres o años) y sobre ella situamos los capitales.

EJEMPLO 1.3. En el gráfico siguiente se estarían representando los capitales (100; 1), (200; 2) y (300; 3). Si los tiempos son meses, 100 € esta-

© Ediciones Pirámide

rían disponibles dentro de 1 mes, 200 € dentro de 2 meses y 300 € dentro de 3 meses. De todos modos, por el momento, y con el objetivo de hacer más fácil la comprensión, la unidad de tiempo que se va a utilizar será el año. Una vez entendida la operativa con años, se explicará para cualquier otra unidad de tiempo.

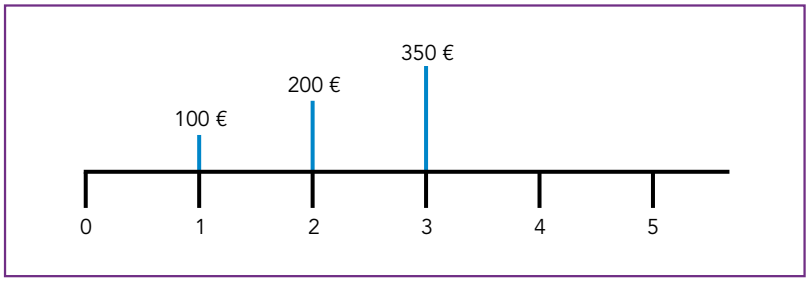


Figura 1.2. Representación de los capitales financieros en un eje de tiempos.

En la figura 1.2 se muestra visualmente la cuantía de varios capitales mediante el dibujo de unas líneas que suben verticalmente de un eje de tiempos, marcando la cuantía del capital con la longitud vertical de cada línea.

En la práctica, esta representación es poco operativa y en realidad se utiliza una versión simplificada que consiste simplemente en poner la cuantía del capital en su vencimiento respectivo. Esta forma de representación, mostrada en la figura 1.3, es la que se utilizará a lo largo de todo el manual, en el que continuamente se hará hincapié en la importancia de dibujar una operación antes de plantear su operativa financiera.

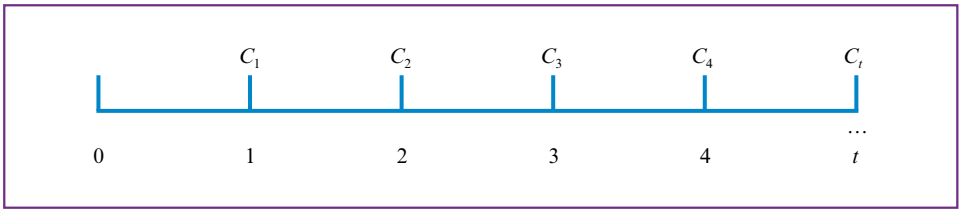


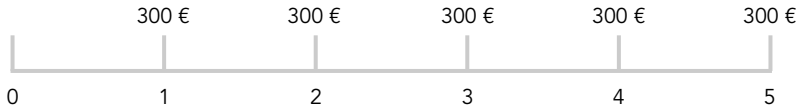
Figura 1.3. Representación de capitales financieros en un eje de tiempos. Versión simplificada para plantear las operaciones reales.

© Ediciones Pirámide

EJEMPLO 1.4. En el gráfico siguiente se estarían representando los capitales (100; 1), (200; 2) y (300; 3).

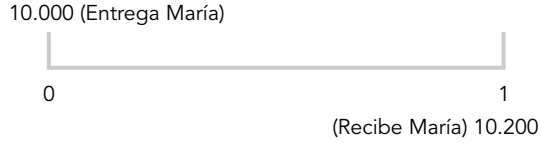


El siguiente gráfico representa 300 € a recibir (o entregar) al final de cada año y durante los próximos 5 años. Esto es: (300; 1), (300; 2), (300; 3), (300; 4) y (300; 5).



En la representación de una operación financiera (concepto que se explicará a continuación), lo más común es situar en el sector de arriba del eje de tiempos los capitales entregados por una de las partes, y en el de abajo los capitales entregados por la otra parte interviniente en la operación.

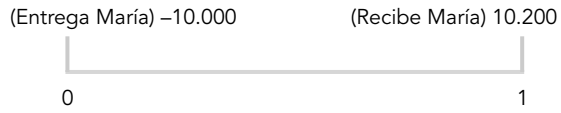
EJEMPLO 1.5. María entrega hoy 10.000 € a cambio de recibir, 1 año después, 10.200 € por parte de su banco. La posición se indica situando los capitales encima o debajo de la línea.



Otra posibilidad es situar todos los capitales en la misma línea y distinguir si ha de ser entregado o será recibido mediante el signo, utilizando el signo negativo para los capitales que se entregan (posición deudora) y el signo positivo para los capitales que se reciben (posición acreedora).

© Ediciones Pirámide

EJEMPLO 1.6. María entrega hoy 10.000 € a cambio de recibir 10.200 dentro de 1 año. La posición que ocupa María se indica con el signo.



2. INTERCAMBIO DE CAPITALES FINANCIEROS. LA OPERACIÓN FINANCIERA

Una **operación financiera** es simplemente un intercambio no simultaneo de capitales financieros, desde el más sencillo, como entregar un capital hoy a cambio de recibir otro en el futuro, hasta operaciones complejas, en las que se entregan muchos capitales y se reciben también muchos capitales.

EJEMPLO 1.7. En una economía se están produciendo continuamente intercambios de capitales.

El intercambio más sencillo es un capital a cambio de otro. Por ejemplo, si Antón solicita al banco un préstamo de 2.000 € con el compromiso de entregar, dentro de 2 años, 2.200 €, se está realizando un intercambio del capital financiero (2.000; 0) por (2.200; 2).

Un intercambio un poco más complejo es aquel en el que una de las partes entrega más de un capital. Por ejemplo, Jaime contrata una cuenta de ahorro a 5 años en la que ingresa 5.000 € al finalizar el año 1; 6.000 € al finalizar el año 2, y 4.000 € al finalizar el año 3. El banco le entregará 20.146,50 € al finalizar el año 5 (lo que supone un tipo de interés del 10% en capitalización compuesta, tal y como se verá más adelante).

En una operación financiera intervienen dos sujetos:

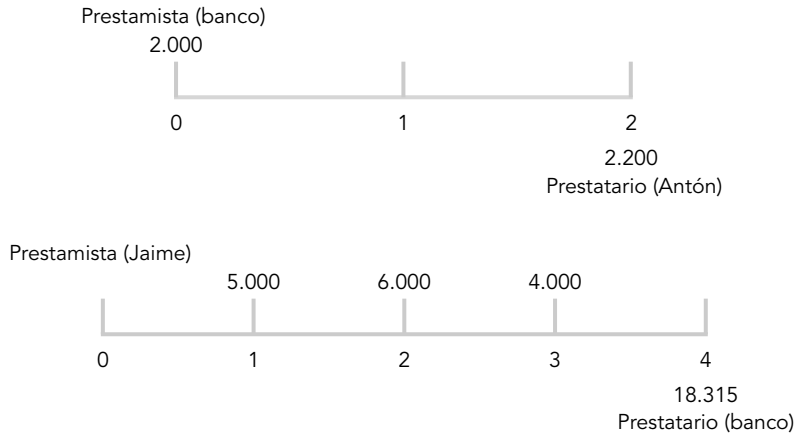
— **Prestamista (o acreedor):** el que entrega el primer capital o «el que presta».
— **Prestatario (o deudor):** el que recibe el primer capital o «el que toma prestado».

© Ediciones Pirámide

Al capital o conjunto de capitales del prestamista se denomina **prestación,** y al capital o conjunto de capitales del prestatario se denomina **contraprestación.**

La representación habitual de una operación financiera es mediante la línea de tiempos ya vista, en la que los capitales del prestamista o prestación se sitúan a un lado de esta línea (normalmente arriba) y los capitales del prestatario o contraprestación se sitúan al otro lado (abajo).

EJEMPLO 1.8. En los ejemplos anteriores, el banco sería el prestamista y Antón el prestatario, y Jaime sería el prestamista y el banco el prestatario.



Volvamos a la operación más sencilla de todas: un capital a cambio de otro: Antón pide prestado 2.000 € a un banco con el compromiso de entregar 2.200 € dentro de 2 años. La operación es simple: (2.000; 0) es la prestación y (2.200; 2) es la contraprestación. Ahora bien, ¿cómo se fija la cuantía de esta contraprestación? ¿Por qué 2.200 € y no, por ejemplo, 2.800 €? ¿Podría ser la contraprestación igual a la prestación? Es más, ¿podría ser la contraprestación igual a 1.900 €?

Respondamos a estas cuestiones. Si la operación se hace con un banco (e incluso si se hace entre particulares que tienen unos mínimos conocimientos financieros), la contraprestación a pagar por Antón no se fija de forma arbitraria, sino que se establece de acuerdo con un **tipo de interés,** y la cifra concreta se calcula aplicando una **ley financiera,** conceptos que constituyen el contenido de los epígrafes siguientes.

© Ediciones Pirámide