

Michel Dobrijevic et Françoise Billebaud

Introduction à la théorie des systèmes

Applications au système Terre

DUNOD

© Dunod, 2023
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-086009-8

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

1	Les systèmes simples	1
1.1	Qu'est-ce qu'un système ?	1
1.1.1	Définitions	1
1.1.2	Exemples de systèmes	5
1.1.3	Représentation schématique d'un système	5
1.1.4	Du réel au modèle	6
1.1.5	Mise en équations	9
1.1.6	Résolution mathématique	11
1.2	Exercices	14
1.2.1	Équation différentielle du premier ordre à coefficients constants	14
1.2.2	Systèmes simples à flux constants	15
1.2.3	Le système simple à une entrée et une sortie	17
1.2.4	Système simple à flux variables	21
1.3	Certains points importants à retenir...	26
2	Les boucles de rétroaction	27
2.1	Définitions	27
2.2	La boucle de rétroaction de stabilisation	28
2.2.1	Définition	28
2.2.2	Exemples	28
2.2.3	Mise en équations	29
2.2.4	Terminologie	31
2.3	La boucle de rétroaction de renforcement	31
2.3.1	Définition	31
2.3.2	Exemples	31
2.3.3	Mise en équations	32
2.4	Exercices	33
2.4.1	La température d'un verre d'eau	33
2.4.2	La température d'un système thermostaté	35

2.4.3	Croissance exponentielle	37
2.4.4	La dynamique d'une population	40
2.5	Certains points importants à retenir...	43
3	Les systèmes couplés	45
3.1	Exemples de systèmes couplés	45
3.1.1	Exemple 1 : vidange et remplissage	45
3.1.2	Exemple 2 : flux dépendants des réservoirs	48
3.2	Exemple d'application : les épidémies	49
3.2.1	Représentation par des systèmes	49
3.2.2	Mise en équation	51
3.3	Systèmes ouverts et systèmes fermés	52
3.3.1	Système fermé	52
3.3.2	Système ouvert	54
3.4	Exercices	55
3.4.1	Système couplé simple	55
3.4.2	Exemple de modélisation des épidémies	56
3.4.3	Système ouvert	58
3.5	Certains points importants à retenir...	59
4	Les systèmes avec délais	61
4.1	De l'ubiquité des délais	61
4.2	Un système simple avec délai	62
4.3	Vers un système plus réaliste	64
4.4	Système à deux réservoirs	67
4.5	Instantanéité	69
4.6	Exercices	71
4.6.1	Fluctuation des flux	71
4.6.2	La gestion du stock d'un vendeur	76
4.7	Certains points importants à retenir...	83
5	La limite à la croissance	85
5.1	Une BRR avec un réservoir non renouvelable	85
5.1.1	La croissance est limitée	87
5.1.2	Un effondrement rapide	87
5.2	Une BRR avec un réservoir renouvelable	89
5.2.1	Un système qui se stabilise...	90
5.2.2	...après un effondrement violent	91
5.3	Une BRR avec un réservoir de capacité limitée	92
5.4	Le modèle prédateur-proie	93

5.5	Exercices	96
5.5.1	Les équations de Lotka-Volterra	96
5.5.2	Un système à trois réservoirs	98
5.6	Certains points importants à retenir...	101
6	Sources et exutoires	103
6.1	Le système Terre	103
6.1.1	Les sources	105
6.1.2	Les exutoires	108
6.2	Le sous-système économique	109
6.2.1	Couplage avec le système Terre	109
6.2.2	L'exploitation des ressources naturelles	109
6.2.3	Un système économique de base	110
6.2.4	Un système économique contraint par un réservoir non re-nouvelable	112
6.2.5	Un point de vocabulaire	113
6.3	Exercices	114
6.3.1	Le cycle du carbone	114
6.3.2	Exemple d'un système économique lié à l'extraction minière	117
6.4	Certains points importants à retenir...	122
7	Dynamique des populations	125
7.1	Rappel sur la dynamique d'une population	125
7.1.1	Une dynamique contrainte par l'environnement	126
7.1.2	L'équation logistique	127
7.1.3	Exemple	128
7.2	Gestion durable d'une exploitation forestière	130
7.2.1	Le système	130
7.2.2	Durabilité de l'exploitation	132
7.3	Dynamique de populations insulaires	133
7.3.1	Le modèle	133
7.3.2	Les équations différentielles	134
7.3.3	Le point fixe	134
7.3.4	Gestion raisonnée et seuil de durabilité	135
7.4	Exercices	138
7.4.1	Système et équation logistique	138
7.4.2	Une activité de pêche durable	140
7.4.3	Pyramide des âges	142
7.4.4	Impacts anthropiques sur un écosystème	146
7.5	Certains points importants à retenir...	154

8	Homéostasie et hystérésis	155
8.1	Le système thermostaté	156
8.2	Le monde des marguerites	156
8.2.1	Homéostasie planétaire	156
8.2.2	Présentation du modèle	157
8.2.3	Mise en équations du modèle	159
8.2.4	La température d'équilibre	160
8.2.5	Résolution du système d'équations	163
8.2.6	Les principaux résultats du monde des marguerites	163
8.3	Exercice	164
8.3.1	Un modèle proche de celui de Watson et Lovelock	164
8.4	Certains points importants à retenir...	174
9	Résilience et point de basculement	177
9.1	Un écosystème avec seuil	177
9.1.1	Seuil de régénération	177
9.1.2	Seuil de prélèvement	179
9.2	Application à des cas réels	182
9.3	Exercices	183
9.3.1	Pollution d'un lac	183
9.3.2	Circulation thermohaline dans les océans	197
9.4	Certains points importants à retenir...	206
10	Évolution ponctuelle	209
10.1	Dynamique des populations	209
10.1.1	Capacité limite dépendant du temps	209
10.1.2	Système avec délai	210
10.2	Un modèle d'évolution ponctuelle	211
10.3	Exercices	213
10.3.1	La capacité limite dépend du temps	213
10.3.2	Système avec délai	214
10.3.3	Augmentation de la capacité limite	217
10.3.4	Augmentation de la capacité limite jusqu'à un maximum	220
10.3.5	Diminution de la capacité limite	221
10.4	Discussion	223
10.5	Certains points importants à retenir...	224

11 Systèmes chaotiques	225
11.1 Convection dans les fluides terrestres	225
11.2 Le modèle météorologique de Lorenz	226
11.3 Sensibilité aux conditions initiales	229
11.4 L'effet papillon	229
11.5 Exercices	230
11.5.1 Les équations de Lorenz	230
11.5.2 Stabilisation d'un système chaotique	233
11.6 Certains points importants à retenir...	237
12 Épilogue	239
A Bestiaire des systèmes élémentaires	247
A.1 Les systèmes fermés	247
A.2 Les systèmes ouverts à coefficients constants	248
A.2.1 Le système I.1	248
A.2.2 Le système I.2	249
A.2.3 Le système I.3	250
A.2.4 Le système I.4	250
A.3 Les systèmes ouverts à flux adaptatifs	251
A.3.1 Le système II.1	252
A.3.2 Le système II.2	253
A.3.3 Le système II.3	254
A.3.4 Le système II.4	254
A.3.5 Suppression des singularités	254
A.4 Les systèmes ouverts à flux adaptatifs et double rétroaction	256
A.4.1 Le système III.1	257
A.4.2 Le système III.2	257
A.4.3 Le système III.3	257
A.4.4 Le système III.4	257
A.5 Les systèmes ouverts à coefficients non constants	258
A.6 Application aux systèmes réels	258

Avant-propos

Les systèmes sont partout autour de nous : les micro-organismes, les plantes, les humains, les organisations politiques, les villes, le réseau internet et les planètes sont des systèmes. Nous pouvons même nous demander si tout est système, des particules élémentaires jusqu'à l'Univers dans son ensemble. Tous les systèmes, composés d'éléments en interaction, sont différents les uns des autres mais ils partagent des propriétés et des caractéristiques communes qui peuvent être appréhendées par des modèles simples.

Le principal objectif de ce cours est de donner les bases de la théorie des systèmes afin de les utiliser pour modéliser certaines parties du monde qui nous entoure. Des exemples variés sont présentés et traités sous forme d'exercices. Cela concerne par exemple le système Terre, la propagation de virus, la dynamique des populations, la convection dans les fluides et notre système socio-économique. En particulier, certaines propriétés remarquables des systèmes permettent de mieux comprendre comment une société peut être durable (et donc pourquoi elle peut éventuellement ne pas l'être et disparaître).

À l'école, et même à l'université (notamment dans la filière Physique), l'apprentissage des sciences est basé sur l'analyse **réductionniste** des systèmes. On nous apprend à en reconnaître et à en étudier les éléments et à chercher les liens directs qui les relient. Ainsi, on pense souvent que l'évolution d'un système dans son ensemble est provoquée par des causes extérieures alors que son comportement est souvent dicté principalement par sa dynamique propre. Nous verrons par exemple que dans un écosystème, les oscillations de population sont inhérentes au système et non causées par des facteurs extérieurs (qui peuvent aussi jouer un rôle évidemment). Nous présenterons, dans ce cours, de nombreux systèmes et leur dynamique propre pour illustrer cet aspect.

L'étude **holistique** des systèmes (l'étude de l'ensemble plutôt que des parties) ne remplace pas l'étude **réductionniste** (l'étude des parties et de leurs interactions directes). Ces deux approches sont complémentaires et offrent une description plus complète du système étudié.

Pour dissiper tout éventuel malentendu, insistons sur ce que ce cours n'est pas. Bien qu'il sera question, dans certains chapitres, de résilience et de durabilité des sociétés, il ne s'agit pas ici de faire la liste (même partielle) des atteintes au système Terre et donc de détailler l'état de la planète et de notre société. L'objectif de ce cours est d'acquérir les outils généraux et fondamentaux pour étudier ces systèmes. Ce livre n'est pas non plus un cours de Sciences de la Vie et de la Terre, ni un cours d'économie, etc. Les exemples que nous avons choisis ne sont pas aussi détaillés qu'ils le seraient dans un cours spécifique. Ce n'est pas non plus un ouvrage complet sur **la théorie des systèmes** et sur les **systèmes dynamiques**.

Notre approche est plus pratique que théorique. Elle consiste à traiter des exemples de systèmes pris dans différentes disciplines. La principale originalité de ce cours est de transformer chacun des systèmes réels étudiés en un schéma simple composé de **réservoirs** et de **variateurs de flux**. Puis, à partir de ce schéma, nous montrons comment écrire simplement le système d'équations différentielles correspondant. La diversité des exemples traités permet de mieux comprendre le caractère universel de notre méthodologie. Pour chaque système, il s'agit ensuite de résoudre un système d'équations différentielles non-linéaires et couplées qui dépendent du temps. Cette résolution s'effectue algébriquement (quand cela est possible) pour rechercher les états d'équilibre et étudier leur stabilité et numériquement en écrivant un programme informatique qui résout ces équations. Nous avons restreint notre cours aux problèmes qui peuvent se résoudre simplement avec un petit programme. Un exemple de programme écrit en *Python* est d'ailleurs fourni pour aider le lecteur à résoudre les exercices proposés.

Les notions sont présentées de manière graduelle au fur et à mesure de l'avancement des chapitres. Le niveau de difficulté est globalement croissant et certaines notions sont vues plusieurs fois car on les aborde avec de plus en plus de détails. Nous invitons donc le lecteur qui découvre totalement le sujet, à suivre l'ordre des chapitres. Les termes importants sont en gras et indexés à la fin de l'ouvrage, où le lecteur trouvera aussi un glossaire qui rappelle les définitions de certains de ces termes.

Nous pensons que la représentation des éléments des systèmes et de leurs interactions sous la forme de schémas, composés de réservoirs et de flux d'entrée et de sortie, est un outil pédagogique intéressant pour faire le lien entre les différents systèmes réels complexes que l'on rencontre dans toutes les disciplines. Ces schémas aident aussi à écrire les équations différentielles qui régissent le comportement de chaque système (et qui peuvent rebuter certains étudiants).

La théorie des systèmes a un aspect pluridisciplinaire mais surtout fédérateur. Elle montre que les systèmes, qui sont très diversifiés et que l'on peut être amené à étudier dans différentes disciplines, ont des particularités communes. Maîtriser un

système dans un domaine ouvre une porte vers la compréhension de ce même type de système dans des domaines totalement différents.

Ce cours et les exercices associés s’inspirent des très intéressants ouvrages de Donella Meadows et de ses collègues et notamment des livres : *Les limites à la croissance (dans un monde fini)*, D. H. Meadows, D. L. Meadows (son mari) et J. Randers (2004, 2012)¹ et *Thinking in Systems* de D. H. Meadows (2008)². Nous invitons le lecteur à approfondir ce cours en lisant ces deux ouvrages. Certains exemples proviennent du récent « rapport Dasgupta » publié en 2021 : *The Economics of Biodiversity : the Dasgupta Review*.

Avertissements : les modèles très simples présentés dans cet ouvrage simulent des phénomènes réels. Cependant, la plupart du temps, l’objectif est principalement pédagogique. Ainsi, les coefficients utilisés dans les équations n’ont pas forcément des valeurs proches de celles qu’ils devraient avoir pour simuler les phénomènes avec une certaine vraisemblance. La recherche des coefficients les plus appropriés demande des connaissances spécifiques du phénomène étudié. Ce serait l’objet de présentations longues et techniques qui dépassent le cadre de cet ouvrage.

Nous souhaitons également attirer l’attention du lecteur sur l’aspect suivant. Les outils de modélisation et concepts associés présentés ici permettent d’explorer certaines caractéristiques et propriétés des systèmes naturels et donc de comprendre certains de leurs comportements parfois contre-intuitifs ou étonnants. Ces outils nous informent aussi en partie sur les conséquences que peuvent engendrer certaines décisions dites « de gestion ». Cependant, ce cours n’est pas pour autant un encouragement à réduire les systèmes naturels à de simples modélisations mathématiques avec une finalité utilitaire. Les systèmes naturels sont bien plus que cela et aucune modélisation, quelle qu’elle soit, ne peut nous dispenser de nous interroger sur notre relation à notre biosphère et les enjeux éthiques et moraux qui lui sont liés.

Enfin, bien que le séparateur décimal soit la virgule en français, le langage de programmation *Python* utilise la convention anglaise dans laquelle le séparateur décimal est le point. Nous avons décidé, dans cet ouvrage, dans le but de garder une cohérence entre les figures écrites en *Python* et le texte, d’adopter la convention anglaise, c’est-à-dire le point.

1. D. H. Meadows, D. L. Meadows, J. Randers. *Les limites à la croissance (dans un monde fini)*. Édition Rue de l’échiquier. 2012.

2. D. H. Meadows. *Thinking in Systems. A Primer*. Sustainability institute. Chelsea Green Publishing. 2008.

Chapitre 1

Les systèmes simples

Nous allons définir dans ce chapitre les premiers systèmes simples sur lesquels repose toute l'étude des systèmes.

1.1 Qu'est-ce qu'un système ?

1.1.1 Définitions

Un **système** est un ensemble d'éléments (les différentes parties du système) qui sont en interaction les uns avec les autres. La **limite du système** permet de le distinguer des autres systèmes de son environnement (voir la Figure 1.1). Cette **limite spatiale** est arbitraire et n'est pas nécessairement physique, elle dépend du problème que l'on se pose à propos du système. Il existe aussi une **limite temporelle** (on étudie généralement un système dans un intervalle de temps défini). Le nombre et le type des éléments à l'intérieur de la limite physique ainsi que les interactions entre ces éléments peuvent varier dans le temps.

Les **éléments** d'un système peuvent être de différents types selon la nature du système : des entités matérielles que l'on peut voir, mesurer, compter ; ou des choses plus abstraites que l'on peut ressentir, conceptualiser, etc. Ces éléments interagissent entre eux en échangeant au cours du temps de la matière, de l'énergie et/ou de l'information.

Il y a de nombreux types d'**interaction** entre les éléments. On peut citer la dépendance d'un élément envers un autre élément du système (les êtres vivants ont besoin de se nourrir), la **compétition** (différents éléments d'un système convoitent les mêmes ressources, par exemple), les relations sociales au sein d'une communauté, etc. Les interactions sont caractérisées par des **flux** (nombre d'entités qui entrent et qui sortent des éléments par unité de temps).