Claudio dos Santos Pereira

Perspectiva Linear

Uma Visão Avançada

Volume 3

1ª. Edição

São Paulo
Edição do Autor
2012

ISBN 978-85-9143-854-9

Dedicatória

A Deus por ter permitido e mostrado o caminho e à minha esposa Cleia pelo apoio, compreensão e carinho.

Técnicas Avançadas de Perspectiva

Os módulos anteriores desenvolveram os métodos de perspectiva linear usando o cubo (ou outro objeto retangular) como forma primária. Isto foi conveniente porque as arestas e ângulos retos destes objetos simplificam as construções perspectivas.

Quando estamos trabalhando com formas complexas ou irregulares, a estratégia básica é encaixar estas formas dentro de uma figura ou sólido geométrico regular, como um cartão dentro de um envelope ou um vaso dentro de uma caixa e usar este sólido retangular para "enviar" a forma para dentro do espaço perspectivo. Este módulo dá diversos exemplos de como fazer isto para figuras planas e formas sólidas.

Em seguida, eu forneço um tutorial para projetar um prédio, que é apenas um outro tipo de volume complexo, a partir de elevações e plantas arquiteturais. Os mesmos métodos se aplicam a qualquer objeto para os quais a planta e a elevação são disponíveis.

Os métodos de perspectiva paralela, baseados na geometria da projeção paralela foram desenvolvidos no século XVIII (no raiar da Revolução Industrial) para uma variedade de aplicações de engenharia e manufatura. Eu apresento algumas das formas mais comuns e discuto como elas se relacionam com a perspectiva de projeção central.

Eu concluo com uma breve discussão de perspectivas curvilíneas, uma moderna e dogmática resposta às "distorções" da tradicional perspectiva linear. Eu mostro como construir um modelo curvilíneo e explico porque as justificativas comuns da perspectiva linear são falaciosas.

Perspectiva de Figuras Planas Complexas

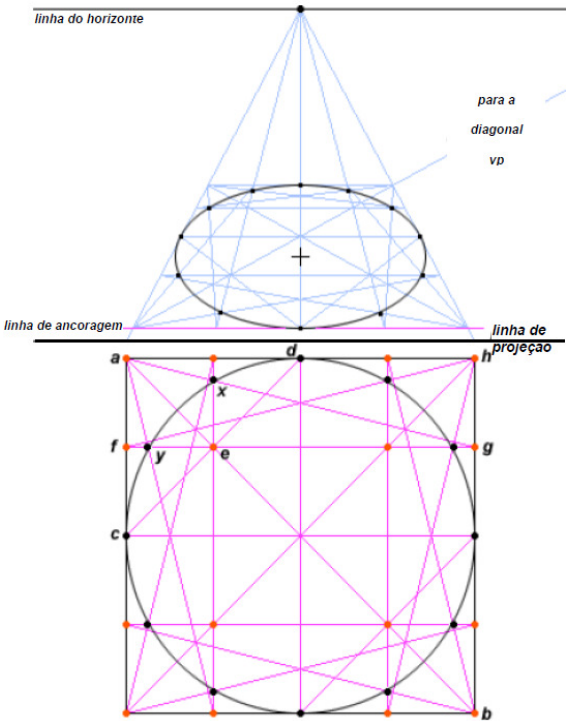
Um dos problemas mais comuns é gerar em perspectiva uma figura curva ou irregular que não é composta de quadrados ou retângulos.

O exemplo mais comum é um círculo em perspectiva, como um anel ou o contorno de um disco, copo, garrafa ou cilindro. A solução em cada caso é a mesma: usar o quadrado (ou uma grade métrica dentro de um quadrado) como a moldura de projeção ou quadrado de projeção. O racional é que é simples projetar um quadrado em perspectiva e uma vez isto feito, o quadrado ou grade pode ser usado para transferir pontos descritivos a partir de uma planta ou elevação da figura.

O procedimento geral é: (1) envolver a figura complexa com uma forma retangular (quadrado ou retângulo); (2) dividir a área do retângulo com uma grade regular e/ou uma diagonal maior; (3) identificar os pontos de intersecção da figura com os lados do quadrado, a grade ou a diagonal; e (4) transferir estes pontos de marca dentro do plano de imagem, onde eles são usados para reconstruir a imagem da figura.

Projetando um Círculo. Vamos começar com um caso muito simples, projetar um círculo em perspectiva. Eu conheço diversos métodos diferentes para fazer isso, mas darei aqui dois que estão entre os mais fáceis e mais efetivos.

Círculo Sem um Plano. Há um método muito útil para construir o círculo inteiramente a partir da geometria do quadrado. Não é necessário um plano, porque os pontos são definidos inteiramente dentro do plano de imagem; a figura (a seguir) mostra uma planta somente para esclarecer como o método funciona.



Projetando Um Círculo Sem Um Plano

Projetando Um Círculo Sem Um Plano

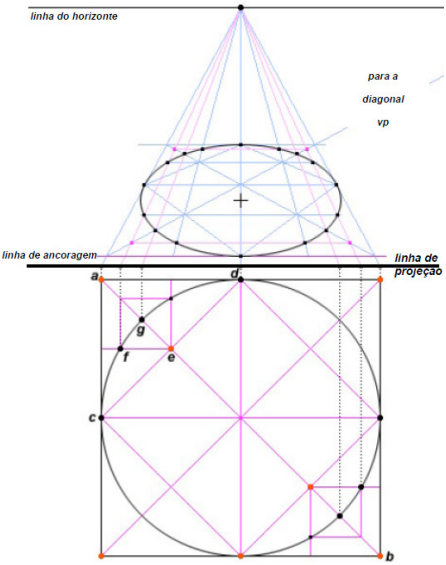
Comece com qualquer quadrado estabelecido na perspectiva numa escala, localização e ângulo de visão apropriados. O círculo define um

plano e a linha de fuga deste plano deve estar disponível como o ponto principal (ponto de fuga ortogonal) e o ponto de fuga diagonal, ou o(s) ponto(s) de fuga de controle e os pontos de medição. Um ponto de fuga diagonal ou ponto de medição só é necessário para definir o quadrado em profundidade mas o ponto principal ou ponto de fuga primário de recessão é necessário. Então:

1. Construa as diagonais cheias ab e as opostas
2. A partir da intersecção das diagonais cheias (centro do quadrado) construa a metade transversal até c e a metade ortogonal até o ponto principal passando por d. Marque as quatro intersecções com os lados do quadrado c e d e os pontos opostos (pretos).
3. Construa a diagonal do quarto c até d e repita do lado oposto. Construa os dois quartos ortogonais do ponto principal até a intersecção e e seu par.
4. Da intersecção das ortogonais do quarto com as diagonais cheias, como e, construa a diagonal do quarto. A projeção do quadrado está agora dividida em dezesseis pequenos quadrados para a diagonal vp
5. Construa as duas diagonais dos retangulares de cada canto do quadrado até a intersecção da linha do quarto mais próximo com o lado oposto do quadrado: isto é:, a até g oposto, h até f oposto, e similarmente para as outras seis diagonais retangulares.
6. Perto de cada canto marque a intersecção das diagonais retangulares deste canto até a ortogonal do quarto mais próximo ou transversal do quarto: isto é, x e y para o canto a e similarmente para os outros três cantos (preto).
7. Finalmente, junte os doze pontos a mão livre ou com uma curva francesa para produzir o círculo.

Este método é "aproximadamente acurado" porque os pontos x e y ficam levemente fora de um círculo perfeito como é visível na figura. Geralmente isto não trás consequências quando se trabalha com figuras pequenas ou muito reduzidas, ou o círculo pode ser desenhado para perder levemente o par de pontos guia dos cantos.

Círculo com plano. Usando um plano resulta um conjunto de pontos guia mais suavemente acurado e adicionalmente requer muito mais linhas guia para definir. A figura a seguir mostra o procedimento.



Projetando um círculo com um plano

Comece com qualquer quadrado estabelecido na perspectiva numa escala, locação e ângulo de visão apropriados. O círculo define um plano e a linha de fuga deste plano deve estar disponível assim como o ponto principal a o ponto de fuga diagonal ou o(s) ponto(s) de fuga de controle. Um ponto de fuga diagonal somente é necessário para definir o quadrado em profundidade. Então:

1. No plano (projeção do quadrado) e no quadrado imagem definem-se as diagonais cheias ab e as correspondentes.

2. No plano e no quadrado imagem divida o meio quadrado com uma linha perpendicular (plano) ou ortogonal ao ponto principal (imagem) através da intersecção das diagonais cheias. Divida novamente com uma perpendicular horizontal ou transversal (imagem). Marque os quatro pontos onde estas linhas interceptam o quadrado c e d e os pontos opostos (pretos).

3. Construa duas diagonais nos quartos c e d e os correspondentes do lado oposto. Construa as duas ortogonais nos quartos do ponto principal até a intersecção e e o seu par.

4. Da intersecção do quarto e das diagonais cheias (e e o correspondentes no lado oposto) construa uma linha horizontal até o lado do quadrado. Esta intercepta o círculo em f e o correspondente no lado oposto.

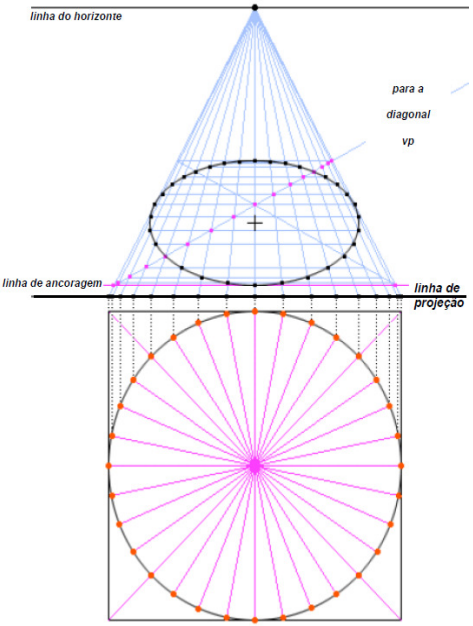
5. Marque a intersecção do círculo com a diagonal cheia em g e no lado oposto.

6. Com oito linhas verticais, leve os oito pontos d, b, a, g, f, e e os correspondentes na linha de projeção então projete para o ponto principal com ortogonais. Usando as intersecções das ortogonais com as diagonais do quadrado imagem identifique os pontos dentro do círculo imagem depois use ortogonais e transversais para reproduzir os pontos correspondentes nos outros cantos.

7. Finalmente junte os doze pontos a mão livre ou com uma curva francesa para produzir o círculo.

Note que a e b são sempre definidos no quadrado imagem; d pode ser localizado com uma ortogonal do ponto principal até a intersecção diagonal imagem; e a linha de projeção a partir de e (e o ponto correspondente) pode ser encontrada no quadrado imagem por uma transversal da intersecção diagonal da linha de projeção de f através do círculo até a diagonal oposta. Consequentemente somente quatro linhas de projeção são necessárias – de f e g a os pontos correspondentes no outro lado – como mostrado por linhas cor de rosa na figura.

Círculo com Razões Trigonométricas. Finalmente o método mais acurado para projetar um círculo foi primeiramente usado por Paolo Uccello, como descrito a seguir. É baseado numa partição aproximada do círculo em 32 segmentos iguais que normalmente faz a tarefa da projeção mais eficiente.



Método de Uccello para Projeção do Círculo

1. Divida o círculo plano em 16 partes igualmente espaçadas que são encontradas pela divisão do círculo em quartos por uma horizontal e uma vertical que se interceptam no centro do círculo e depois bipartindo 3 vezes os dois ângulos de 90° superiores.

2. Leve os 17 pontos de intersecção para a linha de projeção e projete por meio de ortogonais para o ponto principal.

3. Marque a intersecção de cada ortogonal com a maior diagonal do quadrado imagem (pontos magenta). Destes pontos construa 15 transversais que atravessam o quadrado imagem.

4. Identifique os pontos de intersecção de cada transversal com as ortogonais correspondentes em ambos os lados do quadrado e os dois pontos de intersecção da ortogonal central com a frente e a traseira do quadrado. Conecte estes 32 pontos para formar o círculo.

A elegância da bipartição do plano original está em que cada ponto de projeção fica localizado tanto na horizontal quanto na vertical dos pontos da circunferência; o artista simplesmente localiza a intersecção das ortogonais de projeção com a maior diagonal do quadrado imagem e as transversais duplicam estas localizações em lados opostos do círculo criando 32 pontos que definem a circunferência.

A localização destes pontos ao longo da largura da linha de projeção de unidade de comprimento 1,0, é derivada do cosseno do ângulo de cada direção de visão. A sequência é tabulada a seguir como referência.

Localizações de Razão Unitária
para 16 divisões da circunferência
(0,5 = ponto médio da distância unitária)

Divisões	Ângulo com DOV	Proporção da Dimensão Unitária
1	**- 90º**	**0,000**
2	**- 78,75^{o0,146}**	**0,009**
3	**- 67,5º**	**0,038**
4	**- 56,25º**	**0,084**
5	**- 45º**	**0,146**
6	**- 33,75º**	**0,222**
7	**- 22,5º**	**0,309**
8	**- 11,25º**	**0,403**
9	**0º**	**0,500**
10	**11,25º**	**0,597**
11	**22,5º**	**0,691**
12	**33,75º**	**0,778**
13	**45º**	**0,854**
14	**56,25º**	**0,916**
15	**67,5º**	**0,962**
16	**78,75º**	**0,991**
17 (=1)	**90º**	**1,000**

Para aumentar esta série apenas multiplique pelo comprimento unitário e meça a partir de um extremo da dimensão. Portanto, para projetar um círculo a partir de uma linha de projeção que tem 20 cm de largura, multiplique por 20: então o ângulo de -45° (5 divisões) está localizada a 2,9 cm da dimensão final.

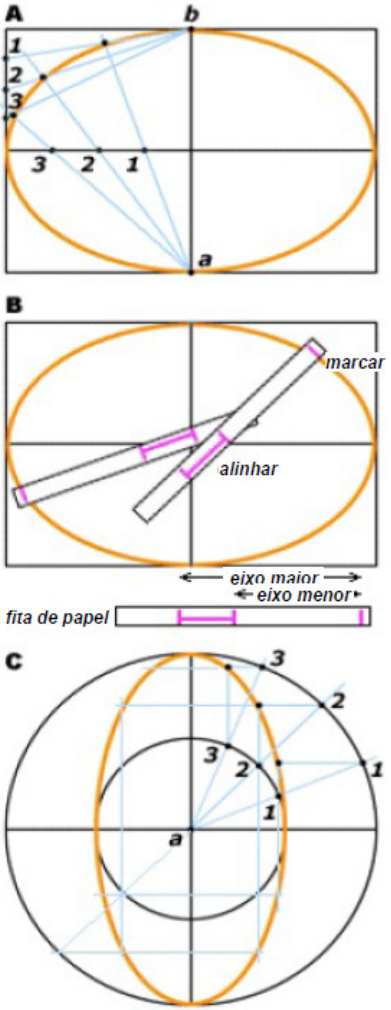
Construção da Elipse. Uma constante importante na construção perspectiva é que:

Um círculo no espaço físico sempre aparece como uma elipse no plano de imagem, exceto quando ela é vista de topo.

Isto significa que podemos subverter todas as tolices de partir um plano e projetá-lo dentro do espaço perspectivo: vamos apenas construir a elipse diretamente na imagem!

Toda elipse pode ser descrita por suas dimensões de largura e altura, conhecidos como seu eixo maior (dimensão mais larga) e eixo menor (perpendicular ao eixo maior). Isto leva a dois métodos simples para a construção da elipse e também ao cálculo para estimar a deformação de um círculo.

A figura (à direita)mostra como construir uma elipse de dimensões de altura e largura fixadas. No primeiro método (A) a altura e a largura definem um retângulo que é dividido por duas linhas em quadrantes iguais. Então um segmento de linha horizontal interior e um segmento de linha vertical exterior são divididos em partes proporcionalmente iguais criando pontos espaçados proporcionalmente. (Os pontos não tem que ser igualmente espaçados, somente iguais no seu espaçamento proporcional nas duas linhas.) Linhas são desenhadas dos dois pontos médios a e b até os pontos de divisão como mostrado. A intersecção desses pares de linhas definem pontos da elipse neste quadrante. Os pontos são unidos a mão livre ou com segmentos de uma curva francesa
e depois traçados ou copiados nos outros três quadrantes. O mais eficiente e alternativo método (B) é definir o retângulo da elipse e transferir os comprimentos do maior e do menor eixo para uma tira de papel cartão ou qualquer papel



duro (figura à direita). Como o maior e o menor eixo são diferentes em comprimento há um intervalo entre seus pontos extremos (linha magenta). Estes pontos extremos são alinhados com os eixos maior e menor do retângulo da elipse e a circunferência da elipse marcada a partir dos pontos extremos alinhados com o outro extremo do cartão. Este método é rápido apesar de muito menos acurado à medida que os eixos maior e menor se tornem iguais (a elipse se aproxima da forma circular).

O terceiro método (C) usa dois círculos concêntricos centrados no ponto a; os dois círculos são divididos em quartos por linhas perpendiculares definidas pelos eixos maior e menor da elipse. Um número arbitrário de linhas são desenhadas radialmente passando por ambos os círculos pelo ponto a e criando pares de pontos na intersecção das linhas com os círculos interno e externo. As linhas são prolongadas a partir destes pontos paralelamente tanto com o eixo maior como com o menor da elipse; suas intersecções definem pontos da elipse em um quadrante. Uma vantagem deste método é que pelo prolongamento das linhas de construção vertical e horizontal cruzam completamente o círculo maior e a circunferência inteira pode ser identificada.

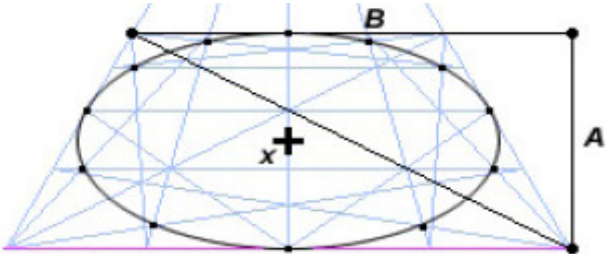
Porém há um problema. O círculo de construção no diagrama acima mostra que o centro da elipse não é coincidente com o centro da imagem quadrada (a intersecção das diagonais imagem) porque a recessão causa que a metade anterior do quadrado apareça um pouco menor que a metade frontal. Assim, a cruz preta identificando o centro da elipse não está localizada na diagonal mas um pouco acima (em frente) dela.

Esta é a mesma dificuldade que produz a discrepância visual entre a circunferência visível de uma esfera (igual à imagem com o eixo maior da

elipse) e o ângulo visual do seu diâmetro (igual à largura da imagem perspectiva com o quadrado através do seu centro). Este problema é examinado na secção projetando uma esfera. Infelizmente, não há uma maneira simples de colocar escala na largura da elipse, além de fazer um desenho em escala no plano, quando o eixo maior não é coincidente com a linha média transversal do quadrado, e os pontos onde a elipse toca o quadrado externo não estão tipicamente no eixo maior da elipse. Mas para o circulo perspectivo de visão de 20°, a discrepância é tão pequena que pode ser ignorada.

Esta é a principal razão pela qual os arquitetos tradicionalmente usaram elipses padrão e agora fazem com programas de desenho em computador. Os padrões contém um número muito grande de elipses cortadas, cada fatia menor que a anterior, todas em escala para um mesmo ângulo de visão dentro da superfície do plano que contém o círculo. O artista simplesmente escolhe o ângulo que melhor corresponde às proporções dos eixos maior e menor da elipse necessária e escolhe o corte que é mais próximo do tamanho de imagem correto.

O método para estimar a deformação de um círculo (o ângulo da fatia da elipse) é derivada da tangente trigonométrica dentro do círculo de visão geométrico: ângulo de visão (em x) = arctg (A/B)



Ângulo de Visão (em x) = arctg (A/B)

Dada a perspectiva de um quadrado localizado perto da linha mediana, desenhe uma linha vertical A do canto frontal e a linha vertical B do canto traseiro oposto, estas linhas se interceptam para formar um triângulo retângulo. Usando uma régua meça os comprimentos de A e B e encontre o arctg da sua razão. Este é o ângulo de visão dentro da superfície plana do quadrado no ponto x. Este ângulo é usado para identificar a melhor fatia da elipse.

Na ilustração (contendo o ponto), A = 101 e B = 187, portanto o ângulo x é aproximadamente o arctg de 101/187, ou 28,4°. As fórmulas dadas na secção para cálculo da distância e tamanho permitem usar este ângulo para inferir o raio do círculo de visão que contém o quadrado, e a distância do objeto (X) do centro do quadrado até o ponto de vista. Para elipses inclinadas em ângulo devido a distorções de perspectiva (veja em seguida), a elipse deve ser envolvida por um retângulo deformado pelo mesmo ângulo; a tangente é encontrada pela razão entre a altura e a largura. Os arquitetos não se preocupam com nenhum deles: eles apenas tentam com uma ou outra fatia até descobrir visualmente o melhor combinação de ângulo e dimensão.

Nota para o Photoshop: Como um círculo é uma elipse cujo maior e menor eixos são iguais, qualquer elipse é apenas um círculo imagem comprimido em apenas uma dimensão. A Ellipse Marquee Tool (Ferramenta de Marcação da Elipse) pode ser usada para definir aproximadamente o contorno da elipse, e uma vez que ela for colorida internamente ela pode ser ajustada para uma adaptação exata por uma compressão vertical e/ou horizontal com a ferramenta Free Transform (Transformação Livre).