HIPÁTIA

Υπατία

REVISTA BRASILEIRA DE HISTÓRIA, EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

ISSN 2526-2386



v.1, n.1, dezembro 2016

Instituto Federal de São Paulo
Câmpus Campos do Jordão

HIPÁTIA

Υπατία

CONSELHO EDITORIAL

S. César Otero-Garcia, Instituto Federal de São Paulo (IFSP) – **Editor Chefe;** Roger Miarka, Universidade Estadual Paulista (UNESP) – **Editor Consultivo;** Américo Júnior Nunes da Silva, Universidade do Estado da Bahia (UNEB); Ana Paula Purcina Baumann, Universidade Federal de Goiás (UFG); Bruna Lammoglia, Instituto Federal de São Paulo (IFSP).

CONSELHO CIENTÍFICO

Aline Mendes Penteado Farves, Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ); Américo Júnior, Universidade do Estado da Bahia (UNEB); Ana Carolina Costa Pereira, Universidade Estadual do Ceará (UECE); Ana Paula Purcina Baumann, Universidade Federal de Goiás (UFG); André Peres, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Angélica Raiz Calábria, Centro Universitário Hermínio Ometto (UNIARARAS); Bruna Lammoglia, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Camila Molina Palles, Instituto Federal do Norte de Minas Gerais (IFNMG); Carlos Eduardo Toffoli, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Débora da Silva Soares, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS); Diego Fogaça Carvalho, Universidade Estadual de Londrina (UEL); Edna Maura Zuffi, Universidade de São Paulo (USP); Fabiane Guimarães Vieira Marcondes, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Giovani Cammarota, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF); Frederico da Silva Reis, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP); Henrique Rizek Elias, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); Irene Ignazia Onnis, Universidade de São Paulo (USP); Juliana Roberta Theodoro de Lima, Université du Québec à Montréal (UQÀM); Lígia Corrêa de Souza, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Luciana Schreiner, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); Línlya Sachs, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); Lucieli Trivizoli, Universidade Estadual de Maringá (UEM); Luiz Fernando de Souza Freitas, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP); Marli Regina dos Santos, Universidade Federal de Viçosa (UFV); Marta Cilene Gadotti, Universidade Estadual Paulista (UNESP); Mariana Feiteiro Cavalari, Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI); Miriam Cardoso Utsumi, Universidade de São Paulo (USP); Miriam Godoy Penteado, Universidade Estadual Paulista (UNESP); Mônica Siqueira de Cássia Martines, Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM); Nazira Hanna Harb, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); Neilo Trindade, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Rodrigo Augusto Rosa, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Rodrigo de Souza Bortolucci, Fundação para o Vestibular da UNESP (VUNESP); Rosa Lúcia Sverzut Baroni, Universidade Estadual Paulista (UNESP); Priscila Coelho Lima, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Sabrina Helena Bonfim, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS); Silvana Cláudia Santos, Universidade Federal de Viçosa (UFV); Sílvia Aimi, Instituto Federal de Goiás (IFG); Thaís Jordão, Universidade de São Paulo (USP); Thalita Biazzuz Veronese, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Walas Leonardo de Oliveira, Instituto Federal de São Paulo (IFSP).

REVISÃO

Stefanie Martin, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Poliana Santos, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Vera Lúcia Villas Boas, Instituto Federal de São Paulo (IFSP); Viviane Dinês de Oliveira Ribeiro Bartho, Instituto Federal de São Paulo (IFSP).

Gphem



INSTITUTO FEDERAL
São Paulo

HIPÁTIA

Υπατία

REVISTA BRASILEIRA DE HISTÓRIA, EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

v.1, n.1, dezembro 2016



Instituto Federal de São Paulo

HIPÁTIA	Campos do Jordão (SP)	v. 1	n. 1	p. 1-96	dez. 2016

HIPÁTIA – Revista Brasileira de História, Educação e Matemática, Campos do Jordão, SP, Brasil – está licenciada sob Licença Creative Commons.

LINHA EDITORIAL

A HIPÁTIA - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática, conforme sugere seu nome, aceita trabalhos de História da Matemática, Educação Matemática e de Matemática (pura e aplicada). A revista foi oficialmente criada em 8 de março de 2016. Duas concepções principais nos norteiam: ajudar a ampliar o espaço da mulher na ciência no Brasil; abrir um espaço para jovens pesquisadores (mestres, doutorandos ou doutores que tenham obtido título há, no máximo, cinco anos). Isso significa que procuramos dentro da composição de nosso Conselho Editorial, Conselho Científico e em nossas edições, obter uma maioria de pesquisadores ou de trabalhos cujos autores atendam a pelo menos um desses quesitos. É salutar destacar que, no entanto, contribuições de outros pesquisadores continuam sendo de grande valia. A revista é composta por quatro seções : **1) Artigos**, na qual são aceitos trabalhos completos de pesquisadores; **2) Comunicações Científicas**, na qual são aceitos trabalhos com resultados parciais contundentes em nível de pós-graduação ou trabalhos concluídos decorrentes de pesquisas em nível de graduação (iniciação científica, trabalho de conclusão de curso, monografias resultantes de trabalhos orientados por docentes etc.); **3) Relatos de Experiência**, na qual são publicados textos que descrevam precisamente uma dada experiência que possa contribuir de forma relevante para as áreas da HIPÁTIA; **4) Resenhas**, na qual são aceitas resenhas de livros, dissertações e teses, ou outros formatos de interesse publicados preferencialmente há não mais que cinco anos.

SUMÁRIO

EDITORIAL iv

Artigos

ALGUNS ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO
Edna Maura Zuffi 1

O QUINTO POSTULADO DE EUCLIDES COMO HISTÓRIA DE PROBLEMAS
Línlya Sachs 11

PRIMEIRO COLÓQUIO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA: UMA BREVE APRESENTAÇÃO DA PARTICIPAÇÃO FEMININA
Angelica Raiz Calabria; Mariana Feiteiro Cavalari 30

QUERIDO DIÁRIO: O QUE DIZEM AS NARRATIVAS SOBRE A FORMAÇÃO E A FUTURA PRÁTICA DO PROFESSOR QUE ENSINARÁ MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS
Américo Júnior Nunes da Silva; Carmen Lúcia Brancaglion Passos 47

AS RELAÇÕES COM O SABER ESTABELECIDAS NA AÇÃO DO PROFESSOR EM SALA DE AULA: INVESTIGAÇÕES REALIZADAS COM O USO DA MATRIZ 3X3 ENTRE OS ANOS DE 2011 A 2014
Diego Fogaça Carvalho; Vanessa Largo 59

OS TRIKERNELS DE STRATONOVICH E DE BEREZIN PARA J=1 E J=3/2
Nazira Hanna Harb 71

Resenhas

PIRES, F. de S. **Álgebra e formação docente:** o que dizem os futuros professores de matemática. 2012. 138f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012. Dissertação orientada por Maria do Carmo de Sousa.
Henrique Rizek Elias 92

EDITORIAL

S. César **Otero-Garcia**
Editor Chefe

Caras leitoras e leitores, com muita alegria, neste último dia de 2016, publicamos o primeiro número da HIPÁTIA – Revista Brasileira de História, Educação e Matemática.

A HIPÁTIA foi oficialmente criada em 8 de março de 2016, dia Internacional da Mulher, a partir de duas concepções principais: ajudar a ampliar o espaço da mulher e do jovem pesquisador (mestres, doutorandos ou doutores que tenham obtido título há, no máximo, cinco anos) na ciência no Brasil.

A primeira das concepções é relevante não só porque historicamente as mulheres normalmente foram deixadas à margem da ciência, como também, mesmo quando isso não ocorreu, acabaram tendo seus nomes apagados ou relegados a segundo plano pelos historiadores da ciência.

A segunda porque, por um lado, há revistas de iniciação científica, por outro, os periódicos já consolidados acabam por privilegiar trabalhos de pesquisadores já com carreiras consolidadas: há uma lacuna entre esses dois momentos.

Nesse contexto, a escolha pelo nome da matemática grega Hipátia (370-415) para a nossa Revista Brasileira de História, Educação e Matemática mostra-se relevante. Hipátia é a primeira matemática que se tem registro na história, tendo se destacado também pela sua condição de defensora da liberdade de pensamento e pela sua atuação dentro da educação na Grécia: a sua escola de filosofia atraia jovens estudantes de todas as partes do mundo romano.

Quando falamos em *ampliar espaço* estamos nos referindo à composição de nossos conselhos editorial e científico e dos autores dos artigos que publicamos: procuramos obter maioria de pesquisadores que atendam a pelo menos uma das concepções. No caso desta primeira edição, isso não foi particularmente difícil. Neste momento, do total de 48 conselheiros, 37 são jovens pesquisadores e 29 são mulheres. Com relação aos trabalhos, dos 10 autores, 8 são jovens pesquisadores e 7 são mulheres.

Em termos de temáticas, esta primeira edição está bem distribuída entre as três que ajudam a dar título à nossa revista: temos 3 trabalhos de história da matemática (ALGUNS ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO, de Edna Maura Zuffi; O QUINTO POSTULADO DE EUCLIDES COMO HISTÓRIA DE PROBLEMAS, de Línlya Sachs; e PRIMEIRO COLÓQUIO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA: UMA BREVE APRESENTAÇÃO DA PARTICIPAÇÃO FEMININA, de Angelica Raiz Calabria e Mariana Feiteiro

Cavalari); 2 trabalhos de educação matemática (QUERIDO DIÁRIO: O QUE DIZEM AS NARRATIVAS SOBRE A FORMAÇÃO E A FUTURA PRÁTICA DO PROFESSOR QUE ENSINARÁ MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS, de Américo Júnior Nunes da Silva e Carmen Lúcia Brancaglion Passos; e AS RELAÇÕES COM O SABER ESTABELECIDAS NA AÇÃO DO PROFESSOR EM SALA DE AULA: INVESTIGAÇÕES REALIZADAS COM O USO DA MATRIZ 3X3 ENTRE OS ANOS DE 2011 A 2014, de Diego Fogaça Carvalho e Vanessa Largo; 1 trabalho de matemática (OS TRIKERNELS DE STRATONOVICH E DE BEREZIN PARA J=1 E J=3/2, de Nazira Hanna Harb); e 1 resenha de um trabalho de educação matemática (por Henrique Rizek Elias).

Esperamos que tenham uma boa leitura e agradecemos a todos que contribuíram direta ou indiretamente para que esta edição pudesse ser publicada.

Campos do Jordão, 31 de dezembro de 2016

ALGUNS ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO[1]

SOME ASPECTS OF THE HISTORICAL DEVELOPMENT OF THE FUNCTION CONCEPT

ZUFFI, Edna Maura[2]

RESUMO

O conhecimento da gênese histórica dos conceitos matemáticos pode ser uma ferramenta de grande valia para a elaboração da linguagem matemática e para uma compreensão mais profunda desses conceitos. Em particular, a ideia de função, tendo percorrido muitos séculos desde as suas primeiras noções intuitivas, e tendo chegado à sua elaboração mais recente apenas no século XX, mostra uma grande riqueza histórica a ser explorada, principalmente na formação de professores de Matemática. Nossa intenção, neste artigo, é trazer à tona alguns fatos da gênese histórica desse conceito, propondo também breves reflexões, obtidas em nossa pesquisa com professores, ao desenvolverem essa ideia no Ensino Médio.

Palavras-chave: Funções. Gênese histórica. Linguagem matemática. Professores.

ABSTRACT

The knowledge of the historical genesis of mathematical concepts can be a valuable tool for the development of mathematical language, and therefore, for a deeper understanding of these concepts. In particular, the idea of function has covered many centuries since its first intuitive notions, and has arrived at its latest development only in the twentieth century. This idea shows a great historical wealth to be exploited, particularly for the training of mathematics teachers. Our intention in this article is to bring to light some facts of the historical genesis of this concept, as well as to propose brief reflections obtained from our research with High School teachers that developed it.

Keywords: Functions. Historical genesis. Mathematics language. Teachers.

1 INTRODUÇÃO

Neste artigo não pretendemos fornecer uma análise minuciosa de todos os aspectos ligados ao desenvolvimento histórico do conceito de função, mas acreditamos que o compartilhar de alguns desses fatos com os colegas professores possa ser de grande utilidade na compreensão das diferentes definições propostas para o mesmo.

A partir dessas definições, e com a constatação de que nem todas as motivações históricas que surgiram para seu aprimoramento podem estar presentes em sala de aula, os professores poderão fazer uma análise crítica dos modos pelos quais essas ideias são desenvolvidas com seus alunos.

Uma de nossas pesquisas (ZUFFI, 1999) mostrou que há uma diversidade de conceituações para as funções, apresentadas pelos professores do Ensino Médio, que variam com o contexto em que são propostas. Mais ainda, revelou que nem sempre os professores têm consciência dessas diferenças.

---

[1] Este artigo foi originalmente publicado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática-SBEM, na *Educação Matemática em Revista*, ano 8, n.9/10, em abril de 2001, a qual autorizou previamente sua republicação neste periódico.

[2] Doutora pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, Brasil. Docente no Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) da USP, São Carlos, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Trabalhador São-carlense, 400, Centro, CEP:13566-590, São Carlos, SP, Brasil. Endereço eletrônico: edna@icmc.usp.br.

A análise histórica, então, vem nos auxiliar a compreender que a criação em Matemática não se dá em um momento único. Há fatores socioculturais influenciando fortemente essa criação, todos dependendo dos problemas que as sociedades de cada época propõem como relevantes, juntamente com a comunidade científica. Da mesma maneira, na sala de aula, a elaboração das ideias matemáticas depende de problemas levantados pelos alunos e pelo professor, bem como das formas de expressão, através da linguagem matemática, com as quais essas ideias são abordadas.

2 UM POUCO DE HISTÓRIA

No trabalho de Sierpinska (1992), encontramos alguns momentos da evolução da ideia de função, como também a ressalva de que os papéis exercidos pelos conjuntos 'domínio' e 'contradomínio', envolvidos em sua definição, não são simétricos:

> Esta condição não nos parece um problema agora, mas foi necessário muito tempo na história para atingi-la como algo importante para se distinguir a ordem das variáveis. [...] Os historiadores atribuem a discriminação entre as variáveis dependentes e independentes a Descartes, mas parece que os papéis das coordenadas em sua 'Geometrie' eram bastante simétricos (SIERPINSKA, 1992, p. 38)[3].

Não parece existir um consenso, entre os diversos autores, a respeito da origem do conceito de função. Alguns deles consideram que os babilônicos já possuíam um "instinto de funcionalidade". (YOUSCHKEVITCH, 1976, apud MACHADO, 1998). Podemos encontrar este "instinto de funcionalidade", que precede uma ideia mais geral de função, desde cerca de 2000 A.C., em cálculos babilônicos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas, podendo ser tomadas como "funções tabuladas", destinadas a um fim prático.

Entre os gregos, as tabelas que faziam a conexão entre a Matemática e a Astronomia mostravam evidências de que estes percebiam a ideia de dependência funcional, através da interpolação linear (YOUSCHKEVITCH, 1976, apud MACHADO, 1998).

Segundo Boyer (1974), na França, há indícios de ideias primárias de função anteriores a 1361, quando Nicole Oresme, um dos maiores escritores e professores de sua época, descreveu graficamente um corpo movendo-se com aceleração uniforme no tempo. Porém, o trabalho de Oresme resumia-se a ilustrar aspectos qualitativos, sem se utilizar de medidas (YOUSCHKEVITCH, 1976, apud MACHADO, 1998).

Para Youschkevitch (1976), há três fases principais do desenvolvimento da noção de função: 1) a Antiguidade, na qual o estudo de casos de dependência entre duas quantidades ainda não havia isolado as noções de variáveis e de função; 2) a Idade Média, quando as noções eram expressas sob uma forma geométrica e mecânica, mas em que ainda prevaleciam, em cada caso concreto, as descrições verbais ou gráficas; 3) o período Moderno, a partir do século XVII, principalmente, que comporta, a seguir, um melhor detalhamento.

Galileu Galilei (1564-1642) contribuiu para a evolução da ideia de função, ao introduzir o quantitativo nas suas representações gráficas. Nessa época, o aprimoramento dos instrumentos de medida propiciou a busca de resultados inspirados na experiência e na observação.

[3] Todas as traduções, neste artigo, são de nossa autoria.

Já Descartes (1696-1650) utilizou-se de equações em x e y para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis, de modo a permitir o cálculo de valores de uma delas, a partir dos valores da outra.

Entretanto, compreendemos que foi com dos trabalhos de Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716) que surgiram as primeiras contribuições efetivas para o delineamento desse conceito.

Na teoria de Newton sobre "fluentes" – esse era o termo que ele usava para descrever as suas ideias de funções – estas encontravam-se bastante ligadas à noção de curva e às "taxas de mudança" de quantidades variando continuamente. E mais ainda, restringiam-se a "imagens geométricas de uma função real, de variável real" (CARAÇA, 1952).

Newton desenvolveu também uma grande habilidade em expressar estes "fluentes" em termos de séries infinitas, relacionadas a taxas de variação, para o cálculo de comprimentos, áreas, volumes, distâncias, temperaturas, enfim, grandezas variando continuamente. Isso acabou por resultar em sua tentativa de definir limite de uma função, falando em "quantidades" e "taxas de quantidades" (BOYER, 1974), termos que são bastante imprecisos e distantes da noção de limite que conhecemos hoje.

Foi Leibniz, na década de 1670, quem usou o termo "função" para se referir a "certos segmentos de reta cujos comprimentos dependiam de retas relacionadas a curvas". Logo depois, o termo foi usado para se referir a quantidades dependentes ou expressões (ITÔ, 1987).

Notamos que as primeiras definições do conceito revelam um certo encantamento pela álgebra, na qual a função era dada por uma expressão algébrica, como veremos a seguir, na definição dada por Jean Bernoulli (1667-1748): "Função de uma quantidade variável é uma quantidade composta de alguma maneira desta variável e de quantidades constantes" (SIERPINSKA, 1992, p. 45).

Jean Bernoulli estava interessado em funções que fossem bem-comportadas, devido à natureza dos problemas para os quais contribuiu, como o aprimoramento da utilização da regra de L'Hospital para formas indeterminadas de limite, que envolviam funções diferenciáveis. Este matemático também deu grandes contribuições à Geometria Diferencial, com seus estudos sobre geodésicas em uma superfície. Estudou curvas como a catenária, trajetórias cáusticas e funções exponenciais simples: $y = a^x$, e gerais: $y = x^x$. Para essa última, propôs também sua expansão em séries de exponenciais e, integrando-a termo a termo, achou a área sob essa curva. Jean experimentou várias notações para uma função de x, das quais a mais próxima da notação em uso é "ϕx" (BOYER, 1974).

Outra definição interessante é a de Leonard Euler (1707-1783), que foi discípulo de Jean Bernoulli:

> Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica, composta de alguma maneira desta mesma quantidade e números ou quantidades constantes. Assim, qualquer expressão analítica a qual, além da variável z, contém também quantidades constantes, é uma função de z. Por exemplo: $a + 3z$; $az - 4zz$; $az + b/aa - zz$; cz etc; são funções de z (SIERPINSKA, 1992, p.45).

Euler, a partir de seu *Introductio in analysin infinitorum*, de 1748, organizou o cálculo diferencial, ampliando a ideia de "fluentes" de Newton para um ramo mais amplo da Matemática – a Análise, a qual se caracteriza pelo estudo de processos infinitos (BOYER, 1974). A partir daí, a ideia de função tornou-se fundamental para esta área, enquanto esteve implícita na Geometria Analítica de Fermat e Descartes, e nos estudos de Newton e Leibniz.