

Daniel Fredon | Alexis Brès | Bérangère Godde | Jean-Noël Beury
Christiane Perrier | Jean-François Beaux

**BIOLOGIE-GÉOLOGIE
MATHÉMATIQUES
PHYSIQUE-CHIMIE
INFORMATIQUE**

BCPST 1 ET 2

FORMULAIRE

l'intel

DUNOD

© Dunod, 2023
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-085829-3

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Avant-propos	xi
--------------	----

Biologie – Géologie – Biogéosciences

Biologie	1
SV-B Interactions entre les organismes et leur milieu de vie	1
SV-C La cellule dans son environnement	4
SV-E Le métabolisme cellulaire	7
SV-I Communications intercellulaires et intégration d'une fonction à l'organisme	12
SV-J Populations et écosystèmes	18
SV-K Évolution et phylogénie	24
Géologie	28
ST-B La structure de la planète Terre	28
ST-C La dynamique des enveloppes internes	30
ST-D Les déformations de la lithosphère	34
ST-E Le phénomène sédimentaire	36
ST-F Le magmatisme	37
ST-G Le métamorphisme	39
ST-H La mesure du temps : outils et méthodes	41
Biogéosciences	42
BG-A Les grands cycles biogéochimiques	42
BG-B Les sols	47
BG-C Le climat de la Terre	48

Mathématiques

1. Analyse	51
1.1 Les nombres réels	51
1.2 Limites et continuité des fonctions réelles	52
1.3 Suites réelles	54
1.4 Dérivation des fonctions réelles	56
1.5 Fonctions circulaires et trigonométrie	57
1.6 Intégration sur un segment	58
1.7 Développements limités	60
1.8 Équations différentielles	60
1.9 Fonctions réelles de deux variables réelles	62
1.10 Séries réelles	63
1.11 Intégrales généralisées	64
2. Algèbre générale	65
2.1 Éléments de logique	65
2.2 Vocabulaire des ensembles	68
2.3 Vocabulaire des applications	70
2.4 Nombres complexes	71
2.5 Calculs algébriques	75
2.6 Dénombrement	76
2.7 Polynômes réels	78
3. Algèbre linéaire	79
3.1 Systèmes linéaires	79
3.2 Matrices	80
3.3 Espace vectoriel $\mathbb{K}^n$ et sous-espaces vectoriels	82
3.4 Applications linéaires et matrices	84
3.5 Valeurs propres, vecteurs propres	84
4. Géométrie	86
4.1 Vecteurs du plan et de l'espace	86
4.2 Produit scalaire dans $\mathbb{R}^n$	87
5. Statistique descriptive	88
5.1 Statistique univariée	88
5.2 Statistique bivariée	89

6. Calcul des probabilités	89
6.1 Concepts de base des probabilités	89
6.2 Variables aléatoires discrètes	91
6.3 Variables aléatoires à densité	96
6.4 Théorèmes limites	98

Physique-chimie

Thème S : Ondes et signaux	101
S.1 Propagation d'un signal	101
S.2 Signaux électriques en régime stationnaire	104
S.3 Dynamique d'un circuit électrique du premier ordre	106
S.4 Filtrage linéaire d'un signal	108
S.5 Interaction lumière-matière	110

Thème M : Mouvement et interactions	116
M.1 Description et paramétrage du mouvement d'un point	116
M.2 Lois de Newton	117
M.3 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel	120
M.4 Oscillateurs mécaniques	122
M.5 Phénomènes de tension superficielle	125
M.6 Écoulements de fluides	126
M.6.1 Description des écoulements	126
M.6.2 Dynamique des fluides	128

Thème E : Énergie - conversion et transfert	131
E.1 Descriptions microscopique et macroscopique d'un système	131
E.2 Bilans d'énergie pour un système thermodynamique	134
E.3 Formulation et application des principes de la thermodynamique à l'étude des machines thermiques	138
E.4 Statique des fluides	140
E.5 Second principe de la thermodynamique	141
E.6 Description des systèmes fermés de composition variable	142
E.7 Application des principes de la thermodynamique à l'étude des transformations physico-chimiques	145
E.8 Changement d'état solide-liquide d'un mélange binaire	149

Thème C : Constitution et transformation de la matière	152
C.1 Constitution et cohésion de la matière à l'échelle des entités chimiques	152
C.1.1 Constitution et cohésion au sein des atomes	152
C.1.2 Cohésion au sein d'entités polyatomiques : molécules et ions	157
C.1.3 Constitution et caractérisation spectroscopique d'entités chimiques organiques	162
C.2 Transformations chimiques : évolution d'un système vers un état final	175
C.2.1 Prévoir l'état final d'un système, siège d'une transformation chimique	175
C.2.2 Application pour des transformations modélisées par des réactions acide-base	180
C.2.3 Application aux transformations modélisées par des réactions d'oxydoréduction	183
C.3 Constitution de la matière : relation entre structure des entités chimiques et propriétés	189
C.3.1 Relation entre structure des entités chimiques et interactions à l'échelle des entités chimiques	189
C.3.2 Relation entre structure des entités chimiques et propriétés physiques macroscopiques	191
C.4 Transformation de la matière : évolution temporelle d'un système	193
C.4.1 Modélisation macroscopique : lois de vitesse et loi d'Arrhenius	193
C.4.2 Modélisation microscopique : mécanismes réactionnels et lois de vitesse dans des cas simples	197
C.4.3 Catalyse, catalyseurs	200
C.5 Transformation de la matière en chimie organique	202
C.5.1 Transformations : du macroscopique au microscopique	202
C.5.2 Exemples de réactions usuelles en synthèse organique	204
C.5.3 Initiation à la stéréochimie dynamique des réactions	213
C.6 Transformation de la matière : évolution temporelle d'un système	214
C.7 Transformation de la matière en solution aqueuse	217
C.8 Transformation de la matière en chimie organique	223
C.8.1 Notions et capacités transversales développées lors de transformations en chimie organique	223
C.8.2 Activation de la réactivité	224
C.8.3 Initiation à la stratégie de synthèse	237

Thème T : Phénomènes de transport 240

T.1 Transport de matière diffusif 240

T.2 Conduction thermique 241

Informatique

1. Programmation en Python 243

1.1 Type. Liste. Fonction 243

1.2 Structures de contrôle 246

1.3 Bibliothèques 248

1.4 Représentation graphique 251

2. Algorithmique 254

2.1 Algorithmique opérant par boucles simples 254

2.2 Lecture et écriture dans un fichier texte 256

2.3 Algorithmique opérant par boucles imbriquées 257

2.4 Recherche dichotomique 258

2.5 Matrices de pixels et images 259

2.6 Fonctions récursives 262

2.7 Tris 265

2.8 Utilisation d'un dictionnaire 268

3. Bases de données 268

4. Graphes 274

4.1 File 274

4.2 Graphes 275

5. Méthodes numériques 278

5.1 Méthode des rectangles 278

5.2 Simulation de variables aléatoires 280

6. Méthodes numériques et statistiques 283

6.1 Méthode d'Euler 283

6.2 Méthodes statistiques 285

6.3 Exemples de thèmes libres 303

7. Approfondissement des concepts informatiques	308
7.1 Approfondissement sur les graphes	308
7.2 Exemples de tri récursif	310
7.3 Bases de données	312
7.4 Apprentissage et classification	313
 Annexe A : Formulaire de trigonométrie	317
1. Angles associés	317
2. Formules d'addition	317
3. Formules de duplication	317
4. Formules de linéarisation	318
5. Transformation de sommes en produits	318
6. Expressions en fonction de $t = \tan(a/2)$	318
7. Équations trigonométriques	318
 Annexe B : Unités et constantes fondamentales	319
1. Unités du système international	319
2. Constantes fondamentales	320
3. Ordres de grandeur	321
 Annexe C : Constantes chimiques	322
1. Constantes acido-basiques	322
2. Potentiels standard rédox	323
3. Zone de virage des principaux indicateurs colorés	324
 Annexe D : Classification périodique	325
 Index de biologie – géologie – biogéosciences	329
Index des mathématiques	331
Index de la physique-chimie	333
Index de l'informatique	339

Avant-propos

Ce formulaire s'adresse aux étudiants des classes préparatoires scientifiques de BCPST 1^{re} et 2^e années.

Cette édition est conforme aux nouveaux programmes 2021-2022.

Pour chaque paragraphe, vous trouverez la mention ❶ ou ❷, qui indique s'il s'agit d'une notion de première ou de deuxième année.

Le livre est scindé en quatre parties : biologie – géologie – biogéosciences, mathématiques, physique-chimie, informatique. Dans chaque partie, vous trouverez l'essentiel du cours, les principaux résultats étant mis en valeur par un support tramé.

À la fin de ce formulaire, un index vous permettra d'accéder rapidement à la notion que vous voulez réviser.

Des annexes font le bilan d'informations essentielles et parfois dispersées dans votre cours.

Ce livre est un outil pédagogique adapté aux révisions rapides avant un devoir. C'est aussi un puissant remède contre l'anxiété du trou de mémoire, en quelque sorte un anxiolytique sans les effets secondaires. Mais vous risquez toutefois une certaine accoutumance : quand vous aurez commencé à vous en servir, vous ne pourrez plus vous en passer, surtout à l'approche des concours (qui portent sur les deux années de prépa, ne l'oubliez pas).

Bon travail et bon apprentissage !

Les auteurs

Biologie—Géologie—Biogéosciences

Biologie

SV-B Interactions entre les organismes et leur milieu de vie

① Flux gazeux diffusif avec le milieu extérieur

Le passage d'O₂ et CO₂, molécules lipophiles, au travers de diverses interfaces (paroi capillaire, épithélium respiratoire) est exclusivement réalisé par diffusion simple. Le flux diffusif J_x est donné par la loi de Fick :

$$J_{x_{1 \rightarrow 2}} = -K_x \cdot \left(\frac{S}{e} \right) (P_{X_2} - P_{X_1})$$

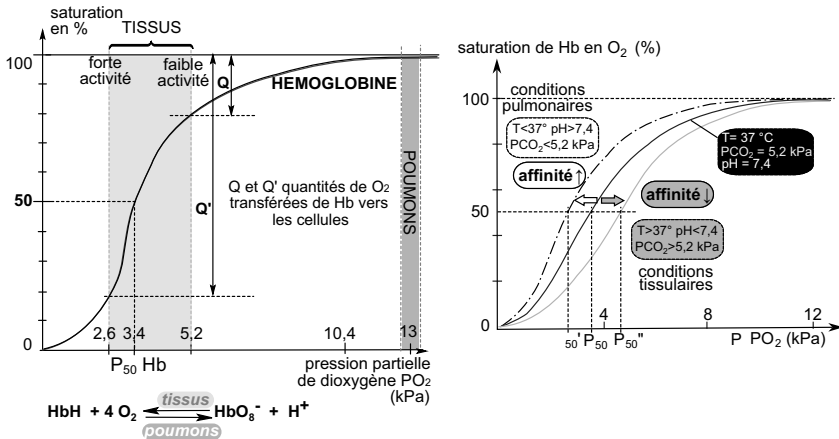
K_x : constante de diffusibilité du gaz X ; S et e : surface et épaisseur de l'interface ; P_{xi} : pression partielle du gaz x dans le compartiment i.
--

Les flux de gaz par diffusion se font dans tous les cas suivant le gradient de pression partielle, qui peut être différent du gradient de concentration. Lorsqu'un gaz X est dissous dans un liquide, sa pression partielle P_x est celle du mélange gazeux avec lequel ce liquide serait en équilibre et la concentration C_x du gaz dissous est proportionnelle à sa pression partielle. D'après la loi de Henry :

$$C_x = \beta_x \cdot P_x$$

β_x : coefficient de capacitance du milieu pour le gaz X.
--

① Transport de O₂ combiné à l'hémoglobine



La réaction entre hémoglobine et oxygène est réversible. Selon la loi de modération, au niveau des poumons, forte concentration en O₂ : déplacement de l'équilibre dans le sens direct (prise en charge de O₂) ; au niveau des tissus, faible concentration en O₂ : déplacement dans le sens de la livraison d'O₂ aux cellules.

Entre conditions pulmonaires et tissulaires, d'autres paramètres varient : au niveau des tissus, la pCO₂ et la température plus élevées ainsi que le pH plus faible favorisent la livraison de O₂ aux cellules.

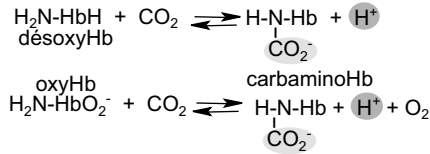
① Diverses formes de transport de CO₂ par le sang

Trois formes de transport du CO₂ par le sang :

- état dissous dans le plasma ;
- ions hydrogénocarbonates (HCO₃⁻), forme principale de transport du CO₂, issue de sa combinaison avec l'eau, réaction catalysée par l'anhydrase carbonique présente dans les hématies :



- combinaison à l'hémoglobine sous forme de carbaminohémoglobine.



1 Absorption de l'eau du sol par la racine

Les flux d'eau des cellules se font par diffusion (processus encore appelé osmose) dans le sens des potentiels hydriques décroissants ; le potentiel hydrique d'une solution (noté Ψ) est une variable homogène à une pression (négative ou nulle) qui quantifie les différentes forces avec lesquelles cette solution retient ses molécules d'eau. Plus le potentiel hydrique est négatif, plus l'eau est retenue. L'eau pure a un potentiel de 0 Pa.

- Une formule générale de calcul s'écrit :

$$\Psi = \Psi_h + \Psi_o + \Psi_m + \Psi_g$$

Ψ_h : potentiel hydrostatique, correspond à la pression exercée sur le liquide par son contenant ;

Ψ_o : potentiel osmotique, résulte de l'effet attracteur des solutés sur l'eau ; plus la solution est concentrée en substances dissoutes, moins le potentiel osmotique est élevé ; le potentiel osmotique est l'opposé de la pression osmotique ;

Ψ_m : potentiel matriciel, n'est important que lorsqu'il existe une interface entre le volume aqueux et l'air ;

Ψ_g : potentiel gravitationnel, égal à la pression de la colonne de liquide.

- Pour le calcul du potentiel hydrique des cellules, seules deux composantes sont à prendre en compte en général : le potentiel osmotique (Ψ_o), et le potentiel hydrostatique qui correspond à la pression de turgescence P.

$$\Psi_{\text{cellule}} = P + \Psi_o$$

- Pour le sol, la composante hydrostatique est négligeable alors que la composante matricielle Ψ_m exprime la capacité du sol à retenir l'eau par capillarité ou adsorption à la surface des colloïdes (argiles, grosses molécules organiques).

$$\Psi_{\text{sol}} = \Psi_o + \Psi_m$$

- Le potentiel hydrique d'un sol arrosé est proche de 0 Pa. Les racines peuvent absorber l'eau du sol tant que $\Psi_{\text{sol}} > \Psi_{\text{cellules racinaires}}$

① Flux hydrique de la feuille à l'atmosphère (vapeur d'eau)

Le potentiel hydrique Ψ_{atm} de l'atmosphère dépend de son humidité relative :

$$\Psi_{\text{atm}} = \left(\frac{RT}{V_{\text{H}_2\text{O}}} \right) \cdot \ln(\text{HR})$$

$V_{\text{H}_2\text{O}}$: volume molaire de l'eau ;

R : constante des gaz parfaits ;

T : température absolue ;

HR : humidité relative (rapport de la pression partielle de la vapeur d'eau contenue dans l'air sur la pression de vapeur saturante à la même température).

HR étant < 1 , Ψ atmosphérique est négatif, sauf en conditions saturantes où il est nul : les feuilles se déshydratent au contact de l'atmosphère. Le potentiel hydrique Ψ d'une atmosphère très sèche est de l'ordre de -100 MPa, c'est-à-dire beaucoup plus faible que celui du sol. La différence de potentiel hydrique entre la feuille et l'atmosphère détermine la sortie d'eau par transpiration et, par suite, la mise en mouvement de la sève brute.

SV-C La cellule dans son environnement

① Échanges membranaires d'eau par osmose

Flux passifs d'eau selon les potentiels hydriques décroissants, à travers des membranes rendues perméables à l'eau par des canaux à eau (aquaporines). Pour calculer le potentiel hydrique (noté Ψ , exprimé en Pa) d'une cellule ou d'un compartiment extracellulaire d'un organisme, deux composantes sont prises en compte (les autres étant négligeables) :

- Une **composante hydrostatique** (notée Ψ_h ou P) : elle représente l'écart de pression entre le liquide considéré et la pression atmosphérique ; pour le liquide intracellulaire d'une cellule végétale c'est la pression exercée par la paroi ou pression de turgescence ; elle devient nulle en état de plasmolyse.
- Une **composante osmotique** (notée Ψ_o) : le potentiel osmotique dépend de la capacité des solutés présents dans un milieu à retenir l'eau ; il est défini comme l'opposé de la pression osmotique π et est proportionnel à la concentration molaire de solutés.

$$\Psi_o = -\pi = -R \cdot T \cdot C \cdot 10^3$$

C : osmolarité, c'est-à-dire la quantité de matière des solutés par litre.

Le signe moins exprime le fait que l'eau est attirée par les solutés.

Au final : $\Psi = P + \Psi_o = P - \pi$

① Diffusion simple d'une molécule lipophile : la loi de Fick

Le flux diffusif d'une espèce moléculaire X à travers une interface perméable à cette substance séparant deux milieux 1 et 2 entre lesquels le gradient de concentration est constant est décrit par la **première loi de Fick** :

$$F_{1 \rightarrow 2} = \frac{-D \cdot S \cdot ([X]_2 - [X]_1)}{e}$$

$$= -D \cdot S \cdot \frac{\Delta C_X}{e}$$

$F_{1 \rightarrow 2}$: flux net de la substance de 1 vers 2 en mol.s^{-1} ;

D : coefficient de diffusion en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$; il dépend de la substance échangée ;

S : aire de l'interface en m^2 ;

ΔC_X : différence de concentration $[X]_2 - [X]_1$ en mol.m^{-3} ;

e : épaisseur de l'interface en m ; $\Delta C/e$ est alors le **gradient de concentration**.

Le signe négatif de la formule permet d'obtenir une valeur positive du flux diffusif si celui-ci est orienté du milieu 1 (plus concentré) vers le milieu 2 (moins concentré).

En biologie, les flux par diffusion simple s'effectuent à travers une bicouche lipidique membranaire sans intervention de protéines.

① Potentiel électrochimique d'un soluté dans un compartiment aqueux

Le potentiel électrochimique μ_s d'un soluté chargé S caractérise son énergie potentielle dans un compartiment. Il comprend un terme relatif à la concentration et un terme relatif à l'état électrique du milieu.

6 [1] Biologie – Géologie – Biogéosciences

$$\mu_S = \mu_{S0} + R \cdot T \cdot \ln C_S + z \cdot F \cdot V$$

μ_{S0} : potentiel électrochimique défini dans les conditions standards qui ne sont pas celles des cellules (pH = 7, température = 298 K, pression atmosphérique et concentrations de 1 mol.L⁻¹)

Le terme $R \cdot T \cdot \ln C_S$ représente la **part chimique** du potentiel.

R, cste des gaz parfaits ($R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$) ;

T, température (en K) ;

ln, logarithme népérien (soit $2,3 \log_{10}$) ;

C_S , concentration de S (en mol.L⁻¹).

Le terme $z \cdot F \cdot V$ représente la **part électrique** du potentiel.

z, valeur algébrique de la charge de l'ion ;

F, constante de Faraday ($F = 96\,500 \text{ C.mol}^{-1}$) ;

V, potentiel électrique du milieu (en V).

1 Passage actif ou passif entre deux compartiments

Le sens du passage d'un milieu à un autre est déterminé par la variation d'enthalpie libre, correspondant à la différence des potentiels électrochimiques des deux milieux. Le signe de cette différence définit le caractère actif ou passif un flux entre deux compartiments cellulaires.

$$\Delta G'_{i \rightarrow e} = \mu_e - \mu_i \\ = R \cdot T \cdot \ln(C_{Se}/C_{Si}) + z \cdot F \cdot (V_e - V_i)$$

Pour un soluté non chargé, la contribution électrique est nulle.

$\Delta G'$: variation d'enthalpie libre du flux sortant de la substance S (' : car on se réfère à un pH de 7) ;

R : constante des gaz parfaits ;

T : température absolue ;

z : charge de l'ion ;

F : constante de Faraday ;

C_{Se} et C_{Si} : concentrations molaires du soluté S dans chaque milieu ;

V_e et V_i : potentiels électriques (en V) de chaque face de la membrane.

- Si $\Delta G'_{i \rightarrow e} < 0$, le transfert de S de i vers e est exergonique (passage passif).
- Si $\Delta G'_{i \rightarrow e} > 0$, S ne peut sortir que par un transport actif.

① Potentiel d'équilibre d'un ion ; équation de Nernst

Le potentiel d'équilibre d'un ion dans une cellule est défini comme la différence de potentiel transmembranaire $V_e - V_i$ pour laquelle le flux net de l'ion est nul : le flux selon le gradient de concentration (gradient chimique) équilibre celui selon le gradient électrique. Cette situation se caractérise par l'égalité du potentiel électrochimique de l'ion dans le compartiment intracellulaire (μ_i) et extracellulaire (μ_e) : $\mu_i - \mu_e = 0$. En utilisant la relation qui définit le potentiel électrochimique, on déduit E_X , valeur du potentiel d'équilibre d'un ion X (**équation de Nernst**).

$$E_X = (V_e - V_i)_{eq} = -\frac{R \cdot T}{z \cdot F} \cdot \ln \frac{[X]_e}{[X]_i}$$

$[X]_e$ et $[X]_i$: concentrations molaires de l'ion X dans chaque milieu ;

V_e et V_i : potentiels électriques (en V) de chaque face de la membrane ;

R : constante des gaz parfaits ;

T : température absolue ;

z : charge de l'ion ;

F : constante de Faraday.

SV-E Le métabolisme cellulaire

① Variation d'enthalpie libre d'une transformation

L'enthalpie libre G est une fonction d'état d'un système thermodynamique. La variation, au cours d'une transformation, de l'enthalpie libre du système (ΔG) permet de déterminer si l'état final est plus stable que l'état initial (transformation exergonique) ou l'inverse (transformation endergonique). La variation d'enthalpie libre d'une réaction chimique est notée $\Delta_r G$.

La variation d'enthalpie libre d'une transformation dépend des conditions physico-chimiques (température, pH) ainsi que des concentrations des espèces en jeu. Pour quantifier la variation d'enthalpie libre, on utilise les conventions de notation suivantes :

- ΔG° en conditions chimiques standards (concentration de toutes les espèces en jeu de 1 mol.L⁻¹, 25 °C, pH = 0) ;
- $\Delta G^{\circ'}$ en conditions biologiques standards (concentration de toutes les espèces en jeu de 1 mol.L⁻¹, 25 °C, pH = 7) ;
- $\Delta G'$ avec les concentrations cellulaires, 25 °C, pH = 7.

Ce qui importe et donne le sens spontané d'une réaction dans une cellule est $\Delta G'$ dont la valeur est variable en fonction des concentrations cellulaires.