

HATIER
concours

Les maths sans complexe



Réviser les bases



S'entraîner



Gagner en confiance



POUR DES
ÉCRITS RÉUSSIS



HATIER
CONCOURS

Les maths sans complexe

Michel Mante

Professeur agrégé de mathématiques - Formateur

Avec la collaboration de **ROLAND CHARNAY**

Professeur agrégé de mathématiques



Cet ouvrage est rédigé avec l'orthographe recommandée par le ministère de l'Éducation Nationale.



SOMMAIRE

PRÉSENTATION	p. 3 et 4
---------------------	-----------

CHAPITRE 1	Les nombres entiers naturels et la numération p. 5
-------------------	--

CHAPITRE 2	Les nombres rationnels, décimaux et réels p. 21
-------------------	---

CHAPITRE 3	Addition et soustraction p. 59
-------------------	--

CHAPITRE 4	Multiplication p. 79
-------------------	--------------------------------

CHAPITRE 5	Division p. 101
-------------------	---------------------------

CHAPITRE 6	La proportionnalité – Les pourcentages p. 123
-------------------	---

CHAPITRE 7	Géométrie plane p. 157
-------------------	----------------------------------

CHAPITRE 8	Longueur de segments, aire de surfaces p. 171
-------------------	---

CHAPITRE 9	Calcul littéral p. 197
-------------------	----------------------------------

FICHES SYNTHÈSES (HATIER CLICS)	p. 223
--	--------

PRÉSENTATION

À qui est destiné ce livre ?

Si vous vous dites ...

« Les maths ça n'a jamais été mon truc ! »

« Les maths ça me semble intéressant mais malgré mes efforts je n'y arrive pas. »

« J'ai l'impression que je ne suis pas fait(e) pour ça ! »

« J'ai commencé à préparer l'épreuve de maths du concours sur un livre mais j'ai été très vite bloqué ! »

... alors ce livre est pour vous !

Quel est le but de ce livre ?

Ce livre est destiné à vous aider à mettre en place et à automatiser les savoir-faire mathématiques indispensables pour préparer l'épreuve de mathématiques du CRPE.

Pour cela, nous reprenons les notions de base : les nombres, les opérations, la proportionnalité, ..., à un niveau accessible par tous.

Ces savoirs et savoir-faire ne sont pas présentés de façon « dogmatique » (si on vous pose telle question, alors voilà ce qu'il faut faire !). Nous savons, en effet, que cette approche ne permet pas aux apprenants de donner du sens aux notions enseignées, ce qui nuit à leur mémorisation et à leur réinvestissement dans des problèmes.

Nous avons donc fait le choix d'introduire ces savoirs et savoir-faire à partir d'activités **POUR DÉMARRER** afin de vous les faire (re)découvrir en situation. Cela vous aidera à leur donner du sens et donc à les mémoriser et à les utiliser de façon pertinente dans les problèmes.

À noter que certaines questions sont proches d'activités que l'on vous demande d'analyser dans la 3^e partie du concours. Elles vous permettront donc également de commencer à vous préparer à cette partie de l'épreuve et de mieux comprendre son enjeu dans des situations d'enseignement.

À la suite de chaque **POUR DÉMARRER** se trouve son corrigé dans la rubrique **RÉPONSE**.

Une synthèse présente, ensuite, la généralisation des savoirs et savoir-faire découverts au cours des activités et enfin des **EXERCICES D'APPLICATION**, vous aideront là-aussi à les mémoriser et à les automatiser.

À la fin de chaque chapitre, vous trouverez des exercices d'entraînement corrigés **regroupés par savoir-faire** dans la rubrique **S'ENTRAINER**.

Une **FICHE SYNTHÈSE** est aussi proposée pour chacun des 9 chapitres afin que vous puissiez retrouver facilement les connaissances essentielles. Ces fiches synthèses sont accessibles grâce à des Hatier Clics, page 223.

Comment travailler avec ce livre ?

Il est conseillé de prendre les chapitres dans l'ordre de leur présentation.

Sous le titre du chapitre, vous trouverez des questions, essayez d'y répondre, même partiellement. Vous pourrez alors confronter vos réponses avec celles proposées au fil des paragraphes.

Nous vous conseillons ensuite de prendre un moment pour résoudre le **POUR DÉMARRER**.

Comme les réponses sont placées juste en dessous de l'énoncé, il est alors tentant de les regarder sans vraiment s'engager dans la recherche. N'hésitez pas à utiliser un cache ! **Il est important de chercher à répondre à ces questions.** Si vous ne trouvez pas la réponse ce n'est pas grave, le temps de recherche n'est pas du temps perdu, il facilitera la compréhension de la correction. Et vous n'aurez ensuite pas de peine à comprendre la synthèse et à mémoriser les notions importantes.

Traiter ensuite les **EXERCICES D'APPLICATION**.

Pour les exercices de **S'ENTRAINER**, traitez-les soit au fur et à mesure des renvois présents dans la synthèse, soit après avoir travaillé l'ensemble du chapitre.

Vous pouvez utiliser la **FICHE SYNTHÈSE** à différents moments :

- ▶ à la fin du travail sur le chapitre ;
- ▶ avant de passer aux exercices d'entraînement.

Avant de prendre connaissance de cette fiche, vous pouvez en réaliser une vous-même.

Lien entre ce livre et le tome 1 de préparation au CRPE « CHARNAY R. et MANTE M. Mathématiques – CRPE Admissibilité 2017 ».

« Les maths sans complexe » ne fait pas doublon avec le tome 1. **L'enjeu de ce livre est, pour ceux et celles qui ont des difficultés en mathématiques, de se réconcilier avec cette discipline afin de pouvoir totalement tirer parti du tome 1 et de ... pouvoir prendre du plaisir à enseigner cette discipline.**

Les nombres entiers naturels et la numération

- ▶ Qu'est-ce qu'un nombre entier naturel ?
- ▶ Quel est le principe d'écriture d'un nombre entier naturel ?
- ▶ La numération orale est-elle un « copier-coller » de la numération écrite ?

→ FICHE SYNTHÈSE 1

COMPRENDRE

1 Comment définir les nombres entiers naturels ?

Définition Les **nombres entiers naturels** désignent les éléments de l'ensemble noté $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots ; 148 ; \dots ; 21\,589 ; \dots\}$.

Propriétés L'ensemble $\mathbb{N}$ possède un plus petit élément 0.
L'ensemble $\mathbb{N}$ a une infinité d'éléments.
L'ensemble $\mathbb{N}$ ne possède pas de plus grand élément.

Utilisation Les nombres naturels servent à exprimer :

- ▶ **une quantité**, à la suite d'un dénombrement (« J'ai dix doigts. ») ;
- ▶ **une position dans une liste rangée** (« C'est le 5^e en partant de la droite. »).

2 Comment écrire les nombres naturels ?

Répondre à cette question nécessite de choisir un ensemble de symboles et de trouver un procédé pour écrire les nombres naturels en assemblant certains de ces symboles. Cela caractérise ce qu'on appelle un **système de numération**.

Il y a de nombreux systèmes de numérations possibles : numération égyptienne, babylonienne, romaine, numération binaire, ...

Actuellement, c'est la numération de position en base dix (dit : « système de numération décimale ») qui s'est imposée dans la plupart des sociétés. Par contre, la numération binaire (base deux) est incontournable en informatique.

A Le système de numération décimale

1. Les principes

Pour démarrer *Imaginez que vous avez devant vous un très grand nombre de petits cubes identiques (entre 1 000 et 2 000). Il faut dénombrer ces cubes de façon à ce qu'une personne extérieure puisse facilement vérifier le résultat. Comment allez-vous procéder ?*

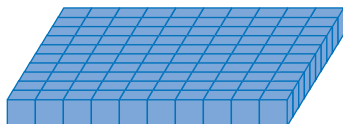
Réponse On pense naturellement à dénombrer un à un les éléments de cet ensemble. Cela permet d'arriver au nombre cherché, mais cette procédure ne permet pas de répondre à la contrainte : « une personne extérieure doit pouvoir facilement vérifier le résultat ».

Cette procédure est, de plus, longue et source d'erreurs.

Pour faciliter le dénombrement, on peut réaliser des groupes de 10 petits cubes sous forme de barrettes :



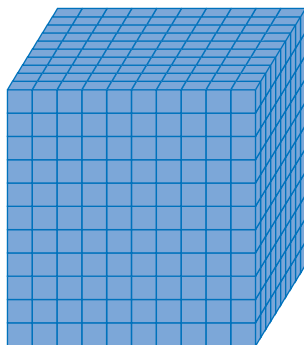
Devant le grand nombre de barrettes de 10, on peut décider de les grouper par 10, en plaques :



On peut ensuite regrouper les plaques par 10 de façon à obtenir des cubes :

On obtient ainsi au maximum 9 cubes isolés, 9 barrettes isolées et 9 plaques isolées.

Cette organisation permet d'écrire directement le nombre de cubes en **base dix**.



Exemple : Si on trouve 1 cube, 6 plaques, 8 barrettes et 3 petits cubes, on a 1 683 petits cubes.

On peut ainsi établir les égalités :

$$1\ 683 = 1 \text{ millier, } 6 \text{ centaines, } 8 \text{ dizaines et } 3 \text{ unités}$$

$$\begin{aligned} 1\ 683 &= (1 \times 1\ 000) + (6 \times 100) + (8 \times 10) + 3 \\ &= (1 \times 10 \times 10 \times 10) + (6 \times 10 \times 10) + (8 \times 10) + 3 \\ &= 1 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 8 \times 10 + 3 \times 10^0 \end{aligned}$$

1 est le chiffre des milliers de 1 683.

6 est le chiffre des centaines.

8 est le chiffre des dizaines.

3 est le chiffre des unités.

Puissance

Pour simplifier des écritures, on utilise les puissances.

$$10^1 = 10 \text{ (} 10^1 \text{ se lit}$$

« dix exposant 1 »).

$$10^2 = 10 \times 10$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10$$

Par convention : $10^0 = 1$

D'une façon générale : si a est un nombre : $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$

On a écrit n fois le « a ».

Exemple : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Propriétés ▶ Cette numération est appelée **décimale** (groupements de dix successifs) et **positionnelle** (la valeur des chiffres est fonction de leur rang).

▶ **0 indique qu'il n'y a aucun regroupement à un rang donné.**

Ainsi en base dix, on a :

Classe des milliers			Classe des unités simples		
Centaines	Dizaines	Unités	Centaines	Dizaines	Unités
		1	6	8	3
	1	4	7	0	8

On parle d'**unités de numération**.

Ce tableau permet :

▶ d'identifier facilement la valeur d'un chiffre dans le nombre.

Exemple : dans 1 683, le chiffre des dizaines est 8.

▶ de décomposer un nombre à l'aide de puissances de 10.

Exemple : $14\ 708 = 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 8$

■ EXERCICES D'APPLICATION

- 1 a. Quel est le chiffre des dizaines de 42 879 ?
- b. Quel est le chiffre des dizaines de milliers de 168 459 ?
- c. Quel est le chiffre des centaines de 45 389 ?

Corrigé commenté : a. 7 b. 6 c. 3

Pour vous aider, vous pouvez utiliser le tableau ci-dessus.

- 2 Écrire, à l'aide de puissance de 10, la décomposition du nombre 27 108.

Corrigé commenté : $27\,108 = (2 \times 10\,000) + (7 \times 1\,000) + (1 \times 100) + 8$
 $= 2 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 8 \times 10^0$

→ **EXERCICES 1 à 5** p. 16

2. « Le nombre de ... »

Pour démarrer Une entreprise dispose de 12 548 jetons qu'elle désire mettre en paquets de 100. Combien peut-elle remplir de paquets ? Trouver le résultat en effectuant le moins de calculs possibles.

Réponse On peut effectuer la division euclidienne de 12 548 par 100. Mais, il y a beaucoup plus simple. En effet, la lecture du nombre permet de répondre directement : 125. On dit que 125 est le nombre de centaines de 12 548.

Justification : Imaginez qu'on effectue les regroupements par paquets de dix des 12 548 jetons.

On obtient 1 254 paquets de dix et il reste 8 jetons seuls (cf. § A 1.).

Si on effectue des regroupements de dix paquets de dix (donc des paquets de cent), l'écriture du nombre permet d'affirmer qu'il y aura 125 paquets.

On peut donc écrire : $12\,548 = 125 \text{ centaines et } 48 \text{ unités} = (125 \times 100) + 48$

L'écriture d'un nombre en base dix permet de lire directement le nombre d'unités, de dizaines, de centaines, ... qu'il contient.

! Ne pas confondre « chiffre de ... » et « nombre de ... ».

Exemple : 125 est le nombre de centaines de 12 548, par contre le chiffre des centaines est 5.

■ EXERCICES D'APPLICATION

- 1
- Quel est le nombre de dizaines de 128 945 ?
 - Quel est le chiffre des dizaines de 128 945 ?
 - Quel est le nombre de milliers de 2 578 637 ?
 - Quel est le chiffre des milliers de 2 578 637 ?

Corrigé commenté :

- a. 12 894 dizaines b. 4 c. 2 578 milliers d. 8

2 Voici trois nombres : 5 891 ; 2 589 ; 25 859 ; 589

Trouver le ou les nombres qui ont :

a. 58 centaines ?

c. 58 dizaines ?

b. 5 comme chiffre des centaines ?

d. 8 comme chiffre des dizaines ?

Corrigé commenté : a. 5 891 b. 2 589 et 589 c. 589 d. 589 et 2 589

→ EXERCICES 6 à 10 p. 16 et 17

3. Une merveille de régularité

Le système de numération en base dix est une merveille de régularité.

Il est, en effet, possible de trouver le nombre qui suit n'importe quel nombre même si on ne sait pas le lire.

Exemple : Sans avoir besoin de lire le nombre 2458978561257, on sait que son successeur est 2458978561258.

Il nous a suffi d'ajouter 1 au chiffre des unités et de conserver tous les autres chiffres.

Il en est de même avec 598758299. Son successeur est 598758300.

On a ajouté 1 au chiffre des unités, comme c'est 9, on l'a remplacé par 0 et on a augmenté le chiffre des dizaines de 1. Comme le chiffre des dizaines est également 9, on l'a remplacé par 0 et on a augmenté de 1 le chiffre des centaines.

■ EXERCICE D'APPLICATION

Écrire le prédécesseur et le successeur de chaque nombre.

a. 3 789 b. 4 500 c. 125 999

Corrigé commenté : a. 3 788 ; 3790 b. 4 499 ; 4501 c. 125 998 ; 126 000

4. Comparaison des nombres entiers naturels

Pour démarrer 1 a. Comparer 25 999 et 123 478.

b. Comparer 17 128 et 16 928.

c. Quelles règles avez-vous utilisées pour effectuer ces deux comparaisons ?

Réponses a. On compare 25 999 et 123 478.

Le chiffre de rang le plus élevé de 123 478 est le chiffre des centaines de milliers. Pour 25 999, ce chiffre est 0, donc $25\,999 < 123\,478$