

Fiches BAC

Tle
générale

**NOUVEAU
BAC**

Maths

SPÉCIALITÉ



Un dépliant
avec les formules
et propriétés clés

**Tout le programme
en 60 FICHES détachables**

- ✓ L'essentiel du cours
- ✓ Les méthodes avec des exemples
- ✓ 60 quiz pour s'évaluer

OFFERT !

Un abonnement
au site de révision

annabac



MODE D'EMPLOI

Comment utiliser vos **FICHES BAC ?**

Lisez les fiches de manière active

- ✓ **Anticipez** le contenu en lisant d'abord le plan.
- ✓ **Faites une pause** après chaque paragraphe pour reformuler mentalement l'idée clé.
- ✓ **Cachez la fiche** et essayez de restituer un maximum d'informations au brouillon.

Testez-vous !

- Vérifiez vos connaissances avec les **Quiz EXPRESS**.
- Refaites les exercices types, commentés dans la rubrique **Méthodes** 

Comment **organiser** vos révisions ?

**Vous révisez
toute l'année**

VOS OBJECTIFS

- ✓ **Comprendre et retenir**
 - Fiches de cours
 - Cartes mentales
- ✓ **Vérifier que vous avez retenu les points clés**
 - Quiz express
- ✓ **Réactiver régulièrement vos connaissances**
 - Méthodes

**Vous révisez
au dernier moment**

VOS OBJECTIFS

- ✓ **Cibler vos lacunes**
 - Quiz express
- ✓ **Revoir les points clés**
 - Fiches correspondant à vos lacunes
- ✓ **Mémoriser l'essentiel**
 - Cartes mentales

Fiches BAC

T^{le}
générale

**NOUVEAU
BAC**

Maths

SPÉCIALITÉ

Michel Abadie

Professeur agrégé de mathématiques

Jacques Delfaud

Professeur agrégé de mathématiques

Pierre Larivière

Professeur certifié de mathématiques

Annick Meyer

Professeure agrégée de mathématiques

Jean-Dominique Picchiottino

Professeur agrégé de mathématiques

Sophie Touzet

Professeure agrégée de mathématiques

Martine Salmon

Professeure agrégée de mathématiques



SOMMAIRE

Quand vous avez révisé une fiche, cochez la case ☐ correspondante !

Algèbre et géométrie

Combinatoire et dénombrement

- 1 Réunion, produit et parties d'ensembles ☐ 5
- 2 Arrangements, factorielle et combinaisons ☐ 7
- 3 Démonstrations par récurrence ☐ 9
- 4 **QUIZ EXPRESS** ☐ 11

Vecteurs, droites et plans de l'espace

- 5 Les vecteurs de l'espace ☐ 13
- 6 Positions relatives de deux droites de l'espace ☐ 15
- 7 Positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace ☐ 17
- 8 Positions relatives de deux plans de l'espace ☐ 19
- 9 Étude vectorielle du parallélisme dans l'espace ☐ 21
- 10 **QUIZ EXPRESS** ☐ 23

Orthogonalité et distances dans l'espace

- 11 Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace ☐ 25
- 12 Orthogonalité et produit scalaire ☐ 27
- 13 Projeté orthogonal d'un point sur une droite
ou un plan de l'espace ☐ 29
- 14 **QUIZ EXPRESS** ☐ 31

Équations de droites et de plans

- 15 Équation cartésienne d'un plan de l'espace ☐ 33
- 16 Représentation paramétrique d'une droite de l'espace ☐ 35
- 17 Coordonnées des points d'intersection de droites
et de plans ☐ 37
- 18 **QUIZ EXPRESS** ☐ 39

Analyse

Suites numériques

- 19 Définitions, comparaison et encadrement ☐ 41
- 20 Limites : opérations et suites monotones..... ☐ 43
- 21 Suites géométriques et fonction exponentielle..... ☐ 45
- 22 **QUIZ EXPRESS** ☐ 47

Compléments sur la dérivation

- 23 Dérivée de la composée de deux fonctions ☐ 49
- 24 Fonctions convexes ☐ 51
- 25 **QUIZ EXPRESS** ☐ 53

Limites et continuité des fonctions d'une variable réelle

- 26 Limites et asymptotes ☐ 55
- 27 Opérations sur les limites ☐ 57
- 28 Limites et continuité ☐ 59
- 29 **QUIZ EXPRESS** ☐ 61

Fonctions de référence : logarithme, sinus et cosinus

- 30 « Définition et propriétés analytiques de la fonction logarithme népérien »..... ☐ 63
- 31 Propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien ☐ 65
- 32 Comparaison des fonctions puissance, ln et exp..... ☐ 67
- 33 Fonctions trigonométriques ☐ 69
- 34 **QUIZ EXPRESS** ☐ 71

Primitives, équations différentielles

- 35 Notions d'équation différentielle et de primitive ☐ 73
- 36 Équation différentielle $y' = ay + f$ ☐ 75
- 37 Calculs de primitives ☐ 77
- 38 **QUIZ EXPRESS** ☐ 79

Calcul intégral

39	Définition de l'intégrale	81
40	Propriétés de l'intégrale	83
41	QUIZ EXPRESS	85

Probabilités

Schéma de Bernoulli, loi binomiale

42	Schéma de Bernoulli	87
43	Succession d'épreuves	89
44	Loi binomiale	91
45	QUIZ EXPRESS	93

Sommes de variables aléatoires

46	Somme de deux variables aléatoires	95
47	Application à la loi binomiale	97
48	Échantillon de taille n d'une loi de probabilité	99
49	QUIZ EXPRESS	101

Concentration, loi des grands nombres

50	Inégalité de Bienaymé-Tchebychev Inégalité de concentration	103
51	Loi des grands nombres	105
52	QUIZ EXPRESS	107

Annexes

53	Outils logiques mathématiques	109
54	Le raisonnement par récurrence	110
55	Algorithmique : variables, boucles, fonctions	111
56	Les listes	112

Réunion, produit et parties d'ensembles

1

OK

I Réunion de deux ensembles

● **Définition :** La **réunion** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à A **ou** à B ; elle est notée $A \cup B$.

À noter

L'**intersection** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à A et à B ; elle est notée $A \cap B$.

● **Principe additif :** Soient A et B deux ensembles disjoints (d'intersection vide). Si m et n sont les nombres d'éléments respectifs de A et de B , alors la réunion de A et B comporte $m + n$ éléments.

À noter

Si les deux ensembles ne sont pas disjoints, il faut ôter au résultat le nombre d'éléments r de leur intersection.

II Produit cartésien

● **Définitions :** Le **produit cartésien** de deux ensembles A et B est l'ensemble des couples (a, b) tels que $a \in A$ et $b \in B$. Il est noté $A \times B$.

On note A^k l'ensemble $\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_{k \text{ termes}}$, ces éléments sont des k -uplets.

● **Principe multiplicatif :** Si m et n (entiers naturels non nuls) sont les nombres d'éléments respectifs de deux ensembles A et B , alors le produit cartésien $A \times B$ comporte $m \times n$ éléments.

Soit A un ensemble à n éléments et k un entier naturel non nul. L'ensemble A^k des k -uplets (k -listes) d'éléments de A comporte n^k éléments.

III Parties d'un ensemble

● **Définition :** Un ensemble A est une **partie** d'un ensemble E si et seulement si tous les éléments de A sont des éléments de E .

On écrit alors $A \subset E$.

On dit également que A est un **sous-ensemble** de E .

À noter

C'est également le nombre de n -uplets de l'ensemble $\{0; 1\}$.

● **Théorème :** Le nombre de parties d'un ensemble à n éléments est 2^n .



1 Déterminer le nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles

Déterminer le nombre d'entiers naturels inférieurs à 199 dont l'écriture décimale comporte le chiffre 0.

Conseils

Regroupez les nombres considérés en plusieurs ensembles facilement dénombrables.

SOLUTION

Les ensembles disjoints : $A = \{0; 10; \dots; 90\}$, $B = \{100; \dots; 109\}$ et $C = \{110; \dots; 190\}$ possèdent respectivement 10, 10 et 9 éléments. A et B ont chacun 10 éléments et C en a 9. **Il y a donc en tout 29 entiers naturels** qui correspondent aux critères.

2 Utiliser le produit cartésien

Les cartes d'un jeu sont numérotées de 1 à 3 et coloriées en rouge, vert, bleu, jaune ou noir. Toutes les cartes de ce jeu sont différentes et ce jeu contient toutes les cartes possibles.

Conseils

Caractérisez chaque carte par un couple.

Combien y a-t-il de cartes dans ce jeu ?

SOLUTION

Considérons $N = \{1; 2; 3\}$ et $C = \{\text{rouge; vert; bleu; jaune; noir}\}$. Alors chaque couple de $N \times C$ définit une unique carte du jeu complet. Il y a donc $3 \times 5 = 15$ **cartes** dans ce jeu.

3 Dénombrer le nombre de parties d'un ensemble

Un caractère Braille est représenté par deux colonnes de trois points chacune, chaque point étant ou non en relief.

Combien peut-on former de caractères différents, sachant qu'au moins un des points doit être en relief ?

Conseils

Considérez un caractère comme une partie d'un ensemble à six éléments.

SOLUTION

Considérons l'ensemble B des six points des deux colonnes, tous ces points étant en relief. Fabriquer un caractère braille, c'est choisir les points qui seront en relief, c'est-à-dire choisir une partie de B différente de la partie vide (un au moins des points est en relief) : il y a donc $2^6 - 1$ choix possibles, soit **63 caractères brailles**.

I Arrangements et factorielle

● **Définition :** Soit $k \in \mathbb{N}^*$. On appelle **arrangement** de k éléments d'un ensemble E comportant n éléments, tout k -uplet d'éléments deux à deux distincts de E .

● **Théorème :** Le nombre d'arrangements de k éléments d'un ensemble à n éléments est $n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$.

● **Définition :** La **factorielle** d'un entier naturel non nul n est le produit des entiers naturels non nuls inférieurs ou égaux à n ; elle est notée $n!$.

On convient de plus que $0! = 1$.

Remarque : Un arrangement des n éléments d'un ensemble E à n éléments est appelé une **permutation** des éléments de E . Il y a $n!$ permutations de E .

À noter

Pour tout entier naturel n :
 $(n+1)! = (n+1) \times n!$

II Combinaisons

● **Définition :** Soit $k \in \mathbb{N}^*$. On appelle **combinaison** de k éléments d'un ensemble E comportant n éléments, toute partie de E possédant k éléments.

● **Théorème :** Soit $n \in \mathbb{N}$ et k entier, $0 \leq k \leq n$. Le nombre de combinaisons de k éléments d'un ensemble à n éléments est :

$$\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} \quad \text{ou encore} \quad \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Ce nombre est noté $\binom{n}{k}$ qu'on lit « k parmi n ».

● Valeurs particulières et propriétés

Pour tous entiers naturels n et k , $0 \leq k \leq n$:

• $\binom{n}{0} = 1$; $\binom{n}{1} = n$; $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ et $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

● Relation de Pascal

Si $k+1 \leq n$, $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$.

Cette relation permet de construire le **triangle de Pascal**.



1 Déterminer un nombre de k -uplets

On dispose de 10 couleurs pour fabriquer un drapeau tricolore de trois bandes horizontales. Combien de drapeaux différents pourra-t-on fabriquer ?

Conseils

Identifiez la taille des k -uplets, c'est-à-dire k , et l'ensemble des éléments pouvant former ces k -uplets.

SOLUTION

Pour fabriquer un drapeau tricolore il faut choisir trois couleurs différentes parmi les 10 couleurs et colorier les bandes du drapeau, par exemple de haut en bas, à l'aide de ces trois couleurs.

Il y a $10 \times 9 \times 8$ triplets de trois couleurs distinctes, soit **720 drapeaux** tricolores possibles.

2 Calculer à l'aide de combinaisons

Calculer $\binom{9}{4}$ et $\binom{9}{6}$. En déduire $\binom{9}{5}$, $\binom{10}{5}$, $\binom{10}{6}$ et $\binom{11}{6}$.

Conseils

Utilisez la symétrie de $\binom{n}{k}$ et la relation de Pascal.

SOLUTION

On a $\binom{9}{4} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \mathbf{126}$ et, par symétrie,

$$\binom{9}{6} = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = \mathbf{84}.$$

En utilisant la symétrie puis la relation de Pascal :

$$\binom{9}{5} = \binom{9}{4} = \mathbf{126}; \quad \binom{10}{5} = \binom{9}{4} + \binom{9}{5} = \mathbf{252};$$

$$\binom{10}{6} = \binom{9}{5} + \binom{9}{6} = \mathbf{210} \text{ et } \binom{11}{6} = \binom{10}{5} + \binom{10}{6} = \mathbf{462}.$$