AVENTURES MATHÉMATIQUES

Les Maths expliquées et racontées



DE 9 À 99 ANS

Collectif Maths

ellipses

AVENTURES MATHÉMATIQUES

Les Maths expliquées et racontées

Collectif Maths

ellipses

Conception graphique couverture : Nathalie Foulloy
Conception graphique intérieur et mise en pages : Nord Compo

ISBN 9782340-124905
Dépôt légal : novembre 2026
©Ellipses Édition Marketing S.A.
8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1er de l'article L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant-Propos

Le simple fait de parler de mathématiques suscite immédiatement des émotions très diverses. Art, aventure, refuge, plaisir pour certains, quelques moments plus ou moins désagréables pour d'autres, ce qui est sûr, c'est que les mathématiques ne laissent pas indifférent. Elles font partie de notre quotidien sans même que l'on s'en aperçoive. De la gestion d'un compte bancaire, à la régulation du trafic routier en passant par les jeux vidéo ou la préparation d'une recette de cuisine, les maths sont incontournables.

Cet ouvrage vous fera découvrir de nombreux aspects des mathématiques tout en faisant connaissance avec les personnes qui en sont à l'origine. Chapitre après chapitre, vous allez vivre un véritable voyage destiné à vous aider à découvrir la diversité et la richesse de l'univers des mathématiques dans les pas de Lucine.

Cette aventure mathématique a été rédigée dans le cadre des activités du « Collectif Maths » qui regroupe des personnes motivées par la diffusion et la vulgarisation des mathématiques. Chaque auteur a pu partager sa sensibilité et ses compétences pour permettre au plus grand nombre de s'approprier ses sujets préférés. L'ouvrage est destiné à toute personne curieuse souhaitant accroître sa culture mathématique et développer ses compétences.

Ce livre est composé d'une partie romancée qui vous invite à rencontrer des mathématiciennes et mathématiciens complétée par l'explication détaillée des notions mathématiques abordées. Vous allez même pouvoir appliquer par vous-même les différents sujets à partir de petits travaux d'applications dont les corrections se trouvent en annexe.

Les thèmes vulgarisés dans ce livre sont de difficultés différentes. Certains sont accessibles pour un élève de classe primaire d'autres d'un niveau lycée. Suivant votre envie, vous pouvez vous balader avec Lucine en profitant de la partie romancée et vous amuser avec les sujets mathématiques qui vous plaisent le plus. Au fur et à mesure de vos progrès, vous pourrez revenir sur des sujets qui vous auront paru plus ardus.

Parmi les auteurs, plusieurs sont également youtubeurs. Vous trouverez à la fin des chapitres concernés des QR Codes qui vous permettront de visionner les vidéos en lien avec les sujets traités. Vous aurez même la possibilité de participer à un escape game en ligne.

En complément, la partie « Ressources et solutions » vous permettra de profiter de nombreuses ressources complémentaires pour approfondir les sujets abordés ainsi que les solutions des exercices proposés.

Un index liste chapitre par chapitre les sujets et les personnages présentés. Il permet de retrouver facilement les notions que vous souhaitez voir ou revoir et avoir un aperçu global du contenu de l'ouvrage. En fonction de vos préférences, l'index vous offre ainsi l'opportunité de créer votre propre parcours.

Bonne lecture et belle aventure mathématique !

Table des matières

Avant-propos 3

Présentation des auteurs 7

Chapitre 1 Ératosthène 13

Chapitre 2 Le mot dans la marge 39

Chapitre 3 John Conway – *Les algorithmes comme terrain de jeu* 51

Chapitre 4 Faire de bons choix grâce aux maths 73

Chapitre 5 Promenade chaotique au pays des logarithmes 93

Chapitre 6 Les statistiques au service de la santé et de l'amélioration des conditions sanitaires dans les hôpitaux 141

Chapitre 7 Ada et Alan 155

Chapitre 8 Les oranges de Kepler 175

Chapitre 9 Pavages et symétrie – *Rencontre avec Escher et Coxeter* 195

Chapitre 10 La perspective – *Rencontre avec Möbius et De Vinci* 219

Chapitre 11 La cordillère de Weierstrass – *Une balade avec Mandelbrot* 243

Chapitre 12 Mersenne et Euler – *Les maths dans la musique* 263

Chapitre 13 Lucine danse ses maths 283

Sources et solutions 301

Index 313


969
6
92
9871
3
5213
1848
3131
8
121
18
49
5577
4

Présentation des auteurs



Chapitre 1 : Claire Lommé

Claire Lommé est enseignante agrégée de mathématiques, formatrice et auteure (Vous reprendrez bien un peu de maths ?, Une mathématicienne au jardin). Elle est aujourd'hui enseignante spécialisée et s'adresse à des collégiens en situation de handicap. Elle tient un site : Pierre Carrée.

Chapitre 2 : Manu Houdart



Manu Houdart est un auteur et vulgarisateur belge. Après avoir fondé la Maison des Maths pour laquelle il a reçu le Prix du Wallon de l'année en 2017, il s'est essayé à la scène. Son spectacle *Very Math Trip* a rassemblé plus de 300 000 spectateurs durant les 5 années où il s'est produit au Festival d'Avignon. Son livre éponyme a reçu le Prix Tangente en 2020 et il est également l'auteur de « 42 anecdotes amusantes pour adorer les maths ! » illustré par Olivier Pirnay.



Chapitre 3 : Sébastien Peronno

Professeur agrégé, Sébastien Peronno a créé la plateforme « Jolies Maths », mêlant vidéos, jeux et ressources pédagogiques. Impliqué dans un *fablab*, il anime des ateliers de découpe laser auprès de publics variés pour apprendre à dessiner et fabriquer des objets. Son premier ouvrage « 40 thèmes illustrés par le numérique » a été publié en mars 2026 chez Ellipses, à destination des enseignants préparant l'agrégation.



Chapitre 4 : Louis VALAMBOIS

Louis Valambois est étudiant en classes préparatoires scientifiques, mais il est avant tout un grand passionné des mathématiques. Sur son temps libre, il s'efforce de transmettre cette discipline en particulier grâce à sa chaîne YouTube *Smartsciences*, où il vulgarise des concepts mathématiques et parle d'histoire des sciences.

Chapitre 5 : François SAUVAGEOT



Photo © Romuald Beugnon

François Sauvageot est mathématicien, mais surtout passeur de sciences populaires. Vous avez pu le découvrir dans le film d'Olivier Peyon « Comment j'ai détesté les maths ». Engagé depuis plus de 25 ans auprès du grand public, il s'investit plus particulièrement dans les interactions entre maths et arts vivants au sein de l'association *Résonance – Art et Science*. Ses actions, spectacles, chorégraphies, ateliers et conférences, sont notamment recensées sur mathom.fr, un site consacré aux *Mathématiques humaines*.



Chapitre 6 : Estelle DALENÇON

Estelle Dalençon, plus connue sous le pseudonyme Wonderwomath, est ingénieure pédagogique et certifiée de mathématiques, discipline qu'elle a enseignée une dizaine d'années à l'Éducation Nationale. Depuis 2021, elle partage sa passion sur Tiktok et Instagram dans un seul but : montrer à la fois l'utilité et la beauté des mathématiques. Aujourd'hui, ses chaînes rassemblent plus de 400 000 abonnés. Elle a développé ses propres outils d'enseignement (livres et plateforme pédagogique) pour permettre à tous de progresser en mathématiques.

Chapitre 7 : Alain Laplagne



Alain Laplagne est le coordinateur de cet ouvrage. Formateur en mathématiques pour adultes, fondateur et pilote du MuMaths (festival des maths à Mulhouse), il est le fondateur et l'animateur du collectif maths (https://www.collectifmaths.fr). Le Collectif Maths rassemble près d'une centaine de personnes motivées par la diffusion et la vulgarisation des mathématiques. Les aventures de Lucine sont le fruit d'une collaboration entre membres du collectif.



Chapitre 8 : Jérôme Cottanceau

Jérôme Cottanceau est professeur agrégé de mathématiques et vidéaste sur Youtube. Sous le pseudonyme de ElJj, il anime la chaîne Youtube « Choux romanesco, Vache qui rit et intégrales curvilignes », où il présente sous forme de vidéos des notions mathématiques allant des problèmes du millénaire aux mathématiques de Squid game. En 2021, il publie *les maths font leur cinéma*.

Chapitre 9 : Alexander Thomas



Alexander Thomas est enseignant-chercheur en mathématiques à l'Université Claude Bernard Lyon 1, spécialisé en géométrie et ses liens avec la physique théorique. Avec Eve Grigy-Kissian, ils tiennent la chaîne YouTube *Thomaths*, qui propose des contenus pédagogiques à différents niveaux (de grand public à universitaire).



Chapitre 10 : Eve Grigy-Kissian

Eve Grigy-Kissian est orthophoniste et amatrice de mathématiques. Elle a fondé la chaîne *Thomaths* avec Alexander Thomas, pour laquelle elle réalise les montages et participe aux évènements de vulgarisation. Elle s'est occupée de la relecture et de la cohérence de l'ouvrage.



Chapitre 11 : Alexander Thomas et Eve Grigy-Kissian, sur une idée de Vincent Borrelli



Chapitre 12 : Moreno ANDREATTA



Moreno Andreatta est Docteur en musicologie computationnelle de l'EHESS, directeur de recherche en mathématiques/musique au CNRS à l'Institut de recherche mathématique avancée de l'université de Strasbourg et également chercheur associé à l'Ircam de Paris. Responsable de l'équipe-projet SMIR (*Structural Music Information Research*), il enseigne les modèles formels et mathématiques dans la chanson dans le cadre de la licence en musicologie et musiques actuelles de l'université de Strasbourg. Membre fondateur de la *Society for Mathematics and Computation in Music*, il est également responsable de la composante musicologie computationnelle du Master ATIAM (Acoustique, Traitement du signal et Informatique appliqués à la musique) de Sorbonne Université. Parallèlement à son activité scientifique, il cultive depuis toujours une passion pour l'improvisation et la poésie en chanson. Plus d'informations sur les activités musicales à l'adresse :
www.morenoandreatta.com.



Chapitre 13 : Lara THOMAS

Lara Thomas est professeure agrégée de mathématiques en classes préparatoires aux grandes écoles au Lycée Claude Fauriel à Saint-Étienne, et chercheuse invitée en théorie des nombres à l'Université Jean Monnet.

Passionnée par les mathématiques et la danse, elle explore leurs interactions à travers l'enseignement, la création artistique et la diffusion des savoirs. Elle aime les arts visuels, la nature, le sport et le sentiment de liberté qu'ils procurent.

En 2019, elle a lancé le projet *DANSE TES MATHS*, inspiré par le clip de Nancy Scherich autour de la théorie des nœuds. Depuis, elle conçoit et mène régulièrement des projets mêlant chorégraphies et clips vidéo

avec des élèves, de la maternelle à l'université, pour apprendre et transmettre les mathématiques par la danse et les arts vivants.
Site : *https://lthomas.perso.math.cnrs.fr/dtm.html*

Illustrations : Manon Weck



Les dessins à l'aquarelle du livre ont été réalisés par Manon Weck, illustratrice. Elle prend part à la mise en image de nombreux projets de recherche et collabore régulièrement avec la Société française de soins palliatifs.


969
6
92
98
71
3
5213
1848
3131
8
121
18
49
5577
4

Chapitre 1
Ératosthène



Incongru. Oui, voilà, incongru. Il y a à peine dix minutes, Lucine marchait dans les rues de la ville, plan à la main. Et voilà qu'à présent elle déambulait avec lenteur dans les allées d'une bibliothèque comme jamais elle n'en avait vu. Un sentiment d'étrangeté l'avait envahie : les allées semblaient si longues, et puis la hauteur des rayonnages, vertigineuse. Il faisait trop chaud, au-dehors, et le soleil dardait ses rayons avec tant de résolution que Lucine ne s'était pas sentie bien. Un malaise grandissait. Chaud, froid, mal de tête, nausée, essoufflement : Lucine savait reconnaître les signes d'une insolation. Il ne s'agissait pas d'être malade : le concert était ce soir, et pour rien au monde elle n'aurait manqué cette occasion unique. Elle vérifia une fois encore que son billet était bien là, dans la poche de son sac. Ses parents le lui avaient offert pour fêter la fin des cours. C'était un merveilleux cadeau et l'occasion d'un petit voyage dans une ville que la jeune femme ne connaissait pas.

Lorsqu'elle avait compris que son corps surchauffait, elle avait examiné le plan de la ville délivré par l'office du tourisme à son arrivée. Un square se trouvait tout proche. Il y aurait sans doute de l'ombre, des bancs ou d'accueillantes pelouses ombragées. Lucine pourrait se reposer. Elle avait tourné à droite, longé une courte rue et découvert le square. Il était arboré de façon particulièrement dense. Un petit plan d'eau occupait sa partie centrale, entouré de colonnes. Le bruit constant du centre-ville s'était arrêté aux abords du parc, et le silence fut un premier soulagement. Lucine avait choisi de s'allonger sur l'herbe, près du plan d'eau. L'ombre de la canopée et des colonnes lui avait

permis de se sentir immédiatement mieux. Elle était restée là un instant, à écouter sa respiration devenir moins bruyante à elle-même. Elle s'était rapidement redressée pour chercher sa gourde dans son sac à dos : du calme, de l'ombre, du repos et de l'eau, voilà ce dont elle avait besoin. Son regard s'était posé sur un bâtiment, de l'autre côté de la rue qui longeait le square : une bibliothèque. Lucine s'était dit qu'il devait faire merveilleusement frais dans cette vieille bâtisse, et qu'elle y serait encore plus à l'ombre. Elle avait donc traversé le square en restant toujours dans l'ombre bienfaisante. Elle avait marqué une pause devant une petite grille à hauteur de genoux. La bibliothèque s'élevait très haut. Elle devait contribuer à la fraîcheur du square. C'était un édifice massif, imposant mais élégant. Il se dégageait de sa façade une sorte de majesté, malgré des signes d'usure, voire de dégradation. Lucine s'était penchée pour ouvrir la petite grille, qui avait émis un grincement singulier. À bien y repenser maintenant, ce moment-là était déjà incongru. Mais elle n'y avait pas songé sur l'instant. Pénétrer dans cette bibliothèque était son objectif et elle avait traversé rapidement jusqu'à la double porte de bois sombre. Les vitres teintées ne laissaient rien entrevoir de l'intérieur.
Une plaque en laiton exposait les horaires : la bibliothèque était ouverte. Lucine avait poussé une des lourdes portes.

Le hall d'entrée était magnifique : des boiseries ornaient les murs, une épaisse moquette rendait chaque pas agréable, la lumière était tamisée, dispensée par de grandes suspensions. Le bureau de l'accueil était lui aussi fait d'un bois luisant. Lucine se dirigea vers la sonnette et donna un petit coup sur le piston qui surmontait la cloche. Elle attendit. Rien. Après tout, elle venait chercher du réconfort ici, et ne pas avoir à expliquer ce qu'elle faisait là lui convenait à merveille. Elle avait poussé une des portes vitrées qui se présentaient à elle. Chacune indiquait des départements de savoirs. Entre sciences, langues et histoire, elle avait hésité. Finalement, elle en avait choisi une autre, sans regarder l'écriteau qui la surmontait. Elle avait l'impression d'avoir remonté le temps. Le nez en l'air, elle contemplait ces livres énormes, cette somme colossale d'informations. Elle chercha de vue les ordinateurs mais n'en vit pas. Elle continua d'avancer, fascinée par ce lieu incroyable. Elle ne pensait plus du tout au malaise qui l'avait amenée ici. Elle était tout entière absorbée par la contemplation des étagères. L'air était imprégné de l'odeur du vieux papier. Lucine avait même l'impression de sentir l'encre. Elle avança encore, zigzaguant dans un dédale de livres. De l'extérieur, elle n'avait pas pensé que ce bâtiment pourrait être aussi vaste. Le silence n'avait rien de pesant. C'était un silence de connivence, qui chuchote à l'oreille que tout va

bien. Mais d'un coup il fut interrompu par un raclement de gorge tout proche. Lucine n'était finalement pas seule ici. Elle arpenta de nouvelles allées, essaya de se diriger vers ce son qu'elle avait brièvement entendu. Elle déboucha sur une clairière de bibliothèque. En tout cas, c'est ainsi qu'elle l'appellerait plus tard, lorsqu'elle se remémorerait ce souvenir étrange.

Cet espace s'ouvrait devant Lucine, cerné de rangées de bibliothèques démesurées. Des tables le peuplaient. Elles étaient couvertes d'ouvrages, la plupart ouverts, certains fermés, empilés de façon déraisonnable. Un homme se tenait là, appuyé sur la table centrale, le regard dirigé vers son plateau, perdu dans le vague. Lucine n'osa d'abord le déranger, puis elle décida de s'adresser tout de même à lui : peut-être était-ce le conservateur de ce lieu si particulier. Il pourrait lui indiquer si elle avait bien le droit d'être ici, et aussi comment regagner la sortie. Car elle était bel et bien perdue. Elle se racla la gorge à son tour. L'homme ne réagit pas. Elle s'y reprit, en exagérant pour se signaler. L'homme releva la tête. Il observa Lucine longuement et lui demanda :

— Que fais-tu ici, toi ? Comment m'as-tu trouvé, alors que je me retire du monde pour penser ?

Lucine se trouva fort embarrassée : elle avait trouvé l'inconnu par le fait du hasard et ne souhaitait pas l'importuner. Mais elle partageait au moins une chose avec lui : elle aussi cherchait à se retirer du monde un moment. Elle retrouva de l'assurance et l'observa à son tour. Il semblait âgé. Il se tenait maintenant droit et avait indéniablement une allure qui forçait le respect. Il portait une tunique d'un tissu fin et souple. Le haut de son crâne était chauve, mais ses tempes étaient couvertes de mèches ondulées gris clair. Une épaisse barbe bouclée et presque blanche recouvrait le bas de son visage, ainsi qu'une moustache impressionnante, qui masquait sa lèvre supérieure. Son regard était fatigué, souligné de cernes sombres. Ses sourcils froncés en observant Lucine rendaient ses yeux encore plus profonds. Toutefois son expression était calme et dénuée d'agressivité. Il attendait que Lucine réponde, mais elle restait muette, plongée dans l'observation de son mystérieux interlocuteur. L'homme pencha légèrement la tête et haussa un sourcil :

— Hé bien ? Es-tu muette ?

Lucine se reprit :

— Non, pardon monsieur. Je ne suis pas muette, je suis surprise. J'avais chaud, et je ne me sentais pas bien, alors je me suis reposée dans le parc en face, et puis j'ai vu la bibliothèque, et elle avait une allure

vraiment étrange, et elle m'a attirée, et voilà, je ne sais pas vraiment comment je suis arrivée ici mais vous avez toussé alors je me suis dit « ah, je ne suis pas seule », et me voilà. Mais je ne voulais pas vous déranger. Si vous aviez la gentillesse de m'indiquer la direction de la sortie, je vais au concert ce soir et je dois repasser chez mes amis pour me changer, et…

L'homme s'avança vers Lucine, qui se tut.

— On n'arrive jamais ici par hasard, jeune personne. Quel est ton nom ?

— Lucine.

— Ah, c'est toi, Lucine ! Te voilà donc finalement. Je t'attendais plus tôt.

Lucine regarda autour d'elle. Quel genre de farce était-ce là ? Elle chercha des caméras ou des indices d'une mise en scène, mais n'aperçut rien de ce genre.

— Vous devez faire erreur, monsieur. Moi-même j'ignorais que je me retrouverais ici il y a une heure.

L'homme la coupa :

— Connais-tu Aristote ?

— Eh bien oui, enfin de nom, forcément, puisqu'il est mort il y a un moment…

— Oui, évidemment. Mais tu le connais, c'est bien.

Lucine attendait la suite en retenant son souffle. Finalement cet homme n'était peut-être pas si âgé que cela. Lorsqu'il se déplaça dans la faible lueur des lampes qui pendaient du plafond, elle fut surprise par sa carrure imposante. Qui donc était-il, et d'où la connaissait-il ?

— Aristote a prétendu démontrer que la Terre est une sphère, sais-tu ?

Bon. Puisqu'elle était là, autant jouer le jeu. Lucine avait du temps devant elle avant le soir :

— Peut-être, je ne me souviens plus. Je sais que l'idée que la Terre est ronde est ancienne, qu'au Moyen-Âge on le savait déjà depuis longtemps. Je sais que Galilée a eu de gros ennuis plutôt pour l'idée que la Terre tourne autour du soleil et pas le contraire, et puis à cause de la religion catholique. Enfin, je crois.

— Galilée ?

— Oui. Et puis il y a eu Archimède, qui a travaillé là-dessus, non ? Et Ératosthène, aussi.

— Ah, quand même ! Me voilà enfin !

— Pardon ?

— J'ai cru que jamais tu ne mentionnerais mon nom.

— Mmh. Vous êtes Ératosthène ?

— Oui, qui d'autre !

Lucine n'était manifestement pas la seule à avoir les idées vagues à cause de la chaleur et du soleil. Ce monsieur n'allait pas bien du tout. Pourtant, au premier abord, il avait l'air plutôt en forme. Lucine regarda autour d'elle mais ne vit personne d'autre. Elle consulta son téléphone, dans l'idée d'appeler des secours, mais elle ne recevait aucun signal dans la grande bâtisse. Que faire ? Tenter de ramener monsieur Ératosthène à la raison, ou aller dans son sens pour ne pas le troubler davantage ?

— Aristote, ma chère Lucine, pensait avoir démontré que la Terre est ronde. Son argument était qu'au moment d'une éclipse lunaire, la Lune entre dans l'ombre de la Terre, et qu'alors la Terre projette une ombre circulaire.

— C'est plutôt malin, non ?

L'homme se figea un instant et observa Lucine d'un air navré :

— Non, ce n'est pas « malin ». De nombreuses autres formes tridimensionnelles peuvent se projeter sous la forme d'un disque. Ce n'est pas la seule idiotie qu'il nous a laissée, ce filou d'Aristote, cela dit…

— Vous n'êtes pas très respectueux, tout de même. Il s'est peut-être trompé, mais au moins il a réfléchi, il a formulé des conjectures et il a réalisé des expériences ! Et puis c'est un filou encore connu de nos jours, ce n'est pas si mal !

— La célébrité n'est pas gage de valeur.

— Pour quelle raison lui en voulez-vous à ce point ?

Les épaules de l'homme s'affaissèrent dans un soupir :

— Je ne lui en veux pas. J'ai une réputation à préserver, vois-tu. Ma légende me veut arrogant, péremptoire. Péremptoire, oui, je le suis

forcément : que veux-tu opposer à une preuve scientifique ? Arrogant, je m'y applique.

— Ne voudriez-vous pas vous asseoir un moment, monsieur… Ératosthène ? Honnêtement, je crois que vous vous énervez pour rien. Et par cette chaleur, ça ne peut pas être bon pour vous. Ni pour moi, d'ailleurs.

L'homme se laissa choir dans un fauteuil habillé de velours. Lucine constatait maintenant son abattement. Elle le préférait véhément. Il releva le visage vers elle :

— Ne veux-tu pas savoir un point de désaccord entre Aristote et moi ?

Lucine n'eut pas le cœur de le décourager. Et puis cela pouvait être intéressant, après tout.

— Si si, bien sûr. Je vous écoute.



— Aristote a prétendu avoir démontré que la Terre est ronde, et que sa circonférence mesure 400 000 stades. Moi, je pense que la Terre est ronde mais je n'en ai pas de preuve formelle : lorsque je regarde un grand navire s'éloigner, je le vois qui passe l'horizon, petit à petit. Comment serait-ce possible si la Terre était plate ? Et puis lorsque je regarde la mer du haut d'une montagne, je vois plus loin que lorsque je suis à son pied. Là encore, la rotondité de la Terre peut l'expliquer ! Mais comprends-tu que ce n'est pas une démonstration ?

— Peut-être pas en effet, mais ce sont de drôlement bons arguments. Je n'y avais jamais songé ainsi. Il faut dire que…

L'homme coupa Lucine une nouvelle fois :

— On pourrait peut-être qualifier ces arguments de monstration[1], à la rigueur. Mais en revanche, à supposer que la Terre soit ronde, j'ai déterminé que sa circonférence est de 250 000 stades. Ha !

— C'est vrai que cela fait une grosse différence avec Aristote. Mais qu'est-ce qu'un stade ?

La question sembla sidérer son interlocuteur :

— Un stade ? Es-tu sérieuse, Lucine ? C'est un lieu où on pratique la course, par exemple. Et par extension, c'est sa longueur.

— Ah, c'est votre unité de longueur, pardon ! Haha, d'accord, je n'avais pas compris.

Lucine se sentait tout à fait bien à présent, et l'échange l'avait sincèrement amusée. Elle reprit, sans s'apercevoir qu'elle était vraiment intéressée maintenant :
— Et donc, comment savez-vous pour tous ces stades ?

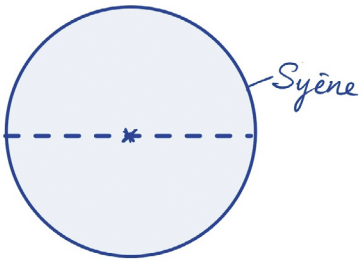
— Regarde. C'est tout simple. Voici la Terre, à supposer qu'elle soit sphérique. Souviens-toi, je le pense mais je n'ai pas encore de démonstration. C'est une conjecture.

— C'est drôlement important pour vous, on dirait, que ce soit une conjecture.

— Évidemment ! On ne doit rien affirmer qu'on n'ait démontré. Et c'est là toute la beauté de mon calcul : il est soumis à une vérité que je pressens mais qu'en réalité j'ignore. Pour autant, cela n'invalide pas la beauté, la rigueur et la simplicité de mon raisonnement. Mais je ne dois pas l'utiliser pour affirmer ce qu'il ne prouve pas !

1. Monstration : action d'exposer, de montrer à la vue du public.

Lucine brûlait d'envie de rétorquer « Allez, mon bon Ératosthène, ne vous mettez pas les nerfs par-dessus le tricot, elle est ronde, la Terre, c'est sûr », mais elle ne voulait pas être condescendante, ni bousculer ce vieux monsieur. Pourtant, peut-être était-il en train de lui jouer la comédie. Et dans ce cas, il était bigrement doué.



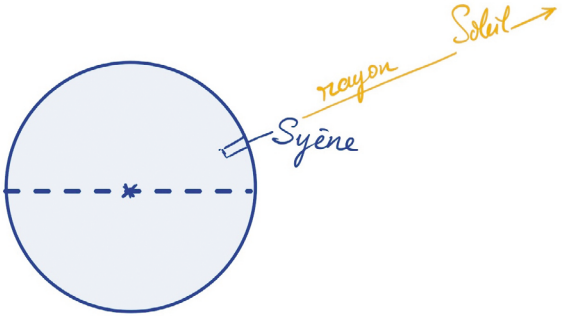
— D'accord. Et donc ?

— Voici la Terre. Ici, la ville de Syène.

— À Syène, j'ai remarqué un fait qui a attiré mon intérêt : un certain jour de l'année, à midi précise, les objets n'ont pas d'ombre.

« Oui », pensa Lucine, « je ne sais pas où se trouve Syène, mais si c'est dans l'hémisphère Nord, Ératosthène doit évoquer le solstice d'été ». Elle éluda rapidement d'avoir appelé l'homme « Ératosthène » spontanément.

— J'ai observé un puits, à Syène. À midi, le soleil en éclaire le fond. Comme ceci :



— J'ai aussi observé ce qui se produit à Alexandrie, le même jour. Devines-tu ?

Lucine réfléchit à toute vitesse. Alexandrie… Ératosthène… Ah mais oui, la bibliothèque !

— Oh mince ! Sommes-nous dans la bibliothèque d'Alexandrie ??

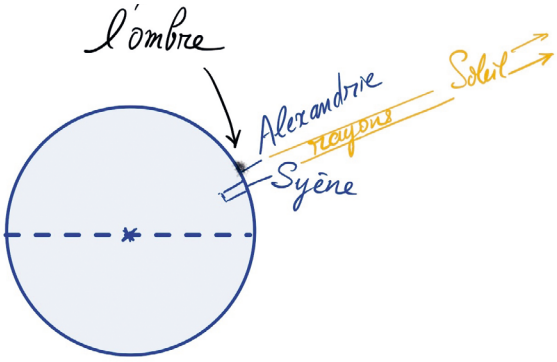
L'homme considéra Lucine avec surprise :
— Évidemment non, voyons… Que racontes-tu ?

— Pardon, monsieur Ératosthène, ce doit être le soleil qui m'a tapé sur la tête.

— Mmh. Et alors, devines-tu ?

— Euh… Je pense qu'à Alexandrie vous avez pu observer une ombre ? Alexandrie est au nord de l'Égypte, donc sans doute plus par-là, sur votre dessin ?

— Exactement. Regarde. Alexandrie est ici et imaginons que cet objet a son ombre ainsi :

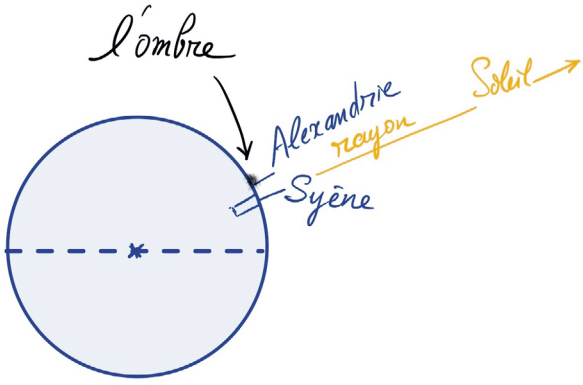


— D'accord.

— C'est là, jeune fille, que j'ai eu une idée dont je me félicite.

— …

— J'ai supposé que le soleil est si loin qu'on peut imaginer que les deux rayons sont parallèles. N'est-ce pas ingénieux, et justifié ?



— Si, si. Mais du coup, Syène et Alexandrie sont sur le même méridien ? Si on coupe la Terre comme ça, en passant par le centre, elles se trouvent ainsi ?

— Pratiquement, pratiquement. Je ne cherche pas une mesure exacte, je travaille un ordre de grandeur. Mes dessins ne sont pas à l'échelle, non plus. Mais cela me permet alors d'avancer.

Ordre de grandeur : dimension ou quantité en valeur approximative

(D'après le dictionnaire Larousse)

La précision d'un ordre de grandeur dépend des nombres considérés et de l'usage de l'ordre de grandeur.

Par exemple, si on achète une baguette de pain à 1,05 € et deux croissants à 1,95 €, on peut utiliser comme ordre de grandeur 1 € pour la baguette et 2 € pour chaque croissant. On sait qu'on dépensera à peu près 1 € + 2 € + 2 € = 5 €. On sait même qu'on dépensera un tout petit peu moins.

Si on veut donner une idée de la distance Terre-Soleil, qui est de 149 597 870 km, on va utiliser 150 000 000 km (« 150 millions de km »). C'est un ordre de grandeur moins précis qu'à la boulangerie, mais il est mieux adapté.

Mise en application : ordres de grandeur

Niveau 1 : un oiseau migrateur vole 370 km par jour pendant 97 jours. Sans calculatrice, estimer la valeur la plus proche de la distance parcourue :

- 3 500 km
- 35 000 km
- 40 000 km

Solution

Plusieurs démarches sont possibles, puisqu'on cherche un ordre de grandeur.

- ***Démarche 1 :*** *on approxime 370 à 400 et 97 à 100.*

  400 × 100 = 40 000. La réponse la plus proche est 40 000 km. On peut exclure la première proposition, très loin de notre résultat.

- ***Démarche 2 :*** *on approxime 370 à 350 et 97 à 100.*

  350 × 100 = 35 000. La réponse la plus proche est 35 000 km.

- ***Comment trancher entre les deux propositions, 40 000 km et 35 000 km ?***

  Dans la démarche 1, on a ajouté 30 à 370. Dans la démarche 2, on a enlevé 20 à 370. Dans les deux cas 97 a été remplacé par 100.

Ainsi, la démarche 2 est plus précise et la réponse la plus proche est 35 000.

REMARQUE : *370 × 97 = 35 890.*

NIVEAU 2 : la vitesse de la lumière est 299 792 458 m/s. La lumière met 499 secondes pour parvenir à la Terre. Quelle est la meilleure proposition pour la distance entre la Terre et le Soleil ?

- 1 500 000 km
- 15 000 000 km
- 150 000 000 km



SOLUTION

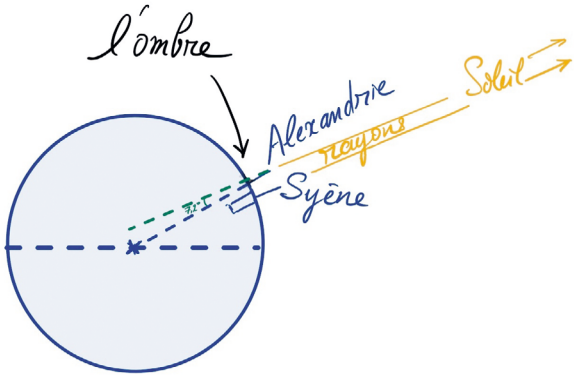
299 792 458 m/s ≈ 300 000 000 m/s = 300 000 km/s = 3×10^5 km/s.
499 s ≈ 500 s = 5×10^2 s.
Puisque la lumière parcourt 3×10^5 km en 1 s, elle parcourt 3×10^5 km $\times 5 \times 10^2$ s = 15×10^7 km en 500 s.
La réponse attendue est la troisième, 150 000 000 km.

REMARQUE : *la distance entre la Terre et le Soleil est 149 597 870 km.*

— Puisque je me permets l'approximation des rayons parallèles et des deux villes ainsi situées, en considérant le centre de la Terre (à supposer sa rotondité, n'as-tu pas oublié ?), j'obtiens ce dessin. Je peux porter l'angle formé par l'ombre et le rayon du soleil à Alexandrie, car c'est fort simple à déterminer. L'objet étudié à Alexandrie est vertical. C'est un gnomon.

— Un gnomon ?

— Oui, un bâton, si tu veux. Puisqu'il est vertical, il est donc dirigé vers le centre de la Terre. Voilà !



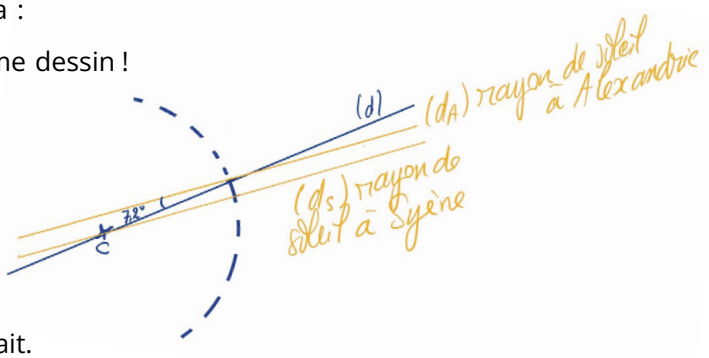
L'homme se redressa vivement, satisfait de lui-même. Lucine considéra le dessin.

— Je suis, jusque-là.

— Nous avons parlé et j'ai éveillé ton intérêt. Alors tu as été prête à m'écouter. Puis je t'ai placée dans un contexte et je l'ai représenté et expliqué. Tu peux maintenant t'élever encore : prolongeons et progressons dans l'abstraction.

L'homme qui se prétendait Ératosthène griffonna un nouveau dessin. Lucine s'étonna :

— C'est le même dessin !



— Pas tout à fait.

— Si, là c'est le centre de la Terre, au point *C*. Ici on a la droite (d_S) qui représente le rayon sur Syène, et là la droite (d_A) qui représente le rayon sur Alexandrie. La troisième droite, la droite *(d)*, c'est la droite qui représente la direction de l'objet qu'on regarde à Alexandrie : vous l'avez dit, il est vertical, c'est-à-dire qu'il pointe vers le centre de la Terre. Et là, vous avez indiqué la mesure de votre angle, 7,2°.

— Très bien.

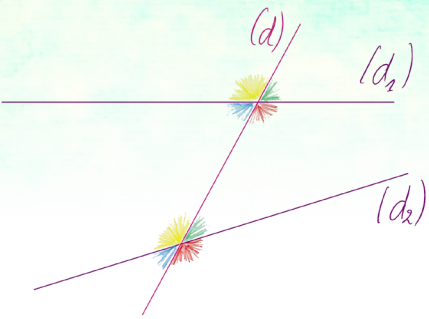
— Oh mais attendez, ça me rappelle quelque chose, cette configuration ! J'ai vu ça lorsque j'étais collégienne. Attendez, attendez. C'était un nom très très compliqué pour quelque chose qui semblait tellement évident… Ah oui, je me rappelle : les angles correspondants. Et puis aussi : alternes-internes. Les angles alternes-internes.

ANGLES CORRESPONDANTS

(d_1) et (d_2) sont deux droites.

(d) est une autre droite, sécante à (d_1) et (d_2).

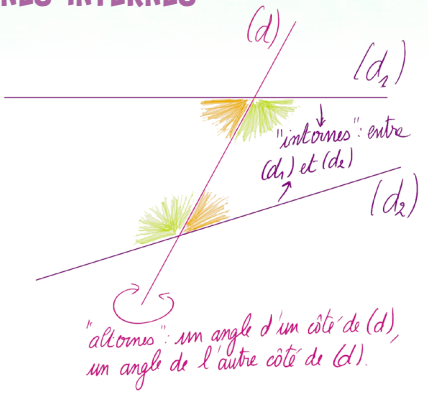
Les angles codés de la même couleur sont correspondants.



Ils occupent le même « emplacement » au niveau de leur sommet et de l'intersection formée.

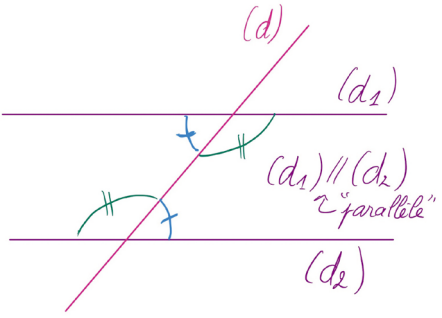
ANGLES ALTERNES-INTERNES

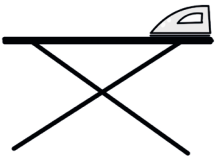
(d_1) et (d_2) sont deux droites. (d) est une autre droite, sécante à (d_1) et (d_2).



Les angles codés de la même couleur sont alternes-internes.

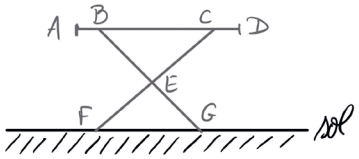
— Et quand les deux droites sont parallèles, la droite qui les coupe – la sécante, on l'appelait – forme des angles alternes-internes égaux deux à deux. Et les angles correspondants sont égaux aussi deux à deux, d'ailleurs. Je me suis toujours demandé à quoi cela servait, cette propriété. C'est drôle, aujourd'hui je sais ! Je me souviens d'autre chose, même si ce ne sera peut-être pas utile : la réciproque est vraie aussi. C'est-à-dire que quand les angles alternes-internes sont égaux deux à deux, eh bien les deux droites que coupe la sécante sont parallèles.





NIVEAU 1 : Alain a l'impression que le plateau de sa table à repasser n'est pas horizontal.

On suppose que le sol est horizontal.

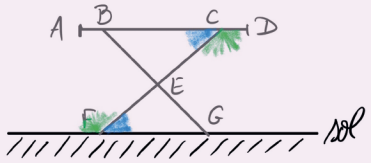


On schématise la situation ainsi :

Alain n'a pas de niveau à sa disposition, mais il a un rapporteur. Que peut-on lui conseiller pour vérifier que le plateau de la table à repasser est horizontal ?

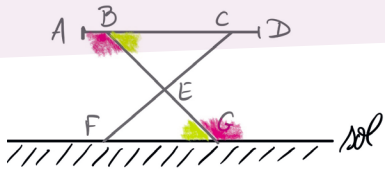
SOLUTION

Sur cette figure, la droite (FC) est une sécante de (AD) et de (FG). Ainsi, on peut identifier des angles alternes-internes. Les couples d'angles codés ci-dessous par la même couleur sont alternes-internes :



Il suffit qu'Alain mesure les angles $\widehat{BCE}$ et $\widehat{EFG}$ par exemple.
Si ces deux angles sont égaux, alors les droites (AD) et (FG) sont parallèles.

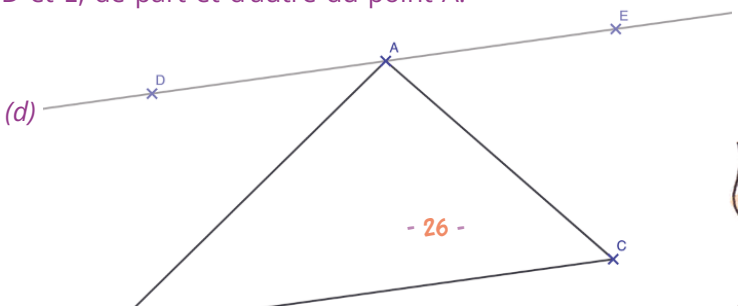
REMARQUE : on aurait pu considérer la droite (BG) au lieu de la droite (FC). Dans ce cas, les couples d'angles codés ci-dessous par la même couleur sont alternes-internes :



Il y a donc quatre solutions possibles.

NIVEAU 2 : on se propose de démontrer la propriété suivante : Dans un triangle, la somme des angles vaut 180°.

Considérons le triangle ABC. La droite *(d)* est la parallèle à (BC) passant par le point A.
Pour nous aider dans la suite, on place deux points sur la droite *(d)*, D et E, de part et d'autre du point A.

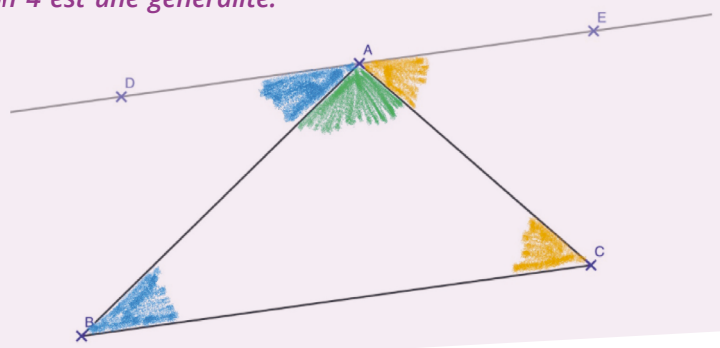




1. À quel autre angle dans la figure l'angle $\widehat{ABC}$ est-il égal ? Pourquoi ?
2. À quel autre angle dans la figure l'angle $\widehat{BCA}$ est-il égal ? Pourquoi ?
3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{DAE}$? Pourquoi ?
4. Montrer que la somme des angles du triangle ABC est égale à 180°.
5. Pourquoi ce résultat est-il généralisable par la propriété que nous cherchions à démontrer ?

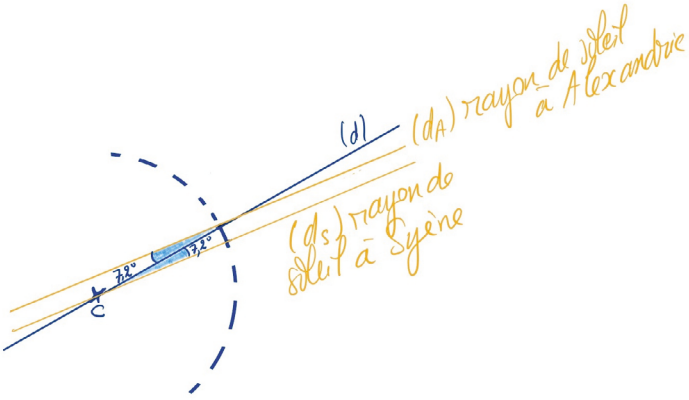
SOLUTION

1. *La droite (AB) est une sécante des droites (DE) et (BC).*
   Dans cette configuration, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB}$ sont alternes-internes.
   Or les droites (DE) et (BC) sont parallèles : c'est une hypothèse de l'exercice.
   Nous savons que lorsque deux droites sont parallèles, les angles alternes-internes formés par une séante de ces droites sont égaux.
   Ainsi, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB}$ sont égaux.
2. *On démontre de la même façon que $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAE}$ sont égaux, en se plaçant dans la configuration formée par les droites parallèles (DE) et (BC) coupées par la sécante (AC).*
3. *L'angle $\widehat{DAE}$ mesure 180°, car il est plat puisque les points D, A et E sont alignés dans cet ordre sur la droite (d).*
4. *Sur le dessin ci-dessous, les angles de même couleur sont égaux (les questions 1 et 2 nous ont permis de le démontrer). On a aussi mis en couleur l'angle $\widehat{BAC}$.*
   On a établi dans la question 3 que $\widehat{BCA}$ = 180°, c'est-à-dire $\widehat{DAB}$ + $\widehat{BAC}$ + $\widehat{CAE}$ = 180°
   D'après les réponses aux questions 1 et 2, on obtient alors $\widehat{ABC}$ + $\widehat{BAC}$ + $\widehat{BCA}$ = 180°.
   La somme des angles du triangle ABC vaut bien 180°.
5. *Le triangle étudié est quelconque. Ainsi, le résultat trouvé en question 4 est une généralité.*



Lucine poursuivit, emportée par son enthousiasme ; elle comprenait où voulait en venir l'homme :

— Si je reviens à votre dessin, l'angle de 7,2° se retrouve aussi… ici ! Parce que les deux angles sont alternes-internes et les droites (d_A) et (d_S) sont parallèles. Enfin… Approximativement.



Lucine tourna la tête vers l'homme en souriant. Ses yeux brillaient.

— Très bien, Lucine. Et alors maintenant, que fais-tu de ce résultat ?

— Ah oui, bonne question. Que signifie ce que j'ai trouvé, finalement ?

Lucine força son cerveau à faire des allers-retours entre la situation réelle, sur la Terre, et la configuration géométrique. L'homme restait silencieux. Finalement il reprit la parole :

— Dis à haute voix ce que tu penses. Même si tu te fourvoies, tu avanceras.

— Oui, alors ça c'est relatif, monsieur Ératosthène. Vu la façon dont vous traitez les erreurs de monsieur Aristote, je n'ai pas envie de subir le même sort que lui et que vous me traitiez de filou.

L'homme sourit à son tour, imperceptiblement.

— Tu as ma parole. Tu as déjà mon respect. Tu acceptes de te poser des questions et de chercher. Cela me suffit. Par ailleurs, Aristote n'était pas un filou, je me suis emporté.

— Bon. L'angle dont le sommet est le centre de la terre et dont les côtés passent chacun par une des villes qui nous intéressent mesure 7,2°. Si c'était en radians, ce serait plus pratique : on aurait pu parler directement de la longueur de l'arc, et…

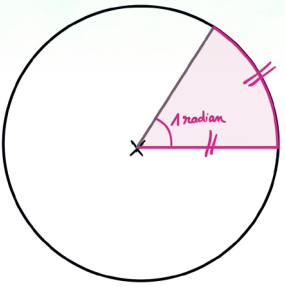
LES RADIANS ET LES DEGRÉS

Le radian est une unité de mesure d'angle, comme le degré.
1 radian est la mesure de l'angle qui intercepte, depuis le centre d'un cercle et sur la circonférence de celui-ci, un arc égal au rayon du cercle.
D'après le centre national de ressources textuelles et lexicales

https://www.cnrtl.fr/definition/radian#:~:text=Unit%C3%A9%20de%20mesure%20d'angle,secondes%20ou%2063%2C66%20grades.

Un angle plein mesure, en degrés, 360°.
En radians, il mesure 2π radians.





— … Non, on s'en moque, en fait, radians ou degrés. L'angle entre Syène, le centre de la Terre et Alexandrie mesure 7,2°. Puisqu'un angle plein mesure 360°, je peux savoir combien de fois cet angle se retrouve dans l'angle plein. Et alors, je saurai aussi combien de fois se retrouve la distance entre Syène et Alexandrie sur toute la circonférence de la Terre. Attendez, attendez, ne me dites rien. Je n'aime pas poser les opérations, je vais essayer de tête. Alors. Déjà, 7,2 × 10 donne 72. Mmh, 72, pas mal : c'est… Oh ça alors ! c'est le double de 36 ! Mais alors 7,2 × 5 vaut 36 et 7,2 × 50 vaut 360 ! Alors ça c'est incroyable, 50 tout rond !

Lucine rayonnait. Elle regarda l'homme. Il semblait promener son regard dans le vide :

— Oui, 50 fois, quelle chance… 7,2° est vraiment une mesure fort favorable.

Lucine s'emporta :

— Vous avez bidonné le truc ?!

— Je vous demande pardon, Lucine ? Je ne comprends pas votre question.