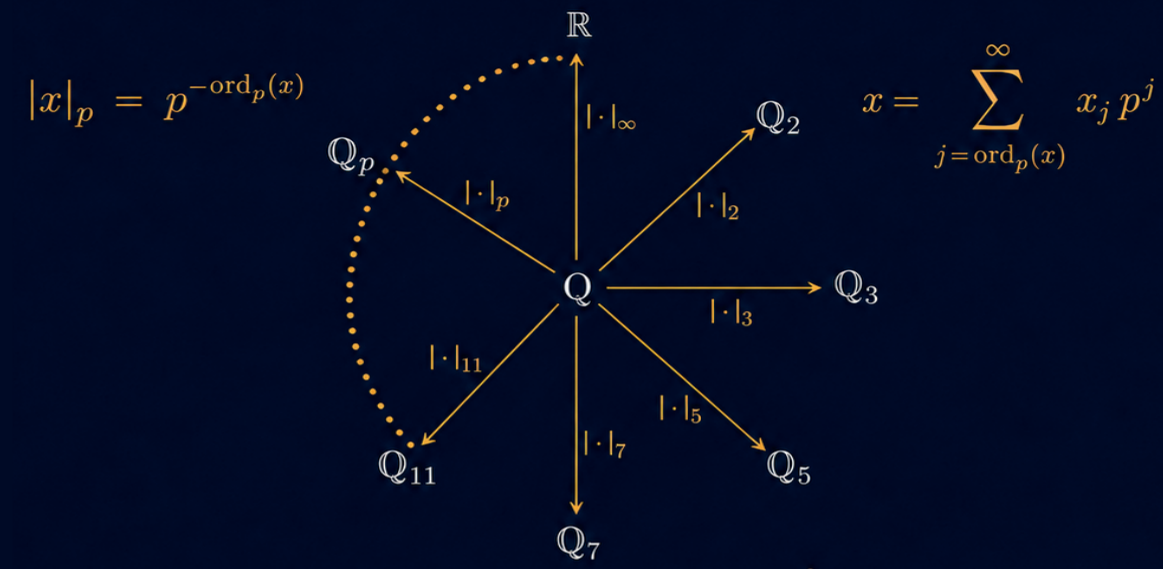
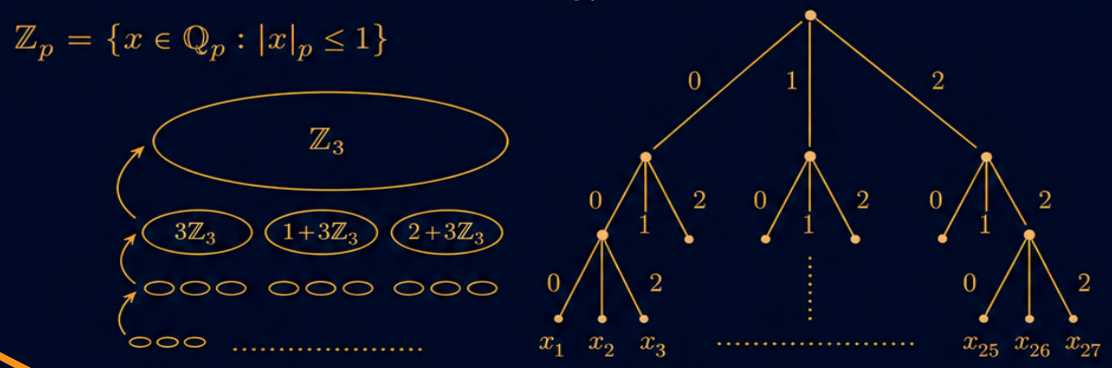
Una introducción al análisis p-ádico





Oscar Francisco Casas Sánchez
Leonardo Fabio Chacón Cortés
Jeanneth Galeano Peñaloza

FORMACIÓN
CIENCIAS NATURALES

Oscar Francisco Casas Sánchez

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Matemático, Magíster en Ciencias Matemáticas y PhD en Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. Profesor titular de la Escuela de Matemáticas de la UPTC, Tunja.

oscar.casas01@uptc.edu.co

https://orcid.org/0000-0002-8725-5385

Chacón Cortés Leonardo Fabio

Pontificia Universidad Javeriana, sede Bogotá. Matemático y Magíster en Ciencias-Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, PhD en Matemáticas de Cinvestav, México. Profesor asociado del Departamento de Matemáticas de la Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá.

leonardo.chacon@javeriana.edu.co

https://orcid.org/0000-0003-1335-7941

Galeano Peñaloza Jeanneth

Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. Matemática y Magíster en Ciencias-Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, PhD. en Matemáticas de Cinvestav, México. Profesora asociada del Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

jgaleanop@unal.edu.co

https://orcid.org/0000-0003-0516-9123





Una introducción al análisis *p*-ádico

Oscar Francisco Casas Sánchez
Leonardo Fabio Chacón Cortés
Jeanneth Galeano Peñaloza





Una introducción al análisis *p*-ádico

Oscar Francisco Casas Sánchez
Leonardo Fabio Chacón Cortés
Jeanneth Galeano Peñaloza

Enfoque: Formación
Área OCDE: Ciencias Naturales
Disciplina: Matemáticas Puras
Colección N.° 107

Una introducción al análisis p-ádico
An Introduction to p-Adic Analysis

Primera Edición, 2026
Versión digital

© Oscar Francisco Casas Sánchez, 2026
© Leonardo Fabio Chacón Cortés, 2026
© Jeanneth Galeano Peñaloza, 2026
© Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, 2026

ISBN (Pdf) 978-628-7863-71-2

Proceso de arbitraje doble ciego
Recepción: agosto de 2025
Aprobación: marzo de 2026

Hecho en Colombia - Made in Colombia

Una introducción al análisis p-ádico / An Introduction to p-Adic Analysis / Casas Sánchez, Oscar Francisco; Chacón Cortés, Leonardo Fabio; Galeano Peñaloza, Jeanneth. Tunja: Editorial UPTC, 2026. 139 p.

ISBN (Pdf) 978-628-7863-71-2

Incluye referencias bibliográficas

1. Números p-ádicos. 2. Operadores pseudodiferenciales. 3. Ultradifusión en conjuntos finitos. 4. Discretización del operador de Vladimirov. 5. Método de Euler-Forward en el campo de los p-ádicos. 6. Ecuación del calor p-ádica.
(Dewey 510/21) (THEMA PB - Matemáticas)

Rector UPTC
Enrique Vera López

Comité Editorial
Carlos Mauricio Moreno Téllez
Vicerrector de Investigación y Extensión

Yolanda Torres Pérez
Directora de Investigaciones

Óscar Pulido Cortés
Delegado Vicerrectoría Académica

Martín Orlando Pulido Medellín
Representante Área Ciencias Agrícolas

Yolima Bolívar Suárez
Representante Área Ciencias Médicas y de la Salud

Nelsy Rocío González Gutiérrez
Representante Área Ciencias Naturales

Olga Yanet Acuña Rodríguez
Representante Área Ciencias Sociales

Juan Guillermo Díaz Bernal
Representante Área Humanidades

Pilar Jovanna Holguín Tovar
Representante Área Artes

Edgar Nelson López López
Representante Área Ingeniería y Tecnología

Juan Sebastián González Sanabria
Representante Grupos de Investigación

Editora
Bertha Ramos Holguín

Corrección de Estilo
Claudia Helena Amarillo Forero

Asesor de arte e imagen
Pedro Alexander Sosa Gutiérrez

Imagen de carátula
Generada en ChatGPT/OpenAI con licencias.

Diseño y Diagramación
Aura Patricia Sarmiento Hernández

Libro de formación

Citar este libro / Cite this book
Casas-Sánchez, O. F., Chacón-Cortés, L. F., Galeano-Peñaloza, J. (2026). *Una introducción al análisis p-ádico.* Editorial UPTC.
https://doi.org/10.19053/uptc.9786287863712



Uptc®
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
VIGILADA MINEDUCACIÓN





Libro financiado por la Vicerrectoría de Investigación y Extensión - Dirección de Investigaciones de la UPTC. Se permite la reproducción parcial o total, con la autorización expresa de los titulares del derecho de autor. Este libro es registrado en Depósito Legal, según lo establecido en la Ley 44 de 1993, el Decreto 460 de 16 de marzo de 1995, el Decreto 2150 de 1995 y el Decreto 358 de 2000.

Editorial UPTC
La Colina, Bloque 7, Casa 5
Avenida Central del Norte No. 39-115, Tunja, Boyacá
comite.editorial@uptc.edu.co
https://editorial.uptc.edu.co

Una introducción al análisis p-ádico

Oscar Francisco Casas Sánchez
Leonardo Fabio Chacón Cortés
Jeanneth Galeano Peñaloza

Resumen

El objetivo de este libro es ofrecer una introducción accesible al análisis p-ádico, presentando los conceptos fundamentales de la teoría junto con algunas de sus aplicaciones. A pesar de la importancia que los números p-ádicos han adquirido recientemente en diversas áreas de las matemáticas y la física, no existen muchos textos en español que aborden este tema de manera sistemática y con un enfoque introductorio. Por ello, esta obra busca servir como material de apoyo para estudiantes de pregrado interesados en iniciarse en el estudio de los números p-ádicos.

El texto está organizado en cuatro capítulos. En el capítulo 1 se construye el campo de los números p-ádicos: se introduce la norma p-ádica y se demuestra el teorema de Ostrowski, que caracteriza todas las normas no triviales sobre los números racionales $\mathbb{Q}$. Luego se construye el campo de los números p-ádicos $\mathbb{Q}_p$, el cual es la completación $\mathbb{Q}$ con respecto a la norma p-ádica y se muestran algunas de sus propiedades topológicas.

En el capítulo 2 se estudia la aritmética sobre los números p-ádicos, se presenta el lema de Hensel y se desarrollan las expansiones p-ádicas y las operaciones básicas. También se analizan algunas relaciones entre $\mathbb{Q}$ y el campo de los números reales.

En el capítulo 3 se examinan funciones de variable p-ádica, tanto a valor p-ádico como a valor complejo. Estas últimas, desde

el punto de vista de los operadores pseudodiferenciales, son las más interesantes. Se introducen los conceptos de integración con el fin de estudiar la transformada de Fourier p-ádica y algunos operadores pseudodiferenciales.

En el capítulo 4 se desarrollan diversos métodos de simulación numérica para los números p-ádicos; entre ellos, el orden, la norma y la visualización de números p-ádicos en conjuntos finitos. Además, se proponen tres métodos para aproximar y visualizar las soluciones de ecuaciones del calor sobre los números p-ádicos.

Estos resultados son los aportes originales de los autores y representan algunos de los primeros esfuerzos significativos orientados a la representación de este tipo de soluciones, lo que contribuye a una mejor comprensión y visualización de los números p-ádicos.

Palabras clave: números p-ádicos, operadores pseudodiferenciales, ultradifusión en conjuntos finitos, discretización del operador de Vladimirov, método de Euler-Forward en el campo de los p-ádicos, ecuación del calor p-ádica.

Abstract

This book aims to provide an accessible introduction to p-adic analysis by presenting the fundamental concepts of the theory alongside some of its applications. Despite the recent importance of p-adic numbers in several areas of mathematics and physics, there are few Spanish texts that address this topic systematically and in an introductory way. This book therefore aims to serve as supporting material for undergraduate students interested in beginning to study p-adic numbers.

The text is organized into four chapters. Chapter 1 introduces the field of p-adic numbers. To this end, the p-adic norm is examined and Ostrowski's theorem is proved, which characterizes all nontrivial norms on the field of rational numbers $\mathbb{Q}$. The field of p-adic numbers $\mathbb{Q}_p$ is then obtained by completing $\mathbb{Q}$ with respect to the p-adic norm, and some of its topological properties are presented.

Chapter 2 studies arithmetic over the p-adic numbers. Hensel's Lemma is introduced, and p-adic expansions and their basic operations are explored. Some relations between $\mathbb{Q}_p$ and the field of real numbers are also analyzed.

In Chapter 3, we study functions of a p-adic variable with either p-adic or complex values. The latter are particularly interesting from the point of view of pseudo-differential operators. Concepts

of integration are introduced to facilitate the study of the p-adic Fourier transform and certain pseudo-differential operators.

In Chapter 4, several numerical simulation methods for p-adic numbers are developed, including the computation of the order, the norm, and the visualization of p-adic numbers on finite sets. In addition, three methods are proposed to approximate and visualize the solutions to heat equations over the p-adic numbers.

These results are the original contributions by the authors and represent some of the first significant efforts to visualize these solutions, improving our understanding of p-adic numbers.

Keywords: p-adic numbers, pseudo-differential operators, ultra diffusion on finite sets, discretization of the Vladimirov operator, Euler-Forward method in the field of p-adic numbers, the p-adic heat equation.