Vitor Amadeu Souza

Introdução a

Teoria

dos

Grafos

Volume único

© 2023 by Cerne Tecnologia e Treinamento Ltda.

© 2023 by Vitor Amadeu Souza

Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida sem autorização prévia e escrita de **Cerne Tecnologia e Treinamento Ltda.** Este livro publica nomes comerciais e marcas registradas de produtos pertencentes a diversas companhias. O editor utiliza as marcas somente para fins editoriais e em benefício dos proprietários das marcas, sem nenhuma intenção de atingir seus direitos.

Julho de 2023

Direitos reservados por:
Cerne Tecnologia e Treinamento Ltda
Produção: Cerne Tecnologia e Treinamento
E-mail da Empresa: cerne@cerne-tec.com.br
Home Page: www.cerne-tec.com.br.com.br
Atendimento ao Consumidor: sac@cerne-tec.com.br
Contato com o Autor: vitor@cerne-tec.com.br



FEITO NO BRASIL

“Venha também sobre mim a tua benignidade, ó Senhor, e a tua salvação, segundo a tua palavra.”

Sl 119:41

Kits Didáticos e Gravadores da Cerne Tecnologia

A Cerne tecnologia têm uma linha completa de aprendizado para os microcontroladores da família PIC, 8051, Holtek, dsPIC, ARM e etc. Veja os detalhes de cada um nas figuras abaixo:



Kit Arduino

- Gravação On-Board
- Comunicação Serial RS232
- Entrada de 12 V

Uma linha completa de componentes para o desenvolvimento de seus projetos eletrônicos como displays, PICs, botões, leds, cristais e etc. Visite a nossa página na Internet, no endereço www.cerne-tec.com.br e conheça melhor nossos serviços e produtos.

Cerne
Conhecimento para o Desenvolvimento

www.cerne-tec.com.br

Sumário

Capítulo I – Metodologia de desenvolvimento.....7

1. Introdução.....7

Capítulo II – Definições básicas.....8

1. História.....8
2. O que é grafo.....10
3. Aplicações.....11
4. Representação de um grafo.....17
5. Ordem de um grafo.....21
6. Número de arestas.....25
7. Multigrafos.....29
8. Grafo trivial.....30
9. Grafo vazio.....30
10. Laço.....30
11. Vértices adjacentes.....31
12. Grau ou valência de um vértice.....32
13. Grafo regular.....38
14. Grafo completo.....42
15. Grafo orientado ou dígrafo.....44
16. Aresta convergente e divergente.....45
17. Grau de um grafo orientado.....47
18. Sumidouro ou sorvedouro.....47
19. Fonte.....48
20. Grafo valorado.....49
21. Matriz adjacência.....51
22. Matriz incidência.....58
23. Custo de memória.....64
24. Passeio.....65
25. Caminho simples.....67

26. Grafo conexo....68
27. Grafo total desconexo....72
28. Ciclo....72
29. Caminho de Euler....76
30. Circuito de Euler ou Grafo Euleriano....77
31. Problema das Pontes de Königsberg....80
32. Subgrafo....81
33. Isomorfismo....83
34. Teorema das Quatro cores....85
35. Correspondência biunívoca....90
36. Grafo bipartido....90
37. Caminho Hamiltoniano....94
38. Grafo Hamiltoniano....97
39. Teorema de Dirac....102
40. Teorema de Ore....103
41. Problema do Caixeiro Viajante (PCV)....104
42. Algoritmo do vizinho mais próximo....106
43. Árvore....107
44. Árvore geradora....109
45. Algoritmo de Kruskal....112
46. Busca em profundidade ou Depth-First Search (DFS)....116
47. Busca em largura ou Breadth-First Search (BFS)....117
48. Grafo planar....118
49. Teorema de Kuratowski....119
50. Aplicações de grafos planares....124
51. Aplicações do Teorema de Kuratowski....125
52. Aplicações do Problema do Caixeiro Viajante....126
53. Programação dinâmica na sequência de Fibonacci....127
54. Programação dinâmica na Matriz adjacência....131
55. Complexidade computacional....136

Capítulo I
Metodologia de desenvolvimento

1. Introdução

Este livro é a concatenação da série de cinco livros lançadas anteriormente que abordam temas fundamentais da Teoria de Grafos.

Neste volume único assuntos como representação de um grafo, caminho Euleriano e Hamiltoniano, árvore, problema do caixeiro viajante, grafo orientado, grafo planar, isomorfismo dentre outros são abordados.

Em todos os tópicos a exemplos de fixação, o que facilita a aprendizagem dos conceitos apresentados e ao término da obra há alguns exemplos computacionais feitos através da linguagem C.

Capítulo II

Definições básicas

1. História

O termo grafo foi introduzido por James Joseph Sylvester através de um artigo publicado na Nature em 1877.



https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/7549/5/arquivototal.pdf

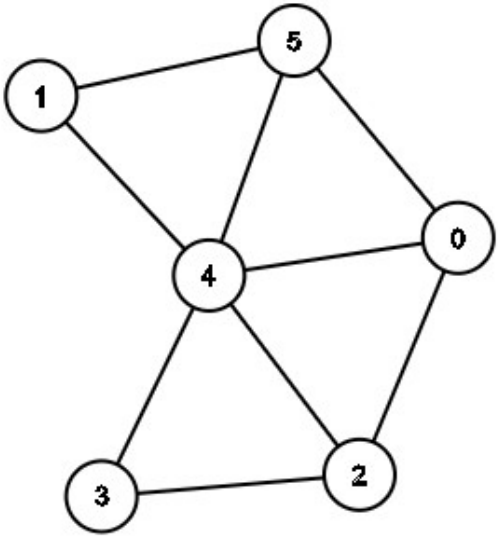
Entretanto, a resolução do problema das 7 Pontes de Königsberg em 1736 por Leonhard Euler é referida como a primeira publicação sobre o tema.



https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/7549/5/arquivototal.pdf

2. O que é um grafo?

A definição formal de grafo é: Conjunto de vértices (ou nodos), interconectados dois a dois por arestas (ou arcos).



Podemos abstrair este conceito que possibilita a codificação entre pares de objetos. Quais objetos? Qualquer um! Ex: Pessoas, estados, filmes, páginas web, aeroportos, átomos, ilha em PCI, países etc.

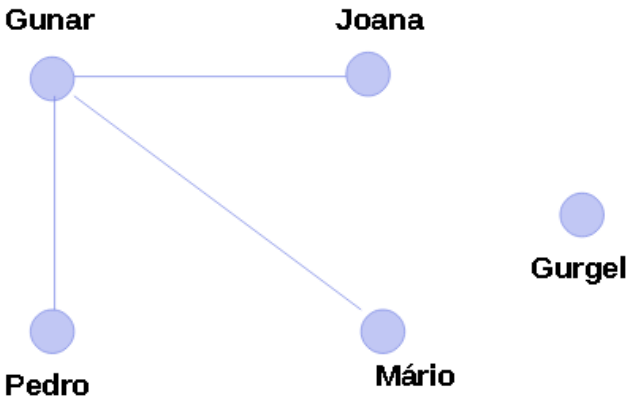
Quais relacionamentos? Qualquer um! Ex: Idioma, ideologia, amizade, profissão, genealogia, trilha em PCI, amizade etc.

Desta forma, um novo desenho pode ser feito no qual os objetos estão relacionados aos vértices do grafo e relacionamentos as arestas.

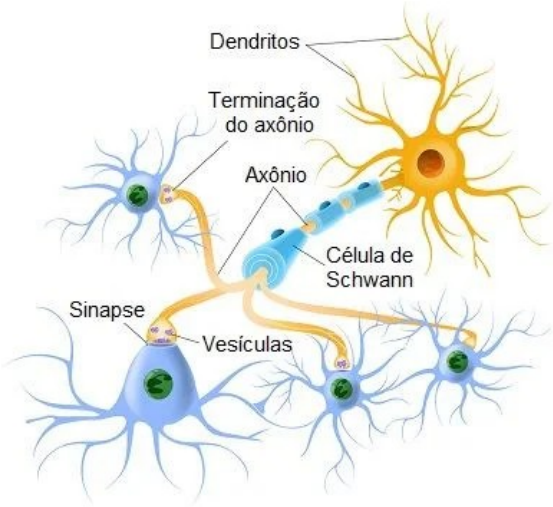


3. Aplicações

Pela representação do grafo abaixo fica claro observar que Gunar é o que possui mais amigos.

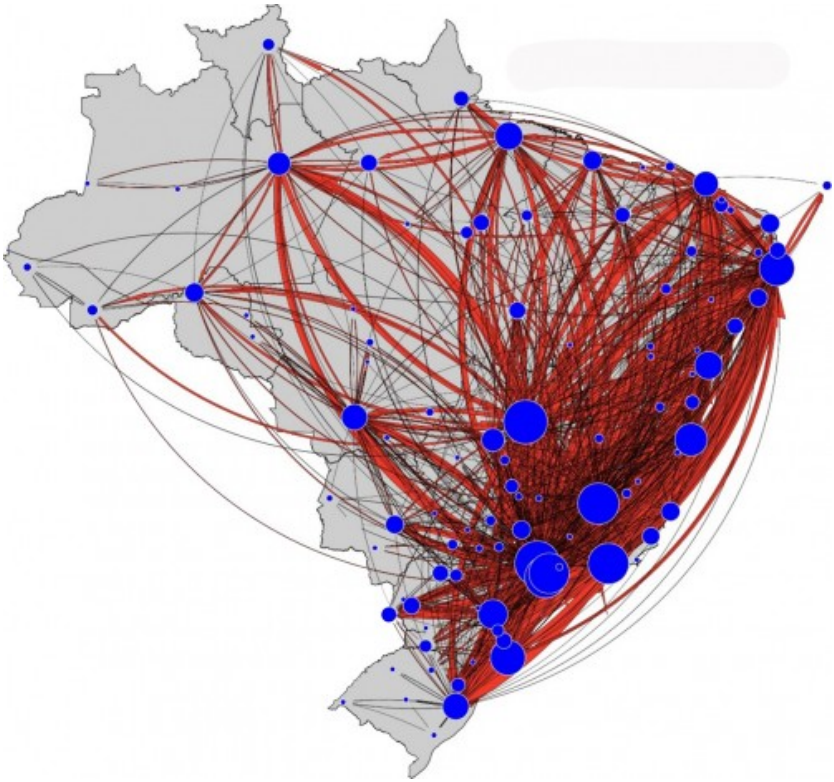


Imagine a quantidade de relacionamentos (arestas) ou sinapses há entre os neurônios (vértice) em uma rede neural.



Fonte: https://www.todamateria.com.br/sinapses/

Pela figura abaixo podemos observar os relacionamentos entre os diversos aeroportos brasileiros.



Fonte: https://journals.openedition.org/confins/46949?lang=pt

Observando a figura abaixo podemos ver que a relação com Londres é feita apenas através do aeroporto de SP.