

Olivier Fiat

PHYSIQUE-CHIMIE

PSI/PSI*

MÉTHODES & EXERCICES

2^e édition

DUNOD

l'intel

Couverture : création Hokus Pokus, adaptation Studio Dunod

© Dunod, 2022

11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-084941-3

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Avant-propos

IX

I Électronique 1

CHAPITRE 1 MONTAGES ÉLECTRIQUES ET ÉLECTRONIQUES 3

Les méthodes à retenir 4

Énoncés des exercices 16

Du mal à démarrer ? 23

Corrigés des exercices 23

CHAPITRE 2 TRAITEMENT DU SIGNAL 31

Les méthodes à retenir 32

Capacités numériques 39

Capacités numériques 41

Énoncés des exercices 46

Du mal à démarrer ? 50

Corrigés des exercices 51

II Phénomènes de transport 55

CHAPITRE 3 TRANSPORT DE CHARGES 57

Les méthodes à retenir 58

Énoncés des exercices 64

Du mal à démarrer ? 69

Corrigés des exercices 69

III

CHAPITRE 4	TRANSFERT THERMIQUE PAR CONDUCTION	75
Les méthodes à retenir		76
Capacités numériques		84
Énoncés des exercices		88
Du mal à démarrer ?		95
Corrigés des exercices		96
CHAPITRE 5	DIFFUSION DE PARTICULES	107
Les méthodes à retenir		108
Énoncés des exercices		112
Du mal à démarrer ?		117
Corrigés des exercices		118
CHAPITRE 6	FLUIDES EN ÉCOULEMENT	125
Les méthodes à retenir		126
Énoncés des exercices		136
Du mal à démarrer ?		142
Corrigés des exercices		143
CHAPITRE 7	ÉCOULEMENTS INTERNES ET EXTERNES	151
Les méthodes à retenir		152
Énoncés des exercices		161
Du mal à démarrer ?		171
Corrigés des exercices		172
III Bilans macroscopiques		183
CHAPITRE 8	BILANS MACROSCOPIQUES	185
Les méthodes à retenir		186
Énoncés des exercices		197
Du mal à démarrer ?		212

Corrigés des exercices	214
------------------------	-----

IV Électromagnétisme 229

CHAPITRE 9 CHAMP ÉLECTRIQUE EN RÉGIME STATIONNAIRE 231

Les méthodes à retenir	232
Énoncés des exercices	245
Du mal à démarrer ?	254
Corrigés des exercices	255

CHAPITRE 10 CHAMP MAGNÉTIQUE EN RÉGIME STATIONNAIRE 265

Les méthodes à retenir	266
Énoncés des exercices	277
Du mal à démarrer ?	282
Corrigés des exercices	283

CHAPITRE 11 ÉLECTROMAGNÉTISME DANS L'ARQS 291

Les méthodes à retenir	292
Énoncés des exercices	302
Du mal à démarrer ?	311
Corrigés des exercices	312

CHAPITRE 12 FERROMAGNÉTISME 321

Les méthodes à retenir	322
Énoncés des exercices	334
Du mal à démarrer ?	344
Corrigés des exercices	345

V Conversion de puissance **353**

CHAPITRE 13 **PUISSANCE ÉLECTRIQUE ET TRANSFORMATEUR** **355**

Les méthodes à retenir	356
Énoncés des exercices	364
Du mal à démarrer ?	368
Corrigés des exercices	368

CHAPITRE 14 **CONVERSION ÉLECTRO-MAGNÉTO-MÉCANIQUE** **375**

Les méthodes à retenir	376
Énoncés des exercices	389
Du mal à démarrer ?	398
Corrigés des exercices	399

CHAPITRE 15 **CONVERSION ÉLECTRONIQUE STATIQUE** **409**

Les méthodes à retenir	410
Énoncés des exercices	421
Du mal à démarrer ?	428
Corrigés des exercices	429

VI Physique des ondes **437**

CHAPITRE 16 **ÉQUATION DE D’ALEMBERT** **439**

Les méthodes à retenir	440
Énoncés des exercices	449
Du mal à démarrer ?	460
Corrigés des exercices	461

CHAPITRE 17 **ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS LE VIDE** **475**

Les méthodes à retenir	476
------------------------	-----

Énoncés des exercices	481
Du mal à démarrer ?	487
Corrigés des exercices	487

CHAPITRE 18 PHÉNOMÈNES DE PROPAGATION LINÉAIRES : ABSORPTION ET DISPERSION 495

Les méthodes à retenir	496
Capacités numériques	507
Énoncés des exercices	510
Du mal à démarrer ?	520
Corrigés des exercices	521

CHAPITRE 19 INTERFACES ENTRE DEUX MILIEUX 533

Les méthodes à retenir	534
Énoncés des exercices	541
Du mal à démarrer ?	547
Corrigés des exercices	548

VII Chimie 555

CHAPITRE 20 THERMOCHIMIE 557

Les méthodes à retenir	558
Énoncés des exercices	573
Du mal à démarrer ?	579
Corrigés des exercices	580

CHAPITRE 21 PROCÉDÉS INDUSTRIELS CONTINUS 591

Les méthodes à retenir	591
Capacités numériques	601
Énoncés des exercices	607
Du mal à démarrer ?	611

Corrigés des exercices	612
------------------------	-----

CHAPITRE 22 ÉLECTROCHIMIE

617

Les méthodes à retenir	618
Énoncés des exercices	639
Du mal à démarrer ?	650
Corrigés des exercices	651

CHAPITRE 23 FORMULAIRE MATHÉMATIQUE

661

23.1 Équations différentielles	661
23.2 Fonctions de plusieurs variables, équations aux dérivées partielles	663
23.3 Analyse vectorielle	664
23.4 Intégrales de champs et grandeurs élémentaires	668

Index	671
-------	-----

Vous pouvez télécharger les programmes Python à partir de la page de présentation de l'ouvrage sur le site Dunod.



<https://dunod.com/EAN/9782100839612>

Présentation générale.

Cet ouvrage de la collection Méthodes & Exercices traite de l'intégralité du programme de physique et de chimie des filières PSI et PSI*. Chacun des 22 chapitres est divisé en quatre ou cinq parties (le chapitre 23 est un formulaire de mathématiques).

Les méthodes à retenir : chaque chapitre commence par plusieurs fiches structurées avec des rappels de cours synthétiques, des méthodes de raisonnement ou de calcul, un exemple complet et un renvoi aux exercices concernés.

Capacités numériques : c'est une nouveauté du programme 2022, ce paragraphe ne figure que dans certains chapitres et correspond à une mention explicite du programme officiel. Après la description de la situation physique concernée, les spécificités informatiques du code Python sont détaillées, puis le code est donné intégralement et un exemple est présenté. Enfin, deux exercices sont proposés et corrigés, un de nature physique, avec l'utilisation du code Python pour simuler une expérience ou valider un résultat théorique, et un de nature informatique, nécessitant une modification du code. L'utilisation de Python au concours, à l'écrit et à l'oral de physique-chimie, est explicitement prévue par les programmes. *L'auteur remercie Monsieur Benoît RIVET, professeur de mathématiques et d'informatique en MPSI au lycée Gay-Lussac de Limoges pour l'aide précieuse qu'il lui a apportée dans la mise au point des programmes Python.*

Énoncés des exercices : des énoncés d'exercices d'application du cours et de nombreux exercices inspirés d'écrits et d'oraux de concours sont proposés. Ils sont affectés d'un niveau de difficulté, de 1 à 4.

Du mal à démarrer ? : des indications de méthode ou de calcul sont données à l'image de celles qui seraient données en colle ou à l'oral des concours.

Corrigés des exercices : les solutions détaillées sont entièrement rédigées.

Conseils de travail.	Nous vous encourageons à adopter une discipline de travail rigoureuse. Vous ne devez jamais oublier que c'est en faisant qu'on apprend. Lire un énoncé puis son corrigé est absolument contre-productif, et même si vous avez l'impression de « tout comprendre » (ce qui est flatteur pour le rédacteur de la solution !) vous n'apprendrez presque rien, et surtout vous ne retiendrez rien. Un exercice est fait pour être cherché, longuement, avec application, puis rédigé complètement, applications numériques, commentaires et conclusions compris. Si vous ne trouvez pas la réponse, cherchez encore. Si vous ne trouvez toujours pas, reportez-vous à la fiche méthode et réessayez en profitant des rappels et conseils qui y sont donnés. Si vous ne trouvez toujours pas, reportez-vous à l'aide donnée dans la rubrique « Du mal à démarrer ? ». Si vous n'avez que partiellement trouvé, laissez-vous un peu de temps encore, une nuit de repos, et cherchez encore le lendemain, c'est souvent profitable. Enfin, vous pouvez consulter le corrigé, sans oublier qu'avoir réellement compris une solution, c'est être capable, une heure, une semaine ou un an après, de la restituer.
À propos du choix d'exercices.	Les exercices ont été choisis pour couvrir tout le programme et tous les styles : certains sont calculatoires, d'autres plus qualitatifs, d'autres encore à forte composante documentaire (c'est alors mentionné dans le titre) avec une volonté dans cet ouvrage de proposer beaucoup de lectures graphiques (schémas, diagrammes, cartes de champ, de potentiel). Certains exercices, qui demandent une initiative particulière de modélisation, de choix d'hypothèses, d'organisation du raisonnement, sont estampillés « résolution de problème ».
Quelques données plus techniques.	• Les grandeurs complexes sont soulignées, les grandeurs vectorielles surmontées d'une flèche, les vecteurs unitaires notés $\vec{u}$. • L'imaginaire pur est noté i en électromagnétisme et dans l'étude des ondes, et j dans les chapitres d'électricité pour éviter la confusion avec l'intensité. • Nous avons délibérément omis de fournir les lois d'analyse vectorielle dans le corps des exercices, afin d'éviter de donner ainsi une indication trop précise. Nous avons ainsi respecté la convention de l'écrit des concours, où la liste des formules utiles est toujours donnée avant ou après l'énoncé. • Un formulaire de mathématiques utiles à la physique est proposé à la fin de l'ouvrage. • Il en est de même pour les formules de trigonométrie et les éléments différentiels de longueur, de surface et de volume pour les intégrales spatiales. • Un index complet est proposé à la toute fin de ce livre.
En guise de conclusion.	Nous espérons que cet ouvrage vous aidera à réussir le mieux possible les épreuves de physique-chimie des concours et nous vous souhaitons bon courage pour votre travail.

Première partie

Électronique

CHAPITRE *1*

Montages électriques et électroniques

Thèmes abordés dans les exercices

- ◇ Fonction de transfert.
- ◇ Transposition fréquentielle-temporelle de la fonction de transfert.
- ◇ Stabilité.
- ◇ Montages comportant un ou plusieurs ALI.
- ◇ Oscillateurs.

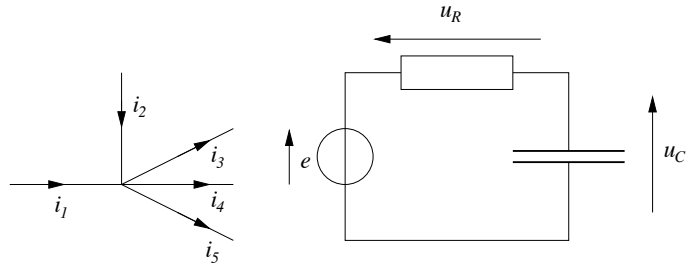
Points essentiels du cours pour la résolution des exercices

- ◇ Établir un système d'équations différentielles électriques en grandeurs réelles.
- ◇ Traduire la loi des nœuds en termes de potentiel.
- ◇ Exprimer la fonction de transfert d'un quadripôle.
- ◇ Transposer une relation dans les domaines fréquentiel ou temporel.
- ◇ Analyser la stabilité d'un montage d'ordre 1 ou 2.
- ◇ Analyser et utiliser les montages comportant un ALI en régime linéaire.
- ◇ Analyser et modéliser le montage comparateur à hystérésis.
- ◇ Expliquer le principe de l'oscillateur quasi sinusoïdal.

Les méthodes à retenir

Établir un système d'équations différentielles électriques en grandeurs réelles.

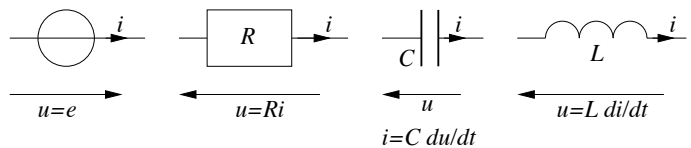
L'écriture des lois de l'électrocinétique



loi des nœuds : $i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$ loi des mailles : $e - u_R - u_C = 0$

et des lois des dipôles linéaires

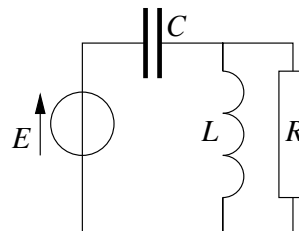
- **générateur idéal de tension** : $u = e$ pour tout i en convention générateur, e est la force électromotrice en volt (V) ;
- **résistor** : $u = Ri$ en convention récepteur, R est la résistance en ohm (Ω) ;
- **condensateur** : $i = C \frac{du}{dt}$ en convention récepteur, C est la capacité en farad (F) ;
- **bobine ou solénoïde** : $u = L \frac{di}{dt}$ en convention récepteur, L est l'inductance en henry (H).



conduit à un système d'équations différentielles. Sa réduction algébrique permet d'obtenir une équation à une seule inconnue.

Exemple :

Dans le circuit RLC, plaçons la bobine et le condensateur en parallèle.



La loi des nœuds s'écrit

$$(N) : i_C = i_R + i_L$$

Les lois des mailles s'écrivent

$$(M1) : E = u_C + u_L \text{ et } (M2) : u_L = u_R$$

Les lois des dipôles s'écrivent

$$(C) : i_C = C \frac{du_C}{dt}, \quad (L) : u_L = L \frac{di_L}{dt} \text{ et } (R) : u_R = Ri_R$$

Choisissons par exemple u_C comme inconnue principale et prenons comme conditions initiales $u_C(0) = 0$ et $i_L(0) = 0$. En dérivant (N) par rapport au temps et en substituant chaque terme, on obtient l'équation différentielle

$$C\ddot{u}_C = -\frac{1}{R}\dot{u}_C + \frac{E - u_C}{L}$$

En injectant les conditions initiales dans les six équations et en utilisant les continuités de u_C et de i_L , on obtient

$$u_C(0) = 0 \text{ et } \dot{u}_C(0) = \frac{E}{RC}$$

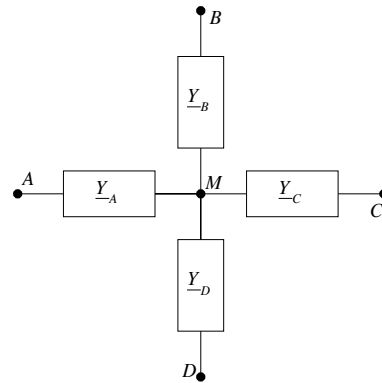
↪ **Exercices 1.1, 1.2, 1.3.**

Traduire la loi des nœuds en termes de potentiel.

En **régime sinusoïdal forcé**, toutes les grandeurs électriques sont des fonctions sinusoïdales du temps, dont la pulsation ω est celle du générateur. Les lois des dipôles linéaires se traduisent en grandeurs complexes sous la forme $\underline{u} = \underline{Z} \cdot \underline{i}$ ou $\underline{i} = \underline{Y} \cdot \underline{u}$, $\underline{Z}$ est l'**impédance** et $\underline{Y}$ l'**admittance** du dipôle.

dipôle	résistor	condensateur	bobine
loi	$u = Ri$	$i = C \frac{du}{dt}$	$u = L \frac{di}{dt}$
impédance	$\underline{Z}_R = R$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$	$\underline{Z}_L = jL\omega$
admittance	$\underline{Y}_R = \frac{1}{R}$	$\underline{Y}_C = jC\omega$	$\underline{Y}_L = \frac{1}{jL\omega}$

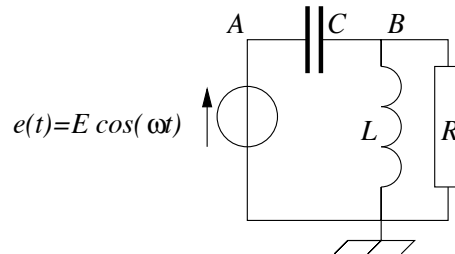
Dans un montage ne comportant que ce type de dipôles R, L, C, le potentiel complexe d'un nœud est égal à la moyenne des potentiels des nœuds qui l'entourent pondérés par les admittances des branches.



$$\underline{V}_M = \frac{\underline{Y}_A \underline{V}_A + \underline{Y}_B \underline{V}_B + \underline{Y}_C \underline{V}_C + \underline{Y}_D \underline{V}_D}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_D}$$

Exemple :

Potentiel complexe d'un nœud.



Le potentiel de la masse est nul, on identifie donc

$$\underline{u}_R = \underline{V}_B - \underline{V}_{\text{masse}} = \underline{V}_B \text{ et } \underline{V}_A = \underline{V}_A - \underline{V}_{\text{masse}} = E e^{j\omega t}$$

Par application de la loi des nœuds en termes de potentiel :

$$\underline{V}_B = \frac{jC\omega \cdot \underline{V}_A + \frac{1}{jL\omega} \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot 0}{jC\omega + \frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{R}} = \frac{-LC\omega^2}{1 + \frac{jL\omega}{R} - LC\omega^2} \cdot E e^{j\omega t}$$

↪ Exercices 1.1, 1.2, 1.4, 1.5.

Exprimer la fonction de transfert d'un quadripôle.

La fonction de transfert d'un quadripôle linéaire est le rapport, en grandeurs complexes

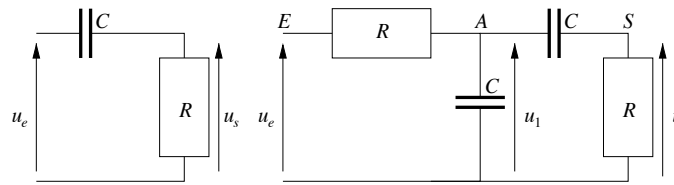
$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$$

Les deux méthodes les plus courantes sont

- la loi du **diviseur de tension** exprimée grâce aux **impédances complexes**
- la loi des nœuds en termes de potentiel.

Exemple :

Quadripôles CR et RCCR.



Dans le premier montage, la loi du diviseur de tension s'écrit immédiatement

$$\underline{u}_s = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} \underline{u}_e \text{ donc } \underline{H} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

Dans le second montage, en considérant que la branche horizontale inférieure est la masse, de potentiel nul, on peut identifier

$$\underline{V}_E = \underline{u}_e, \quad \underline{V}_A = \underline{u}_1 \text{ et } \underline{V}_S = \underline{u}_s$$

En appliquant la loi des nœuds en termes de potentiel aux nœuds A et S, il vient :

$$\underline{u}_1 = \frac{\frac{1}{R} \cdot \underline{u}_e + jC\omega \cdot 0 + jC\omega \cdot \underline{u}_s}{\frac{1}{R} + jC\omega + jC\omega} \text{ et } \underline{u}_s = \frac{jC\omega \cdot \underline{u}_1 + \frac{1}{R} \cdot 0}{jC\omega + \frac{1}{R}}$$

En éliminant $\underline{u}_1$ entre ces deux relations, on en déduit que

$$\underline{u}_s (1 + 3jRC\omega - R^2 C^2 \omega^2) = jRC\omega \underline{u}_e$$

$$\text{donc } \underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega - R^2 C^2 \omega^2}$$

↪ Exercices 1.6, 1.7, 1.9, 1.10, 1.11

Transposer une relation dans les domaines fréquentiel ou temporel.

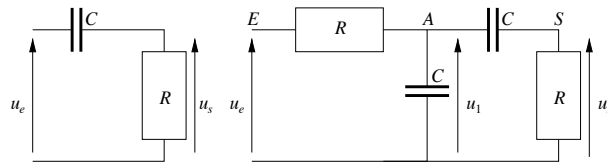
Dans un circuit formé de composants linéaires, on peut écrire les relations différentielles entre les grandeurs réelles ou les relations algébriques entre les grandeurs complexes. On peut librement passer des unes aux autres en utilisant l'équivalence

$$\frac{dX}{dt} \leftrightarrow j\omega \cdot \underline{X}$$

Il est conseillé, **même si on n'est pas en régime sinusoïdal forcé**, d'exprimer les relations entre grandeurs complexes (beaucoup plus faciles à établir) et d'en déduire les relations différentielles en grandeurs réelles en utilisant cette équivalence.

Exemple :

Considérons les deux montages suivants.



Utilisons les fonctions de transfert en grandeurs complexes calculées au paragraphe précédent. • Dans le premier montage,

$$\frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \leftrightarrow (1 + jRC\omega) \cdot \underline{u}_s = jRC\omega \cdot \underline{u}_e$$

$$\text{soit } \underline{u}_s + RC(j\omega)\underline{u}_s = RC(j\omega)\underline{u}_e$$

$$\text{donc } u_s + RC \frac{du_s}{dt} = RC \frac{du_e}{dt}$$

• Dans le second montage,

$$\frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega - R^2C^2\omega^2} \leftrightarrow$$

$$(1 + jRC\omega - R^2C^2\omega^2) \cdot \underline{u}_s = jRC\omega \underline{u}_e$$

$$\text{soit } \underline{u}_s + RC(j\omega)\underline{u}_s + RC(j\omega)(j\omega)\underline{u}_s = RC(j\omega)\underline{u}_e$$

$$\text{donc } u_s + RC \frac{du_s}{dt} + R^2C^2 \frac{d^2u_s}{dt^2} = RC \frac{du_e}{dt}$$

↪ Exercices 1.1, 1.2, 1.10, 1.11.

Analyser la stabilité d'un montage d'ordre 1 ou 2.

Lorsqu'un montage électrique linéaire est régi par une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ou 2, il vérifie le **critère de stabilité** si les coefficients de l'équation homogène sont tous de même signe.

Exemple :

Circuit à résistance négative. Il est possible, en utilisant un composant actif alimenté en énergie, de réaliser un dipôle se comportant comme une résistance négative de valeur $-R$. On place en série un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne r , une bobine d'inductance L , un condensateur de capacité C et une résistance négative $-R$. Étudions $u_C(t)$ dans les deux cas (1) $R = r(1 - \epsilon)$ et (2) $R = r(1 + \epsilon)$ avec $\epsilon \ll 1$. La loi des mailles s'écrit

$$E - ri = L \frac{di}{dt} + u_C - Ri \text{ avec } i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{donc (ED) : } LC\ddot{u}_C \pm \epsilon r C \dot{u}_C + u_C = E$$

Dans les deux cas, le discriminant de l'équation caractéristique

$$\text{(EC1) : } LCz^2 + \epsilon r Cz + 1 = 0 \text{ ou (EC2) : } LCz^2 - \epsilon r Cz + 1 = 0$$

est $\Delta = \epsilon^2 r^2 C^2 - 4LC \simeq -4LC < 0$. Ses racines dépendent du cas considéré. (cas 1) $z = -\frac{\epsilon r}{2L} \pm \frac{j}{\sqrt{LC}}$ et

$$u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi) + E \text{ avec } \tau = \frac{\epsilon r}{2L} \text{ et } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Les trois coefficients de l'équation (ED) sont positifs, $u_C(t)$ présente un régime transitoire pseudo-périodique amorti et tend vers la valeur constante E . Le montage est **stable**. (cas 2) $z = \frac{\epsilon r}{2L} \pm \frac{j}{\sqrt{LC}}$ et

$$u_C(t) = Ae^{\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi) + E \text{ avec } \tau = \frac{\epsilon r}{2L} \text{ et } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Les coefficients de l'équation (ED) ne sont pas tous de même signe, $u_C(t)$ présente un régime transitoire pseudo-périodique amplifié et diverge. Le montage est **instable**.

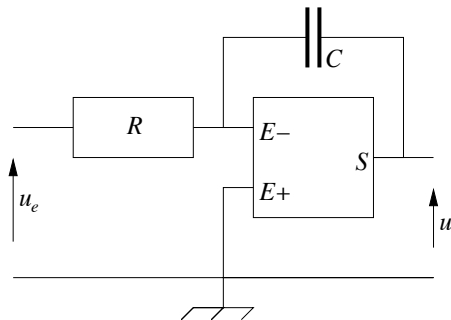
↪ Exercices 1.14, 1.15.

Analyser et utiliser les montages comportant un ALI en régime linéaire.

Les techniques de calcul utilisées dans le montage amplificateur sont généralisées à tout montage électronique comportant un ALI en régime linéaire et des dipôles linéaires R, L, C.

- On identifie les nœuds à la masse dont le potentiel est nul.
- Si le montage comporte une entrée et/ou une sortie, on identifie les potentiels des nœuds correspondants aux tensions entre ceux-ci et la masse.
- On écrit la loi des nœuds en termes de potentiel aux nœuds E^+ et E^- , en grandeurs complexes (le potentiel de chaque nœud est égal à la moyenne des potentiels des nœuds qui l'entoure pondérés par les admittances complexes des branches).
- On écrit ces lois pour les éventuels autres nœuds, mais **jamais** au nœud de sortie de l'ALI car $i_s \neq 0$ en général.
- On écrit la loi en régime linéaire $\underline{V}_{E^+} = \underline{V}_{E^-}$.
- Si le montage est un quadripôle, on réduit algébriquement le système d'équations et on en déduit la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$.
- Dans les autres cas, on transpose la (ou les) relation(s) algébrique(s) complexe(s) pour exprimer une (ou un système de) relation(s) différentielle(s).
- On déduit des relations obtenues le comportement du montage.

Exemple : montage intégrateur



L'entrée non inverseuse E^+ est à la masse. On en déduit que $\underline{V}_{E^-} = \underline{V}_{E^+} = 0$. L'application de la loi des nœuds en E^- donne

$$\underline{V}_{E^-} = \frac{\frac{1}{R} \cdot \underline{u}_e + jC\omega \cdot \underline{u}_s}{\frac{1}{R} + jC\omega} \text{ donc } jRC\omega \underline{u}_s = -\underline{u}_e$$

On en déduit la fonction de transfert

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = -\frac{1}{jRC\omega}$$

En transposant la relation, on obtient

$$RC(j\omega)\underline{u}_s = -\underline{u}_e \leftrightarrow RC \frac{du_s}{dt} = -u_e(t)$$

$$\text{soit } u_s = -\frac{1}{RC} \int u_e(t) dt$$

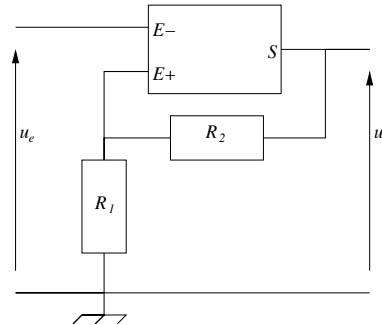
Le montage opère donc une primitivation temporelle de la tension d'entrée, à une constante multiplicative négative ($-1/RC$) près.

↪ **Exercices 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 1.14, 1.15, 1.16.**

Analyser et modéliser le montage comparateur à hystérésis.

Dans le montage suivant, la boucle de rétroaction est sur l'entrée non inverseuse E^+ et l'ALI est en régime saturé :

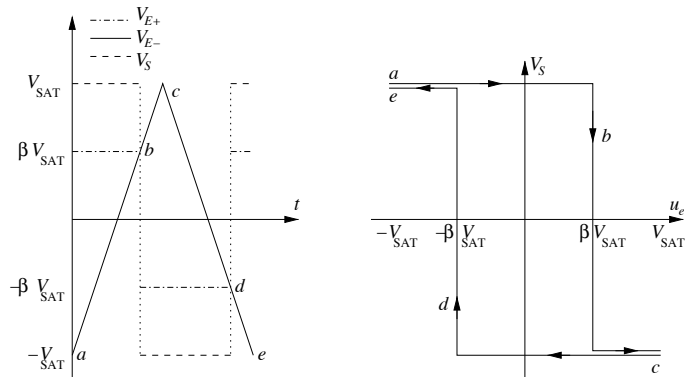
$$i^+ = i^- = 0 \text{ et } \begin{cases} V_S = +V_{SAT} \text{ si } V_{E^+} > V_{E^-} \\ V_S = -V_{SAT} \text{ si } V_{E^+} < V_{E^-} \end{cases}$$



La loi du diviseur de tension ou la loi des nœuds en termes de potentiel appliquée au nœud E^+ est possible car $i^+ = 0$ et donne $V_{E^+} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S$. Par conséquent, V_{E^+} ne peut valoir que $\pm \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT}$. Pour montrer que $u_s = V_S$ n'est pas directement fonction de $u_e = V_{E^-}$, mais dépend de l'histoire antérieure du dispositif, on fait varier u_e entre $-V_{SAT}$ et $+V_{SAT}$ puis au retour entre $+V_{SAT}$ et $-V_{SAT}$.

La **clé du raisonnement** est le tracé simultané sur un diagramme temporel des évolutions de V_{E^+} et de V_{E^-} , ce qui permet de les comparer à tout instant, d'identifier les dates de basculement et d'en déduire l'évolution de V_S .

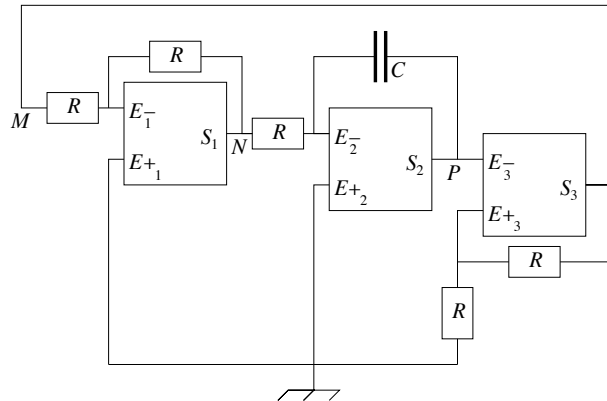
À l'instant initial, $V_{E^-} = -V_{SAT}$ donc est inférieur à V_{E^+} , donc $V_S = +V_{SAT}$, donc $V_{E^+} = +\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{SAT}$. Le basculement n'interviendra donc que quand V_{E^-} atteindra cette valeur. Voici côte à côte le diagramme temporel et la caractéristique (u_e, u_s) du quadripôle en posant $\beta = \frac{R_1}{R_1+R_2}$.



Le cycle observé est celui du **comparateur à hystérésis**.

Exemple :

Oscillateur à relaxation. Dans le montage suivant, les deux premiers ALI fonctionnent en régime linéaire et le troisième en régime saturé.



On suppose qu'à $t = 0$, V_S vient de basculer de $-V_{SAT}$ à $+V_{SAT}$.

(a) **Équations régissant les entrées.** La fonction de chaque étage est facile à identifier. • Entre M et N on reconnaît un montage inverseur : en appliquant la loi des nœuds en E_1^- :

$$0 = V_{E_1^+} = V_{E_1^-} = \frac{\frac{1}{R} \cdot V_M + \frac{1}{R} V_N}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} \text{ donc } V_N = -V_M$$

• Entre N et P on reconnaît un montage intégrateur : en appliquant la loi des nœuds en E_2^- :

$$0 = \underline{V}_{E_2^+} = \underline{V}_{E_2^-} = \frac{\frac{1}{R} \cdot \underline{V}_N + jC\omega \underline{V}_P}{\frac{1}{R} + jC\omega} \text{ donc } \underline{V}_N = -jRC\omega \underline{V}_P$$

$$\text{soit } \underline{V}_N = -RC(j\omega) \underline{V}_P \leftrightarrow V_N(t) = -RC \frac{dV_P}{dt}$$

$$\text{soit } V_P(t) = -\frac{1}{RC} \int V_N(t) dt$$

• Entre P et M, on reconnaît un comparateur à hystérésis.

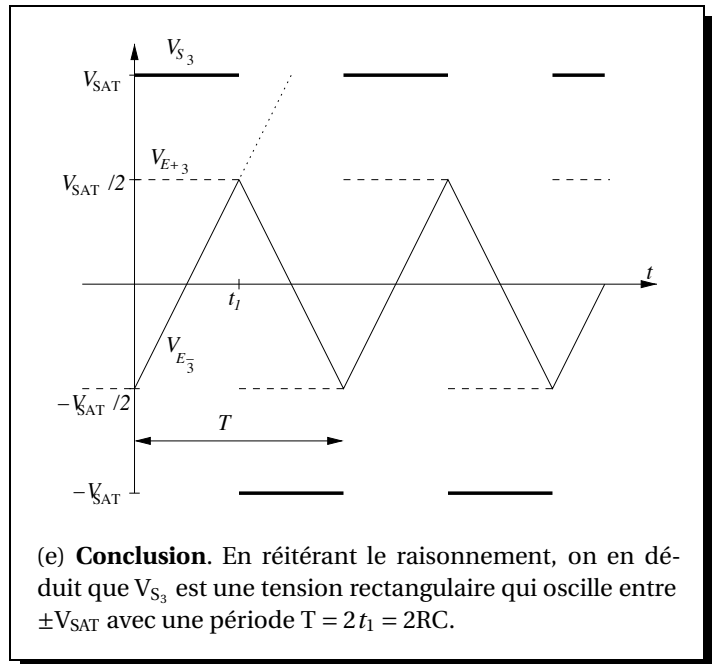
(b) **Conditions initiales.** À $t = 0$, $V_{E_3^+}$ bascule donc de $-\frac{V_{SAT}}{2}$ à $+\frac{V_{SAT}}{2}$. Le basculement a été provoqué par le changement de position de $V_{E_3^-}$ par rapport à $V_{E_3^+}$, donc à $t = 0^-$, ces deux potentiels se sont croisés, donc $V_{E_3^-}(t = 0^-) = -\frac{V_{SAT}}{2}$. Or $V_{E_3^-}$ est égal à la tension aux bornes du condensateur, c'est donc une fonction continue du temps donc $V_{E_3^-}(t = 0^+) = -\frac{V_{SAT}}{2}$. (c) **Évolutions temporelles.** Étudions l'évolution des deux potentiels d'entrée de l'ALI 3 pour $t > 0$. $V_{E_3^+} = \frac{V_{SAT}}{2}$ tant que $V_{S_3} = +V_{SAT}$. Pour trouver $V_{E_3^-}$, on résout l'équation différentielle en utilisant la condition initiale :

$$V_P(t) = -\frac{1}{RC} \int V_N(t) dt = \frac{1}{RC} \int V_M(t) dt = \frac{1}{RC} \int V_{S_3}(t) dt$$

$$\text{donc } V_P(t) = V_{E_3^-}(t) = V_{SAT} \left[\frac{t}{RC} - \frac{1}{2} \right]$$

(d) **Basculement.** Le diagramme temporel permet de suivre les évolutions des potentiels. $V_{E_3^-}$, $V_{E_3^+}$ et V_{S_3} sont représentées ci-dessous. À la date $t = t_1$, $V_{E_3^-}$ atteint et dépasse $V_{E_3^+}$, donc V_{S_3} basculera de $+V_{SAT}$ à $-V_{SAT}$. On résout

$$V_{SAT} \left[\frac{t}{RC} - \frac{1}{2} \right] = \frac{V_{SAT}}{2} \text{ soit } t_1 = RC$$



↪ Exercices 1.12, 1.13, 1.16.

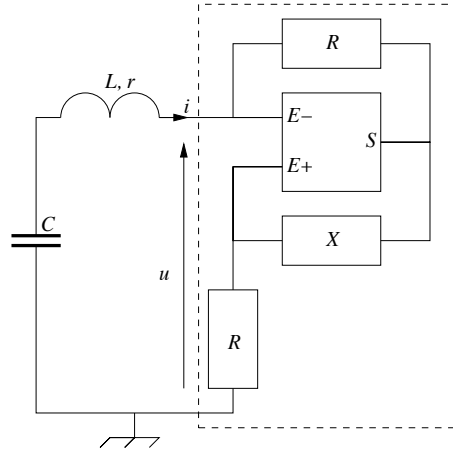
Expliquer le principe de l'oscillateur quasi sinusoïdal.

Alors que l'oscillateur à relaxation possède un comparateur à hystérésis en son cœur (avec un ALI en régime saturé), l'oscillateur quasi sinusoïdal utilise un ALI en régime linéaire dont le rôle est d'apporter au circuit l'énergie perdue à chaque oscillation.

Le circuit étant bouclé, les lois de l'électricité conduisent à une équation différentielle dont l'inconnue est l'un des potentiels du circuit. La méthode consiste alors à choisir la valeur des paramètres du circuit afin que cette équation soit celle d'un oscillateur harmonique.

Exemple :

Oscillateur à résistance négative. Dans le montage suivant, la bobine d'inductance L possède une résistance r et l'ALI est en régime linéaire.



Montrons que le dipôle dans l'encadré en traits discontinus se comporte comme une résistance négative et déterminons la valeur de X permettant d'observer des oscillations sinusoïdales dans le circuit principal. Appliquons la loi des nœuds en E^+ et la loi d'Ohm à la résistance du haut :

$$\begin{cases} V_{E^-} - V_S = Ri \\ V_{E^+} = \frac{\frac{1}{R} \cdot 0 + \frac{1}{X} \cdot V_S}{\frac{1}{R} + \frac{1}{X}} \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} V_{E^-} - Ri = V_S \\ V_S = \frac{R+X}{R} V_{E^+} \end{cases}$$

Or $u = V_{E^+} = V_{E^-}$; en éliminant V_S entre les deux équations, il vient

$$u - Ri = \frac{R+X}{R} u \text{ soit } u = -\frac{R^2}{X} i$$

ce qui est bien la loi d'Ohm pour une résistance négative $-\frac{R^2}{X}$. L'équation électrique du circuit principal s'écrit donc

$$u_C + L \frac{di}{dt} + ri - \frac{R^2}{X} i = 0 \text{ avec } i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{donc LC} \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \left[r - \frac{R^2}{X} \right] C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

C'est l'équation d'un oscillateur harmonique (sinusoïdal) si et seulement si $r = \frac{R^2}{X}$.

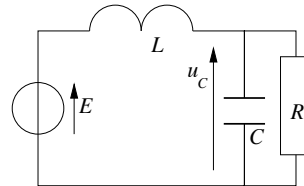
↪ Exercices 1.13, 1.14, 1.15.

Énoncés des exercices

1.1

Condition d'observation d'oscillations

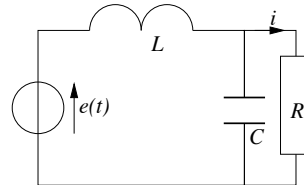
Dans le montage suivant, établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ et déterminer pour quelles valeurs de R on observera des oscillations.



1.2

Formalisme complexe et régime transitoire

Dans le circuit suivant, $e(t)$ est un échelon de tension $0 \rightarrow E$ avec $E = 25 \text{ V}$, i_L et u_C sont nulles à $t = 0$, $R = 25 \Omega$, $L = 25 \text{ mH}$ et $C = 20 \mu\text{F}$.

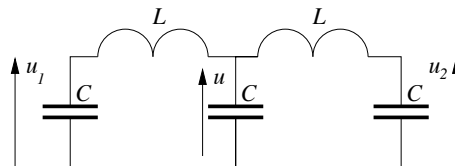


- Établir, en grandeurs complexes, la relation entre $\underline{i}$ et $\underline{e}$.
- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.
- Résoudre cette équation différentielle.

1.3

Couplage de circuits oscillants

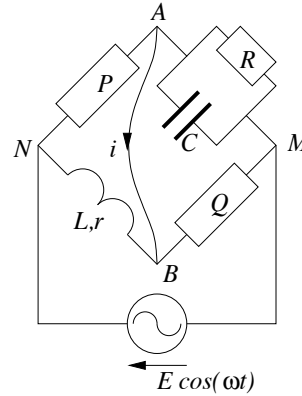
Dans le circuit suivant, les intensités initiales dans les bobines sont nulles, $u_1(t = 0) = E$ et $u(t = 0) = u_2(t = 0) = 0$.



Établir le système d'équations différentielles vérifiées par les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ et le résoudre complètement.

1.4
Pont de Maxwell-Wheatstone

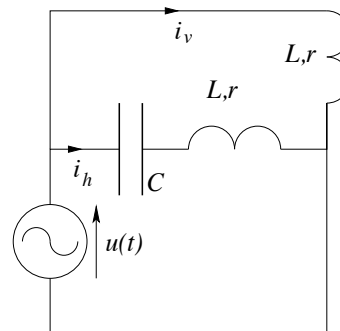
Dans le circuit suivant, P et Q sont des résistances calibrées, R et C sont réglables, et on cherche à mesurer la valeur de l'inductance L et celle de la résistance r de la bobine.



Le pont est équilibré lorsque $i = 0$ donc quand $V_A = V_B$. Montrer que quand cette condition est réalisée, on peut donner les expressions de L et de r en fonction des autres paramètres.

1.5
Déphasage de deux bobines grâce à un condensateur

Pour créer un champ magnétique tournant, les deux bobines du montage suivant ont des axes perpendiculaires et doivent être parcourues par des courants déphasés de $\frac{\pi}{2}$.



Sous l'action de la tension du générateur $u(t) = U_0 \cos(\omega t)$, les intensités des deux branches doivent donc s'écrire

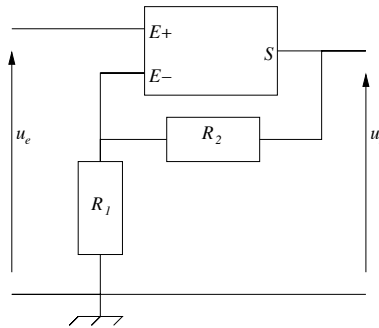
$$i_h(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ et } i_v(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

- Donner l'expression en grandeurs complexes de $\underline{i}_h$, $\underline{i}_v$ et $\underline{u}$.
- Établir les deux relations entre L, C, r et ω .

1.6

Montage amplificateur non inverseur

Dans le montage suivant, l'ALI est en régime linéaire.

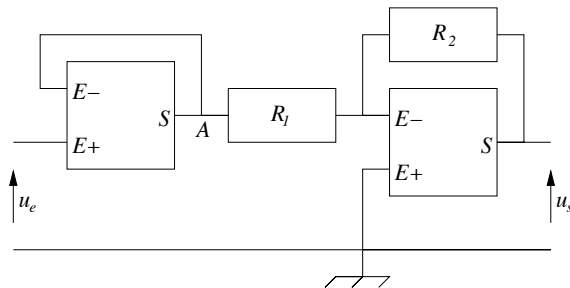


- Déterminer la relation entre u_s et u_e .
- Qualifier le montage.
- Préciser son impédance d'entrée.

1.7

Montage amplificateur inverseur

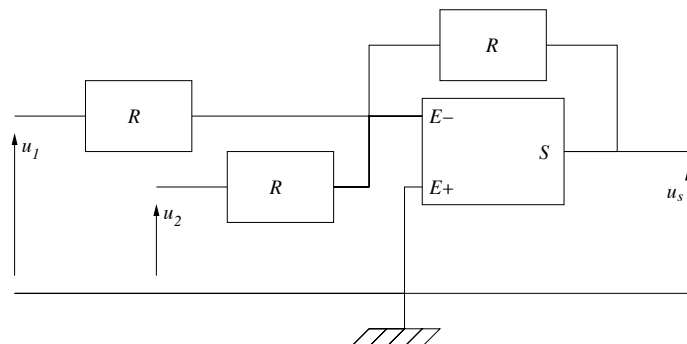
Dans le montage suivant, les deux ALI fonctionnent en régime linéaire. Déterminer la fonction de transfert et qualifier le quadripôle.



1.8

Montage sommateur

Dans le circuit suivant, l'ALI fonctionne en régime linéaire.

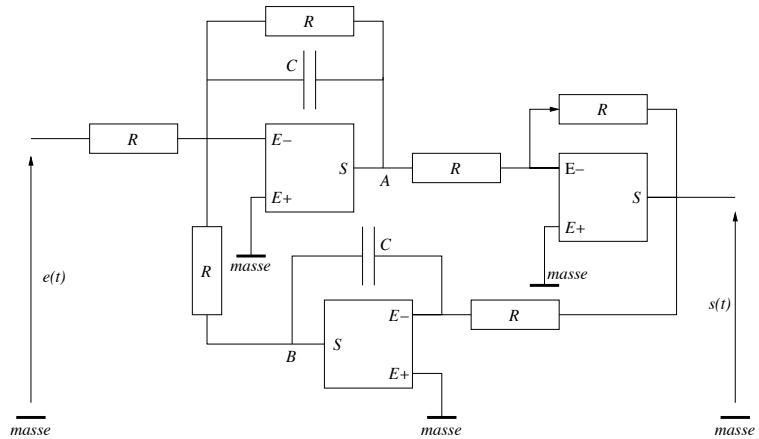


- Donner l'expression de u_s en fonction de u_1 et de u_2 .
- On applique $u_1 = U_0 \cos[(\omega + \varepsilon)t]$ et $u_2 = U_0 \cos[(\omega - \varepsilon)t]$ avec $\varepsilon \ll \omega$. Tracer l'allure de la fonction $u_s(t)$.

1.9

Quadripôle à 3 ALI

Dans le circuit suivant, les ALI fonctionnent en régime linéaire.

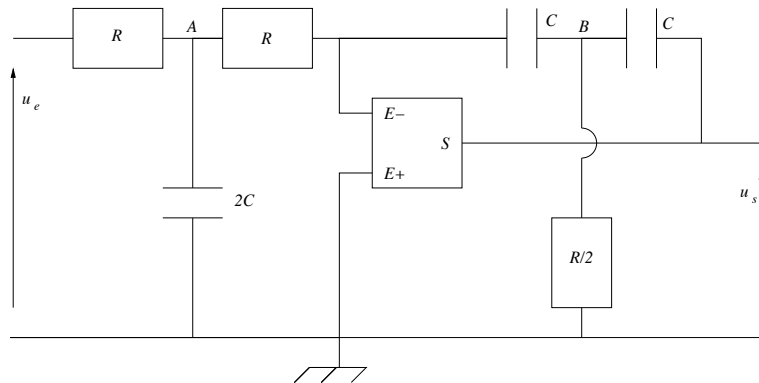


- Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{s}{e}$ du quadripôle.
- Dresser le diagramme de Bode en gain en fonction de la pulsation réduite $x = RC\omega$, qualifier le filtre.

1.10

Double intégrateur

Dans le montage suivant, l'ALI fonctionne en régime linéaire.

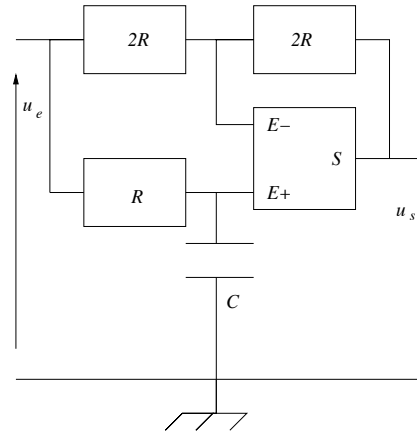


- Donner l'expression de la fonction de transfert de ce quadripôle.
- En déduire la fonction réalisée par ce montage en grandeurs temporelles.
- Quelle est la forme du signal en sortie si on applique en entrée un signal rectangulaire ?

1.11

Passe-tout déphaseur

Dans le montage suivant, l'ALI fonctionne en régime linéaire.

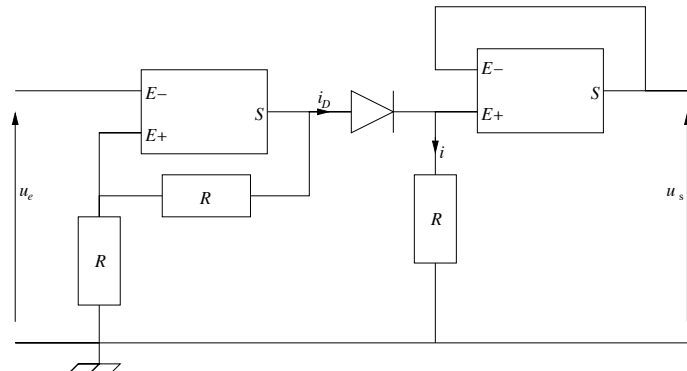


- Donner l'expression de la fonction de transfert de ce quadripôle.
- Quelle est la particularité du diagramme de Bode en gain ?
- Quelle est la fonction réalisée par ce montage ?
- Proposer une application pratique de ce montage.

1.12

Fonction mémoire

On considère le montage suivant.

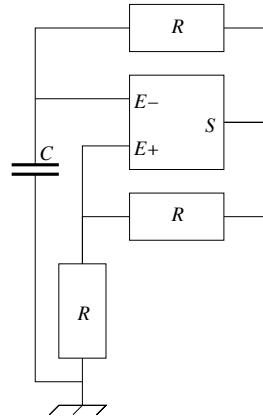


Montrer qu'il permet :

- en entrée de convertir une impulsion électrique en tension ($0 \rightarrow E \rightarrow 0$) en une mise en mémoire d'un état appelé 0 et une impulsion électrique en tension ($0 \rightarrow -E \rightarrow 0$) en une mise en mémoire d'un état appelé 1 ;
- en sortie de lire l'état de la mémoire sans la modifier en obtenant une tension de 0 V pour un état 0 et +15 V pour un état 1.

1.13
Oscillateur à relaxation à un seul ALI

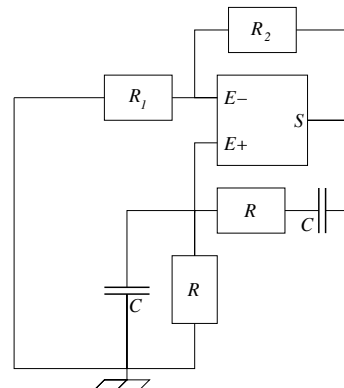
Dans le montage suivant, l'ALI fonctionne en régime saturé.



On suppose qu'à $t = 0$, V_S vient de basculer de $-V_{SAT}$ à $+V_{SAT}$. Montrer qu'il forme un oscillateur à relaxation, préciser le type de tension délivré à la sortie et déterminer la valeur de sa fréquence.

1.14
Oscillateur à pont de Wien

Dans le montage suivant, l'ALI fonctionne en régime linéaire.

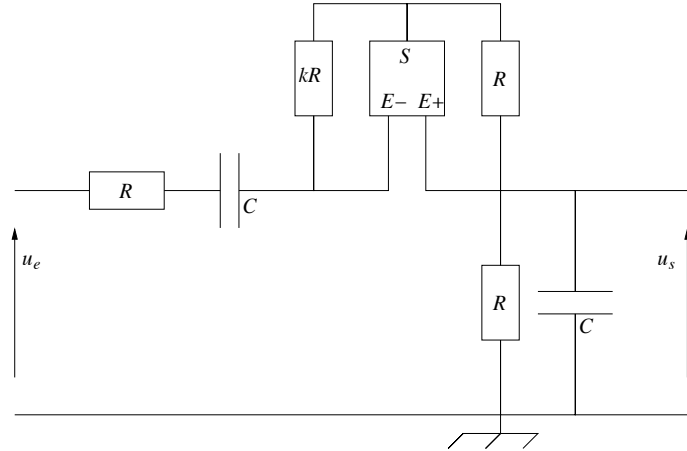


Montrer qu'il forme un oscillateur sinusoïdal si et seulement si $R_2 = R_1$.

1.15

Montage à stabilité réglable

Dans le circuit suivant, l'ALI est idéal, de gain infini, et fonctionne en régime linéaire. La sortie est ouverte, c'est-à-dire qu'aucun courant ne circule dans la branche de droite (elle est éventuellement reliée à un suiveur).



- Déterminer la fonction de transfert en sortie ouverte de ce quadripôle.
- Discuter la stabilité de ce montage en discutant suivant la valeur de la constante k .
- On pose $x = RC\omega$ et on choisit $k = 0, 1$. Donner la fonction de transfert réduite en fonction de x et dresser le diagramme de Bode en gain.

1.16

Résolution de problème : conversions

On considère les trois grandes familles de formes de tensions délivrées par le GBF : rectangulaire, triangulaire et sinusoïdale.

- Faire un tableau de conversion et indiquer comment passer de l'une de ces tensions à l'autre grâce à un quadripôle.
- Pour le passage d'un créneau à un autre, comment peut-on changer la valeur moyenne ?
- Pour passer d'une tension sinusoïdale à une autre, comment peut-on changer la fréquence ?

Du mal à démarrer ?

- 1.1** Les trois méthodes du cours, (1) écriture des lois électrocinétiques (2) loi du diviseur de tension (3) loi des nœuds en termes de potentiel, permettent d'obtenir l'équation cherchée à condition d'avoir un peu de persévérance algébrique. Pour la condition attendue, on pourra penser au régime pseudo-périodique.
- 1.2** Paradoxalement, l'établissement de l'équation différentielle est plus simple que la détermination des conditions initiales : pour la première, il y a beaucoup de calcul, et pour les secondes, il faut utiliser les lois de l'électrocinétique et les deux propriétés de continuité (pour L et pour C). La résolution numérique complète doit être menée jusqu'au bout et considérée comme un test.
- 1.3** L'établissement des équations différentielles nécessite l'écriture des lois électrocinétiques du circuit en fonction des trois variables u , u_1 et u_2 . L'intégration de la loi des nœuds permet d'éliminer u . Pour la résolution du système obtenu, on pourra introduire la somme $S = u_1 + u_2$ et la différence $D = u_1 - u_2$.
- 1.4** Il ne faut surtout pas flécher le circuit avec les 7 intensités des différentes branches et espérer extraire des différentes relations la condition d'équilibre. Au contraire, cet exercice met en évidence la pertinence de la méthode des nœuds en termes de potentiel : on pourra choisir une masse en M, en déduire immédiatement V_N puis écrire la condition sous la forme $V_A = V_B$.
- 1.5** On rappelle que $\sin \alpha = \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})$. Il est fortement recommandé de travailler en grandeurs complexes.
- 1.6** Ce montage est explicitement au programme, la condition $V_{E+} = V_{E-}$ permet de conclure rapidement.
- 1.7** Le premier étage est un suiveur, le second étage se traite comme le montage amplificateur non inverseur, il faut remarquer que E_2^+ est à la masse donc que son potentiel est nul.
- 1.8** La loi des nœuds en termes de potentiel permet de conclure.
- 1.9** Il ne faut pas se laisser impressionner par le montage. L'écriture de la loi $V_{E+} = V_{E-}$ pour chaque ALI donne un ensemble de relations entre lesquelles on élimine V_A et V_B . Attention à ne surtout pas écrire la loi des nœuds en termes de potentiel aux nœuds de sortie des ALI.
- 1.10** L'écriture des lois des nœuds en termes de potentiel aux trois nœuds A, E^- et B permet d'établir la relation entre les tensions d'entrée et de sortie.
- 1.11** La relation $V_{E+} = V_{E-}$ conduit à la relation entre $\underline{u}_e$ et $\underline{u}_s$. La recherche d'une application du montage mérite d'y consacrer un peu de temps, la physique n'est pas que du calcul algébrique.
- 1.12** Cette application du comparateur à hystérésis nécessite un raisonnement logique et non calculatoire. Pour comprendre le fonctionnement du second étage, il faut savoir qu'une diode bloquée se comporte comme un interrupteur ouvert, une diode passante comme un fil.
- 1.13** La structure du raisonnement est exactement la même que celle détaillée dans l'exemple au paragraphe « comparateur à hystérésis ».
- 1.14** La seule loi à écrire est l'égalité des potentiels complexes aux entrées E^+ et E^- exprimés grâce à V_S . La transposition en grandeurs réelles conduit à une équation différentielle en $V_S(t)$.
- 1.15** Il faut remarquer que $\underline{u}_s = V_{E+} = V_{E-}$ puis exprimer cette tension aux nœuds E^+ et E^- en utilisant la loi des nœuds en termes de potentiel.
- 1.16** Huit montages doivent être proposés, certains demandent un peu d'imagination et une bonne connaissance des lois de l'électricité. On pourra utiliser des montages avec ALI en régime linéaire, en régime saturé, et pour la dernière question un composant appelé multiplieur délivrant une tension proportionnelle au produit des deux tensions d'entrée.

Corrigés des exercices

1.1

Utilisons les trois méthodes possibles.

- a) Écriture des lois de l'électrocinétique. La loi des nœuds s'écrit

$$i_L = i_C + i_R \text{ donc } \frac{di_L}{dt} = \frac{di_C}{dt} + \frac{di_R}{dt}$$

Les deux lois des mailles s'écrivent

$$\begin{cases} E = u_L + u_C \\ u_C = u_R = Ri_R \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = E - u_C \\ i_R = \frac{u_C}{R} \end{cases}$$

En remplaçant dans la loi des nœuds, il vient :

$$\frac{E - u_C}{L} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{soit } \ddot{u}_C + \frac{1}{RC} \dot{u}_C + \frac{1}{LC} u_C = \frac{1}{LC} E$$

- b) Diviseur de tension en grandeurs complexes. u_C est la tension aux bornes de l'association parallèle de C et R, dont l'impédance est

$$Z_{R/C} = \frac{R \cdot \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

On en déduit

$$\underline{u}_C = \frac{\frac{R}{1+jRC\omega}}{\frac{R}{1+jRC\omega} + jL\omega} \cdot \underline{E} = \frac{1}{1 + j\frac{L\omega}{R} - LC\omega^2} \cdot \underline{E}$$

$$\text{soit } \left[1 + j\frac{L\omega}{R} - LC\omega^2 \right] \underline{u}_C = \underline{E}$$

$$\text{soit } \underline{u}_C + \frac{L}{R}(j\omega)\underline{u}_C + LC(j\omega)(j\omega)\underline{u}_C = \underline{E}$$

En utilisant l'équivalence complexe-temporelle, on en déduit l'équation différentielle

$$u_C + \frac{L}{R}\dot{u}_C + LC\ddot{u}_C = E$$

$$\text{soit } \ddot{u}_C + \frac{1}{RC}\dot{u}_C + \frac{1}{LC}u_C = \frac{1}{LC}E$$

- c) Loi des nœuds en termes de potentiel. En considérant que le fil horizontal inférieur est à la masse, on peut écrire

$$\underline{u}_C = \frac{\frac{1}{jL\omega} \cdot \underline{E} + jC\omega \cdot 0 + \frac{1}{R} \cdot 0}{\frac{1}{jL\omega} + jC\omega + \frac{1}{R}} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + j\frac{L\omega}{R}} \cdot \underline{E}$$

On obtient donc la même expression complexe qu'avec le diviseur de tension et on conclut comme au paragraphe précédent.

On observera des oscillations si on est en régime pseudo-périodique donc si le discriminant de l'équation caractéristique est négatif :

$$z^2 + \frac{1}{RC}z + \frac{1}{LC} = 0 \text{ donc } \Delta = \frac{1}{R^2C^2} - \frac{4}{LC} < 0$$

$$\text{soit } R > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

C'est donc quand R est grand qu'on observe des oscillations, contrairement à ce qui se passe dans le circuit RLC série.

1.2

- a) On peut par exemple utiliser la loi du diviseur de courant après avoir calculé l'intensité du courant dans la branche principale. L'impédance du circuit est

$$\underline{Z} = jL\omega + \frac{R \cdot \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R \left[1 + \frac{jL\omega}{R} - LC\omega^2 \right]}{1 + jRC\omega}$$

L'intensité dans la branche principale vaut $\underline{I} = \frac{e}{\underline{Z}}$ donc

$$\underline{i} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + jC\omega} \cdot \underline{I} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \cdot \frac{1 + jRC\omega}{R \left[1 + \frac{jL\omega}{R} - LC\omega^2 \right]} \cdot \underline{e}$$

$$\text{soit } \underline{i} = \frac{1}{1 + \frac{jL\omega}{R} - LC\omega^2} \cdot \frac{e}{R}$$

- b) On en déduit

$$R\underline{i} + jL\omega\underline{i} - RLC\omega^2\underline{i} = e$$

$$\text{soit } R\underline{i} + L(j\omega)\underline{i} + RLC(j\omega)(j\omega)\underline{i} = e$$

En utilisant l'équivalence complexe-temporelle, on en déduit l'équation différentielle

$$Ri + L\frac{di}{dt} + RLC\frac{d^2i}{dt^2} = e(t)$$

$$\text{soit } \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = \frac{1}{LC} \cdot \frac{E}{R}$$

- c) L'application numérique donne

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 2000\frac{di}{dt} + 2 \cdot 10^6 i = 2 \cdot 10^6$$

La solution de l'équation homogène est calculée en résolvant l'équation caractéristique

$$z^2 + 2000z + 2 \cdot 10^6 = 0, \Delta = -4 \cdot 10^6 = (2000j)^2$$

$$\text{donc } z = -1000 \pm 1000j$$

$$\text{donc } i_H(t) = e^{-1000t} [A \cos(1000t) + B \sin(1000t)]$$

Une solution particulière immédiate est la constante $i_p = 1$ donc

$$\begin{cases} i(t) = 1 + e^{-1000t} [A \cos(1000t) + B \sin(1000t)] \\ \frac{di}{dt} = e^{-1000t} [(-1000A + 1000B) \cos(1000t) + (-1000B - 1000A) \sin(1000t)] \end{cases}$$

Les conditions initiales sont obtenues en utilisant les continuités de u_C et de i_L . À $t = 0^-$, $u_C = 0$ donc

$$u_R(0^+) = u_C(0^+) = 0 \text{ soit } Ri(0^+) = 0 \text{ donc } i(0^+) = 0$$

En utilisant la loi des nœuds, on en déduit que

$$i_C(0^+) = i_L(0^+) - i(0^+) = 0 - 0 = 0 \text{ soit } C\frac{du_C}{dt}(0^+) = 0$$

$$\text{donc } \frac{du_R}{dt}(0^+) = \frac{du_C}{dt}(0^+) = 0 \text{ donc } \frac{di}{dt}(0) = 0$$

On en déduit les constantes d'intégration :

$$\begin{cases} 1 + A = 0 \\ -1000A + 1000B = 0 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} A = -1 \\ B = 1 \end{cases}$$

$$\text{et } i(t) = 1 - e^{-1000t} [\cos(1000t) + \sin(1000t)]$$