AULA POLITÈCNICA MATEMÀTIQUES I ESTADÍSTICA

Fiabilidad industrial

Eulàlia Griful Ponsati

AULA POLITÈCNICA / ETSEIT

Eulàlia Griful Ponsati

Fiabilidad industrial

Centre de Recursos de Suport a la Docència
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

EDICIONS UPC
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Primera edición: setiembre de 2001
Reimpresión: setiembre de 2002
Segunda edición: setiembre de 2003

Diseño de la cubierta: Manuel Andreu

© Los autores, 2001

© Edicions UPC, 2001
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona
Tel.: 934 016 883 Fax: 934 015 885
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
E-mail: edicions-upc@upc.es

Producción: C. Miracle S.A.
Rector Ubach 6-10, 08021 Barcelona

Depósito legal: B-40.804-2001
ISBN: 84-8301-734-2

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN 9
1 CONCEPTOS FUNDAMENTALES 15
1.1 Fiabilidad y fallo 15
1.2 Características de fiabilidad 18
1.2.1 Interpretación de un intervalo de confianza (1-α) para un parámetro θ 20
1.3 Pruebas de vida 23
1.4 Distribuciones de probabilidad en fiabilidad 24
1.4.1 El proceso de Poisson 24
1.4.2 Preliminares de las distribuciones del tiempo de vida 25
1.5 Enfoques de la fiabilidad 28
2 FIABILIDAD CON TASA DE FALLO CONSTANTE 29
2.1 El modelo Exponencial 29
2.2 Datos censurados 31
2.3 Estimación de la vida media y la tasa de fallo de la distribución exponencial 32
2.4 Pruebas con datos completos. Intervalos de confianza 1-α para la vida media y la tasa de fallo 33
2.5 Pruebas de vida con duración prefijada (Censuramiento tipo I) 35
2.5.1 Tiempos de fallo conocidos 35
2.5.2 Pruebas de vida donde no se registran los tiempos de fallo 37
2.6 Pruebas de vida con número de fallos prefijados (Censuramiento tipo II) 38
3 TASA DE FALLO NO CONSTANTE. EL MODELO DE WEIBULL Y OTROS 41
3.1 Modelo de Weibull 41
3.2 Otras distribuciones de fiabilidad 45
3.3 Gráficos probabilísticos 48
3.3.1 Muestras completas 49
3.3.2 Muestras con datos censurados 52
3.4 Método de estimación de máxima verosimilitud 54
4 PRUEBAS DE VIDA ACELERADA 57
4.1 Modelos de pruebas de vida con estrés constante 58
4.1.1 Modelo Arrhenius-Exponencial 58
4.1.2 El modelo potencia inversa de Weibull 60

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

5 ANÁLISIS DE LA FIABILIDAD DE UN SISTEMA 65
5.1 Sistemas coherentes 65
5.2 Fiabilidad de un sistema en serie con tasa de fallo constante 69
5.3 Fiabilidad de un sistema en paralelo 70
5.4 Redundancia 71
5.5 Análisis mediante árboles de fallo 74
5.5.1 Construcción de un árbol de fallos 75
5.5.2 Símbolos de los sucesos 75
5.5.3 Puertas lógicas 76
EJERCICIOS DE FIABILIDAD DEL CAPÍTULO 2 79
Ejercicio 1 79
Ejercicio 2 79
Ejercicio 3 81
PRÁCTICAS DE FIABILIDAD DEL CAPÍTULO 3 83
Práctica 1 83
Práctica 2 92
Práctica 3 98
PRÁCTICAS DE FIABILIDAD DEL CAPÍTULO 4 103
Práctica 4 103
EJERCICIOS DE FIABILIDAD DEL CAPÍTULO 5 107
Ejercicio 1 107
Ejercicio 2 107
Ejercicio 3 108
AUTOEVALUACIONES DE FIABILIDAD 111
Enunciados 111
Soluciones 117
TABLAS ESTADÍSTICAS 125
BIBLIOGRAFÍA 141

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

TEORÍA DE FIABILIDAD

Introducción

La teoría de la fiabilidad industrial estudia métodos que deben seguirse tanto en el diseño como en la recepción, el transporte y el uso de los productos para garantizar al máximo su rendimiento. Uno de los objetivos de la teoría de la fiabilidad industrial es el abandono de la subjetividad en las previsiones sobre la duración de los productos a través de la cuantificación de dichas previsiones. Así expresiones como: "Esta construcción es más segura que aquélla", "Nuestro producto es más resistente que el de la competencia", tienen que sustituirse por formulaciones más precisas, que necesitan del lenguaje estadístico.

Hay que pensar en la fiabilidad desde la primera fase del desarrollo de un producto. Antes de tomar la decisión de fabricarlo en serie hay que someterlo a ensayos que sean suficientemente representativos de sus condiciones de fabricación como para permitir no sólo juzgar lo ensayado, sino también la fabricación en serie. En la etapa de desarrollo de un producto deben elaborarse una serie de reglas que se tendrán que observar a la hora de fabricar los productos, en su recepción y en su explotación, con la finalidad de preservar la fiabilidad.

La fiabilidad en la ingeniería está orientada a los fallos. El problema reside en predecir si puede ocurrir un fallo al utilizar un dispositivo y cuándo ocurrirá. Esta información es útil para determinar las políticas de mantenimiento e inspección de una empresa, así como para determinar los plazos de garantía de los productos. También puede utilizarse para predecir costes debidos al mantenimiento y a los eventuales fallos que puedan ocurrir mientras el dispositivo está operativo.

La definición utilizada en la ingeniería para la fiabilidad es la de "probabilidad de que un dispositivo haga su función bajo condiciones establecidas, durante un período de tiempo establecido".

Para la Física, la probabilidad se define: "Por probabilidad de un acontecimiento de una observación nosotros entendemos nuestra estimación más creíble de la fracción del número de observaciones que resultarán del acontecimiento particular" [Feynman]. Esta idea corresponde a la definición *frecuentista* de la probabilidad: consiste en imaginar la repetición de una experiencia y establecer la relación entre la frecuencia de un suceso A N_A y el número N de repeticiones:

$$P(A)= \frac{N_A}{N}.$$

Hay por lo menos dos reflexiones ligadas a esta idea:

- Un suceso no es siempre exactamente repetible. Como mínimo, los tiempos de ocurrencia son distintos.

- La probabilidad está ligada a la información disponible en cada momento.

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

Otra definición de probabilidad más subjetiva es que "probabilidad es el grado de creencia que tiene un analista u observador." La idea es que la probabilidad es una herramienta analítica basada en la valoración, útil para poder tomar decisiones. Esta definición es en la que se apoya la Escuela Bayesiana.

Para revisar las propiedades de la probabilidad se puede consultar el capítulo 2 de Montgomery y Runger (1996).

Perspectiva histórica de la teoría de la fiabilidad

El origen de la fiabilidad puede atribuirse a los estudios para poder evaluar la mortalidad derivada de las epidemias y a los métodos actuariales desarrollados por las compañías de seguros, para determinar los riesgos de sus pólizas. Como herramienta para el cálculo del riesgo se utilizaba las tablas de vida.

La primera tabla de vida data de 1693 y es debida a Edmund Halley[1], astrónomo inglés conocido por haber predicho la órbita del cometa que lleva su nombre.

A principios de 1900 se utilizaban los métodos actuariales tanto para estimar la supervivencia de pacientes sometidos a distintos tratamientos como para estudiar la fiabilidad de equipamientos, en particular de los ferrocarriles.

La teoría matemática de la fiabilidad se desarrolla por las demandas de la tecnología moderna y en particular por las necesidades de los sistemas complejos militares. El área de mantenimiento de máquinas es una de las áreas donde la fiabilidad se aplica con sofisticadas matemáticas. La renovación y los avances de la tecnología se utilizan muy pronto para resolver problemas de reparación e inspección de dispositivos.

En 1939 Walodie Weibull, cuando era profesor del Royal Institute of Technology en Suiza, propuso una distribución para describir la duración de materiales, que más tarde llevaría su nombre. La distribución de Weibull es muy utilizada en las aplicaciones, ya que es muy versátil, pues admite distintas formas de funciones de riesgo.

En 1951 Epstein y Sobel empezaron a trabajar con la distribución exponencial como modelo probabilístico para estudiar el tiempo de vida de dispositivos [ver Epstein y Sobel (1953)]. Este modelo de probabilidad, tan bueno como muchos otros, se basa en el concepto de población de tamaño infinito o no acotado. La distribución exponencial tiene la propiedad de no tener memoria; es decir, en el cálculo de la probabilidad de que falle un dispositivo no influye el tiempo que hace que funciona.

Una razón fundamental de la popularidad de la distribución exponencial es la amplia explotación que se ha hecho de ella en trabajos de fiabilidad, debido a su simplicidad en la suma de las tasas de fallo ya que hace posible el cálculo de diseños de datos de forma simple.

La investigación de sistemas de fiabilidad en general (y en particular las funciones de sistemas coherentes) se inició en 1961 a partir del artículo de Birnbaum, Esary y Sauders.

[1] Puede encontrarse una traducción al español del artículo citado en James R. Newman (1968).

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

Se puede citar también un trabajo previo de Moore-Shanon donde plantean de forma más abstracta unos enlaces de *superfiabilidad*. Birmbaum, Esary y Marshall (1966) introdujeron la conexión entre las estructuras de los sistemas coherentes y la clase de distribuciones de tiempos de vida, incluyendo las distribuciones exponenciales.

El cálculo de la fiabilidad de los sistemas había llegado a un nivel de complejidad tal que era necesaria la formalización abstracta de dichos sistemas.

Los sistemas coherentes forman una clase de modelos de fiabilidad; el concepto fundamental de los sistemas coherentes (*coherent system*) es que los componentes se encuentran individualmente en uno de los dos estados: funcionan o fallan, y el estado de los sistemas se representa en términos de los estados individuales de cada componente a través de las funciones de estructura (*structure function*). Dos propiedades clave son: (a) la *relevancia* de cada componente, es decir, no hay ningún componente cuya fiabilidad no afecte a la fiabilidad del sistema; y (b) la *monotonicidad*, que encierra el concepto de que la fiabilidad de un sistema nunca puede ser mejorada cuando uno de sus componentes se vuelve menos fiable.

Merece mención especial indicar las publicaciones W. Nelson (1982,1990) sobre aplicaciones de fiabilidad industrial y pruebas de vida acelerada que se han convertido en referencias obligadas en el campo de la fiabilidad industrial.

El análisis mediante árboles de fallo, FTA (*failure tree analysis*), es un método de análisis de la seguridad de un sistema. Lo desarrolló por primera vez H.A. Watson en los laboratorios Bell. Pero es en los años 70 cuando el análisis de la fiabilidad de un sistema mediante árboles de fallo toma más fuerza por problemas relacionados con la seguridad en las centrales nucleares.

En los años 80 el objetivo principal de los trabajos de fiabilidad está en las redes de comunicaciones. Esto fue motivado por el proyecto *Advanced Research Project Agency Network* (*ARPAnet*) del Departamento de Defensa americano, que se planteó el objetivo de la alta fiabilidad de las comunicaciones entre centros estratégicos, aunque los nodos intermedios no fueran altamente fiables. El resultado de estos trabajos ha encontrado aplicación en los sistemas de *web* e Internet actuales.

En los años 90, la investigación de la fiabilidad toma nuevas direcciones con M.B. Mendel. Los orígenes de su investigación se basan en la hipótesis de que muchas de las representaciones en el espacio muestral que se han considerado en la estadística no correspondan en ingeniería a los espacios euclídeos. Por ello, utiliza la geometría diferencial como base para la aproximación de los problemas de ingeniería estadística. Esto puntos de vista se pueden encontrar en recientes publicaciones sobre problemas de fiabilidad de la ingeniería, entre ellos los de Shortle y Mendel (1994) y (1996).

Objetivos de la materia

La materia de fiabilidad que se imparte en este texto es una introducción a las técnicas estadísticas para resolver cuestiones de fiabilidad industrial.

La fiabilidad industrial se diferencia de otras técnicas estadísticas por utilizar los modelos probabilísticos propios de las variables aleatorias que son tiempos de vida hasta el fallo,

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

como la distribución exponencial y la Weibull. Otro rasgo diferencial es que en la práctica las muestras aleatorias de que se dispone no son completas. Esto es debido a que en muchos casos las pruebas de vida o ensayos de fiabilidad son destructivas, con lo cual son costosas económicamente y en tiempo. Por ello, en muchos casos, se finaliza el ensayo antes de observar el fallo.

Se desarrollan los modelos exponencial y Weibull en el contexto de la fiabilidad. También se hace una introducción a los datos censurados y la estimación de parámetros con datos censurados.

Se hace una introducción a las pruebas de vida acelerada, que son una práctica común en la industria. Son aquellos ensayos que se realizan a un nivel de estrés superior al de las condiciones ordinarias de funcionamiento, con el fin de provocar la aparición de fallos en un tiempo más corto. Estas pruebas se realizan exponiendo los productos a condiciones más severas que las usuales. Generalmente implica aumentar la temperatura, el voltaje, la presión, la vibración, el tiempo operativo, etc.

Las pruebas de vida acelerada pueden usarse tanto para evaluar la capacidad de un componente, a fin de satisfacer los requisitos de fiabilidad, como para tener un medio más rápido de detectar debilidades potenciales o modos de fallo.

En el último capítulo se desarrolla el análisis de un sistema, formulando los sistemas coherentes, la fiabilidad de un sistema en serie y en paralelo con tasa de fallo constante. Por fin, se hace una introducción al análisis de la fiabilidad mediante árboles de fallo.

El objetivo principal de esta materia es dar una introducción a la fiabilidad industrial de forma que el estudiante sea capaz de:

- Identificar cuándo un problema es propio de la fiabilidad y determinar cuál es la prueba de vida más adecuada para estudiarlo.
- Reconocer la variable aleatoria que define la problemática planteada, acotando bien la definición de fallo y definiendo las unidades con que se medirá: ciclos, horas, resistencia hasta el fallo, etc.
- Establecer cuál es el modelo probabilístico adecuado que ajusta mejor los datos de una prueba de vida.
- Estimar gráficamente con una hoja de cálculo los parámetros de los modelos exponencial y Weibull para muestras con datos completos y datos censurados.
- Estimar por el método de máxima verosimilitud los parámetros de los modelos exponencial y Weibull para muestras con datos completos y datos censurados.
- Calcular las características de fiabilidad: la fiabilidad, la vida media hasta el fallo, la tasa de fallo, la función de riesgo, los percentiles y la mediana.
- Calcular los intervalos de confianza de la vida media y la tasa de fallo del modelo exponencial.
- Calcular las constantes de los modelos de pruebas de vida con estrés constante: el de Arrhenius y el de la potencia inversa de Weibull.

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

- Determinar la fiabilidad de un sistema compuesto por componentes en serie con tasa de fallo constante, en paralelo, sistemas combinados y sistemas con componentes redundantes.

- Calcular la fiabilidad de un sistema a partir del análisis de un modelo lógico gráfico como los árboles de fallo (FTA).

La materia de fiabilidad está estructurada en 5 capítulos y dos apartados de ejercicios y prácticas:

- Capítulo 1: Conceptos fundamentales

  En este capítulo se presentan los conceptos generales de la teoría de la fiabilidad. El objetivo de este capítulo es familiarizarse con las nociones de fallo, tasa de fallo, vida media y fiabilidad. Estos conceptos se introducen haciendo referencia al lenguaje y la terminología de una prueba de vida industrial. Se dan los preliminares de las distribuciones de probabilidad en fiabilidad, haciendo hincapié en la función de riesgo (*hazard function*), que es específica de los estudios de fiabilidad. También se hace una introducción de los distintos enfoques que puede tener la fiabilidad en la industria.

- Capítulo 2: Fiabilidad con tasa de fallo constante

  Este capítulo aborda el modelo exponencial, que es el más utilizado en el análisis de pruebas de vida. Se plantea la estimación de la vida media y la tasa de fallo para distintas situaciones de pruebas de vida. Se introducen las muestras aleatorias que no son completas y el concepto de datos censurados.

- Capítulo 3: Tasa de fallo no constante: El modelo de Weibull y otros

  Este capítulo trata el modelo de Weibull, que permite modelar tasas de fallo constante, crecientes y decrecientes. También se tratan otras distribuciones como la Gumbel, la Normal y la lognormal. Se describen los gráficos de probabilidad como herramienta para validar el modelo de Weibull y estimar sus parámetros, tanto para muestras completas como datos censurados. Se expone brevemente el método de estimación de la máxima verosimilitud y se proponen estimadores para los parámetros basados en este método.

- Capítulo 4: Pruebas de vida aceleradas

  Es una introducción a las pruebas de vida acelerada, que son una práctica común en situaciones donde es difícil la aparición de fallos. Se explican dos tipos de pruebas de donde, a partir de los datos de dispositivos sometidos a una aceleración, se puede inferir la fiabilidad del dispositivo en condiciones normales de uso. Se exponen el modelo de Arrhenius y el de la potencia inversa de Weibull, dos modelos típicos de pruebas de vida con estrés constante,

- Capítulo 5: Análisis de la fiabilidad de un sistema

  En este capítulo se desarrolla el análisis de un sistema, formulando los sistemas coherentes, la fiabilidad de un sistema en serie y en paralelo con tasa de fallo constante. Se hace una introducción al análisis de la fiabilidad mediante árboles de fallo.

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

- Ejercicios y prácticas de fiabilidad

  Se proponen ejercicios y prácticas resueltos de los cinco capítulos. La herramienta utilizada es la hoja de cálculo Excel y el programario estadístico Minitab.

- Autoevaluaciones de fiabilidad

  Se proponen ejercicios tipo test resueltos.

La fuente de algunos de los ejemplos desarrollados en estos apuntes es de W. Nelson (1982) y G. Gómez y M. Canela (1992).

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

1 CONCEPTOS FUNDAMENTALES

En este capítulo se presentan los conceptos generales de la teoría de la fiabilidad. El objetivo de este capítulo es familiarizarse con las nociones de fallo, tasa de fallo, vida media y fiabilidad. Estos conceptos se introducen haciendo referencia al lenguaje y la terminología de una prueba de vida industrial. Se dan los preliminares de las distribuciones de probabilidad en fiabilidad, haciendo hincapié en la función de riesgo (*hazard function*) que es específica de los estudios de fiabilidad. También se hace una introducción de los distintos enfoques que puede tener la fiabilidad en la industria.

Fiabilidad es un concepto con muchas connotaciones distintas. Cuando se aplica al ser humano, normalmente se refiere a la habilidad de las personas para hacer ciertas tareas de acuerdo con un estándar especificado. Por extensión, la palabra se aplica a una pieza de un equipo, o a un componente de un sistema, y significa la habilidad de un equipo o componente para cumplir con la funcionalidad que se requiere de él. El origen del uso del término era cualitativo.

En su aplicación actual, la fiabilidad es casi siempre un concepto cuantitativo, y esto implica la necesidad de métodos para medirla.

Hay muchas razones por las que la fiabilidad necesita ser cuantificada. Quizá el más importante es el económico ya que la mejora de la fiabilidad cuesta dinero, y esto puede ser justificado sólo si se puede evaluar la no fiabilidad de un equipo. Para un componente crítico, del cual su operación funcional es esencial en un sistema, la fiabilidad puede ser medida como la probabilidad de que el componente opere con éxito, y la esperanza del costo de un componente no fiable se mide como el producto de la probabilidad de fallo y el costo del fallo. En una aplicación rutinaria, donde los componentes que fallan pueden ser reparados, la media del tiempo entre fallos (*Mean Time Between Failures*) es un parámetro crítico. En ambos casos, la necesidad de una definición probabilística de fiabilidad es evidente.

1.1 Fiabilidad y fallo

Según la norma internacional ISO 8402, la calidad de un producto es el conjunto de características que le confieren la aptitud para satisfacer las necesidades establecidas y las implícitas. Estas necesidades pueden comportar aspectos relativos a su aptitud de uso, la seguridad, el respeto al medio ambiente, y en muchos casos, la fiabilidad.

La *fiabilidad* (*reliability*) de un producto se define como la facultad de conservar la calidad, durante un tiempo preestablecido, en unas condiciones determinadas de explotación (definición cualitativa). Para poder cuantificarla se utiliza el lenguaje estadístico y se define como la probabilidad de que un dispositivo desarrolle su función con ciertas condiciones establecidas, durante un período de tiempo establecido. El valor de esta probabilidad se denota por R.

Para no tener ambigüedades en la cuantificación de la fiabilidad es importante tener bien definido el concepto de tiempo de vida de un producto y tener identificado cuándo éste falla y de que clase de fallo se trata.

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.

La *vida de un producto* es el período de tiempo durante el que puede ser utilizado, en las condiciones establecidas.

Fallo (*failure*) es la pérdida de alguna de las propiedades del dispositivo que reduce, total o parcialmente, su funcionamiento.

Cuando el fallo se define como un cierto nivel de degradación en el funcionamiento del dispositivo, puede interesar estudiar la variación de la propiedad en la que se concreta la degradación con el tiempo y a la curva que la describe se le llama *curva de degradación*. No es objeto de estos apuntes entrar en el estudio de ésta, que requiere de un aparato matemático más sofisticado. En la figura 1.1, a modo de ilustración, se puede observar gráficamente la deriva de la media y la varianza de una medida de interés.

Ejemplo 1.1

Un tipo de resistencia eléctrica de 3.000 nominales presenta una deriva del parámetro fundamental según el siguiente esquema: el valor medio decrece a razón del 1% de su valor inicial cada 1.000 horas; la desviación estándar, inicialmente del 2%, es decir 60Ω, aumenta a razón del 0,5% de su valor inicial cada 1.000 horas. Un esquema de la pauta de la deriva puede ser el de la figura 1.1.

¿Cuál es la probabilidad de que una resistencia se encuentre después de 2.000 horas de funcionamiento dentro del intervalo de tolerancia 3.000 ± 240Ω, suponiendo que la distribución del valor de la resistencia sigue una ley Normal?

En t = 0 horas la variable aleatoria, T = "resistencia eléctrica", se distribuye según una distribución Normal de media 3.000Ω y una desviación estándar 60Ω . Es decir, T~N(3.000, 60)

En t = 2.000 horas, T ~ N(3.000 - 60Ω; 60 + 0,6Ω) = N(2.940; 60,6)

Se calcula la probabilidad de que la resistencia cumpla la tolerancia al cabo de 2.000 horas de funcionamiento a partir de la tablas estadísticas de la distribución Normal Z(0;1) en la tabla 2 del anexo.

$$\Pr(2.760 \le T \le 3.240) = \Pr\left[\frac{2.760\text{-}2.940}{60,6} \le \frac{T\text{-}2.940}{60,6} \le \frac{3.240\text{-}2.940}{60,6}\right] =$$

$$\Pr[-2,97 \le Z \le 4,95] = \Pr(Z \le 4,95) - \Pr[Z \le -2,97] = 1-(1-0,9985) = 0,9985, \text{ donde } Z\sim N(0;1)$$

No cumplirán la tolerancia un 0,15% de las resistencias. Al cabo de 2.000 horas de funcionamiento.

© Los autores, 2003; © Edicions UPC, 2003.