

Entraînement aux tests d'aptitude numérique

Dominique Souder

DUNOD

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, Paris, 2014
ISBN 978-2-10-070718-8

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Entraînement	1
Chapitre 1 QCM de maths	2
Chapitre 2 Nombres relatifs	8
Chapitre 3 Pourcentages	14
Chapitre 4 Calculs, priorités et sens des opérations	22
Chapitre 5 Puissances	31
Chapitre 6 Règle de trois – Proportionnalité	40
Chapitre 7 Conversions	51
Chapitre 8 Calcul mental. Calculs approchés, ordre de grandeur	68
Chapitre 9 Racines carrées	84
Chapitre 10 Aires	91
Chapitre 11 Périmètres et aires : comparons...	99
Chapitre 12 Volumes	107
Chapitre 13 Distances, vitesses, temps, débits...	118
Chapitre 14 Dénombrement	126
Chapitre 15 Équations	137
Chapitre 16 Arithmétique	146
Concours blancs (numéros 1 à 9)	155

Entraînement

1. QCM de maths	2
2. Nombres relatifs	8
3. Pourcentages	14
4. Calculs, priorités et sens des opérations	22
5. Puissances	31
6. Règle de trois – Proportionnalité	40
7. Conversions	51
8. Calcul mental. Calculs approchés, ordre de grandeur	68
9. Racines carrées	84
10. Aires	91
11. Périmètres et aires : comparons...	99
12. Volumes	107
13. Distances, vitesses, temps, débits...	118
14. Dénombrement	126
15. Équations	137
16. Arithmétique	146



QCM de maths : comment être performant

L'essentiel à retenir

Les conseils qui vont suivre concernent les QCM dont la règle du jeu indiquée en début d'épreuve précise qu'il y a une bonne réponse et une seule parmi celles qui sont proposées.

Si vous êtes bon en maths vous allez avoir tendance à résoudre le problème posé sans tenir compte des propositions de solutions. Vous vérifierez ensuite si la réponse que vous avez trouvée figure parmi les propositions : si oui, vous vous direz « j'ai réussi », sinon vous chercherez une erreur dans vos calculs.

Dans certains types de problème cette tactique va vous faire perdre du temps et vous ne pourrez pas finir l'ensemble des QCM, contrairement à d'autres candidats plus malins et efficaces.

Voici quelques exemples de problèmes où partir des valeurs proposées comme solutions permet d'être efficace et rapide.

Exemple 1

Bacchus se verse à boire la moitié d'une bouteille pleine de bon vin.

Il revient vers la bouteille et boit le tiers de ce qui reste. Puis il retourne boire le quart du dernier reste. Le contenu restant de la bouteille lui permet de se remplir enfin un dernier verre de 33 cL. Quelle est la capacité de cette bouteille ?

- ☐ a. 66 cL ☐ b. 100 cL ☐ c. 120 cL ☐ d. 132 cL ☐ e. 144 cL

Solution

Au lieu de se lancer dans des équations ou des calculs de fractions, on peut essayer de vérifier si l'on obtient le 33 cL final à partir d'une des valeurs proposées.

Un premier essai astucieux est de partir de la valeur du milieu parmi les propositions : ici 120 cL.

Bacchus verse 60 cL, il reste 60 cL. Il boit le tiers du reste soit 20 cL. Il reste 40 cL dans la bouteille. Il boit le quart de ce reste soit 10 cL, il reste 30 cL dans la bouteille et non 33 cL.

Notre choix c. n'est pas le bon mais comme il donne un peu moins que ce qu'il faut, on peut abandonner les essais pour une valeur moindre, et faire un autre essai avec la valeur du d. un peu supérieure : 132 cL.

Bacchus verse 66 cL, il reste 66 cL. Il boit le tiers du reste soit 22 cL, il reste 44 cL dans la bouteille. Il boit le quart du reste soit 11 cL. Il reste 33 cL dans la bouteille : c'est ce qu'on souhaitait, la bonne réponse est d.

Exemple 2

Au moment où elle met au monde son quatrième enfant, une mère (professeur de maths) a 3 fois la somme des âges de ses 3 premiers enfants. Sachant que dans 8 ans son âge sera la somme de ceux de ses 4 enfants, quel est son âge actuel ?

- ☐ a. 36 ans ☐ b. 35 ans ☐ c. 33 ans ☐ d. 30 ans ☐ e. 27 ans

Solution

Partons de la valeur centrale 33 ans.

Elle est bien divisible par 3, car 33 c'est 3×11 . Dans 8 ans la mère aura 41 ans. Chaque enfant aura 2 ans de plus, et à quatre cela fera $2 \times 4 = 8$ ans de plus, la somme de leurs âges sera aussi $33 + 8 = 41$. On a trouvé, la solution est le c.

Voici maintenant d'autres types de problèmes : ceux où figurent **de nombreuses variables abstraites sous forme de lettres**. On a peur de s'y perdre...

Une astuce profitable est d'imaginer certaines valeurs à la place des lettres, ce qui peut permettre de débrouiller la situation...

Exemple 3

Si x , y et z sont trois nombres non nuls tels que $1/z = 1/x + 1/y$, alors $x = ?$

- ☐ a. $yz/(z - y)$ ☐ d. $(z - y)/yz$
☐ b. $yz/(y - z)$ ☐ e. $z - y$
☐ c. $(y - z)/yz$

Solution

Chacun sait que $1/2 = 1/4 + 1/4$ donc on peut imaginer $x = 4$, $y = 4$ et $z = 2$ et voir s'il n'y aurait pas qu'une seule des formules proposées qui serait valable pour ces valeurs-là.

$$yz/(z - y) = 8/(-2) = -4; \quad yz/(y - z) = 8/2 = 4; \quad (y - z)/yz = 2/8 = 1/4;$$

$(z - y)/yz = -2/8 = -1/4$; $z - y = -2$; seule la formule b. donne la bonne valeur de $x = 4$. La solution est le b.

Exemple 4

Les trois nombres entiers positifs non nuls et différents a , b , c vérifient

$a + b + c = 6$. Que vaut : $1/(a + b) + 1/(b + c) + 1/(a + c)$?

- ☐ a. 17/30 ☐ b. 27/40 ☐ c. 37/50 ☐ d. 47/60 ☐ e. 57/60

Solution

On peut imaginer $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, on a bien $a + b + c = 6$.

On obtient alors :

$$1/(a+b) + 1/(b+c) + 1/(a+c) = 1/3 + 1/5 + 1/4 = (20 + 12 + 15)/60 = 47/60.$$

La bonne réponse est donc d. Je rappelle qu'on sait qu'il ne peut y en avoir qu'une seule juste dans ce type de test.

Exercices d'entraînement

- Le car était à moitié plein, puis il est monté 6 personnes. À la station suivante, 3 sont descendues et 8 sont montées, puis, à la dernière station avant le terminus, 10 sont montées et 2 descendues. À l'arrivée, le car était aux trois quarts plein. Quelle est sa capacité totale ?
☐ a. 38 ☐ b. 42 ☐ c. 57 ☐ d. 64 ☐ e. 76
- Pour numérotter toutes les pages d'un cahier, on a utilisé 35 chiffres en tout. Combien de pages a ce cahier ?
☐ a. 12 ☐ b. 15 ☐ c. 22 ☐ d. 28 ☐ e. 35
- Quelle est la somme des n premiers nombres entiers positifs impairs ?
☐ a. n^2 ☐ b. $n(n+1)$ ☐ c. $2n^2 - 1$ ☐ d. $2n$ ☐ e. $2n(n-1)$
- On cherche les solutions d'un système de 4 équations à 4 inconnues x, y, z, t .

$$\begin{cases} -x + y + z + t = a \\ x - y + z + t = b \\ x + y - z + t = c \\ x + y + z - t = d \end{cases}$$

On nous dit que, quels que soient les réels a, b, c, d , la valeur de la composante z du quadruplet solution doit être de la forme $z = k(a + b - c + d)$ avec un certain coefficient k . Combien vaut ce dernier ?

- ☐ a. 1 ☐ b. $1/2$ ☐ c. $1/4$ ☐ d. $-1/4$ ☐ e. $-1/2$
- Le tournoi de tennis par éliminations...
 Le tirage au sort désigne les adversaires, par deux. Après le premier tour, seuls les gagnants poursuivent la compétition, et sont groupés par paires pour le tour suivant.

On continue ainsi jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un joueur, le vainqueur. On remarquera qu'il peut y avoir, à un moment donné, un nombre impair de joueurs, dans ce cas l'un d'entre eux est qualifié d'office pour le tour suivant. Les organisateurs fournissent une boîte de balles neuves pour chaque match réel. Il y a 142 concurrents inscrits. Combien de boîtes faudra-t-il distribuer ?

- ☐ a. 71 ☐ b. 122 ☐ c. 106 ☐ d. 284 ☐ e. 141

6. Le système $\begin{cases} 3x - 2y + z = -9 \\ 2x + y - 4z = 15 \\ x + 4y - 3z = 27 \end{cases}$ a pour triplet (x, y, z) solution :

- ☐ a. $(2; 1; 3)$ ☐ d. $(3; 5; 2)$
☐ b. $(1; 2; 5)$ ☐ e. $(1; 5; -2)$
☐ c. $(1; -5; 2)$

7. À quel taux d'intérêts composés (approché éventuellement) faut-il placer un capital pour qu'il double en 5 ans ?

- ☐ a. 20 % ☐ b. 13,12 % ☐ c. 40 % ☐ d. 25 % ☐ e. 14,8 %

8. Hugues Capet, premier roi de la famille des Capétiens a régné de 987 à 996. Les rois capétiens se sont succédé sans interruption jusqu'à Charles IV, le dernier d'entre eux. Charles IV a régné de 1322 à 1328.

Quelle est la durée du règne des Capétiens ?

- ☐ a. 9 ans
☐ b. 326 ans
☐ c. 341 ans
☐ d. 15 ans
☐ e. On ne peut pas le savoir, il manque des données.

Corrigés des exercices

1. Si le car était aux trois quarts plein, c'est que sa capacité est divisible par 4. Parmi les nombres proposés, il n'y en a que deux qui sont divisibles par 4, ce sont 64 et 76. On peut reprendre l'énoncé avec 64 d'abord, et suivre l'évolution du nombre de passagers : 32 ; $32 + 6 = 38$; $38 - 3 + 8 = 43$; $43 + 10 - 2 = 51$. Est-ce que cela fait les $3/4$ de 64 soit 48 ? Non, donc la solution n'est pas 64, ce ne peut être que 76, et un seul essai a suffi.

On peut vérifier avec 76, mais le jour du concours c'est une perte de temps : 38 ; $38 + 6 = 44$; $44 - 3 + 8 = 49$; $49 + 10 - 2 = 57$ et cette valeur est bien les $3/4$ de 76.

Réponse e.

2. Le nombre de pages est toujours pair. Dans notre choix limité entre 12, 22 et 28, visons au milieu : 22. De 1 à 9, il y a neuf chiffres. De 10 à 22 soit 13 nombres de deux chiffres, cela fait 26 chiffres, donc au total $9 + 26 = 35$ chiffres. On a trouvé la solution : 22. Réponse c.

3. Le n^{e} terme impair vaut $(2n - 1)$: ainsi le premier est 1, le deuxième est 3, le troisième est 5, etc., les nombres impairs se succèdent de 2 en 2 à partir de 1.

Selon la formule valable pour la somme des termes d'une progression arithmétique, la somme des n premiers entiers impairs vaut :

$(1^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier terme}) \times \text{nombre de termes} / 2$ soit ici :

$$\frac{1 + (2n - 1)}{2} \times n = n^2 \text{ après simplification de la fraction.}$$

On peut simplement envisager un exemple pour s'en sortir sans cette réflexion abstraite et savante : pour les 3 premiers impairs $1 + 3 + 5 = 9$.

En testant les formules il n'y a que la première qui convient : $3^2 = 9$, les autres donnent des résultats différents de 9 (soit 12, 17, 6, 12). Réponse a.

4. Il n'est pas question de résoudre ce copieux système très abstrait.

Du fait des analogies d'écriture entre les 4 équations, et après comparaison des positions des signes $-$ et $+$, on doit se dire que si z a une solution de la forme donnée, les valeurs de x , y , t doivent avoir des formes analogues adaptées. On pense à :

$$\begin{cases} x = k(-a + b + c + d) \\ y = k(a - b + c + d) \\ z = k(a + b - c + d) \\ t = k(a + b + c - d) \end{cases}$$

Par addition des 4 lignes membre à membre on aura :

$$x + y + z + t = k(2a + 2b + 2c + 2d) \text{ donc } x + y + z + t = 2k(a + b + c + d).$$