

Jean Lemaitre, Jean-Louis Chaboche, Ahmed Benallal,
Rodrigue Desmorat

Mécanique des matériaux solides

3^e ÉDITION

DUNOD

Illustration de couverture : Digital Vision

© Dunod, Paris, 1985, 1992, 2009, 2020 pour la nouvelle présentation
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-081146-5

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

PRÉFACE DE LA NOUVELLE ÉDITION



Dans la préface de la première édition de ce livre en 1985, Monsieur Germain (1920-2009), l'un des fondateurs de la mécanique moderne et alors secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, commençait par « Mes jeunes collègues, J. L. et J.L. C. ... » eh bien le temps n'est décidément pas une variable d'état que l'on pourrait modéliser à sa guise car maintenant c'est à notre tour d'écrire : Nos jeunes collègues Ahmed Benallal et Rodrigue Desmorat ont eu le courage de reprendre la rédaction de l'ouvrage en l'expurgeant des parties obsolètes et en l'enrichissant des notions établies au cours des deux dernières décennies.

Tout a été réécrit (d'ailleurs les originaux sont devenus illisibles par les machines des imprimeurs !), c'est dire la somme de travail effectué avec en plus de nombreux ajouts sur les grandes déformations, l'anisotropie, les techniques expérimentales, l'identification, et sur certains matériaux comme les élastomères, le béton, les céramiques, les composites. Et avec surtout trois chapitres supplémentaires sur la visco-élasticité, les instabilités matérielles et la localisation, et les couplages multiphysiques.

Bien sûr, nous avons participé à de nombreuses discussions à deux, à trois ou à quatre, passionnées comme toujours, elles durent depuis des dizaines d'années et nous sommes toujours amis ! Nous avons assuré le travail ingrat de relecture c'est dire que s'il reste des fautes, nous les assumons ! Il faut aussi souligner que le succès du premier livre (et de celui-ci, nous l'espérons !) doit beaucoup aux éditeurs, Dunod d'abord, Cambridge University Press pour l'édition anglaise et 国防工业出版社 北京 pour l'édition chinoise.

Jean Lemaitre, Jean Louis Chaboche

Printemps 2009

INTRODUCTION



Bravo, cher lecteur, vous avez eu le courage d'ouvrir cet ouvrage ! et vous avez bien fait car vous avez gagné quelques explications :

Sur le titre d'abord. Il s'agit de MÉCANIQUE c'est-à-dire de relations entre forces (ou contraintes), déplacements (ou déformations), température et temps. Il s'agit de MATÉRIAUX du génie mécanique et du génie civil : métaux et alliages, polymères, élastomères, bois, bétons, céramiques et leurs composites. Mécanique des solides donc, pour modéliser leurs propriétés de résistance à la déformation et à la rupture et leur durabilité en service, propriétés intrinsèques aux matériaux, définies sur l'élément de volume indépendamment de la géométrie des corps concernés.

Sur l'esprit. La rédaction de l'ouvrage est organisée en vue d'un TRANSFERT des connaissances dans l'esprit des Sciences pour l'ingénieur, transfert des connaissances fondamentales vers les applications. Transfert des propriétés microscopiques vers une écriture mésoscopique des lois de comportement. Transfert, ou plutôt synthèse entre les aspects théoriques et expérimentaux. Les progrès récents en mécanique des solides étant dus à la conjonction de développements décisifs dans tous ces domaines.

- Sur le plan fondamental, c'est l'écriture synthétique de la mécanique des milieux continus et de la méthode de l'état local en thermodynamique.
- Sur le plan des applications, c'est la prise de conscience de la nécessité d'assurer une sécurité contrôlée tout en réalisant une plus grande économie dans la construction des systèmes mécaniques.
- Sur le plan des propriétés microscopiques, c'est le développement des moyens d'observation comme les microscopes électroniques à balayage et à transmission.
- Sur le plan expérimental, ce sont les machines d'essais asservies à commande numérique associées aux moyens de mesures par caméras infrarouges et par caméras optiques numériques permettant la mesure des déplacements par corrélation d'images.
- Sur le plan de l'identification des modèles, c'est la possibilité d'utiliser des logiciels d'optimisation et même d'incorporer certains modèles directement dans le dépouillement des expériences.
- Sur le plan numérique enfin, c'est l'avènement des ordinateurs hyper-puissants et des techniques de parallélisation associées qui permettent l'utilisation de modèles sophistiqués avec la possibilité d'évaluation du domaine d'erreur.

Sur le contenu. Pour bien marquer cette idée de transfert et dans un esprit pédagogique pour l'enseignement des jeunes et la formation continue des « moins jeunes », l'ouvrage comprend

Introduction

trois chapitres (1 à 3) qui rappellent les connaissances de base pour une lecture aisée des huit autres chapitres (4 à 11) dédiés chacun à un comportement particulier.

- Le premier chapitre est consacré aux MÉCANISMES PHYSIQUES de déformation et de rupture des différents matériaux en insistant sur la description des propriétés qui justifient les hypothèses utilisées dans la modélisation mésoscopique.
- Le deuxième chapitre présente des rappels de MÉCANIQUE DES MILIEUX CONTINUS et de THERMODYNAMIQUE DES PROCESSUS IRRÉVERSIBLES qui constituent les outils théoriques utilisés dans les autres chapitres.
- Le troisième chapitre présente une CLASSIFICATION RHÉOLOGIQUE des comportements schématiques des solides fondée sur l'expérimentation dont les moyens et les techniques sont décrits en détail.
- Avec le quatrième chapitre débute la modélisation des différents comportements suivant le même plan : domaine de validité délimitant les conditions d'utilisation ; aspects phénoménologiques de l'acquis expérimental ; formulation générale fondée sur la thermodynamique ; détermination de modèles et leur identification pour des matériaux particuliers. Dans cet esprit, le quatrième chapitre présente l'ÉLASTICITÉ, la THERMO-ÉLASTICITÉ et l'HYPER-ÉLASTICITÉ en grandes transformations.
- Le cinquième chapitre concerne la VISCO-ÉLASTICITÉ linéaire et en grandes déformations avec sa formulation par variables internes et sa formulation fonctionnelle par le produit de convolution.
- Le sixième chapitre est consacré à l'ÉLASTO-PLASTICITÉ ; plasticité isotrope formulée à partir du potentiel d'évolution associé au critère d'écoulement ; plasticité à écrouissage anisotrope qui permet de rendre compte des chargements cycliques si importants pour la prévision de la rupture par fatigue ; éléments de plasticité en grandes transformations et de plasticité à gradient.
- Le septième chapitre traite des mêmes questions mais cette fois appliquées aux métaux et alliages sollicités aux températures moyennes et élevées qui engendrent des phénomènes de viscosité : l'ÉLASTO-VISCO-PLASTICITÉ.
- Le huitième chapitre aborde la rupture de l'élément de volume par la théorie de l'ENDOMMAGEMENT CONTINU isotrope et anisotrope. Différents modèles sont établis pour rendre compte et prévoir la rupture fragile, la rupture ductile, la rupture par fluage et la rupture par fatigue à faible et grand nombre de cycles ainsi que les couplages avec les déformations.
- Le neuvième chapitre aborde les phénomènes d'INSTABILITÉS MATÉRIELLES et de LOCALISATIONS souvent précurseurs de l'endommagement et de la rupture. Ils sont abordés par les méthodes de bifurcation et de perturbation avec le rôle important des conditions aux limites et des surfaces.
- Le dixième chapitre traite des solides fissurés. La MÉCANIQUE DE LA RUPTURE PAR FISSURATION est abordée par la méthode énergétique qui introduit logiquement la notion de taux de restitution d'énergie. Cette variable, associée aux facteurs d'intensité des contraintes, est utilisée pour établir des modèles de rupture par instabilité, de rupture ductile et des modèles de croissance de fissures par fatigue.
- Le onzième chapitre (rassurez vous c'est de dernier !) donne des éléments sur les COUPLAGES MULTI-PHYSIQUES pour répondre à une forte demande d'inclure dans les

calculs de sécurité les multiples influences ou agressions de l'environnement sur les matériaux : thermo-hydro-élasticité ; chimio-élasticité ; poro-plasticité ; transformations de phases ; piézo-électricité et magnéto-élasticité... La thermodynamique est, encore là, l'outil fondamental.

L'ensemble constitue donc un ouvrage complet de Mécanique des Matériaux mais forcément concis. Pour des études plus approfondies, on pourra se reporter à la bibliographie des principaux ouvrages donnée à la fin de chaque chapitre. Ce livre s'adresse donc à vous, cher lecteur, qui possédez de bonnes connaissances de base en mécanique des milieux continus ou en résistance des matériaux et qui souhaitez vous former pour introduire plus de physique dans la conception, assistée ou non par ordinateur, dans la mise en forme des produits, dans les calculs de sécurité et le contrôle en service des constructions.

Là encore, il s'agit d'une position charnière entre l'enseignement au niveau des années de spécialisation des écoles d'ingénieurs, des masters des universités, des chercheurs et de l'enseignement dans la profession d'ingénieur de recherche, d'études, de fabrication ou d'essais. Pour faciliter l'utilisation du livre en tant que manuel, chaque chapitre est rédigé en vue d'une lecture autonome. De plus, chacun des sous-chapitres est repéré par des pommes :

-  signifie facile à lire, facile à appliquer,
-  signifie à lire avec attention, appliquer avec précaution,
-  signifie une théorie plus complexe d'application délicate.

Le lecteur avisé a d'ores et déjà compris que le domaine couvert par ce livre est très vaste et que, pour ce faire, les auteurs ont largement puisé dans leur environnement humain particulièrement favorable à la Direction des Structures de l'Office National d'Etudes de Recherches Aérospatiales, au Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan (E.N.S de Cachan, Université Paris 6, C.N.R.S.) au G.R.E.C.O. (C.N.R.S.) Grandes Déformations et Endommagement et à l'Association Mécamat qui lui a succédé. Nombre de mises au point résultent également de cours donnés par les auteurs. Que leurs étudiants, collègues et tous ceux qui ont participé à des discussions souvent passionnées soient ici publiquement remerciés. Enfin cette édition a bénéficié de relectures des nouveautés par nos collègues Nadia Bahlouli, René Billardon, Eric Blond, Jean-Pierre Cordebois, Olivier Hubert, Laurent Gornet, Jean-Jacques Marigo, Patrick Müller, Sylvie Pommier, Nicolas Schmitt et par les doctorants du LMT. Merci à eux pour leurs critiques et conseils.

Ahmed Benallal, Rodrigue Desmorat

Jean Lemaitre, Jean Louis Chaboche

Printemps 2009

TABLE DES MATIÈRES



Préface	V
Introduction	VII
Notations	XIX
Chapitre 1 • Éléments sur les mécanismes physiques de déformation et de rupture des solides	1
1.1 Métaux et alliages	2
1.1.1 Structure	2
1.1.2 Mécanismes physiques de déformation	7
1.1.3 Mécanismes physique de rupture	14
1.2 Polymères et élastomères	19
1.2.1 Structures	19
1.2.2 Mécanismes physiques de déformation	22
1.2.3 Mécanismes physiques de rupture	23
1.3 Matériaux granulaires – Béton	23
1.3.1 Constitution du béton hydraulique	23
1.3.2 Mécanismes physiques de déformation et de rupture	26
1.4 Céramiques et verres	29
1.4.1 Céramiques au sens large	29
1.4.2 Structure des céramiques et verres	30
1.4.3 Mécanismes physiques de déformation et de rupture	30
1.5 Composites	31
1.5.1 Composites à Matrices Organiques (CMO)	32
1.5.2 Composites à Matrice Céramique (CMC)	33
1.5.3 Composites à Matrice Métallique (CMM)	33
1.5.4 Mécanismes physiques de déformation et de rupture	34
1.6 Bois	35
1.6.1 Structure anatomique du bois	35
1.6.2 Mécanismes physiques de déformation et de rupture	37
1.7 Cartes d'Ashby	37
Chapitre 2 • Éléments de mécanique et de thermodynamique des milieux continus	40
2.1 Éléments de mécanique des milieux continus	41
2.1.1 Système de référence et dérivée particulaire	41
2.1.2 Principe des puissances virtuelles	42
2.1.3 Équations d'équilibre	45

Table des matières

2.1.4	Déformations et déplacements	46
2.1.5	Invariants – Représentations tensorielles	54
2.2	Énoncés fondamentaux de la thermodynamique	56
2.2.1	Lois de conservation	56
2.2.2	Entropie – Second principe	59
2.2.3	Couplage avec d'autres phénomènes de transfert	60
2.3	Méthode de l'état local	61
2.3.1	Variables d'état	61
2.3.2	Potentiel thermodynamique – Lois d'état	63
2.3.3	Dissipation – Lois d'évolution	66
2.4	Éléments de thermique	71
2.4.1	Loi de Fourier	71
2.4.2	Équation de la chaleur	71
2.4.3	Propagation classique de la chaleur	73
2.4.4	Échauffement adiabatique des métaux	73
2.4.5	Premier principe et équation de la chaleur en grandes transformations	74
Chapitre 3 • Classification rhéologique et caractérisation du comportement des solides réels		75
3.1	La méthode phénoménologique globale pour la formulation des lois de comportement	76
3.2	Essais mécaniques de caractérisation	78
3.2.1	Essais caractéristiques homogènes	78
3.2.2	Essais hétérogènes	81
3.3	Éléments sur les techniques d'expérimentation	82
3.3.1	Machines d'essais et éprouvettes	82
3.3.2	Techniques de mesure des variables caractéristiques	94
3.4	Schématisation des comportements réels	100
3.4.1	Solide rigide – Fluide visqueux	101
3.4.2	Solides élastiques	101
3.4.3	Solides plastiques	103
3.4.4	Solides visco-plastiques	104
3.4.5	Vieillessement	105
3.5	Identification	106
3.5.1	Le rapport qualité-prix	107
3.5.2	Dépendance des paramètres à la température	107
3.5.3	Dispersion, paramètres aléatoires	108
3.5.4	Méthodes numériques d'identification	109
3.6	Schématisation des frottements	112
3.6.1	Modèle de Coulomb	112
3.6.2	Modèle de couche limite	113

Chapitre 4 • Élasticité, thermo-élasticité et hyper-élasticité	114
4.1 Aspects phénoménologiques	114
4.2 Élasticité linéaire	115
4.2.1 Domaine de validité et d'emploi	115
4.2.2 Formulation	115
4.2.3 Les huit classes de symétrie des tenseurs d'élasticité	120
4.2.4 Figures de pôle	121
4.2.5 Identification	122
4.2.6 Tableau de caractéristiques d'élasticité de matériaux usuels	126
4.3 Thermo-élasticité	126
4.3.1 Formulation de la thermo-élasticité isotrope linéaire	127
4.3.2 Formulation de la thermo-élasticité anisotrope	128
4.3.3 Identification	130
4.3.4 Caractéristiques de thermo-élasticité de matériaux usuels	131
4.4 Élasticité en grandes transformations	132
4.4.1 Domaine de validité et d'emploi	132
4.4.2 Objectivité	133
4.4.3 Formulation de l'hyper-élasticité	133
4.4.4 Identification	137
4.4.5 Caractéristiques d'un caoutchouc	138
Chapitre 5 • Visco-élasticité	140
5.1 Domaine de validité et d'emploi	140
5.2 Aspects phénoménologiques	141
5.3 Modélisation avec variables internes	141
5.3.1 Modèles rhéologiques	141
5.3.2 Formulation thermodynamique	145
5.3.3 Couplage thermo-mécanique	150
5.4 Formulation fonctionnelle de la visco-élasticité	151
5.4.1 Fonction fluage	151
5.4.2 Fonction relaxation	153
5.4.3 Formulation thermodynamique	154
5.4.4 Séries de Prony	156
5.4.5 Équivalence temps-température	156
5.4.6 Transformée de Laplace-Carson	158
5.5 Éléments de visco-élasticité en grandes transformations	159
5.5.1 Formulation avec variables internes	159
5.5.2 Formulations fonctionnelles	160
5.6 Identification et caractéristiques de visco-élasticité de matériaux usuels	163
5.7 Hystérésis des élastomères	166
5.7.1 Hystérésis « visqueux » et « non visqueux » – Effet Müllins	166
5.7.2 Hyper-élasticité avec frottement interne	168

Table des matières

Chapitre 6 • Élasto-plasticité	170
6.1 Domaine de validité et d'emploi	170
6.2 Aspects phénoménologiques	171
6.2.1 Observations sous chargement uniaxial	171
6.2.2 Observations en multiaxial – Rôle de la direction de la sollicitation	181
6.3 Critères tridimensionnels de limite d'élasticité	185
6.3.1 Critères isotropes	186
6.3.2 Critères anisotropes	191
6.3.3 Validité expérimentale	193
6.4 Formulation thermodynamique	194
6.4.1 Résultats tirés des observations expérimentales	194
6.4.2 Partition de la déformation	195
6.4.3 Incompressibilité plastique	196
6.4.4 Cadre thermodynamique	196
6.4.5 Surface de charge – Critères tridimensionnels de plasticité	199
6.4.6 Évolution du domaine d'élasticité – Lois d'écrouissage	202
6.5 Lois de plasticité particulières	206
6.5.1 Cas de la plasticité parfaite	206
6.5.2 Modèles à écrouissage isotrope	206
6.5.3 Modèles à écrouissage cinématique	211
6.5.4 Lois à écrouissage combiné	225
6.5.5 Modélisation d'effets particuliers	230
6.5.6 Lois de plasticité anisotrope	240
6.6 Éléments de plasticité en grandes transformations	244
6.6.1 Lagrangien réactualisé	244
6.6.2 Décomposition de la déformation	246
6.6.3 Objectivité des lois de plasticité	247
6.6.4 Lois de plasticité en grandes transformations	247
6.6.5 Loi de plasticité anisotrope à écrouissage isotrope	251
6.7 Éléments sur la plasticité à gradient	253
6.7.1 Effets des gradients de déformation plastique – Nécessité de modèles généralisés	254
6.7.2 Tenseur densité de dislocation géométrique – Tenseur d'incompatibilité	254
6.7.3 Modélisation de la plasticité à gradient	258
Chapitre 7 • Élasto-visco-plasticité	261
7.1 Domaine de validité d'emploi	261
7.2 Aspects phénoménologiques	262
7.2.1 Résultats tirés des essais d'écrouissage	262
7.2.2 Résultats tirés des essais de fluage	264
7.2.3 Résultats tirés des essais de relaxation	266
7.2.4 Loi d'écrouissage-viscosité	267
7.2.5 Influence de la température	269

7.2.6	Résultats tirés d'essais cycliques	271
7.2.7	Résultats tirés d'essais multiaxiaux	273
7.3	Formulation thermodynamique	274
7.3.1	Partition des déformations	274
7.3.2	Choix des variables thermodynamiques	274
7.3.3	Lois d'évolution : écoulement et écrouissage, règle de normalité	276
7.4	Lois de comportement particulières	278
7.4.1	Lois de visco-plasticité parfaite	278
7.4.2	Lois de visco-plasticité à écrouissage isotrope	282
7.4.3	Loi de visco-plasticité à écrouissages cinématique et isotrope	291
7.5	Modélisation d'effets particuliers	301
7.5.1	Loi de visco-plasticité anisotherme	302
7.5.2	Effets de recouvrance et de restauration statique	306
7.5.3	Effets de vieillissement	308
7.5.4	Couplage plasticité/visco-plasticité	309
7.5.5	Effets de chargements non proportionnels	311
Chapitre 8 • Endommagement		315
8.1	Domaine de validité et d'emploi	315
8.2	Aspects phénoménologiques	316
8.2.1	Schématisation de la rupture par endommagement de l'élément de volume	316
8.2.2	Variable d'endommagement	318
8.2.3	Contrainte effective	320
8.2.4	Mesures d'endommagement	322
8.3	Lois d'endommagement	330
8.3.1	Loi d'endommagement unifiée	330
8.3.2	Endommagement plastique	333
8.3.3	Endommagement de fluage	335
8.3.4	Endommagement de fatigue	337
8.3.5	Effet d'interaction des endommagements de fatigue et de fluage	349
8.3.6	Interaction Fatigue-Oxydation-Fluage	352
8.3.7	Anisotropie de l'endommagement	353
8.4	Critères d'endommagement	354
8.4.1	Critères en contrainte et en déformation	355
8.4.2	Critères de limite de fatigue	357
8.4.3	Critères énergétiques	361
8.5	Formulation thermodynamique	364
8.5.1	Représentation tridimensionnelle de l'endommagement	364
8.5.2	Théorie de l'endommagement isotrope	367
8.5.3	Une théorie de l'endommagement anisotrope d'ordre 4	371
8.5.4	Une théorie de l'endommagement anisotrope d'ordre 2	373
8.6	Modèles d'endommagement particuliers	378

Table des matières

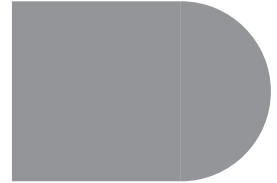
8.6.1	Élasticité couplée à l'endommagement	378
8.6.2	Élasto-(visco-)plasticité couplée à l'endommagement	382
8.6.3	Modèle d'endommagement et de délaminage de composites stratifiés	388
8.6.4	Modèle d'endommagement de composites tissés céramique/céramique	391
8.7	Endommagement et calculs de structures	395
8.7.1	Endommagement initial	395
8.7.2	Taille et orientation de la fissure mésoscopique amorcée	395
8.7.3	Calcul de l'endommagement aux points ou dans les zones critiques	397
8.7.4	Calculs couplés – Approche locale	399
Chapitre 9 • Instabilités et localisation de la déformation et de l'endommagement		405
9.1	Aspects phénoménologiques et observations	406
9.2	Introduction au phénomène de localisation	409
9.3	Localisation dans les matériaux à comportement indépendant du temps	413
9.3.1	Bifurcation en bandes – Perte d'ellipticité	414
9.3.2	Interactions des bandes de localisation avec la frontière	419
9.3.3	Localisation en modes harmoniques	421
9.4	Approche de la localisation par perturbation	422
9.4.1	Matériaux à comportement indépendant du temps	422
9.4.2	Matériaux à comportement dépendant du temps – Viscoplasticité	422
9.4.3	Effets thermomécaniques – Couplages	423
9.4.4	Couplages hydro-mécaniques – Milieux poreux saturés	424
9.5	Résolution de la condition de localisation	425
9.5.1	Mode de localisation	426
9.5.2	Conditions critiques – Orientations critiques des bandes de localisation	426
9.6	Illustrations et applications	431
9.6.1	Notations	431
9.6.2	Localisation en plasticité	432
9.6.3	Localisation en thermo-plasticité	434
9.6.4	Localisation dans les milieux poreux saturés	437
9.6.5	Localisation dans les milieux endommagés	440
9.6.6	Interactions des bandes de localisation avec la frontière	441
9.6.7	Pertinence des conditions de localisation pour les solides finis	442
9.7	Modélisation non locale	442
9.7.1	Modèle local/Modèle non local	443
9.7.2	Analyse de localisation	444
9.7.3	Une application : propagation de fissures dans le béton	446

Chapitre 10 • Fissuration	449
10.1 Domaine de validité d'emploi	450
10.2 Aspects phénoménologiques	450
10.2.1 Rupture fragile	450
10.2.2 Rupture ductile	451
10.2.3 Rupture par fatigue	451
10.2.4 Modes de sollicitation	452
10.2.5 Fissures initiales	453
10.3 Analyse élastique linéaire des milieux fissurés	453
10.3.1 Contraintes en fond de fissure dans les problèmes plans – Singularité des contraintes	453
10.3.2 Intégrales de contour en élasticité	463
10.3.3 Taux de restitution d'énergie	465
10.3.4 Extraction des facteurs d'intensité des contraintes par mesure de champs	468
10.3.5 Critères de propagation en élasticité linéaire	469
10.3.6 Modes mixtes – Critères de bifurcation	471
10.3.7 Problèmes tridimensionnels en élasticité	474
10.3.8 Validité de l'analyse linéaire	475
10.4 Analyse non linéaire des milieux fissurés	477
10.4.1 Plasticité généralisée	477
10.4.2 Le cas de la visco-plasticité – Intégrale C^*	482
10.4.3 Prise en compte de l'adoucissement en mode I	483
10.5 Formulation thermodynamique	485
10.5.1 Thermodynamique du solide fissuré	485
10.5.2 Choix des variables – Lois d'état	486
10.5.3 Taux de restitution d'énergie élastique	489
10.5.4 Variable seuil de fissuration	494
10.5.5 Étude de la dissipation	497
10.5.6 Cas des structures fissurées tridimensionnelles	499
10.6 Modèles de propagation de fissures	502
10.6.1 Fissuration par rupture fragile	502
10.6.2 Fissuration par rupture ductile	503
10.6.3 Fissuration par fluage	505
10.6.4 Fissuration par fatigue	506
10.6.5 Fissuration en fatigue-oxydation-fluage	515
10.7 Éléments de calcul de fissuration des structures par l'approche globale	517
10.7.1 Intégration des modèles dans le cas du chargement proportionnel	517
10.7.2 Analyses par éléments finis pour les problèmes 2D	519
10.7.3 Cas des fissures tridimensionnelles	520
10.8 Approches locales de la fissuration	527
10.8.1 Principe des approches locales	527
10.8.2 Approche locale de la fissuration par la mécanique de l'endommagement	529

Table des matières

10.8.3	Approche locale de la fissuration par emploi de zones cohésives	530
10.9	Approche variationnelle de la fissuration	531
10.10	Approche par éléments discrets	532
Chapitre 11 • Éléments de thermodynamique des couplages multi-physiques		534
11.1	Aspects phénoménologiques	535
11.2	Thermodynamique des couplages multi-physiques	538
11.2.1	Conservation de la masse dans le repère barycentrique	538
11.2.2	Vitesses de référence et flux de diffusion	539
11.2.3	Premier principe	540
11.2.4	Second principe et dissipation	541
11.2.5	Enthalpie libre g_k et potentiel chimique μ_k^*	542
11.2.6	Lois de diffusion – Cadre général et couplages	543
11.3	Hydro-élasticité et thermo-hydro-élasticité	547
11.3.1	Domaine de validité et d'emploi	547
11.3.2	Formulation	547
11.4	Milieux poreux saturés	548
11.4.1	Domaine de validité et d'emploi	548
11.4.2	Formulation de la poro-élasticité linéaire	548
11.4.3	Un modèle de poro-plasticité	550
11.4.4	Opérateurs tangents drainé et non drainé	552
11.5	Chimio-élasticité	553
11.5.1	Domaine de validité et d'emploi	553
11.5.2	Formulation	553
11.6	Transformations de phases	556
11.6.1	Domaine de validité et d'emploi	556
11.6.2	Formulation en thermo-élasticité	557
11.6.3	Cinétiques de transformation	560
11.6.4	Équation de la chaleur en thermo-élasticité avec transformations de phases	560
11.6.5	Relations de Clapeyron	561
11.6.6	Plasticité de transformation	562
11.7	Couplages électro-magnéto-mécaniques	563
11.7.1	Domaine de validité et d'emploi	564
11.7.2	Formulation des forces électromagnétiques	564
11.7.3	Part d'énergie électromagnétique transmise à la matière	566
11.7.4	Formulation thermodynamique	567
11.7.5	Piezo-électricité	568
11.7.6	Magnéto-élasticité	569
Index		573

NOTATIONS



OPÉRATEURS

Opérateur	Signification	Opérateur	Signification
f, g	fonctions non identifiées	δ_{ij}	symbole de Kronecker, $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$
X	scalaire	$\mathcal{H}$	fonction de Heaviside $\mathcal{H}(x) = 1$ si $x \geq 0$, $\mathcal{H}(x) = 0$ si $x < 0$
$\vec{X}$	vecteur de composantes X_i	ε_{ijk}	composante du tenseur d'orientation, $\begin{cases} 0 & \text{si 2 indices égaux} \\ 1 & \text{si permutation} \\ & \text{directe de } i, j, k \\ -1 & \text{si permutation} \\ & \text{indirecte} \end{cases}$
$\mathbf{X}$	tenseur d'ordre 2 de composantes X_{ij}	$\mathbf{1}$	tenseur unité d'ordre 2 de composantes δ_{ij}
$\mathbf{X}$	tenseur d'ordre 4 de composantes X_{ijkl}	$\mathbf{I}$	tenseur unité dans l'ensemble des tenseurs symétrique d'ordre 4, de composantes I_{ijkl}
$\hat{X}$	quantité virtuelle	$X_I = \text{tr } \mathbf{X}$	premier invariant de $\mathbf{X}$
$[X]$	matrice	$X_{II} = \frac{1}{2} \text{tr } \mathbf{X}^2$	deuxième invariant de $\mathbf{X}$
$\{X\}$	colonne	$X_{III} = \frac{1}{3} \text{tr } \mathbf{X}^3$	troisième invariant de $\mathbf{X}$
$\dot{f}$	dérivée temporelle de f ($= \frac{df}{dt}$)	$X_H = \frac{1}{3} \text{tr } \mathbf{X}$	partie hydrostatique du tenseur $\mathbf{X}$
$\mathbf{X}^T, [X]^T, \{X\}^T, \mathbf{X}^T$	transposés de $\mathbf{X}, [X], \{X\}, \mathbf{X}$	$\mathbf{X}' = \mathbf{X} - \frac{1}{3} \text{tr } \mathbf{X} \mathbf{1}$	partie déviatorique du tenseur $\mathbf{X}$
f^+	transformée de Laplace-Carson	I_1	$I_1(\mathbf{X}) = X_I = \text{tr } \mathbf{X}$
$\mathcal{L}(f)$	transformée de Laplace	I_2	$I_2(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} ((\text{tr } \mathbf{X})^2 - \text{tr } \mathbf{X}^2)$
$\text{Re } X$	partie réelle de X	I_3	$I_3(\mathbf{X}) = \det \mathbf{X}$
$\text{Im } X$	partie imaginaire de X	J_1	$J_1(\mathbf{X}) = X'_I = 0$
$\text{sgn}(X)$	signe + ou - du scalaire X	J_2	$J_2(\mathbf{X}) = \sqrt{3X'_{II}} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{X}' : \mathbf{X}'}$
$\langle X \rangle = \max(X, 0)$	partie positive d'un scalaire X	J_3	$J_3(\mathbf{X}) = \left(\frac{27}{2} X'_{III}\right)^{1/3}$
$\langle \mathbf{X} \rangle_+, \langle \mathbf{X} \rangle_-$	partie positive, partie négative d'un tenseur $\mathbf{X}$	$X_M = X_{\max}$	valeur maximale de X
$\vec{X} \cdot \vec{Y}, \mathbf{X} \cdot \mathbf{Y}$	produit contracté sur un indice (scalaire, matriciel) $X_k Y_k, X_{ik} Y_{kj}$	$X_m = X_{\min}$	valeur minimale de X
$f \otimes g = g \otimes f$	produit de convolution de la fonction $f(t)$ par la fonction $g(t)$	$\bar{X} = \frac{1}{2}(X_m + X_M)$	valeur moyenne de X
$f \otimes g = \int_0^\infty f(t - \tau)g(\tau)d\tau$		$\Delta X = X_M - X_m$	amplitude crête-crête de X
$\mathbf{X} \otimes \mathbf{Y}$	produit tensoriel de deux tenseurs, de composantes $X_{ij}Y_{kl}$	$X_a = \frac{\Delta X}{2}$	amplitude de X
$\mathbf{X} \otimes \mathbf{Y}$	produit tensoriel de deux tenseurs, de composantes $X_{ik}Y_{lj}$		
$\mathbf{X} \otimes \mathbf{Y}$	produit tensoriel symétrisé de composantes $\frac{1}{2}(X_{ik}Y_{lj} + X_{il}Y_{kj})$		
$\mathbf{X} : \mathbf{Y}, \mathbf{X} : \mathbf{Y}$	produit contracté sur deux indices $X_{ij}Y_{ij}, X_{ijkl}Y_{kl}$		
δ	distribution de Dirac		

LISTE DES SYMBOLES EMPLOYÉS COMME PARAMÈTRES OU COEFFICIENTS DÉFINIS À CHAQUE UTILISATION

a	c	e	k	M	Q	S	α	η	ν
A	C	F	K	n	r	v	β	θ	τ
b	d	G	L	N	R	V	γ	λ	
B	D	H	m	P	s	w	δ	μ	

La modélisation est la gangrène des notations : les auteurs n'ont malheureusement pas pu éviter d'utiliser plusieurs fois chacune de ces lettres pour désigner des quantités différentes

SYMBÔLES

Symboles	Signification	Symboles	Signification
a	longueur ou demi-longueur de fissure	f	fonction critère
$\frac{\partial a}{\partial N}$	incrément de fissure par cycle	f_t, f_c	résistances en traction et en compression
$\mathbf{A}$	tenseur de localisation des déformations	$\vec{f}$	densité de force
A_{II}	amplitude de cisaillement octaédral	f_t	énergie libre spécifique du fluide f
A_K	variable thermodynamique associée	F	potentiel d'évolution
$\mathcal{A}, \mathcal{A}_r$	affinité de réaction chimique	F_X	potentiel d'écrouissage cinématique
$\vec{b}$	vecteur de Burgers	F_D	potentiel d'endommagement
$\vec{B}$	induction magnétique	$\vec{F}$	vecteur force
$\mathbf{B}$	tenseur de localisation des contraintes	$\vec{F}^d$	vecteur force ou force surfacique imposé sur la frontière ∂S_F
$\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T$	tenseur de Cauchy-Green gauche	$\mathbf{F}, \mathbf{F}^e, \mathbf{F}^p$	tenseurs gradients de la transformation (total, élastique, inélastique)
c (c_L, c_T)	célérité des ondes (longitudinales et transverses)	g	fonction d'écrouissage
C	cohésion	g_k	enthalpie libre partielle spécifique de l'espèce k
C, C_ϵ	chaleur spécifique	$\vec{q}_q = -\frac{1}{T} \text{grad } T$	variable associée au flux de chaleur
C^*	intégrale de contour	G	module de cisaillement élastique
$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F}$	tenseur de Cauchy-Green droit	G	taux de restitution d'énergie (chap. 10)
c_k	concentration molaire de l'espèce k	G_c	taux de restitution d'énergie critique
COD	ouverture de fissure	G_r	taux de restitution d'énergie réduit
CTOD	ouverture en fond de fissure	G_S	taux de restitution d'énergie seuil
$\mathbf{d}$	tenseur vitesse de déformation	$\Delta_r G$	enthalpie libre de réaction
d_e	endommagement actif	h	module d'écrouissage
$\vec{D}$	déplacement électrique	h_c	module d'écrouissage critique
D	endommagement isotrope (scalaire)	h	paramètre de refermeture des micro-défauts (chap. 8)
$\mathbf{D}$	tenseur d'endommagement d'ordre 2	h_k	enthalpie partielle spécifique de l'espèce k
$\mathbf{D}$	tenseur d'endommagement d'ordre 4	H	dureté
D_c	endommagement critique	ΔH	énergie d'activation
D_{Cr}	dommage de fluage	$\Delta_r H, \Delta_i H$	enthalpie de réaction, de tranformation
D_F	dommage de fatigue	$\vec{H}$	champ magnétique
D_{ox}	dommage dû à l'oxydation	$\mathbf{H} = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1/2}$	tenseur d'intégrité
D_u	ductilité	$H, \mathbf{H}$	module et opérateur tangent
D^{Fick}	coefficient de diffusion	H	dureté
$\frac{\partial D}{\partial N}$	incrément d'endommagement par cycle	I	intégrale de Bui
e	énergie interne spécifique	I_1, I_2, I_3	invariants issus du polynôme caractéristique
E	énergie interne	J ($\mathbf{J}$)	fonction (tenseur) fluage visco-élastique
E	module d'Young	J	intégrale de Rice
$E' = E/(1 - \nu^2)$	module en déformation plane	$\vec{J}$	vecteur densité de courant de conduction
E^*	module complexe	$\vec{J}_e$	vecteur flux d'énergie interne
$E' = \text{Re}(E^*)$	module de conservation	$\vec{J}_s$	vecteur flux d'entropie
$E'' = \text{Im}(E^*)$	module de perte	$\vec{J}_{\chi_i}^*$	vecteur flux massique d'espèce
$\vec{E}$	champ électrique	J_2, J_3	invariants du déviateur des contraintes
$\mathbf{E}$	tenseur d'élasticité	k	conductivité thermique
$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I})$	tenseur de déformation de Green-Lagrange	k_B	constante de Boltzmann
$E^a, \mathbf{E}^a$	module et tenseur d'élasticité en conditions adiabatiques	K	énergie cinétique
$E^d, \mathbf{E}^d$	module et tenseur d'élasticité en conditions drainées	K	module de compressibilité élastique
$E^i, \mathbf{E}^i$	module et tenseur d'élasticité en conditions isothermes	K, K_I, K_{II}, K_{III}	facteurs d'intensité des contraintes
$E^u, \mathbf{E}^u$	module et tenseur d'élasticité en conditions non drainées	K_{Ic}	ténacité
$\mathcal{E}_{ech}$	énergie d'échange	$\mathfrak{L}(x) = \coth x - \frac{1}{x}$	fonction de Langevin
		$\vec{L}$	gradient des vitesses

Symboles	Signification	Symboles	Signification
$\bar{m}$	coefficient de frottement d'une couche limite	t	temps
M	point matériel	t_C	temps à rupture en fluage pur
$\vec{M}, \mu_0 \vec{M}$	aimantation et polarisation magnétique	t_D	temps à apparition de l'endommagement
M_k	masse molaire de l'espèce k	t_R	temps à rupture
$\vec{n}$	vecteur normal unitaire	$\vec{i}$	vecteur unitaire
$\mathbf{n} = \mathbf{P}/\ \mathbf{P}\ = \dot{\epsilon}^p/\ \dot{\epsilon}^p\ $	direction unitaire du taux de déformation plastique	T	température absolue
n	exposant de la loi de Norton avec écrouissage	T	contrainte T
N^*	exposant de la loi de Norton sans seuil	T_M	température de fusion
N, M	exposants de la loi de visco-plasticité multiplicative	$\vec{T}$	vecteur contrainte
N_R	nombre de cycles à rupture	$\mathbf{T} = \mathbf{\Pi}^T$	tenseur nominal des contraintes
N_F	nombre de cycles à rupture en fatigue pure	u	déplacement unidimensionnel
$p = \int (\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p)^{1/2} dt$	déformation plastique cumulée	u_e	déplacement élastique sur un bord
p_f	pression du fluide f	u_p	déplacement plastique sur un bord
p_R	déformation plastique cumulée à rupture	$\vec{u}$	vecteur déplacement
P	puissance	$\llbracket \vec{u} \rrbracket$	saut de déplacement, ex : $\llbracket \vec{u}(x_1) \rrbracket = \vec{u}(x_1, 0^+) - \vec{u}(x_1, 0^-)$
$\vec{P}$	polarisation électrique	$\vec{u}^{cl}$	vecteur déplacement imposé sur la frontière ∂S_U
$\mathbf{P}$	tenseur direction de la vitesse de déformation plastique	$\mathcal{U}$	énergie potentielle
$\mathbf{P}, \mathbf{P}^H$	tenseurs de Hill	$\mathbf{U}$	tenseur de déformation pure droit
q	variable d'écrouissage	$\vec{v}$	vecteur vitesse
$\vec{q}$	vecteur flux de chaleur	V	volume
Q	taux de chaleur reçue	$\mathbf{V}$	tenseur de déformation pure gauche
$\bar{Q}$	variable mémoire de l'écrouissage	$\mathbf{V}_K$	variable interne
$\mathbf{Q}$	normale à la surface de charge	$\mathbf{V}$	tenseur de viscosité
$\mathbf{Q}, \mathbf{Q}$	tenseur direction du taux d'endommagement anisotrope	w	densité d'énergie de déformation élastique
$\mathbf{Q}$	opérateur rotation	w_e	densité d'énergie de déformation élastique
r	source volumique de chaleur	w_p	densité d'énergie plastique
r	variable d'écrouissage isotrope (homogène à une déformation)	w_s	densité d'énergie stockée
r_e	source volumique d'énergie interne	$w^* (w_e^*)$	densité d'énergie complémentaire (élastique)
r_s	source volumique d'entropie	$\mathbf{w}$	tenseur taux de rotation
r_y	dimension de zone plastique	W	densité d'énergie hyper-élastique
$r_{\chi k}$	source volumique d'espèce k	W_{ext}	travail de efforts extérieurs
R	raideur	$\mathcal{W}(\vec{x} - \vec{s})$	fonction de poids
$R(\mathbf{R})$	fonction (tenseur) relaxation visco-élastique	$X = \frac{2}{3} X_{11}$	variable d'écrouissage cinématique uniaxiale
R	résistance à la déchirure ductile	$\mathbf{X}$	tenseur variable d'écrouissage cinématique
R	variable d'écrouissage isotrope	X_∞	valeur à saturation de l'écrouissage cinématique
R_∞	valeur à saturation de l'écrouissage isotrope	Y	taux de restitution de densité d'énergie
$\mathbf{R}$	rotation de la décomposition polaire	z	variable complexe
s	entropie spécifique	$z(p)$	fonction de correction de l'énergie stockée
$\vec{s}$	vecteur tangent unitaire	α	phase d'un métal
s_i^*	taux de production interne d'entropie	α, α	coefficient et tenseur de dilatation thermique
h_k	enthalpie partielle massique de l'espèce k	α	variable interne d'écrouissage cinématique
S	entropie	$\alpha_E = \frac{1+\nu}{3(1-\nu)}$	paramètre d'Eshelby
S_0	section d'éprouvette	β	angle de frottement
S_0	section nominale d'éprouvette	$\beta_E = \frac{2}{15} \frac{4-5\nu}{1-\nu} \frac{\beta}{\beta_T}$	paramètre d'Eshelby biaxialité de la fissuration
S, s	paramètres (résistance et exposant) d'endommagement	γ	phase d'un métal
S	coefficient de Seebeck	γ	densité d'énergie de décohésion
$\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H}$	vecteur de Poynting	$\gamma, \gamma_{ij} = 2\epsilon_{ij}$	distorsion de cisaillement
$\mathbf{S}$	tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff 2	γ	coefficient de dilatation hydrique
$\mathbf{S}$	tenseur de souplesse	$\vec{\gamma}$	vecteur accélération
		Γ	front de fissure
		δ	exposant de la singularité des contraintes
		δ_0	taille de fissure macroscopique amorcée

Notations

Symboles	Signification	Symboles	Signification
ϵ	déformation uniaxiale	σ	contrainte uniaxiale
ϵ^v	déformation vraie	σ_{eq}	contrainte équivalente de von Mises
ϵ_e	déformation élastique	$\sigma_f, \sigma_f^\infty$	limite de fatigue, limite de fatigue asymptotique
$\epsilon_{eq} = (\frac{2}{3} \epsilon' : \epsilon')^{1/2}$	déformation équivalente au sens de von Mises	σ_H	contrainte hydrostatique
ϵ_H	déformation hydrostatique	σ_ℓ	limite de fatigue
ϵ_p	déformation plastique	σ_s	contrainte seuil de plasticité
ϵ_{pD}	déformation seuil d'endommagement	σ_u	contrainte ultime de rupture
$\hat{\epsilon}$	déformation équivalente de Mazars	σ^u	contrainte vraie
ϵ_R	déformation à rupture	σ_y	contrainte limite d'élasticité
ϵ	tenseur des déformations	σ_y^t, σ_y^c	limites d'élasticité en traction et en compression
ϵ'	tenseur déviateur des déformations	$\bar{\sigma}$	contrainte effective
ϵ^e	tenseur des déformations élastiques	σ^*	contrainte équivalente d'endommagement
ϵ^p	tenseur des déformations plastiques	σ	contrainte et tenseur des contraintes
ϵ_0	permittivité diélectrique du vide	$\bar{\sigma}$	tenseur des contraintes effectives
$\zeta = \Delta\phi, \zeta^p$	variation de volume fluide totale et plastique	σ^{eff}	tenseur des contraintes effectives dans les milieux poreux
η	paramètre de sensibilité hydrostatique à l'endommagement	$\bar{\sigma}$	tenseur des contraintes effectives en électromagnétisme
η	exposant de la loi de fissuration de Paris	σ'	tenseur déviateur des contraintes
η	viscosité	∇	dérivée objective de σ (de Jaumann par exemple)
θ	écart à une température de référence	σ_{ij}	composantes de σ
κ_{Darcy}	perméabilité du milieu	σ_i	composantes principales de σ
λ, Λ	coefficient d'élasticité de Lamé	σ_{Ohm}	conductivité électrique
λ, λ_i	élongation, élongation principale	τ	temps
$\bar{\lambda}$	multiplicateur	τ	contrainte de cisaillement
μ	coefficient de cisaillement élastique de Lamé	τ	coefficient de Thomson
μ_f	coefficient de frottement de Coulomb	τ	taux massique d'eau
μ_k	potentiel chimique molaire de l'espèce k	τ_y	limite d'élasticité en cisaillement
μ_k^*	potentiel chimique massique de l'espèce k	τ_R	contrainte limite de rupture en cisaillement
μ_0	perméabilité magnétique du vide	τ	tenseur des contraintes de Kirchhoff
$\bar{\mu}$	multiplicateur	ϕ	angle de frottement
ν	coefficient de contraction de Poisson	ϕ	porosité
ν^*	coefficient de contraction	φ	potentiel de dissipation
ν_{kr}	coefficients stoechiométriques de la réaction r	φ^*	potentiel dual
ξ	variable mémoire d'écrouissage	Φ	puissance spécifique dissipée
ξ, ξ_k	fraction volumique	Φ_1	dissipation intrinsèque
ξ	nombre d'onde	Φ_2	dissipation par diffusion (de la chaleur, d'espèces)
ξ, ξ_r	avancement d'une réaction chimique	χ	fonction d'Airy
π	mesure du glissement interne cumulé	χ	contrainte équivalente de fluage
Π	coefficient de Peltier	χ_k	fraction massique de l'espèce k
$\mathbf{\Pi}$	premier tenseur de Piola-Kirchoff	χ_E, χ_E	susceptibilité et tenseur de susceptibilité électriques
$\mathbf{\Pi}, \mathbf{\Pi}$	coefficient et tenseur de diffusion hydrique	χ_H, χ_H	susceptibilité et tenseur de susceptibilité magnétiques
ρ	masse volumique	ψ	angle de dilataance
ρ_e	densité volumique de charge électrique	ψ	énergie libre spécifique de Helmholtz
ρ_k^*	masse volumique partielle de l'espèce k	ψ^*	enthalpie libre spécifique de Gibbs
ρ_r, ρ_r^*	masse volumique et masse volumique partielle du fluide f	Ψ	énergie libre ou énergie libre volumique
ω	pulsation ($= 2\pi f$ si f est la fréquence)		
ω	partie antisymétrique du gradient de déplacement		

ÉLÉMENTS SUR LES MÉCANISMES PHYSIQUES DE DÉFORMATION ET DE RUPTURE DES SOLIDES



*« Lorsqu'un théoricien trouve un résultat nouveau,
personne n'y croît, sauf lui !
Lorsqu'un expérimentateur trouve un résultat nouveau,
tout le monde y croît, sauf lui ! »*

Ce premier chapitre est destiné à donner les éléments de physique et de métallurgie permettant aux non-spécialistes de se faire une idée schématique de la structure et des mécanismes de déformation et de rupture des principaux matériaux solides utilisés en constructions courantes. Il s'agit donc d'un résumé succinct de connaissances classiques que l'on trouve dans les ouvrages spécialisés dont les principaux sont indiqués en références bibliographiques. La connaissance de ces mécanismes physiques élémentaires est nécessaire pour la formulation des hypothèses sur lesquelles reposent les théories phénoménologiques mésoscopiques de déformation et de rupture ainsi que les théories multi-échelles plus récentes. Les théories formulées à l'échelle de l'élément de volume de la mécanique des milieux continus, exposées dans les chapitres 4 à 11, doivent en effet intégrer au niveau de modèles homogénéisés continus des phénomènes qui se situent à des échelles plus petites : atomes, cristaux, hétérogénéités, molécules, cellules... Pour les métaux, c'est l'introduction du concept de dislocation par Taylor et quelques autres en 1934 qui constitue le pas décisif pour l'explication des phénomènes de déformation plastique. D'une manière plus générale, c'est l'invention de la microscopie électronique à transmission et à balayage qui a permis dans les années 1960-70 de comprendre les principaux mécanismes de déformation et de rupture. C'est depuis les années 1990 que se sont systématisées les mesures globales par corrélation d'images, énergétiques ou de champs de déplacements et de déformations, 2D et bientôt 3D avec la tomographie, apportant un éclairage précieux pour la compréhension fine des phénomènes mis en jeu.

Malgré la grande différence de nature et de structures des matériaux tels que les métaux et alliages, les polymères et composites, les céramiques et bétons, les bois, paradoxalement, on observe une grande unité dans leurs comportements macroscopiques. Avec des ordres de grandeurs différents, les termes d'élasticité, de viscosité, de déformation plastique ou permanente, de consolidation ou d'écrouissage, de rupture fragile, de rupture ductile s'appliquent à tous ces matériaux. Eh bien ! c'est ce qui justifie *a priori* l'approche globale de la mécanique des maté-

riaux qui, à l'aide des concepts de mécanique des milieux continus et de thermodynamique du chapitre 2 et de rhéologie du chapitre 3, permet de construire des modèles indépendants dans leurs fondements (mais pas dans leurs formulations analytiques) de la nature des matériaux.

1.1 MÉTAUX ET ALLIAGES

1.1.1 Structure[♣]

a) Éléments de cristallographie

Atomes. Les métaux et alliages sont constitués d'atomes liés entre eux par des forces électromagnétiques délocalisées (gaz d'électrons) entre atomes. Ils ont une structure cristalline. Rappelons que l'ordre de grandeur du « rayon » d'un atome est de 10^{-7} à 10^{-6} mm (1 à 10 Å).

Les empilements stables d'atomes sont déterminés par des aspects énergétiques (minimum de l'énergie de cohésion du cristal). Les liaisons des arrangements métalliques correspondent à une mise en commun d'électrons des couches externes d'un grand nombre d'atomes.

Les métaux et alliages se présentent normalement à l'état *polycristallin* (sous forme d'agrégat de cristaux ou de *grains*). L'état *amorphe*, comme l'état monocristallin, n'est obtenu qu'au prix de procédures complexes qui nécessitent des refroidissements ultra-rapides.

Monocristaux. L'état cristallin est caractérisé par la régularité de l'empilement : un motif élémentaire ou *maille*, se répète périodiquement dans les trois directions pour constituer le cristal.

La plupart des mailles périodiques correspondent à l'un des trois systèmes suivants :

- cristal Cubique Centré (CC, Fig. 1.1a), système le moins compact,
Exemples : Fe α , Cr, Mo
- cristal Cubique à Faces Centrées (CFC, Fig. 1.1b),
Exemples : Cu, Ag, Al, Ni
- cristal Hexagonal Compact (HC, Fig. 1.1c),
Exemples : Mg, Zn, Ti α , Co α

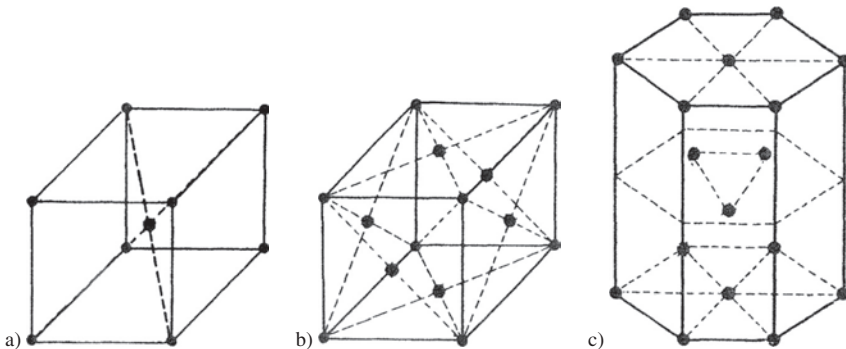


Figure 1.1 – a) Cristal CC, b) Cristal CFC, c) Cristal HC.

Ces mailles possèdent des axes et des plans de symétrie qui sont en général des plans de densité maximale d'atomes (encore dénommés plans de plus grande équidistance ou plans denses), offrant une moindre résistance au cisaillement (entre lesquels la cohésion est la plus faible), d'équation

$$\frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 1$$

où les inverses des coefficients a_1, a_2, a_3 sont des multiples entiers de la distance interatomique. Cela permet de réécrire l'équation des plans denses sous la forme synthétique

$$hx_1 + kx_2 + lx_3 = \text{constante entière}$$

les plus petits entiers (h, k, l) sont les indices de Miller d'une famille de plans parallèles.

Une direction cristallographique est caractérisée par une droite issue de l'origine du repère et passant par la position d'un atome. Elle est désignée par les coordonnées de cet atome exprimées en nombre de distances interatomiques. Par exemple, on a pour une structure CFC quatre familles de plans denses de normale les vecteurs $(hkl) = (111)$ ou $(\bar{1}11)$ ou $(1\bar{1}1)$ ou encore $(11\bar{1})$, la notation $\bar{1}$ signifiant -1 . Les directions denses correspondantes (vecteurs appartenant aux plans denses) sont notées entre crochets, par exemple $\langle \bar{1}10 \rangle$.

La structure des alliages peut être celle de l'un de ses éléments constitutifs ou bien une structure cristalline différente.

- Dans le cas des solutions solides (des atomes d'un matériau donné sont en solution dans un autre), il peut y avoir substitution d'un atome de la maille (exemple : Al dans Fe) ou insertion d'atomes de faible « volume » dans le réseau du solvant (exemple : C dans Fe pour l'austénite). L'austénite est ainsi une solution solide de carbone dans l'allotrope γ du fer.
- Les métaux peuvent se présenter sous différentes formes ou phases, suivant le niveau de température et de pression. Celles-ci correspondent à des variétés dites allotropiques. Par exemple, les phases les plus courantes dans les aciers sont les phases γ et α (respectivement CFC pour l'austénite et CC pour la ferrite du système fer-carbone). Dans la structure $\text{Fe}\alpha$, chaque atome de fer a 8 voisins tandis qu'il en a 12 dans la structure $\text{Fe}\gamma$. L'empilement des atomes devient donc plus compact au passage de la forme α à la forme γ .

Des phases secondaires stables ou instables peuvent exister : phases dénommées $\beta, \delta, \epsilon, \sigma$. On distingue aussi, pour une même phase, les cas où les atomes se présentent de façon désordonnée (exemple : phase γ) ou de façon ordonnée (ajout d'un prime ' après la lettre grecque, exemple : phase γ'). La martensite (fer α') est une phase métastable ordonnée issue de la transformation sans diffusion de l'austénite en dessous d'une certaine température (dite température martensitique), dans laquelle le carbone forme une solution solide ordonnée.

Polycristaux. Les métaux et alliages sont généralement obtenus à l'état liquide, la structure se formant par solidification lors du refroidissement. La température du liquide diminuant, les distances interatomiques décroissent ; la distance critique, pour laquelle les liaisons s'établissent, est atteinte en quelques points répartis le plus souvent en surface qui constituent les premiers germes de croissance des cristaux. Chaque germe donne lieu à un monocristal ou grain dont la croissance est limitée par les cristaux voisins et dont l'orientation est variable. L'ensemble des grains orientés au hasard est un polycristal. La taille des grains dans les polycristaux varie de quelques microns (10^{-3} mm) à quelques millimètres suivant la nature des éléments constitutifs du métal et les traitements thermiques et mécaniques qu'ils ont subis (des

exemples sont donnés figure 1.2). Cette longueur est intrinsèque au matériau et son existence sert d'argument pour l'introduction d'une longueur caractéristique ou interne dans les modèles récents de comportement. On comprend également qu'un polycristal formé de nombreux monocristaux, anisotropes par essence, puisse souvent être considéré comme macroscopiquement isotrope, c'est-à-dire sans direction privilégiée pour les propriétés considérées.

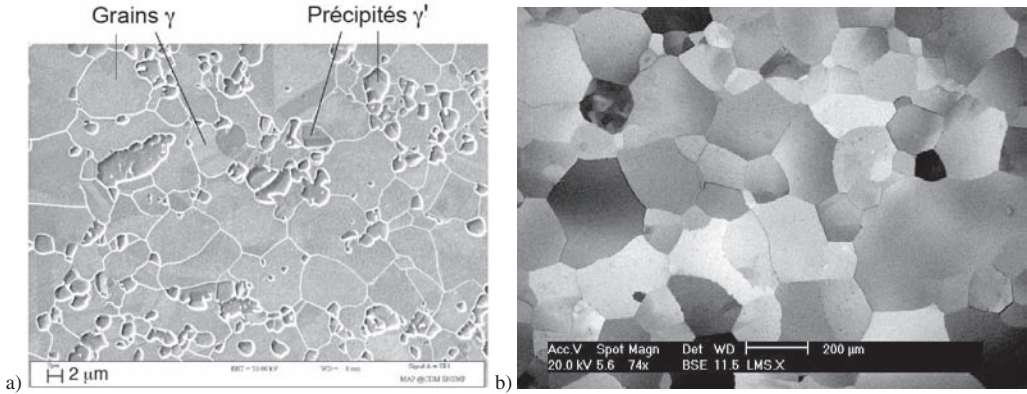


Figure 1.2 - Exemple de cristaux. (a) Microstructure du superalliage base nickel Udimet 720. Observation MEB (d'après M. Mazière). (b) Observation MEB en imagerie d'électrons rétrodiffusés d'un polycristal de zirconium après polissage mécanique et électrolytique (d'après D. Cademais).

Alliages à mémoire de forme ou AMF. Les AMF ont deux phases cristallographiques, appelées par analogie avec les aciers « phase martensitique » (en deçà d'une température dite de transition) et « phase austénitique » (au-delà de la température de transition). Le passage d'une phase à une autre se fait soit par changement de température (une variation de seulement 10 °C est suffisante), soit par application d'une contrainte. Il se fait à volume constant et est dit displacif : il correspond à de faibles déplacements globaux d'atomes, sans diffusion, sans changement – même local – de la composition chimique. Il est cristallographiquement réversible et peut conduire à d'importantes déformations « élastiques » (plusieurs %, voir figure 11.3 du chapitre 11). Le laiton, le titane-nickel, certains alliages cuivre-aluminium possèdent des propriétés de mémoire de forme, que les illusionnistes connaissent bien.

b) Défauts cristallins

Le schéma du cristal parfait qui vient d'être décrit ne peut rendre compte que des déformations élastiques et de la rupture dite fragile dans laquelle la décohésion intervient sans déformation macroscopique appréciable. Les déformations plastiques et la rupture ductile ne s'expliquent que par la présence de défauts qui viennent perturber le réseau cristallin.

Défauts ponctuels et surfaciques. Les défauts ponctuels atomiques sont constitués par les atomes de substitution ou d'insertion des solutions solides et par les lacunes (nœuds du réseau cristallin où il manque des atomes). Ils provoquent une distorsion locale du réseau.

Les défauts surfaciques sont les surfaces de séparation entre cristaux ou parties de cristaux différents par les orientations ou la nature des phases :

- joints de grains (ou de cristaux) dans les polycristaux ;
- joints de macles ;
- interfaces entre deux phases.

Ces défauts de décohésion engendrent des micro-fissures et des cavités qui finissent par se rejoindre en une surface de séparation de la matière ou faciès de rupture.

Dislocations (défauts linéiques). Ce sont les défauts qui sont principalement responsables de la plasticité des métaux. Une ligne de dislocation est un défaut d'empilement mobile des atomes. On peut en donner une représentation schématique dans le cas du cristal cubique simple.

- *Dislocation coin* ou défaut fictivement créé par la translation incomplète de la partie supérieure du cristal par rapport à sa partie inférieure d'une quantité que l'on notera $\vec{b}$ (Fig. 1.3a).
- *Dislocation vis* ou défaut fictivement créé par une rotation incomplète locale de la partie supérieure du cristal (Fig. 1.3b).
- *Boucle de dislocation* ou ligne qui, par exemple, rejoint une dislocation coin pure à une dislocation vis pure (Fig. 1.3c).

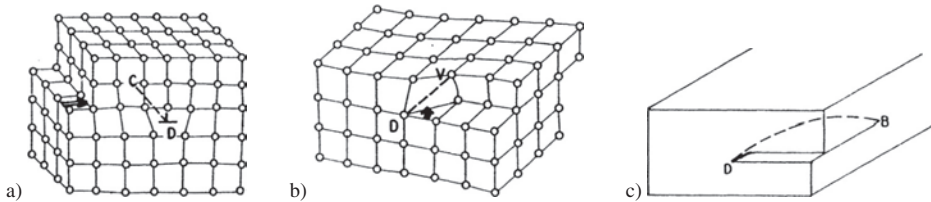


Figure 1.3 - a) Dislocation coin de ligne DC de vecteur unitaire $\vec{t} = \vec{DC}/DC$. b) Dislocation vis de ligne DV de vecteur unitaire $\vec{t} = \vec{DV}/DV$. c) Boucle de dislocation de ligne BD.

Les dislocations se créent dès la formation des cristaux ; leur densité, très élevée dans la plupart des métaux et alliages, varie de 10^6 km/cm^3 pour les cristaux recuits à 10^7 km/cm^3 pour les échantillons très écrouis. La figure 1.4 donne une image d'une configuration de dislocation obtenue par microscopie électronique à transmission (MET).

Des traitements thermiques prolongés favorisent l'organisation des dislocations en cellules tridimensionnelles quasi régulières formées de facettes et de nœuds : les réseaux de Frank.

- **Vecteur de Burgers.** On peut caractériser une dislocation par le vecteur « défaut de fermeture » d'un contour entourant la ligne de dislocation.

Considérons un cristal cubique simple parfait et le même cristal avec une dislocation coin de trace L (Fig. 1.5). Dans ce dernier, considérons un contour fermé $ABCD$ entourant le point L dans le sens direct par rapport à un repère orthonormé. Dans le cristal parfait reproduisons ce circuit en comptant le même nombre de distances interatomiques : $A'B'C'D'E'$. Pour fermer ce contour, il faut alors ajouter le vecteur $E'A'$ qui, par définition, est le vecteur de Burgers $\vec{b}$. Les propriétés du vecteur de Burgers sont les suivantes :

- Il est indépendant du contour choisi.

- Son module définit la translation fictive nécessaire pour créer la dislocation.
- Il est identique sur toute la ligne de dislocation. On note $\vec{t}$ le vecteur unitaire tangent à la ligne de dislocation,
 - si $\vec{t}$ et $\vec{b}$ sont perpendiculaires, la dislocation est une dislocation coin,
 - si $\vec{t}$ et $\vec{b}$ sont parallèles, la dislocation est une dislocation vis,
 - si $\vec{t}$ et $\vec{b}$ sont quelconques, la dislocation est mixte.
- Le vecteur de fermeture d'un contour entourant plusieurs dislocations est la somme des vecteurs de Burgers de ces dislocations.

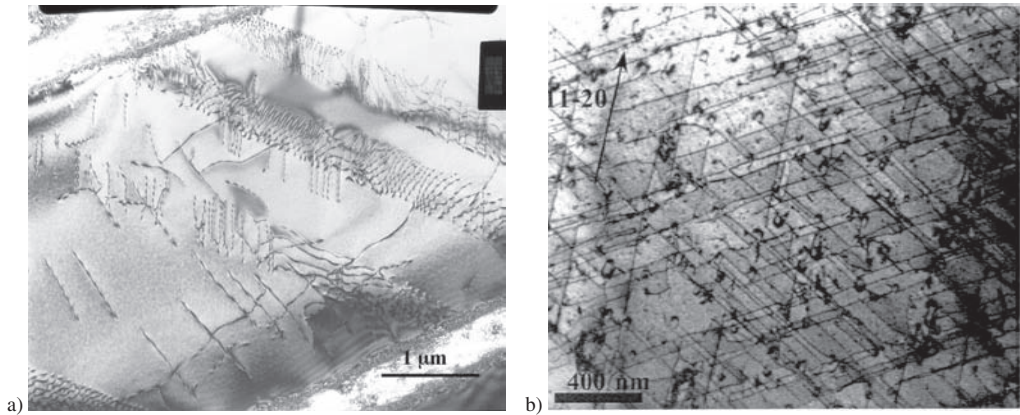


Figure 1.4 - (a) Microstructure de dislocations dans l'alliage Ti 6242-Si déformé en relaxation de contrainte puis recuit 24h (MET, champ clair en contraste sur deux ondes, d'après H. Jousset et L. Nasé). (b) Observation des trois familles de dislocation vis de vecteur de Burgers $\langle a \rangle$ dans le zirconium alpha (d'après F. Ferrer).

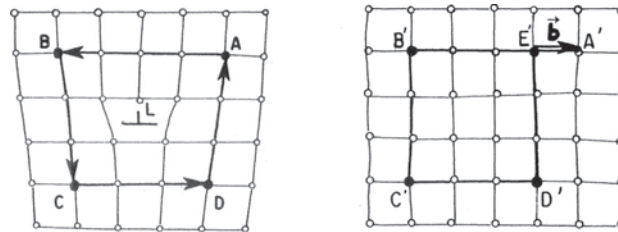


Figure 1.5 - Vecteur de Burgers. Le vecteur unitaire $\vec{t}$ est la normale à cette page.

- *Champ de déplacement et énergie associée aux dislocations.* En considérant que les dislocations engendrent des distorsions purement élastiques du réseau et en assimilant le voisinage d'une dislocation à un milieu continu élastique linéaire, on peut calculer le champ de déplacement $\vec{u}$ et l'énergie élastique w_e stockée dans la matière sous forme de contraintes et de déformations internes.

Par exemple pour une déformation coin de vecteur de Burgers $\vec{b} = b\vec{x}_1$, le champ de déplacement obtenu pour un milieu isotrope 2D de coefficient de Poisson ν est :

$$u_1 = \frac{b}{2\pi(\kappa + 1)} \left[(\kappa + 1)\theta + \frac{2x_1x_2}{r^2} \right] \quad u_2 = -\frac{b}{2\pi(\kappa + 1)} \left[(\kappa - 1)\log r + \frac{2x_1^2}{r^2} \right]$$

où $x_1 = r \cos \theta$ et $x_2 = r \sin \theta$ et $\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ en contraintes planes, $\kappa = 3 - 4\nu$ en déformations planes.

Pour une dislocation coin ou vis (Fig. 1.6) dont le module du vecteur de Burgers est b et de longueur unité, dans un milieu de module de cisaillement μ , on trouve que cette énergie est de l'ordre de :

$$w_e = \mu b^2 \text{ en J/m}$$

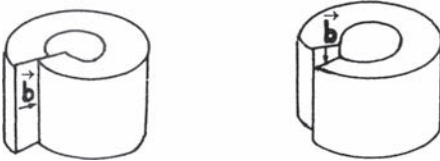


Figure 1.6 - Déplacements générant une énergie associée aux dislocations (la ligne de dislocation est l'axe du cylindre, dislocation coin à gauche, dislocation vis à droite).

On peut calculer la force fictive par unité de longueur de dislocation $\vec{F}_D$ exercée sur une dislocation de vecteur unitaire $\vec{t}$ et de vecteur de Burgers $\vec{b}$ par un champ de contrainte uniforme de tenseur σ : c'est la force de Peach et Koehler,

$$\vec{F}_D = (\sigma \cdot \vec{b}) \wedge \vec{t}$$

1.1.2 Mécanismes physiques de déformation[♣]

a) Déformation élastique

Les déformations élastiques proviennent des interactions atomiques. L'effet macroscopique constaté est le résultat des variations des espaces interatomiques nécessaires pour équilibrer les sollicitations extérieures, ainsi que de mouvements réversibles de dislocations. Ces modifications géométriques sont essentiellement réversibles. Dans une déformation élastique pure, la configuration initiale des atomes est retrouvée après cessation de la sollicitation.

b) Dilatation thermique

Une augmentation de température dilate le réseau cristallin. D'un point de vue macroscopique cela se traduit par une déformation ou dilatation thermique sans effort mécanique appliqué linéaire en fonction de variations modérées de température. Un retour à la température initiale (de référence) annule cette dilatation thermique. En général le système cristallin reste inchangé, sauf dans le cas de transformations de phases (cas des AMF par exemple).

c) Déformations permanentes

Les déformations permanentes plastiques ou visco-plastiques se situent au niveau cristallin et se superposent aux déformations élastiques. Elles correspondent à des déplacements relatifs d'atomes, stables après cessation de la sollicitation. Suivant les cas, ces déformations sont purement intragranulaires (intérieures aux grains) ou font intervenir des déplacements intergranulaires. Dans les matériaux métalliques, le rapport déformation aux joints/déformation des grains reste faible mais il augmente avec la température et lorsque la vitesse de déformation et/ou la taille de grain diminuent.

Les mécanismes décrits ci-après, maclage et glissements, constituent des déformations hétérogènes à l'échelle du cristal mais que l'on considérera comme homogènes à l'échelle macroscopique.

Maclage. Le maclage est plutôt caractéristique des déformations aux températures ambiantes et moyennes et des grandes vitesses de déformation. Il correspond à une déformation par mise en symétrie du cristal par rapport à un plan, dit plan de macle. Cette mise en symétrie induit un déplacement relatif parallèlement à ce plan, selon une direction de maclage. On l'observe dans les cristaux CC et HC concurremment avec des glissements, mais aussi dans des cristaux CFC à faible énergie de faute d'empilement.

Déformation par mouvement de dislocations. La présence de dislocations réduit considérablement la stabilité du réseau cristallin. Leur mobilité est la cause essentielle des déformations permanentes à l'échelle macroscopique.

- *Déplacement par glissement* : lorsque, sous l'action d'une sollicitation extérieure, une dislocation coin ou vis se déplace et traverse un cristal, elle engendre un déplacement irréversible de vecteur égal au vecteur de Burgers.

La figure 1.7 en donne le schéma pour une dislocation coin dans un cristal cubique soumis à une contrainte tangentielle σ_{12} . Le plan de glissement est le plan défini par le vecteur tangent unitaire $\vec{t}$ à la ligne de dislocation et le vecteur de Burgers $\vec{b}$, la normale à ce plan étant ainsi

$$\vec{t} \wedge \frac{\vec{b}}{b}$$

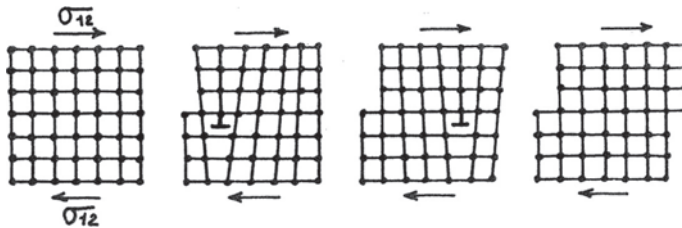


Figure 1.7 - Déplacement par glissement d'une dislocation.

Ce mécanisme de déplacement n'exige la reconfiguration de liaisons qu'au voisinage de la ligne de dislocation et successivement d'un atome à l'autre. Dans le cas plus complexe d'une boucle de dislocation qui se développe dans un milieu tridimensionnel, la boucle peut dévier pour éviter un obstacle (une impureté par exemple) ; c'est le glissement dévié.

- *Déplacement par montée* : une dislocation coin peut se déplacer perpendiculairement à son plan de glissement avec transport de matière. Une lacune étant proche d'une ligne de dislocation, une distorsion du réseau engendrée par une sollicitation extérieure peut provoquer le saut d'un atome du demi-plan supplémentaire sur le site cristallin inoccupé et la permutation de toute la rangée d'atomes. Selon ce mécanisme, la dislocation a monté d'un espace interatomique (Fig. 1.8).

Ce mécanisme de déplacement lié à la diffusion des lacunes ou d'atomes étrangers est favorisé par l'activation thermique ; il intervient donc plutôt aux températures élevées ($T > \frac{1}{3}T_M$, en Kelvin, T_M étant la température de fusion).

La vitesse de déplacement des dislocations par glissement ou par montée peut être très faible ou très élevée selon la contrainte appliquée mais elle ne dépasse jamais la vitesse du son dans le milieu considéré.

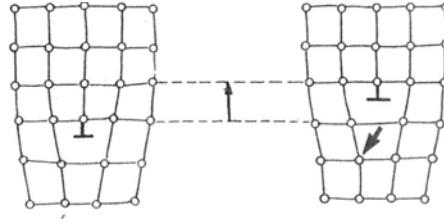


Figure 1.8 – Déplacement par montée d'une dislocation.

Sources de dislocations. Les mouvements des dislocations créent les déformations permanentes ; inversement, les grandes déformations plastiques accroissent la densité des dislocations qui, à son tour, augmente les blocages et contribue au durcissement par écrouissage. Le mécanisme de création des dislocations le plus important est le mécanisme de Frank et Read. Considérons un segment de dislocation ancré en A et B , points d'intersection avec d'autres dislocations ou impuretés (Fig. 1.9), de vecteurs de Burgers $\vec{b}$ normal à AB et sollicité par une contrainte tangentielle σ_{12} de même sens et direction que $\vec{b}$.

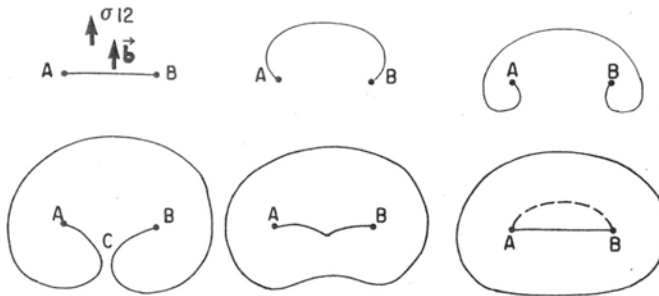


Figure 1.9 – Source de dislocation par le mécanisme de Frank et Read.

La sollicitation oblige la dislocation à se déplacer jusqu'à entourer les points A et B . Lorsque les deux branches se rejoignent en C , en ce point elles ont même module b du vecteur de Burgers mais des vecteurs unitaires opposés. Elles s'attirent et se recombinent pour donner naissance à une grande boucle et un nouveau segment AB qui peut à son tour générer une autre boucle et ainsi de suite...

Déformation par glissements – Loi de Schmid. Les plans denses en atomes sont également les plans de plus grande équidistance. C'est donc entre ces plans que des glissements par cisaillement se produiront lorsque la contrainte tangentielle y sera maximale. Un système de glissement est ainsi caractérisé par son plan (de normale le vecteur $\vec{n}^p$) et sa direction de glissement ou direction dense (vecteur $\vec{n}^g$). On appelle cission résolue la contrainte tangentielle sur ce plan et selon la direction de glissement, pour un état de contrainte macroscopique σ ,

$$\tau^s = \vec{n}^g \cdot \sigma \cdot \vec{n}^p = \sigma_{ij} n_i^g n_j^p = \sigma_{ij} m_{ij} \quad \text{où} \quad m_{ij} = \frac{1}{2} (n_i^g n_j^p + n_j^g n_i^p)$$

La loi de Schmid postule que le glissement se produira sur un système lorsque la cission résolue y atteindra un seuil τ_c (cission résolue critique).