

Jérôme Cottanceau

LES MATHS FONT LEUR CINÉMA

De Will Hunting à Imitation Game

DUNOD

Direction artistique : Élisabeth Hébert
Maquette intérieure : Maud Warg
Illustrations : Rachid Maraï

© Dunod, 2021
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-082120-4

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

PROLOGUE

En décembre 2016, pour fêter les dix ans de mon blog *Choux romanesco, vache qui rit et intégrales curvilignes*, j'avais demandé à plusieurs membres de la communauté des vidéastes et podcasteurs francophones de répondre à la question : « À quoi ça sert les maths ? ». La réponse de Viviane Lalande, animatrice sur YouTube de la chaîne de vulgarisation scientifique *Scilabus*, m'a alors interpellé :

« [...] Quand j'étais petite et que je regardais des films, je voyais toujours des équations sur les tableaux quand c'était un film qui voulait être sérieux, un peu scientifique. Ça me semblait inatteignable de pouvoir les comprendre. J'avais envie d'apprendre à décoder ce nouveau langage. Maintenant que j'ai appris les maths (du moins une toute petite partie), quand je vois ces mêmes tableaux à la télé, dans les films ou n'importe où, je comprends ce qui est écrit, et les rares fois où je ne comprends pas, au moins je sais pourquoi je ne comprends pas. Je me dis que les scénaristes ont bien fait leur travail, et qu'ils sont vraiment allés voir de vrais mathématiciens pour trouver des équations qui ont un sens un petit peu plus profond. »

Cette réponse a fait écho à l'une de mes habitudes. Depuis longtemps, lorsque je regarde un film où une scène montre en arrière-plan des équations sur un tableau noir, je n'hésite jamais à le mettre en pause afin de vérifier leur authenticité. Pour peu que je regarde le film seul, cette manie n'est pas si gênante. Et quand bien même, me direz-vous, les fictions mettant

des mathématiques à l'honneur ne sont pas si nombreuses. Détrompez-vous : ce sujet est très souvent traité sur petit ou grand écran ! Les mathématiques sont parfois très discrètes, lorsqu'elles figurent en fond sonore d'une scène de cours un peu ennuyeux, ou bien en arrière-plan, sur un tableau noir dans le laboratoire secret d'un scientifique ; mais elles sont bel et bien présentes. Je qualifie tous ces films et séries où intervient ma discipline préférée d'œuvres « mathématiques ».

Bien sûr, il ne faut pas se limiter à une vision binaire du cinéma : il n'y a pas de frontière franche entre les œuvres mathématiques et les autres. Elles forment en effet un continuum allant du film sans la moindre trace de chiffre à la série 100 % mathématique. Pour évaluer ce caractère, je vous propose une échelle allant de 0 jusqu'à 5.

Un film de catégorie 0 est un film ne parlant à aucun moment de mathématiques. La quasi-totalité des longs-métrages sortant chaque année au cinéma est à ranger dans cette classe.

Poussons le curseur. Les films de catégorie 1 sont ceux dont le titre donne l'espoir d'y croiser des mathématiques, alors que cela ne sera jamais le cas. Ainsi, dans le film *Pentagon Paper*, Meryl Streep et Tom Hanks ne s'intéressent jamais aux polygones à cinq côtés, contrairement à ce que le titre pourrait faire croire.

Les films et séries de catégorie 2 sont un peu plus intéressants : ils mettent en scène au moins une fois des mathématiques, sans pour autant que celles-ci en soient le sujet principal. Le dessin animé pour enfant *Peppa Pig* est de niveau 2, puisqu'une équation est visible au cours d'un épisode. Le film catastrophe *Phénomènes* (2008) de M. Night Shyamalan l'est également, car l'un des personnages est un professeur de mathématiques.

Les « véritables » films mathématiques débutent à la catégorie 3. Celles-ci y occupent une place très importante, bien que l'essentiel de l'intrigue reste ailleurs. Dans *Le monde de Nathan*, on suit l'histoire d'amitié d'un jeune garçon autiste avec une fille rencontrée en Chine, le tout sur fond d'olympiades de mathématiques. La série *Futurama*, créée par les

auteurs des *Simpsons*, est également de niveau 3, car elle regorge de gags et de clins d'œil au monde de l'algèbre et de la géométrie.

Dans la catégorie supérieure, on retrouve les fictions dont le propos principal est lié aux mathématiques. Elles sont au cœur de l'intrigue quand le film retranscrit l'histoire vraie d'un mathématicien qui a marqué l'histoire, ou encore celle d'un personnage particulièrement doué avec les chiffres. Par exemple, le scénario de *L'homme qui défait l'infini* en fait un film de niveau 4, puisqu'il tourne autour de l'importance des démonstrations dans l'activité mathématique. La série policière *Numb3rs* met en scène un mathématicien travaillant comme consultant pour le FBI ; chaque enquête est l'occasion d'utiliser les concepts des mathématiques appliquées.

Enfin, la catégorie 5 rassemble les films 100 % mathématiques, dont l'intrigue traite de mathématiques et où même les personnages sont des concepts mathématiques. À ma connaissance, une seule œuvre entre dans cette catégorie : le livre *Flatland* et ses adaptations animées. On y suit en effet les aventures d'un carré qui découvre la troisième dimension. Malheureusement, aucune de ces adaptations n'a encore été distribuée en France.

Les œuvres mathématiques n'admettent aucune frontière et couvrent tous les genres : on y trouve des drames, des comédies, des séries policières, des films d'horreur, des blockbusters, des comédies franchouillardes, des biopics, des dessins animés pour adultes comme pour enfants, des séries destinées aux adolescents, etc. Je ne chercherai pas, dans ces pages, à en dresser la liste exhaustive. Le lecteur friand d'œuvres mathématiques trouvera son bonheur sur la *Mathematical Movie Database* et la *Mathematical TV Database*, deux bases de données des mathématiques au cinéma et à la télé compilées par les mathématiciens Burkard Polster et Marty Ross, et accessibles en ligne.

Dans ce livre, nous allons nous pencher sur quatorze films de catégorie 3 et 4 qui ont été à l'affiche de nos cinémas ces dernières décennies, et que j'ai sélectionnés parmi les plus populaires. Pour chacune de ces œuvres,

nous nous arrêterons sur les scènes emblématiques où les mathématiques sont en première ligne – tout comme je le fais en appuyant sur la touche pause ! – et nous prendrons le temps d’analyser leur contenu, en le croisant avec la réalité et en s’intéressant aux coulisses du tournage. Comment un scénario mathématiquement exact s’est-il transformé en un charabia incompréhensible au montage ? Pourquoi les génies des mathématiques s’épuisent-ils à écrire sur les murs et les fenêtres dans les films ? Est-ce l’acteur Russel Crowe qui trace si élégamment des formules complexes au tableau ? Ce problème présenté comme insurmontable est-il véritablement difficile pour un étudiant en mathématiques ? En creusant un peu, nous découvrirons la richesse et la diversité de cette discipline. D’un film à l’autre, nous sauterons des propriétés du nombre 1 729 aux règles de la géométrie à quatre dimensions, en passant par les machines de Turing et la théorie des jeux de John Nash. Alors n’attendez plus : attrapez un sachet de pop-corn et une calculatrice, la première séance va bientôt commencer !



LE SENS DE LA VIE S'ÉCRIT-IL DANS LES DÉCIMALES DE π ?

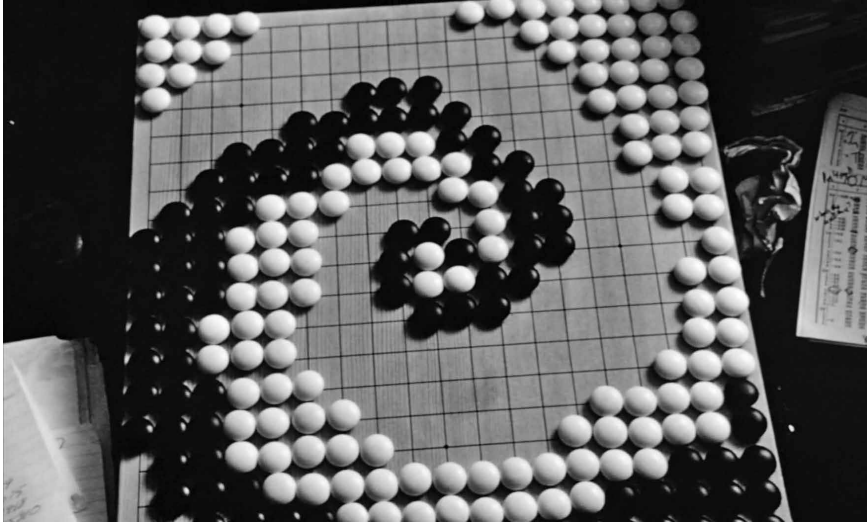
Pi de Darren Aronofsky (1998),
avec Sean Gulleette, Mark Margolis, Ben Shenkman...

Mathématicien spécialiste de la théorie des nombres, Max Cohen est obsédé par les fluctuations de la Bourse. Il y recherche des « séquences » qui lui permettraient de prédire son comportement. Son objectif n'est pas la spéculation, mais plutôt de prouver sa théorie: la nature, et donc la Bourse, peuvent être analysées mathématiquement. Malgré des migraines extrêmes et des troubles psychiatriques grandissants (paranoïa, hallucinations...), il progresse dans ses recherches, jusqu'à ce qu'un « bug » vienne l'arrêter. Son programme « Euclid », chargé d'analyser des séquences, affiche un nombre étrange composé de 216 chiffres qui semble être la réponse à toutes ses questions. Alors que son ancien professeur Sol Robeson lui ordonne d'arrêter ses recherches, plusieurs organisations s'intéressent de très près au travail de Max. Il est approché par Marcy Dawson, agente à Wall Street, qui lui donne accès à du matériel de haute technologie, mais aussi par Lenny Meyer, juif orthodoxe qui s'attelle à l'analyse mathématique de la Torah. Chacun semble en savoir plus que Max sur ce nombre à 216 chiffres...

Le film *Pi* (orthographié « π ») est le premier long-métrage de Darren Aronofsky (qui a par la suite réalisé *Black Swan*, *Mother!*, *The Wrestler*, *Requiem for a dream...*). Malgré un budget extrêmement limité (60 000 \$, soit environ 53 000 €), obtenu en faisant la quête auprès de sa famille et de ses amis, il remportera le prix de la meilleure mise en scène au festival des films indépendants de Sundance grâce à sa réalisation jusqu'au-boutiste. Pour certains spectateurs, le film sera probablement pénible à visionner : l'image est en noir et blanc et ultra-saturée, l'ambiance sonore minimaliste est souvent gênante, les scènes représentant les migraines de Max sont particulièrement suggestives, sans compter certains passages inconfortables où le héros, victime d'une hallucination, observe son propre cerveau.

Contrairement à ce que le titre laisse entendre, il est à peine question du nombre π dans le film. En fait, malgré quelques thèmes intéressants abordés, il n'y est même pas vraiment question de mathématiques, mais plutôt de numérologie ou de gématrie (l'étude mathématique de la Bible hébraïque), et donc de mysticisme et de religion. Aronofsky le reconnaît lui-même, la seule connaissance mathématique nécessaire pour apprécier le film est de savoir calculer $41 + 3$, puisqu'il s'est contenté d'introduire diverses théories mathématiques entendues de-ci, de-là. Les mathématiques de *Pi* n'ont donc pas de réelle consistance. Elles sont plutôt utilisées pour ce qu'elles évoqueront au public, comme métaphore des dégâts causés

par les idées fixes de son personnage. Le thème de l'obsession est d'ailleurs un fil rouge de la filmographie de Darren Aronofsky.



La figure de la spirale revient régulièrement tout le long du film, dans une volute de fumée, un nuage de lait dans un café ou sur le goban d'un jeu de go.

Le monde est mathématique

Max : « 12h45. Je reformule ma théorie. Un : le langage de la nature est mathématique. Deux : tout ce qui nous entoure peut être mis en équation. Trois : toute représentation graphique d'une équation met en évidence une séquence. Donc la nature est faite de séquences.

Preuve : le cycle des maladies épidémiques, les fluctuations de la population animale, la récurrence des taches solaires, la crue et la décrue du Nil. Et que dire de la Bourse ? Un univers de chiffres qui régit l'économie mondiale. Des millions de mains à l'œuvre. Des milliards de cerveaux. Un immense cerveau grouillant de vie. Un organisme... un organisme naturel. Mon postulat : les variations boursières dépendent aussi d'une séquence. Elle est devant moi, cachée derrière les chiffres. Elle a toujours été là. »

« Le langage de la nature est mathématique. » Max paraphrase ici Galilée qui écrivait en 1623, dans *Il saggiatore*, que l'Univers est un livre écrit en langue mathématique, dont les caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques. Pour le physicien italien, la meilleure façon d'appréhender le réel passe donc par les mathématiques. Cette idée d'une nature essentiellement mathématique peut être attribuée à l'école pythagoricienne. Pour cette confrérie scientifique et religieuse fondée au VI^e siècle avant notre ère, toute chose est nombre (sous-entendu, nombre entier) ou rapport de nombres ; et cela s'applique aussi bien à la physique qu'à la musique ou à la justice.

Savoir si les objets décrits par la physique (champs magnétiques, forces, atomes...) sont fondamentalement différents des objets mathématiques est une question philosophique que je préfère ne pas aborder. Toujours est-il que cette réalité se laisse assez bien approcher par des modèles mathématiques, et permet de faire des prévisions.

En général, pour modéliser un phénomène physique, on procède par étape. On commence par caractériser les éléments qui le composent, on identifie ce qui les modifie, puis on met le tout en équations avant de chercher à les résoudre. Prenons l'exemple de la marche à suivre pour étudier l'évolution d'une maladie épidémique, comme il en est question dans l'extrait. On peut utiliser l'un des modèles les plus simples de l'épidémiologie : le modèle SIR (sains, infectés, rétablis). On s'intéressera alors à la proportion d'individus d'une population touchés par une maladie. Celle-ci évolue en fonction des taux d'individus sains, malades ou rétablis, ainsi que des taux d'infection ou de guérison. Ce modèle peut se poser sous la forme d'une équation « différentielle » (voir chapitre 12, p. 191), que l'on pourra résoudre de façon approchée avec de bons algorithmes. Cette résolution permettra alors d'estimer la proportion de la population touchée par l'épidémie en fonction du temps. Cependant, ces solutions obtenues ne rendront alors compte que d'une version très simplifiée du problème initial, celui-ci demandera à être complexifié pour apporter davantage de nuances (un individu peut être malade mais non infectieux, la maladie peut être mortelle, etc.).

Pour aborder ces questions de modélisations, Max utilise une tout autre approche, bien plus contestable, puisqu'il s'agit d'une approche de numérologiste¹. Elle consiste à intégrer un maximum de données et à y chercher des motifs ou des récurrences, appelés « séquences »² dans le film. Max s'applique à faire cela sur les cours d'un grand nombre d'actions de la Bourse, ce qui se traduira par le tracé d'une spirale sur un journal. Bien évidemment, le film ne cherche à aucun moment à représenter fidèlement le travail d'un mathématicien : mathématiquement, cela n'a aucun sens, il est donc très improbable que Max puisse tirer quoi que ce soit de cette spirale.

Le nombre π

- Sol : « Quand je te regarde, j'ai l'impression de me voir il y a 30 ans. Mon élève le plus doué. Publié à 16 ans, un doctorat d'État à 20 ans. Mais la vie ne se nourrit pas de mathématiques. J'ai passé 40 ans à examiner π à la recherche d'une séquence. Je n'en ai pas trouvé une seule. »
- Max : « Mais tu n'as pas fait ça pour rien. »
- Sol : « Non, j'ai avancé. Mais pari perdu, pas de séquence. »
- Max : « Pas de séquence... »

Au palmarès des nombres les plus célèbres, π a une place de choix, puisqu'il se manifeste dans de nombreuses formules impliquant la plus simple des figures géométriques, le cercle. Plus précisément, le diamètre d'un cercle et son périmètre sont proportionnels : si l'un est doublé, l'autre le sera aussi, si l'un est triplé, l'autre le sera aussi, et ainsi de suite. La constante de proportionnalité, c'est-à-dire le nombre par lequel multiplier le diamètre pour obtenir le périmètre, vaut un peu plus que 3. Au XVIII^e siècle, cette constante de proportionnalité sera baptisée « π », initiale du mot « περιφέρεια » (périmètre). Ainsi, on obtient la formule reliant la circonférence C et le diamètre d d'un cercle : $C = \pi \times d$. De même, on peut montrer que l'aire A d'un disque est proportionnelle au carré de son