

Jean-Luc Biondi

l'intégrée

SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

MÉCANIQUE ET ASSERVISSEMENTS

EXERCICES ET PROBLÈMES

DUNOD

Direction et conception graphiques de la couverture :
Nicolas Weil - Elizabeth Riba (graphiste)

Retrouvez nos ouvrages pour les prépas scientifiques ici



<http://dunod.link/prepassc>

Table des matières

Avant-propos	9
1 Une bonne correction	15
1.1 Exercice : quelques idées clés	15
1.2 Exercice : impact d'un retard	18
1.3 Abaques de tracé/identification d'un 2 ^e ordre	20
1.4 Laplace to be	22
1.5 Corrigés... d'une bonne correction	23
2 Asservissements électriques	31
2.1 Actionneurs rotatif CC (DC) : présentation	31
2.2 Exercice : à savoir refaire... sans l'énoncé!	37
2.3 Préactionneur des moteurs CC	38
2.4 Exercice : étude des courbes moteur	41
2.5 Exercice : génératrice $\leftrightarrow$ moteur	44
2.6 Problème : banc d'essai moteur CC	46
2.7 Exercice : asservissement de vitesse	52
2.8 Exercice : asservissement de position	55
2.9 Exercice : asservissement de courant	60
2.10 Corrigés asservissements électriques	63
3 Asservissements hydrauliques	99
3.1 Transmissions hydrostatiques : schémas types	99
3.2 Exercice : préactionneur proportionnel	103
3.3 Exercice : modèle de l'actionneur linéaire	107
3.4 Exercice : modèle de l'actionneur rotatif	111

3.5	Délit de fuite...	114
3.6	Exercice : asservissement de vitesse	115
3.7	Exercice : asservissement de position	117
3.8	Exercice : asservissement d'effort	119
3.9	Corrigés asservissements hydrauliques	121
4	Transmission par lien flexible	143
4.1	Exercice : transmission de base	143
4.2	Exercice : fourche télescopique chariot	146
4.3	Exercice : motovariateur à courroie	148
4.4	Corrigés transmission par lien flexible	150
5	Transmission par engrenages	161
5.1	Exercice : Roulement Sans Glissement ?	162
5.2	Exercice : engrenements simples classiques	165
5.3	Exercice : engrenage gauche - roue-vis sans fin	168
5.4	Exercice : train d'engrenages simple	171
5.5	Exercice : trains épicycloïdaux standards	173
5.6	Exercice : Ravigneaux, deux trains en un	176
5.7	Exercice : boîte de vitesses manuelle	177
5.8	Exercice : boîte automatique Lepelletier	183
5.9	Exercice : le curieux train de La Hire	184
5.10	Corrigés transmission par engrenages	185
6	Transmettre - Accouplements	223
6.1	Exercice : joint de Oldham	223
6.2	Exercice : joint de Cardan	224
6.3	Complément culturel	226
6.4	Exercice : limiteur de couple	228
6.5	Exercice : embrayage conique	230
6.6	Exercice : frein à disque	232
6.7	Exercice : frein à tambour	234
6.8	Exercice : frein ou embrayage centrifuge	236
6.9	Corrigés accouplements	239

7	Problème : table Charlotte	261
7.1	Énoncé du problème	261
7.2	Corrigé Pb. table Charlotte	271
8	Problème : mini-pelle	293
8.1	Énoncé du problème	293
8.2	Corrigé Pb. mini-pelle	304
9	Problème : moulage cuir	321
9.1	Énoncé du problème	321
9.2	Corrigé Pb. moulage cuir	330
10	Problème : presse à injecter	349
10.1	Énoncé du problème	349
10.2	Corrigé Pb. presse à injecter	363
11	Problème : équilibreuse	383
11.1	Énoncé du problème	383
11.2	Corrigé Pb. équilibreuse	398

Avant-propos

On ne va pas se mentir...

Tout n'est pas sexy en SI¹, mais c'est le cas dans toutes les disciplines. Je me limiterai ici à stimuler vos neurones au travers de sujets de mécanique et d'asservissement.

- Mécanique : modélisation par les schémas (programme de Sup), cinématique (Sup) et statique (Sup) du solide, théorie des mécanismes (Spé), dynamique du solide par les théorèmes généraux (Spé) et énergétique (Spé).
- Asservissements : modélisation par schémas blocs (Sup), qualités d'une réponse, notion de Boucle Ouverte ou Fermée (Sup), réponses temporelles des systèmes du 1^{er} et du 2^e ordre aux signaux tests (Sup), réponses fréquentielles (Sup), précision et stabilité (Sup) et enfin correction des systèmes (Spé).

Je n'aborde pas l'analyse fonctionnelle ni les systèmes séquentiels, car ces chapitres posent peu de problèmes de compréhension. Rien n'étant plus fastidieux que la lecture du code sur papier, vous ne trouverez pas non plus d'informatique, mais je vous encourage à l'utiliser pour réaliser des simulations ou résolutions numériques. Ne snobez pas le tableur, vous devrez à terme en maîtriser l'usage, et c'est souvent plus rapide qu'un programme en Python.

Ce que ce livre n'est pas...

Un cours, divisé en chapitres accompagnés d'exercices issus des sujets de concours.

Je suis sûr que votre professeur fait très bien son travail et que vous avez déjà un cours fiable. On trouve par ailleurs tous les sujets de concours sur les sites des banques de concours le surlendemain des épreuves. Et j'imagine qu'en cherchant bien, on trouve assez rapidement des corrigés.

Pour ce qui concerne les sujets et corrigés de SI, la meilleure adresse est encore celle du site de l'UPSTI² : www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours

Les sujets y sont répertoriés par année et filière et les corrigés sont disponibles jusqu'à l'année $n-2$. Car il faut bien que votre professeur puisse vous donner des sujets en « devoir maison », sans risquer de récupérer un paquet de copies plus ou moins conformes au corrigé « officiel », qu'il a peut-être lui-même contribué à rédiger (car les corrigés sont écrits par les profs, pendant que vous passez les épreuves).

1. Sciences de l'Ingénieur

2. Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles

Ce que ce livre est...

Une première partie, chapitres 1 à 3, détaille les boucles d'asservissement classiques, les correcteurs et les principaux actionneurs. Ceux-ci sont détaillés par leurs caractéristiques et leurs équations de fonctionnement. Les exercices associés permettent d'aborder pratiquement tous les correcteurs, leurs réglages, ainsi que la mise en œuvre des principaux actionneurs à l'intérieur d'une boucle. Cette partie est très axée asservissement, bien que la mécanique soit présente dans la plupart des sujets.

La deuxième partie, chapitres 4 à 6, est consacrée aux transmissions de mouvement : réducteurs, freins, joints de transmission... Elle est plutôt axée sur la mécanique.

Enfin la troisième partie, chapitres 7 à 11, est une banque de problèmes transversaux, basés sur des transformations de mouvement classiques et des asservissements standards.

Tous les exercices et problèmes sont originaux et écrits pour ce bouquin. Chacun comporte une étude mécanique et/ou une étude d'asservissement d'une grandeur pilotée. Chaque sujet balaie, de la façon la plus exhaustive possible, les questions que l'on peut (se) poser, sur le thème étudié, durant les deux années de prépa : elles sont « fléchées » Sup et Spé ou Spé uniquement. Les sujets et les corrigés sont émaillés de points de technologie que vous pouvez avoir à traiter en Travaux Pratiques.

Aussi souvent que nécessaire, j'ai contextualisé l'objet de l'étude et fourni des explications préalables : il ne s'agit pas de points de cours mais de compléments.

Les corrigés, regroupés en fin de chapitre, sont repérés par un onglet gris.

Il y peu ou pas de directives de résolution dans les énoncés : c'est volontaire, vous ne serez pas toujours guidés, et je souhaite que vous cherchiez. En revanche, les corrigés détaillent largement les méthodes de résolution utilisées ou possibles, et s'enrichissent de conseils (que l'on vous a souvent déjà donnés !)

Vous pouvez trouver des questions très voisines d'un problème à un autre : c'est là encore volontaire. Ne recopiez pas la solution que vous avez vue dans un précédent sujet, répondez à la question une nouvelle fois : « Ce que nous devons apprendre à faire, nous l'apprenons en le faisant »³. L'objectif de tous les professeurs est que vous pensiez en lisant votre sujet de concours : « WoaW... J'ai déjà fait un truc de ce genre ! » En espérant évidemment que vous saurez le refaire.

L'apprentissage repose en grande partie sur la répétition, jusqu'à savoir traiter chaque question de la façon la plus élégante, la plus fluide et la plus efficace possible.

Comment utiliser le bouquin ?

Je l'ai dit, les sujets sont transversaux et balaient, la plupart du temps, le programme des deux années. Les questions sont indexées (cinématique Sup, asservissements Sup ou Spé, statique Sup, dynamique Spé), et regroupées en parties pratiquement indépendantes. Dès la fin du premier semestre de Sup, vous serez capables de traiter des parties de chaque problème (exercice). Et ce n'est pas nécessairement un mal d'interrompre un travail pour le reprendre quand vous serez en mesure de le faire.

3. Aristote.

Parcourez tout l'ouvrage pour avoir une idée précise de ce qu'il contient.

Lisez entièrement l'énoncé du sujet choisi avant de commencer à rédiger : certaines questions suivantes donnent des pistes pour les questions précédentes... On vous l'a déjà répété dix fois.

Lorsqu'il y a des applications numériques : faites-les, vous n'êtes pas brillants en calcul. En outre, les résultats improbables permettent de détecter les erreurs de raisonnement.

Si vous avez un souci de compréhension de fonctionnement d'un système, cherchez sur l'immense bibliothèque de la toile : animations de mécanismes, sites de constructeurs... Cela vous changera des réseaux sociaux et des vidéos de chatons.

Vous êtes à l'entraînement, donc rien ne presse : écrivez, faites des erreurs, allez voir votre cours et vos TD, et recommencez **avant** d'aller aux solutions.

Mon éditrice m'a posé une question...

« Rassurez-moi, il respectera le nouveau programme ce bouquin ? »

Oui, il respecte même les programmes à venir car il repose sur ce qui constitue le noyau dur de tous les programmes depuis 1996, voire avant pour la mécanique. Bien sûr, un hurluberlu ministériel pourrait décider, dans les années qui viennent, de supprimer la SI en CPGE, voire les CPGE. Dans ce cas, cet ouvrage ne visera plus le public des taupins, mais celui des élèves ingénieurs.

Terminons sur une note culturelle...

Auguste Detœuf (1883 - 1947) est un de vos illustres prédécesseurs. X-ponts, fondateur de Alstom (Alstom), c'est surtout un humaniste, fin connaisseur du monde de l'industrie et des ingénieurs. Son bouquin, *Propos de O.L. BARENTON Confiseur*, devrait être obligatoire en école d'ingénieurs. Je vous livre quelques-uns de ses aphorismes, ils vous concernent.

« Le Gadzarts⁴ sait beaucoup et sait qu'il le sait. L'X ne sait rien et sait qu'il ne sait rien. Le Central ne sait pas grand'chose et croit qu'il sait tout. »

« L'ouvrier ne vend que son corps ; le technicien ne vend que son cerveau ; le commerçant vend son âme. »

« Ce qui fait la force de l'ingénieur-conseil, c'est qu'il n'a pas de responsabilité financière ; ce qui fait sa faiblesse, c'est la même chose. »

« De quelque façon et par quelque moyen que l'on décompose une collectivité en groupes (choix, ancienneté, examens, concours, tirage au sort), dans les divers groupes, la proportion des imbéciles est la même. »

4. Ingénieur Arts et Métiers, mon école préférée.

Je tiens à remercier...

Alexandre MALNAR (PSI 2023, ENS Paris Saclay en Physique) : sa relecture de quelques-uns de mes problèmes a été attentive et critique, voire caustique.

Adrien CHAUDEURGE (PSI 2024, X), Raphaëlle POLAILLON et Delphine TISSOT (PSI 2024, Centrale Paris) : pour leurs relectures plus légères. À leur décharge, ils étaient « un peu en spéciale » au début de la rédaction du bouquin, et avaient sans doute d'autres soucis que celui de me relire...

Emmanuel BROUTIER, professeur de SI en PTSI/PT au lycée Lachenal, à Annecy : nous avons travaillé ensemble au début de sa carrière, au lycée Michelet de Vanves, et il m'a largement conseillé sur les actionneurs électriques. S'il y a des erreurs dans cette partie, elles ne sont pas de son fait, car il est très fort.

Nicolas VLASSEROS, professeur de physique en PSI et Frédéric CADET, professeur de mathématiques en PC*, tous deux au lycée Michelet à Vanves : ils ont répondu à mes nombreuses questions, qu'elles touchent leur domaine de compétence ou plus prosaïquement $\text{\LaTeX}$, que je ne connaissais pas avant la rédaction de ce bouquin.

Adrien SPACH, professeur de SI en PSI/PCSI à Michelet, où il m'a succédé : il a lui aussi été de bon conseil. Mais je lui en veux un peu de m'avoir fait découvrir que je n'étais pas irremplaçable.

Par ordre d'apparition depuis ma nomination à Michelet, lors de la création des PCSI et de la PSI (réforme de 1996/1997) : Yves BENJAMIN, professeur de mathématiques en PCSI puis PSI, Didier VANDECASTEELE, professeur de mathématiques en MPSI, Françoise DEBU, professeure⁵ de physique en PSI, Anne TEILLET-COLIN, professeure de physique en PCSI, Sylvain MARIE, professeur de mathématiques en PSI, et Anthony ROUX, professeur de SI en MPSI, PCSI et MP. Nous avons partagé pendant presque trente ans des moments de vie, et pas seulement en conseil de classe⁶.

Mon éditrice, Emmanuelle CHATELET, a soutenu le projet de cet ouvrage. Elle et son collaborateur, Brice MARTIN, se sont efforcés de détecter les fautes grammaticales, les coquilles orthographiques et les erreurs de syntaxe, ils ont eu du travail. Je les remercie et j'espère qu'ils ont appris deux ou trois trucs en SI.

Des remerciements sans une petite mièvrerie ne seraient pas des remerciements. J'ai donc gardé Valérie pour la fin. Elle m'a supporté durant vingt ans en tant que prof en prépa, elle croyait bien en avoir fini avec les Sciences de l'Ingénieur au moment de mon départ en retraite. Mais elle a rempli avec ce projet de livre, et depuis deux ans elle m'écoute exposer mes idées d'exercices, m'encourage et fait mine de s'extasier devant mes beaux schémas, auxquels l'informaticienne qu'elle est ne comprend rien.

5. J'ai du mal avec ce « e », certes, il est inclusif, mais je le trouve inesthétique.

6. Nous avons surtout une vision commune de ce qu'est une classe préparatoire : un exhausteur de talent. Et même si c'est parfois un peu trop épicé pour les étudiants, nous considérons tous que cela ne doit jamais être un enfer, ni provoquer une crise de foi.

Notations et abréviations

Mécanique

$\mathcal{R}_i$ est le repère associé au solide S_i . $\mathcal{B}_i$ est la base vectorielle correspondante.

J'utilise parfois $\perp$ et $\parallel$ pour gagner de la place. Si vous n'êtes pas contraint, écrivez en toutes lettres *perpendiculaire*, *normal* ou *orthogonal* et *parallèle*.

Actions de 1 sur 2, torseur d'inter-effort de liaison :

$$\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array} \right\}_{A, \mathcal{R}_i \text{ ou } \mathcal{B}_i} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{1 \rightarrow 2}} \\ M^t(\overrightarrow{A}, 1 \rightarrow 2) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{12}} \\ M_{12}^A \end{array} \right\} = -\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\}$$

Lorsqu'il n'y a qu'une composante d'effort sur un axe donné, elle est fréquemment notée F_{ji} ou R_{ji} . Dans le cas d'une composante normale de liaison ponctuelle, on rencontre souvent N_{ji} (qu'il ne faut pas confondre avec la composante de moment sur $\vec{z}$), et T_{ji} pour la composante tangentielle de frottement, quand elle existe.

Un couple (torseur d'inter-effort ne comportant qu'une composante de moment) est souvent noté C_{ji} .

On note BAME le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (ou simplement Bilan).

Le coefficient de frottement de glissement entre deux matériaux est noté f . Sauf indication contraire, je ne le distingue pas du coefficient d'adhérence f_0 ou f_a .

Mouvement de 2 par rapport à 1, torseur cinématique de liaison :

$$\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{cc} p_{21} & U_{21} \\ q_{21} & V_{21} \\ r_{21} & W_{21} \end{array} \right\}_{A, \mathcal{R}_i \text{ ou } \mathcal{B}_i} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V(A, 2/1)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{21}} \\ \overrightarrow{V_{21}^A} \end{array} \right\} = -\{\mathcal{V}_{1/2}\}$$

Lorsqu'il n'y a qu'une composante de vitesse de rotation (et/ou de translation), elle est fréquemment notée ω_{21} (V_{21}).

Le roulement sans glissement est couramment noté RSG.

Je n'utilise pas la norme la plus récente $\text{---}\sqcup\sqcup\text{---}$ pour modéliser les liaisons hélicoïdales. Je lui préfère l'ancienne norme (encore très courante) car elle indique clairement le pas $\text{---}\square\text{---}$ (à droite) $\text{---}\square\text{---}$ (à gauche). Utilisez la modélisation que vous avez apprise en cours. Sauf indication contraire, le pas p est à droite et $V_{ji} = \frac{p}{2\pi} \omega_{ji}$.

Compte tenu de la nature des problèmes étudiés, les centres de gravité, de masse et d'inertie d'un solide (système) sont confondus en un point, en général noté G .

Matrice d'inertie d'un solide S_1 exprimée en M , dans la base $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$:

$$[\mathcal{I}_{M,1}] = \left[\begin{array}{ccc} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{array} \right]_{M, \mathcal{R}_1} \quad \begin{array}{l} \text{Moment d'inertie d'un solide 1 sur} \\ \text{l'axe } (M, \vec{u}) : \\ J_1(M, \vec{u}) \text{ ou simplement } J_1. \end{array}$$

Torseurs cinétique et dynamique (toujours par rapport à un référentiel galiléen) :

$$\{\mathcal{C}_{1/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_c(1/0)} = M_1 \overrightarrow{V(G_1, 1/0)} \\ \overrightarrow{\sigma(A, 1/0)} \end{array} \right\} \quad \{\mathcal{D}_{1/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(1/0)} = M_1 \overrightarrow{\Gamma(G_1, 1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(A, 1/0)} \end{array} \right\}$$

Asservissements

Fonctions de transfert

BO : fonction de transfert en Boucle Ouverte

BONC : fonction de transfert en Boucle Ouverte Non Corrigée

BOPC : fonction de transfert en Boucle Ouverte Partiellement Corrigée

BOC : fonction de transfert en Boucle Ouverte Corrigée

BF : fonction de transfert en Boucle Fermée

Correcteurs

P : correcteur Proportionnel

PI : correcteur Proportionnel Intégral

RP : correcteur à Retard de Phase (« Pseudo-PI »)

PD : correcteur Proportionnel Dérivé

AP : correcteur à Avance de Phase (« Pseudo-PD »)

PID : correcteur Proportionnel Intégral Dérivé

Avertissement

Par souci de réalisme, toutes les valeurs numériques et illustrations sont industrielles et exemplaires, dans le sens où elles correspondent à des grandeurs classiques. Les constructeurs sont cités, ce n'est pas de la publicité mais la plus élémentaire des corrections et une manière de remerciement.

En revanche, je n'ai utilisé aucune modélisation constructeur et j'ai réalisé tous les schémas, croquis et modèles mécaniques. De même, les légendes ajoutées sur les photos et les images sont personnelles. Les erreurs éventuelles me sont donc totalement imputables, il en va de même pour les développements effectués à partir des données brutes.

Malgré les multiples relectures, il y a forcément des erreurs dans ces sujets et leurs corrigés. J'ai sûrement laissé passer des fautes de calcul⁷, mais elles ne devraient pas vous gêner outre mesure. D'autant qu'il y aura aussi des « bourdes » dans vos énoncés de concours et dans les corrigés trouvés sur la toile, et pas seulement en SI.

7. Notez que lorsque votre résultat diffère du mien, ce n'est peut être pas moi qui me goure.

Chapitre 1

Une bonne correction

1.1 Exercice : quelques idées clés

Ce que j'expose ici est de l'ordre de la **réflexion personnelle**. Je m'efforce de faire le point sur ce qui m'a semblé nébuleux durant ma formation ou dans les bouquins.

1.1.1 Sup Spé : boucles, cohérence et retour unitaire

Vous percevez que votre véhicule se déplace rapidement, mais si vous ne regardez pas le compteur, vous ne connaissez pas sa vitesse. La vraie grandeur de sortie est donc celle qui sort du capteur, c'est-à-dire la sortie de la Boucle Ouverte, et non la sortie « physique » du processus. De ce point de vue, la Boucle Fermée est à retour unitaire et il est fondamental de comprendre le rapport entre BO et BF.

La figure 1.1 modélise une boucle d'asservissement.

La consigne $E(p)$ est transmise (traduite) par le transducteur, toujours assimilable à un gain pur T .

La grandeur asservie $S(p)$ est mesurée par le capteur $G(p)$, souvent associé à un gain pur K_G (mais pas toujours).

L'écart $\varepsilon(p)$ entre les images de la consigne et de la grandeur asservie est ensuite traité par le correcteur $C(p)$.

Les blocs $H_1(p)$ et $H_2(p)$ modélisent le processus (actionneurs, transformations de mouvement). Le préactionneur est, selon le cas, compris dans $H_1(p)$ ou $C(p)$.

La perturbation éventuelle $E_2(p)$ intervient en général « au milieu » du processus.

La Boucle Ouverte (BO) est toujours définie entre $\varepsilon(p)$ et $Im_S(p)$, en revanche, il faut toujours définir les grandeurs considérées en Boucle Fermée (BF).

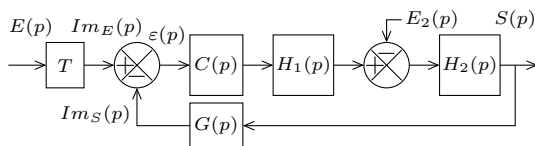


FIG. 1.1 Boucle d'asservissement basique.

- Q1 Donnez la Boucle Ouverte $BO(p)$ ainsi que les Boucles Fermées $BF_1(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ et $BF_2(p) = \frac{Im_S(p)}{Im_E(p)}$ en fonction des différents blocs.
- Q2 Précisez, en la justifiant, la valeur de T en fonction des caractéristiques de la forme canonique $G(p) = \frac{K_G}{1+a_1 p + \dots + a_n p^n}$ pour que la boucle soit cohérente. Vous supposerez une consigne constante E_0 si vous le jugez nécessaire.
- Pour la suite, le capteur est un gain pur : $G(p) = K_G$.
- Q3 Comparez $BF_1(p)$ et $BF_2(p)$ en prenant en compte la cohérence.
- Q4 Montrez que le modèle de la figure 1.1 peut se mettre sous la forme d'une boucle à retour unitaire (il y a plusieurs possibilités, soyez rigoureux).

La figure 1.2 modélise toujours une boucle d'asservissement mais on mesure ici $S(p)$ par le biais d'une grandeur qui lui est proportionnelle, en amont d'un bloc $\lambda = cte$. Le capteur est un gain pur K_G .

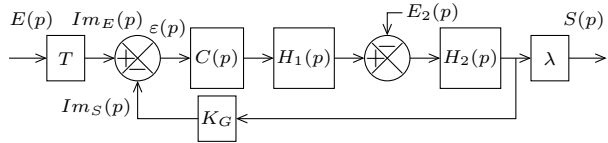


FIG. 1.2 Boucle d'asservissement basique.

- Q5 Précisez la valeur de T en fonction de K_G et λ pour respecter la cohérence.
- Q6 Prenez en compte la valeur de T et donnez comme précédemment $BO(p)$, $BF_1(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ et $BF_2(p) = \frac{Im_S(p)}{Im_E(p)}$ en fonction des différents blocs.
- Q7 Montrez que le modèle de la figure 1.2 peut se mettre sous la forme d'une boucle à retour unitaire (il y a, ici encore, plusieurs possibilités).
- Q8 Concluez globalement sur les relations $BO \leftrightarrow BF$.

1.1.2 Sup Spé : visons l'idéal, cela ne coûte rien

On vient de voir qu'il est pratiquement toujours possible de considérer le retour unitaire. Voyons à présent si cela simplifie le réglage de la boucle d'asservissement.

Lorsque l'on donne une consigne $e(t)$ au système, on souhaite que la réponse $s(t)$ soit identique à la consigne. Le système « idéal » est donc, en BF, une belle boîte égale à 1.

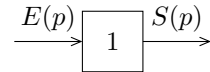


FIG. 1.3 Idéal.

On adopte, dans la boîte, la mise en forme à retour unitaire pour faire apparaître la boucle ouverte.

Les systèmes physiques obéissent à des lois différentielles. En supposant la nôtre du 2^e ordre, on ne peut guère espérer mieux, en BF, que :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}.$$

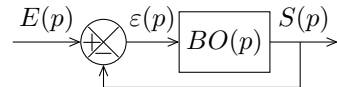


FIG. 1.4 Vu de l'intérieur.

- Q1 Justifiez l'intérêt du gain statique unitaire et précisez la forme de $BO(p)$ permettant d'obtenir ce gain dans le cas d'un 2^e ordre.
- Q2 Donnez la forme canonique de $BO(p)$ en utilisant les notations habituelles : K_{bo} pour le gain statique, ξ_{bo} et ω_{0bo} ou τ_{bo} ... selon la forme de $BO(p)$.

On souhaite, en outre, qu'une perturbation constante $e_2(t) = E_2$ ne modifie pas durablement la valeur finale de la réponse indicielle à une consigne $e(t) = E$.

La perturbation coupe la chaîne directe en deux : $BO(p) = BO_1(p) \times BO_2(p)$.

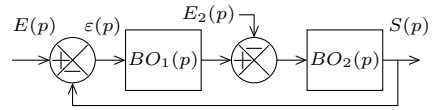


FIG. 1.5 Avec perturbation.

Q3 Déterminez $BF_2(p) = \frac{S(p)}{E_2(p)}$ en fonction des $BO_i(p)$.

Q4 Déduisez de ce qui précède une expression de $BO_1(p)$ et $BO_2(p)$ permettant de satisfaire l'exigence.

1.1.3 Sup Spé : tant qu'à faire, améliorons l'idéal

L'objectif, en automatique, est d'optimiser la précision, la stabilité et la rapidité de réponse en Boucle Fermée. Vous venez de prouver que la précision statique de la BF s'évalue par un critère sur la Boucle Ouverte. C'est aussi le cas pour la stabilité en BF avec les marges de phase $M\varphi$ et de gain M_G . Ce critère, dit du « revers », s'applique sur la BO si elle ne possède ni pôle ni zéro à partie réelle positive. La rapidité s'évalue avec le temps de réponse indiciel $t_{r5\%}$ ou la pulsation propre ω_0 en BF : nous verrons qu'il y a un lien avec la pulsation critique ω_c en BO.

On admet pour la suite $BO(p) = \frac{K}{p(1 + \tau p)}$. Utilisez les abaques du 1.3 si nécessaire.

Q1 Déterminez l'expression de ξ et ω_0 en BF en fonction de K et τ .

Q2 On souhaite $M\varphi \geq 45^\circ$. Déterminez la pulsation critique ω_c et le gain K en fonction de τ . On rappelle que $G_{dB}(\omega_c) = 0$ quand $\varphi(\omega_c) = -180 + M\varphi$ en $^\circ$.

Q3 Avec ce réglage, on recherche les caractéristiques de la BF, numériquement et en fonction de τ ou ω_c . Déterminez ξ et ω_0 . Déduisez-en le 1^{er} dépassement indiciel $D_1\%$, la pulsation de résonance ω_r et la résonance M_{dB} .

Q4 Déterminez la valeur de K optimisant $tr_{5\%}$ en BF avec dépassement autorisé et précisez ω_0 en fonction de τ .

Q5 Avec ce réglage, déterminez numériquement la pulsation critique ω_c en fonction de τ et la marge de phase $M\varphi$. Donnez alors ω_0 en fonction de ω_c . Calculez la résonance M_{dB} en BF, ainsi que la pulsation de résonance ω_r .

Q6 Que pensez-vous du réglage permettant d'obtenir la non-résonance ?

Q7 Reprenez les questions Q4 et Q5 si on ne tolère pas le dépassement.

Q8 Vous proposerez un tableau de synthèse. La première ligne (BF) donnera les 3 facteurs d'amortissement ξ précédents, ainsi que celui pour lequel la résonance devient nulle. La deuxième ligne (BO) recense les valeurs de marge de phase $M\varphi$. La troisième ligne (BF) récapitule les dépassements indiciels $D_1\%$, les pulsations propres ω_0 et de résonance ω_r , en fonction de ω_c . Précisez dans chaque cas le produit $tr_{5\%} \times \omega_c$.

Q9 Concluez sur cet exercice et sur les réglages en supposant que le système corrigé présentera en BF une réponse indicielle assimilable à un 2^e ordre.

1.2 Exercice : impact d'un retard

Un retard peut avoir des causes physiques : jeu mécanique, inertie mécanique, thermique ou chimique, friction, temps de réponse ou saturation d'un actionneur...

Il peut aussi être dû au temps de réponse des capteurs ou au traitement numérique des signaux...

1.2.1 Exemple : asservissement d'effort

La figure 1.6 modélise une boucle d'asservissement d'effort, représentée **ouverte**.

$H(p)$ correspond au processus (actionneur + transmission de mouvement), T_F et K_F sont deux gains purs associés, respectivement, au transducteur de consigne et au capteur. $C(p)$ modélise le correcteur.

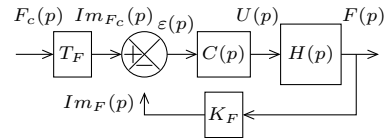


FIG. 1.6 Asservissement d'effort.

$F_c(t)$ et $F(t)$ sont en N, leurs images $Im_{F_c}(t)$, $Im_F(t)$ et l'écart $\varepsilon(t)$ sont des nombres sans unité. $U(t)$ et le gain du correcteur $C(p)$ sont en V.

On effectue un essai en Boucle Ouverte, la consigne $F_c(t) = 5$ N donne $Im_{F_c}(t) = 10$. Le retard, dans notre cas, est dû au jeu dans la transmission de mouvement et au temps de réponse de l'actionneur.

Le correcteur est proportionnel, $C(p) = K_c = 1$ V pour cet essai. La réponse indicielle $Im_F(t)$ est donnée sur la figure 1.7.

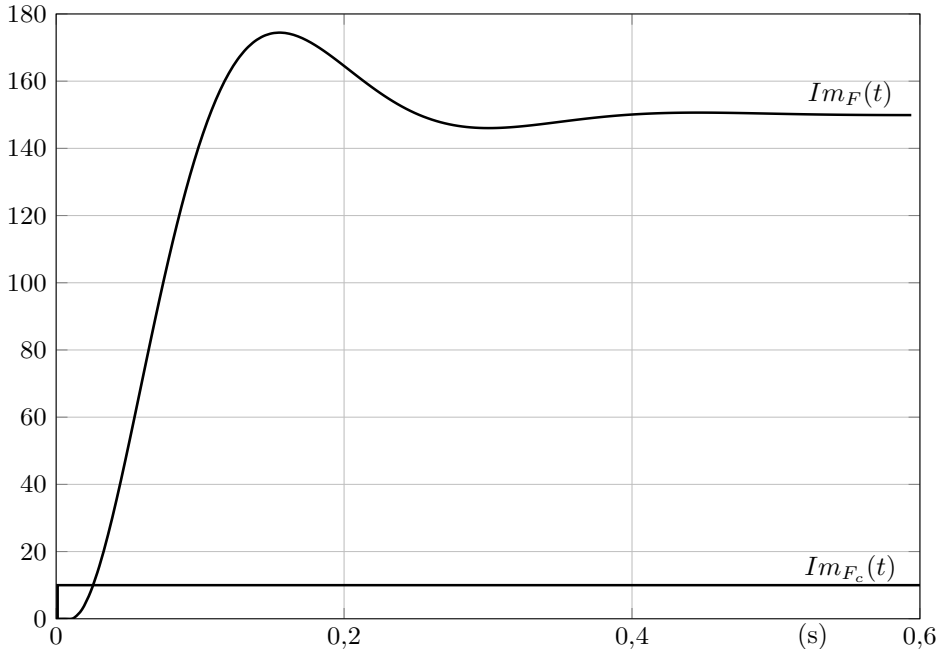


FIG. 1.7 Réponse temporelle en Boucle Ouverte.

1.2.2 Sup Spé : retard et marges

Exigence : on souhaite une marge de phase $M_\varphi = 45^\circ$.

- Q1 Déterminez les caractéristiques de la BO pour $K_c = 1$
- Q2 Donnez l'expression canonique de $BO(p)$.
- Q3 Tracez sa réponse fréquentielle en sommant celle d'une fonction de transfert classique et celle du retard.
- Q4 Déterminez la valeur de K_c permettant de satisfaire l'exigence, selon que l'on prend en compte, ou pas, le retard.
- Q5 Concluez, de façon générale, sur l'impact d'un retard concernant la stabilité?

Le diagramme de Bode étant réalisé avec les valeurs que vous avez identifiées, il est probable que vous n'aurez pas exactement le tracé que je donne en correction.

Si vous disposez, dans un sujet de concours, d'un ou plusieurs des abaques figurant dans la section 1.3, vous devez les utiliser. On ne vous les donne pas pour rien : ils faciliteront l'identification d'une réponse temporelle ou fréquentielle, en général avec l'abaque du premier dépassement (figure 1.8) ou la résonance d'une réponse fréquentielle (figure 1.10).

À l'inverse, ils vous permettront le tracé d'une réponse temporelle ou fréquentielle avec précision : dépassement, temps de réponse (figure 1.9), résonance, phase... Rappelez-vous que le produit de fonctions de transfert se traduit par une somme dans le domaine fréquentiel : avec les abaques du 1^{er} et du 2^e ordre, on peut donc tout tracer.

La table des transformées de Laplace (tableau 1.1 de la section 1.4) est rarement fournie au complet : on ne vous donne en général que ce qui est directement utile pour le sujet.

Enfin, vous avez le droit d'utiliser les abaques et la table de Laplace figurant dans ce chapitre pour tous les exercices d'asservissement de cet ouvrage, mais ce n'est pas une obligation.

1.3 Abaques de tracé/identification d'un 2^e ordre

1.3.1 Pour les réponses temporelles

L'abaque 1.8 permet de déterminer le facteur d'amortissement connaissant le 1^{er} dépassement. Il s'utilise dans les deux sens et remplace la formule $D_1 \% = \exp \left(-\frac{\xi \pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right)$.

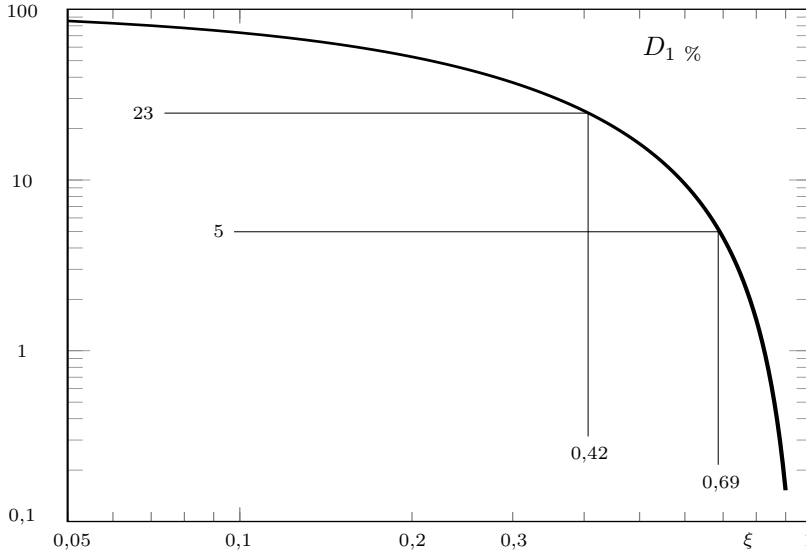


FIG. 1.8 1^{er} Dépassement.

L'abaque 1.9 permet de déterminer le produit temps de réponse $\times$ pulsation propre, connaissant le facteur d'amortissement (plus rarement dans l'autre sens).

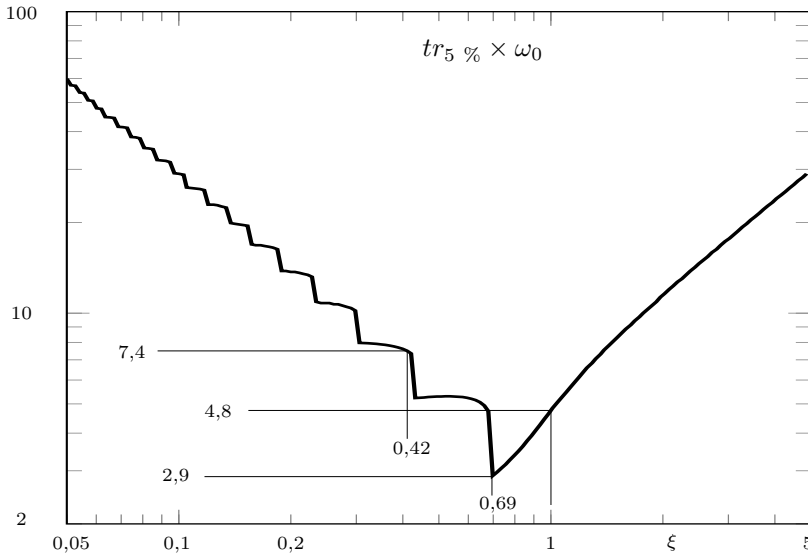


FIG. 1.9 Temps de réponse réduit.

1.3.2 Pour les réponse fréquentielle sur 2 décades

Les abaques des réponses fréquentielles 1.10 sont utilisés pour ne pas tracer les phases comme des « goret(te)s » : abscisses en fraction de décade par rapport à ω_0 ou $\frac{1}{\tau}$.

La réponse du 1^{er} ordre en « gras » permet de tracer, par superposition, la majorité des correcteurs et tous les 2^{es} ordres sur-amortis.

$$GdB(\frac{1}{\tau}) = 20 \log(K) - 3 \text{ dB et } \varphi(\frac{1}{\tau}) = -45^\circ$$

$$GdB(\frac{1}{10\tau}) = 20 \log(K) \text{ dB et } \varphi(\frac{1}{10\tau}) \approx -6^\circ$$

$$GdB(\frac{10}{\tau}) = 20 \log(K) - 20 \text{ dB et } \varphi(\frac{10}{\tau}) \approx -84^\circ$$

Pour les 2^{es} ordres, travaillez avec ω_0 (et non ω_r) quand vous disposez de la phase.
 $\varphi(\omega_0) = -90^\circ$ et $GdB(\omega_0) = 20 \log(K) + 20 \log(\frac{1}{2\xi}) \text{ dB}$

Non-résonance : $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow GdB(\omega_0) = 20 \log(K) - 3 \text{ dB}$

Racine double : $\xi = 1 \rightarrow GdB(\omega_0) = 20 \log(K) - 6 \text{ dB}$

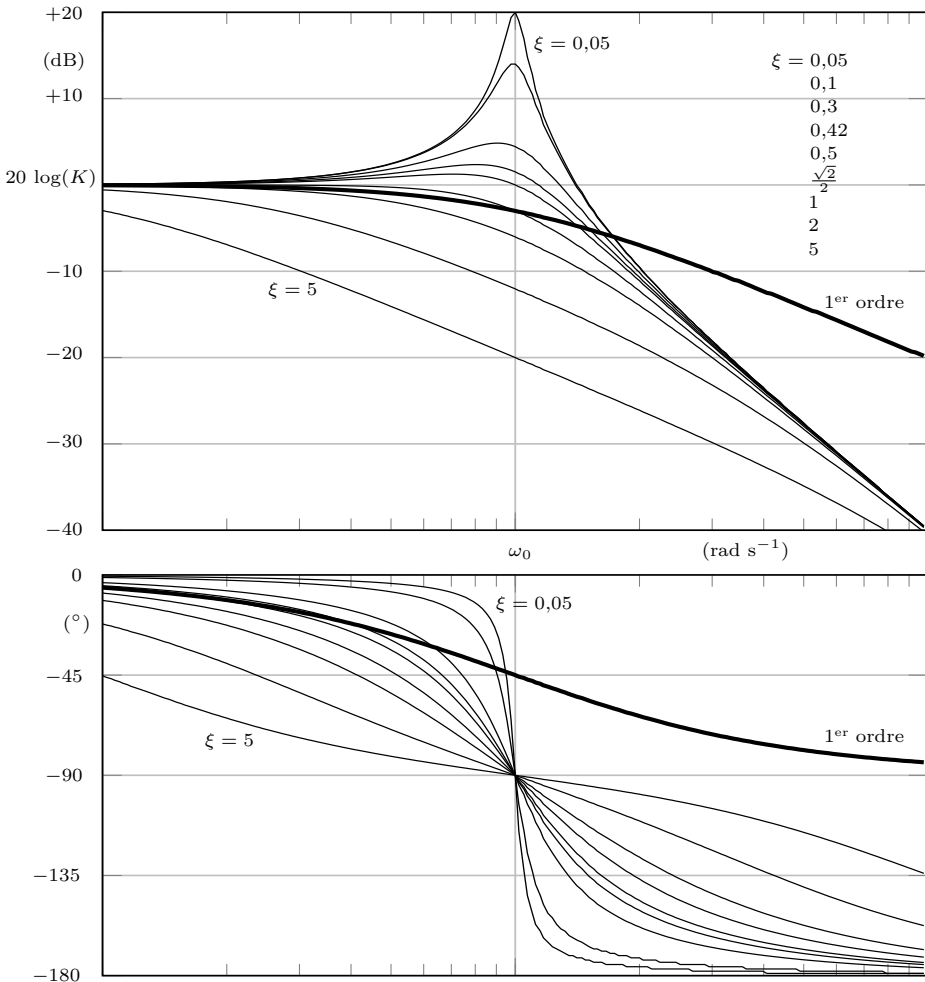


FIG. 1.10 Bode d'un 2^e ordre en fonction de ξ .

1.4 Laplace to be

Transformée : $F(p) = L(f(t)) = \int_{0-}^{+\infty} f(t) dt$

Linéarité : $L(\lambda f(t) + \mu g(t)) = \lambda L(f(t)) + \mu L(g(t))$

Dérivée : $L(f'(t)) = p L(f(t)) - f(0^+)$ Intégrale : $L\left(\int_0^t f(x) dx\right) = \frac{1}{p} L(f(t))$

Valeur initiale : $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p F(p)$ Valeur finale : $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p F(p)$

La fonction de Heaviside est telle que $U(t < 0) = 0$ et $U(t \geq 0) = 1$

La table ci-dessous est donnée dans le sens $F(p) \xrightarrow{\text{Laplace}^{-1}} f(t)$.

Dans la table, $f(t)$ sous-entend $U(t) f(t) \rightarrow f(t < 0) = 0$ et $f(t \geq 0) = f(t)$

1	$\delta(t) = \text{Dirac}$	$\frac{1}{p}$	$U(t) = \text{échelon}$	$\frac{1}{p^2}$	$t = \text{rampe}$	$\frac{1}{p^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
---	----------------------------	---------------	-------------------------	-----------------	--------------------	-----------------	--------------------------

$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$	$\frac{\omega^2}{p(p^2 + \omega^2)}$	$1 - \cos \omega t$
---------------------------------	-----------------	----------------------------	-----------------	--------------------------------------	---------------------

$\frac{1}{1 + \tau p}$	$\frac{1}{\tau} \exp^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p(1 + \tau p)}$	$1 - \exp^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p^2(1 + \tau p)}$	$t - \tau - \tau \exp^{-\frac{t}{\tau}}$

$\frac{1}{(1 + \tau p)^2}$	$\frac{t}{\tau^2} \exp^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p(1 + \tau p)^2}$	$1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \exp^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p^2(1 + \tau p)^2}$	$t - 2\tau + (t + 2\tau) \exp^{-\frac{t}{\tau}}$

$\frac{1}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau_e p)}$	$\frac{1}{\tau_m - \tau_e} \left(\exp^{-\frac{t}{\tau_m}} - \exp^{-\frac{t}{\tau_e}} \right)$
$\frac{1}{p(1 + \tau_m p)(1 + \tau_e p)}$	$1 - \frac{1}{\tau_m - \tau_e} \left(\tau_m \exp^{-\frac{t}{\tau_m}} - \tau_e \exp^{-\frac{t}{\tau_e}} \right)$
$\frac{1}{p^2(1 + \tau_m p)(1 + \tau_e p)}$	$t - (\tau_m + \tau_e) - \frac{1}{\tau_m - \tau_e} \left(\tau_e^2 \exp^{-\frac{t}{\tau_e}} - \tau_m^2 \exp^{-\frac{t}{\tau_m}} \right)$

$\frac{1}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$ et $\xi < 1$	$\frac{\omega_0 \exp^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t)$
$\frac{1}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2 \right)}$	$1 - \frac{\exp^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + \psi)$ avec $\psi = \arccos \xi$
$\frac{1}{p^2 \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2 \right)}$	$t - \frac{2\xi}{\omega_0} + \frac{\exp^{-\xi \omega_0 t}}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + 2\psi)$

TAB. 1.1 Transformées de Laplace utiles...