



Les *t*  *pos*

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES



Jean-Pierre
Escofier

DUNOD

Jean-Pierre Escofier

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

DUNOD



© Dunod, Paris, 2008

ISBN 978-2-10-050745-0

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Sommaire

Avant-propos

5

Chapitre 1 : Débuts

I. La préhistoire 8. **II.** Systèmes de numération 8. **III.** Le système sumérien de numération 9. **IV.** Approximation de $\sqrt{2}$ 11. **V.** Équations du second degré 12. **VI.** Plimpton 322 13.

Chapitre 2 : La Grèce

I. Thalès vers – 600 15. **II.** Pythagore, irrationalité de $\sqrt{2}$ 15. **III.** Platon, Aristote, Eudoxe 16. **IV.** Alexandre, Alexandrie 18. **V.** Les *Éléments* d'Euclide 18. **VI.** Ératosthène (– 276 à – 194) 23. **VII.** Archimède (– 287 à – 212) 24. **VIII.** Aperçus sur d'autres mathématiciens grecs 27.

Chapitre 3 : Le monde arabe de 600 à 1500

I. Le développement de la civilisation arabe 30. **II.** Al Khwarizmi (vers 790-840/850) 30. **III.** Omar Khayyam (1048-1131) 33. **IV.** Aperçus sur d'autres mathématiciens arabes 34.

Chapitre 4 : Autour de la Renaissance

I. Léonard de Pise (vers 1170 – après 1240) 36. **II.** Représentation en perspective 37. **III.** Nicolas Chuquet (1445 ? - 1488) 39. **IV.** Jacques Peletier du Mans (1517-1582) 39. **V.** L'équation du troisième degré et l'introduction des nombres complexes 40. **VI.** François Viète (1540-1603) 42.

Chapitre 5 : Le XVII^e siècle

I. L'invention des logarithmes et le calcul de tables 44. **II.** Galilée (1564-1642) 45. **III.** Autour de Mersenne (1588-1648) 46. **IV.** Girard Desargues (1591-1661) 47. **V.** Pierre de Fermat (1601 ou 1607-1665) 49. **VI.** René Descartes (1596-1650) 51. **VII.** Blaise Pascal (1623-1662) 53. **VIII.** La mesure de la Terre de Jean Picard (1620-1682) 56. **IX.** Isaac Newton (1643-1727) 56. **X.** Gottfried von Leibniz (1646-1716) 58.

Chapitre 6 : Le XVIII^e siècle

I. Leonhard Euler (1707-1783) 60. **II.** Alexis Clairaut (1713-1765) 62. **III.** Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783) 62. **IV.** Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) 63.

Chapitre 7 : En France, autour de la Révolution

I. Le marquis de Condorcet (1743-1794) 65. **II.** Gaspard Monge (1746-1818) 65. **III.** Pierre-Simon Laplace (1749-1827) 66. **IV.** Adrien-Marie Legendre (1752-1833) 66. **V.** La période révolutionnaire 66. **VI.** Condorcet 67. **VII.** Lagrange 68. **VIII.** Monge 69. **IX.** Laplace 70. **X.** Legendre 70. **XI.** Fourier (1768-1830) 71.

Chapitre 8 : Cartes postales du XIX^e siècle

I. Karl Friedrich Gauss (1777-1855) 73. **II.** Sophie Germain (1776-1831) 75. **III.** Augustin Cauchy (1789-1857) 76. **IV.** Niels Abel (1802-1829) 77. **V.** Évariste Galois (1811-1832) 79. **VI.** Peter Lejeune-Dirichlet (1805-1859) 81. **VII.** Carl Jacobi (1804-1851) 82. **VIII.** La géométrie pure 83. **IX.** Nikolai Ivanovitch Lobatchevski (1792-1856) 84. **X.** Bernhard Riemann (1826-1866) 86. **XI.** Camille Jordan (1838-1922) 88. **XII.** Karl Weierstrass (1815-1897) 88. **XIII.** Sophie Kovalevski (1850-1891) 89. **XIV.** Georg Cantor (1845-1918) 91.

Chapitre 9 : Autour de 1900 : Poincaré et Hilbert

I. Henri Poincaré (1854-1912) 92. **II.** David Hilbert (1862-1943) 94. **III.** Les 23 problèmes de Hilbert 97.

Chapitre 10 : Vues sur les mathématiques du XX^e siècle

I. Jacques Hadamard (1865-1963) 99. **II.** Henri Lebesgue (1875-1941) 100. **III.** Srinivasa Ramanujan (1887-1920) 101. **IV.** Bush et la guerre 102. **V.** John Von Neumann (1903-1957) 102. **VI.** Nicolas Bourbaki (né en 1934) 105. **VII.** Le langage des catégories et des foncteurs 107. **VIII.** L'école russe autour d'Andrei Kolmogorov (1903-1987) 107. **IX.** André Weil (1906-1998) 109. **X.** Henri Cartan (né en 1904) 110. **XI.** Jean Leray (1906-1998) 110. **XII.** Laurent Schwartz (1915-2002) 111. **XIII.** Alexandre Grothendieck (né en 1928) 112. **XIV.** Jean-Pierre Serre (né en 1926) 114. **XV.** Jacques-Louis Lions (1928-2001) 114. **XVI.** Cryptographie 116. **XVII.** Météorologie 117. **XVIII.** D'autres domaines de recherche 118. **XIX.** Médailles Fields 119. **XX.** Alain Connes (né en 1947) 120. **XXI.** Jean-Christophe Yoccoz (né en 1957) 121. **XXII.** Prix prestigieux 121. **XXIII.** Les problèmes de la fondation Clay 122. **XXIV.** Le jeu des très grands 122. **XXV.** Petite conclusion 123.

Avant-propos

Voici une petite histoire des mathématiques écrite, du moins je l'espère, pour le plaisir de ceux et celles qui vont la lire, qu'ils ou elles les enseignent, les étudient ou désirent simplement en connaître un peu plus à leur sujet. Les mathématiques forment un peu un monde à part ; donner une idée de leurs résultats avec des mots simples et des images plus ou moins suggestives est plus difficile que pour d'autres sciences ; un détour par leur histoire vaut parfois le voyage.

Les mathématiques se sont construites comme science bien avant toutes les autres, des millénaires contre quelques centaines d'années. Depuis toujours, elles s'occupent d'applications concrètes, depuis toujours elles étudient et généralisent les questions qui leur sont posées par la *nature*, depuis toujours, elles approfondissent les questions internes qu'elles se découvrent ; depuis toujours, les réflexions les plus profondes et les moins susceptibles apparemment d'applications se révèlent porteuses de développements scientifiques féconds et permettent de mieux connaître notre monde. Depuis toujours, les mathématicien(ne)s éprouvent un plaisir immense à leurs recherches, à jouir fortement de leurs découvertes et c'est le plus souvent pour l'éprouver qu'ils y consacrent tant de temps. Ce plaisir est souvent difficile à imaginer, mais il n'est pas vraiment différent du plaisir de tous ceux et de toutes celles qui ont la chance de faire ce qui les intéresse et de pouvoir découvrir, construire ou inventer des choses nouvelles.

Les mathématiques sont aujourd'hui étudiées aussi bien par les femmes que par les hommes, mais il ne faut pas oublier que ce droit n'a été conquis par elles que très récemment (Voir [INT-Fe]) et date tout au plus des années 1950-60.

Le nombre de pages des volumes de cette collection est imposé. Il fallait se limiter, sans chercher d'équilibre impossible, et j'ai dû renoncer à évoquer des pans entiers de mon sujet, conservant plus ce qui s'est passé en France, pays où les mathématiques sont brillantes.

J'ai cherché à rester au niveau des connaissances mathématiques de collèges et de lycées pour que ce livre soit accessible au plus grand nombre, aux professeurs de mathématiques de collège ou de lycée, aux étudiant(e)s, aux lecteurs ou lectrices curieux(ses) des mathématiques, donnant plus d'informations pour les années avant 1650 où les techniques sont relativement simples et des coups de projecteurs sur l'immense activité des siècles suivants en tentant de donner une légère idée de quelques résultats sans chercher le résumé idéal impossible.

Pour ma part, mon intérêt très ancien pour l'histoire des mathématiques s'est appuyé principalement sur les travaux extrêmement nombreux et variés entrepris depuis la fin des années 1970 dans les IREM (Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques, imités partout dans le monde mais aux moyens limités dans notre pays !). J'aimerais citer et remercier particulièrement :

- la commission Inter-IREM d'Histoire et d'épistémologie des mathématiques, animée et présidée par Evelyne Barbin, qui regroupe plus d'une centaine de membres passionnés de la France entière et dont les publications régulières depuis plus de vingt ans forment un bel ensemble ;
- mes collègues Gérard Hamon, Loïc Le Corre et Pascal Quinton avec qui je travaille en harmonie à Rennes depuis de longues années et qui m'ont toujours beaucoup aidé.

Je me souviens aussi du travail pionnier de Jean-Louis Ovaërt et Jean-Luc Verley qui ont dirigé les articles mathématiques de l'*Encyclopædia Universalis* et laissé inachevé un grand projet de livres mêlant histoire et mathématiques dont deux seulement furent publiés (voir [EPI]).

J'ai une pensée pour tous les étudiants et enseignants de l'Académie de Rennes qui m'ont exprimé leur intérêt pour ce que je leur raconte (ce que personne d'autre ne fait, disent-ils souvent), pour l'éclairage que cela leur donne sur les mathématiques, etc. C'est à eux que je dédie ce petit livre.

Mes remerciements vont également à Stéphane Leborgne et Simonne Peter qui ont bien voulu me relire et aux éditions Dunod avec lesquelles le travail est vraiment agréable.

INDICATIONS BIBLIOGRAPHIQUES

Des histoires des mathématiques beaucoup plus volumineuses sont nombreuses en anglais. En français, les textes les plus accessibles pour le profane ou les enseignants du secondaire sont publiés par ceux qui travaillent dans les IREM. On peut également citer les textes des revues *La Recherche*, *Pour la Science* et la *Revue d'histoire des mathématiques* publiée par la Société mathématique de France, différents textes de Jean Dhombres (voir [DHO]), de Christian Houzel, de Roshdi Rashed (voir [RAS]), de Marcel Berger (voir [BER]), de Dominique Tournès (sur les méthodes numériques et appareils avant l'informatique) ; je me permettrai de citer à plusieurs reprises les livres que j'ai écrits pour les éditions Dunod, voir [ESC-AI], [ESC-Ga], pour avoir cherché à y expliquer des mathématiques pour les étudiants en liaison avec leur histoire un peu plus qu'on ne le fait d'habitude.

Une mention spéciale doit être réservée à l'histoire monumentale (près de 3000 pages) de Jean-Etienne Montucla (1725-1799) (voir [MON]) ; la lecture de ce travail pionnier et très documenté, au style entraînant, est passionnante.

Le site de l'université de St Andrew en Ecosse (voir [INT-St]) est fabuleux ; on peut y trouver des biographies de plus de 3000 mathématiciens de tous les temps. Le site Theuth (voir [INT-Th]) rassemble toutes les informations sur la recherche en histoire des sciences, particulièrement en histoire des mathématiques, qui se fait, surtout en France.

Il faut toujours remonter aux textes originaux. Les librairies Blanchard et Jacques Gabay ont un beau catalogue de rééditions de textes anciens. Je signale également un grand ensemble de textes fondamentaux, d'Euclide aux années 1950, réunis par Stephen Hawking (voir [HAW]). Depuis le développement d'Internet, la difficulté de consulter un livre rare est bien moindre. La possibilité nous est maintenant très fréquemment offerte de le lire sur le site de la BNF (voir [INT-Ga]) ou de quelques autres grandes institutions à la minute même où nous le souhaitons.

Chapitre 1

Débuts

I. LA PRÉHISTOIRE

Que nous reste-t-il des temps préhistoriques ? Quelques squelettes, des pierres taillées en grand nombre, quelques grottes aux peintures admirables, des os entaillés, etc. Comment parler de *mathématiques* à ce propos ? C'est cependant ce qu'a tenté de faire Olivier Keller¹. Par exemple, dans l'évolution du travail de la pierre, depuis le simple éclat obtenu en frappant le galet en son milieu d'il y a 2,5 millions d'années jusqu'aux outils de grande finesse de la fin du néolithique ou aux sculptures sur pierre ou sur os qui apparaissent il y a plus de 30 000 ans, on peut voir une sorte d'appréhension de plus en plus poussée des volumes.

II. SYSTÈMES DE NUMÉRATION

Les systèmes de numération de tribus amazoniennes indiquent des stades différents de maîtrise des nombres. Les Mundurucus, membres d'une tribu amazonienne du Brésil étudiée récemment par Pierre Pica et d'autres, comptent jusqu'à 4 ou 5 et sont incapables de soustraire 4 de 6. Cependant, les enfants mundurucus et américains ont les mêmes résultats dans des tests de comparaison de nombres de points (plusieurs dizaines) dans des images ou dans des tests de géométrie. À partir de ces compétences qui seraient en chacun de nous, les mundurucus n'auraient pas encore inventé le minimum d'outils de langage pour calculer exactement : ils n'auraient pas de mot pour des nombres exacts

1. Keller Olivier, *Aux origines de la géométrie*, Vuibert, 2004, *Une archéologie de la géométrie*, Vuibert, 2006.

comme 10, 11, 12... mais plutôt des mots pour dizaine, vingtaine, trentaine.

Des comparaisons d'Olivier Keller entre des systèmes de dénomination des nombres entiers petits sont évocatrices de ce qu'a pu être une évolution de systèmes primitifs de base 5 (doigts-main) vers un système à base 10 (mains-pieds) ou à base 20 (mains-pieds-indiens, par exemple) où les nombres 1, 2, 3, 4 ont des dénominations particulières. Par exemple, les Zunis, qui vivent au nord du Nouveau Mexique, n'ont pas de nom spécial pour les petits nombres et ne peuvent pas aller facilement au-delà de 10 : 1 = pris pour commencer, 2 = levé avec le précédent, 3 = le doigt qui divise également, 4 = tous les doigts levés sauf un, 5 = l'entaillé, 10 = tous les doigts ; alors que des indiens du Paraguay peuvent aller jusqu'à 20 sans difficulté, ayant des mots spéciaux pour 1 et 2, puis 5 = une main, 6 = un autre ajouté, 10 = tous les doigts, 11 = arrivé au pied, un, 20 = fini les pieds ; un système plus évolué se rencontre chez les Tamanac du Vénézuéla avec des mots spéciaux pour les nombres de 1 à 4, 5 = une main entière, 10 = les deux mains, 11 = un du pied, 15 = tout un pied, 20 = un Indien, ensuite on va chercher un copain ; certains ne vont pas beaucoup plus loin : il n'y aurait rien à compter avec ; des Papous vont jusqu'à 500 en base 20, avec des noms de plus en plus longs. Notons des curiosités : les Yukis, un peuple indien de Californie dont il ne reste que peu de représentants, comptaient avec les espaces entre les doigts, dans un système de base 8 ; des Népalais, des Africains comptent en base 12.

III. LE SYSTÈME SUMÉRIEN DE NUMÉRATION

La civilisation sumérienne qui se développe au troisième millénaire avant J.C. a produit des œuvres merveilleuses, aussi bien littéraires qu'artistiques ; voir, par exemple, les livres de Samuel Noah Kramer, Jean Bottéro, André Parrot. Les Sumériens écrivaient avec un *calame* (tige de roseau) sur des tablettes d'argile fraîche qu'ils faisaient ensuite sécher au soleil et qui nous sont parvenues telles qu'elles avaient été écrites ou recopiées. Malheureusement, le travail des archéologues est terriblement menacé depuis le printemps 2003, quand, sous les yeux de l'armée américaine passive, le musée