

Aider les élèves en difficulté en mathématiques

CP/CE1

Numération, résolution de problèmes,
géométrie dans l'espace

1

Catherine BERDONNEAU



HACHETTE
Éducation

PÉDAGOGIE PRATIQUE À L'ÉCOLE

**AIDER LES ÉLÈVES
EN DIFFICULTÉ
EN MATHÉMATIQUES
CP / CE1**

**Tome 1
Numération, résolution de problèmes,
géométrie dans l'espace**

Catherine Berdonneau

hachette
ÉDUCATION

L'auteur :

Catherine Berdonneau, docteur en didactique des mathématiques, est professeur de mathématiques à l'IUFM de Versailles, après avoir enseigné en collège et en école normale. Elle assure depuis plus de vingt ans des actions de formation d'enseignants et de formateurs, tant en France (IREM, MAFPEN, stages des PDF) qu'à l'étranger, et a, en particulier, participé à la formation continue des enseignants des établissements français à l'étranger dans le cadre des stages annuels organisés par le ministère de l'Éducation nationale. Elle est membre de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM) et du conseil scientifique de l'Association générale des institutrices et instituteurs d'école maternelle (AGIEM).

Du même auteur, chez le même éditeur :

Enseigner les mathématiques à la maternelle (avec Françoise Cerquetti-Aberkane), 1994.

Mathématiques actives pour les tout-petits, 2005.

Couverture : Domino
Réalisation : CMB Graphic

© HACHETTE LIVRE, 2006, 43 quai de Grenelle, 75905 Paris Cedex 15
ISBN : 978-2-01-181338-1
www.hachette-education.com

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que « les analyses et les courtes citations » dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

SOMMAIRE

Présentation générale	9
-----------------------------	---

PREMIÈRE PARTIE LES DIFFICULTÉS EN NUMÉRATION

Introduction	17
--------------------	----

Difficultés portant sur les connaissances numériques primitives ..	23
1. <i>Réciter la suite des noms des nombres</i>	25
2. <i>Compter le nombre d'éléments d'une petite collection</i>	32
3. <i>Être conscient de la conservation de la quantité</i>	36

Difficultés portant sur les représentations analogiques des nombres	41
4. <i>Reconnaître les constellations conventionnelles</i>	42
5. <i>Utiliser ses doigts pour signifier des quantités</i>	45
6. <i>Déterminer rapidement le nombre d'éléments d'une petite collection dont l'organisation spatiale diffère de celles des constellations usuelles ou des collections de doigts</i>	48
7. <i>Déterminer rapidement le nombre d'éléments d'une petite collection sans organisation spatiale particulière</i>	51

Difficultés précoces relatives à l'écriture chiffrée	55
8. <i>Reconnaître les chiffres</i>	57
9. <i>Reconnaître un nombre écrit en chiffres</i>	61
10. <i>Calligraphier correctement les chiffres</i>	74

Difficultés relatives au système de numération décimale de position	81
11. <i>Grouper par dix</i>	82
12. <i>Comprendre les différences de valeur des chiffres dans un nombre (échanges)</i>	86
13. <i>Donner la valeur d'un chiffre selon sa position dans l'écriture d'un nombre</i>	93
14. <i>Indiquer combien d'unités représentent n dizaines, ou combien de dizaines représentent p centaines</i>	97
15. <i>Indiquer la valeur de chacun des chiffres dans l'écriture d'un nombre</i>	100
16. <i>Différencier « chiffre des » et « nombre de »</i>	106

Difficultés relatives à la numération orale	109
17. <i>Nommer les nombres de la première centaine</i>	111
18. <i>Lire un nombre écrit en chiffres</i>	117
19. <i>Passer de la numération écrite à la numération orale</i>	120
20. <i>Écrire les nombres en toutes lettres</i>	124
Difficultés relatives à l'ordre sur les nombres	129
21. <i>Comparer des collections</i>	132
22. <i>Comparer des nombres</i>	137
23. <i>Utiliser le nombre ordinal</i>	141
24. <i>Utiliser l'algorithme de la numération décimale de position</i>	143
25. <i>Encadrer</i>	149
26. <i>Intercaler</i>	154
27. <i>Ranger des nombres par ordre croissant ou décroissant</i>	156
28. <i>Utiliser la demi-droite numérique</i>	160

DEUXIÈME PARTIE

DIFFICULTÉS EN RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Introduction.....	165
Difficultés relatives aux problèmes pour lesquels à terme les élèves doivent disposer d'une procédure éprouvée.....	171
29. <i>Difficultés à comprendre un énoncé simple.....</i>	176
30. <i>Difficultés à représenter les données d'un problème</i>	181
31. <i>Difficultés à organiser en étapes la résolution d'un problème</i>	185
Les problèmes pour chercher	187
<i>Problèmes de logique.....</i>	188
<i>Problèmes de géométrie dans l'espace</i>	189
<i>Problèmes de géométrie plane.....</i>	190
<i>Problèmes de dénombrement</i>	190
<i>Problèmes de numération</i>	191
<i>Problèmes relatifs à l'ordre</i>	191
<i>Problèmes portant sur des opérations.....</i>	192

TROISIÈME PARTIE

DIFFICULTÉS EN GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Introduction	197
Difficultés relatives à la reconnaissance des solides	203
30. <i>Reconnaître de manière perceptive globale</i> <i>des solides simples</i>	205
31. <i>Reconnaître un solide en tenant compte de ses faces</i>	208
Difficultés à utiliser le vocabulaire spécifique pour décrire un solide	215
32. <i>Cerner ce que désignent les termes « sommet »</i> <i>et « arête »</i>	216
33. <i>Cerner ce que désigne le terme « face »</i>	219
34. <i>Utiliser à bon escient le vocabulaire concernant les faces,</i> <i>les arêtes, les sommets</i>	224
35. <i>Décrire un solide</i>	227
36. <i>Nommer les solides usuels</i>	230

ANNEXES

Tableau des difficultés	235
Suggestion de matériel	238

REMERCIEMENTS

C'est à ma mère que je dois mes premiers remerciements : empiriquement, elle avait recours à de multiples supports pour me faire matérialiser les concepts de mathématiques quand je lui récitais mes leçons, même au lycée. En particulier, mes apprentissages en géométrie dans l'espace se sont beaucoup appuyés sur des représentations à l'aide d'aiguilles à tricoter les chaussettes et de chutes de carton ou de contre-plaqué.

Grâce à Mademoiselle M. Prat, j'ai compris combien l'intuition de ma mère avait, sans qu'elle l'eût su, des fondements sérieux et profonds. C'est d'elle que j'ai appris à chercher sur quel support matériel faire réfléchir un élève en difficulté face à un concept mathématique. Je suis heureuse de lui exprimer ici ma gratitude.

Les élèves-maîtres et professeurs stagiaires que j'ai rencontrés, tant en formation initiale qu'en formation continue, m'ont également fait progresser, par leurs récits de difficultés d'élèves et parfois leurs propres désarrois. Les discussions avec de nombreux maîtres-formateurs et conseillers pédagogiques, leurs questions, leurs demandes, ont toujours été enrichissantes et stimulantes, et sont pour beaucoup dans cet ouvrage.

Dans un tout autre registre, merci à Élisabeth Joël pour son rôle de candide lors de la relecture.

Enfin je ne peux pas ne pas mentionner Françoise Cerquetti-Aberkane et Didier Lavallade, interlocuteurs de longue date, aux rôles si différents, car ce n'est pas le moindre des apports dont j'ai bénéficié.

PRÉSENTATION GÉNÉRALE

Cet ouvrage est le résultat d'une longue expérience d'aide à des élèves en difficulté, pratiquée tant de manière individuelle (cours particuliers) que collective (séances de compléments, remise à niveau...), ponctuellement ou dans un suivi de longue durée, avec des publics très divers, qu'il s'agisse de jeunes enfants de classes élémentaires, de collégiens ou encore d'adultes se préparant à enseigner les mathématiques parmi d'autres disciplines. Quel que soit leur âge, les personnes « fâchées avec les maths » mais disposant par ailleurs de facultés intellectuelles leur permettant de se débrouiller sans souci majeur dans d'autres domaines, présentent généralement un certain nombre de caractéristiques communes :

- elles reconnaissent « ne rien comprendre aux maths », et souvent ne cherchent même plus à comprendre ;
- face à un exercice, elles s'efforcent de retrouver dans leur mémoire « quelle règle il faut appliquer », et s'expriment, parfois de manière interrogative, en termes de législation : « est-ce qu'on a le droit de... ? », « on doit ... » ;
- elles sont convaincues que, pour réussir en maths, il faut soit être « doué » soit, lorsque l'on n'a pas eu « la chance de naître avec ce talent », s'astreindre à effectuer un grand nombre d'exercices pour acquérir des automatismes. Finalement, elles renoncent à une telle entreprise qui leur paraît inaccessible ou décourageante.

Notre constat est que cette représentation des mathématiques est, dans une très large mesure, erronée, et que, pour se réconcilier avec cette discipline et y réaliser des progrès, il est indispensable de l'aborder d'une manière radicalement différente. En effet, les difficultés en mathématiques reposent principalement sur :

- un déficit de représentation mentale des objets mathématiques ;
 - le recours systématique à des règles de fonctionnement mémorisées.
- Or faire des mathématiques ne consiste nullement à appliquer des règles, mais à résoudre des problèmes, autrement dit à procéder constamment à des raisonnements. Il est certes utile de connaître par cœur un certain nombre d'informations, mais en nombre bien moindre que ne le font beaucoup d'élèves. D'autant qu'en général, il leur faut mémoriser non seulement ce qu'ils considèrent comme une loi à appliquer, mais également les conditions d'utilisation de cette recette, autrement dit les circonstances

dans lesquelles on est « en droit » de l'employer, ce qui complique singulièrement la démarche.

Nous avons constaté depuis de nombreuses années qu'un travail à partir de supports à manipuler constitue une aide notable pour l'élaboration des représentations mentales. Le matériel, très présent autrefois dans les classes élémentaires, a progressivement disparu de la plupart des cartables et pupitres, sans que la réussite en mathématique progresse corrélativement. Or ces supports, généralement très simples, offrent de nombreux intérêts pour les élèves :

- ils canalisent leur attention ;
- ils leur permettent de centrer leurs efforts sur l'essentiel de l'apprentissage en les libérant de tâches annexes telles que l'acte graphique ou le repérage dans l'espace de la feuille de papier par un balayage visuel répété lorsqu'il s'agit de vignettes à coller, d'éléments à relier ou de zones à compléter ;
- ils donnent la possibilité de procéder facilement à des essais variés, car les gestes nécessaires à la manipulation sont toujours simples pour la plupart des élèves (modifier la position ou l'orientation, parfois la forme des objets, sont des actes habituels, effectués dans bien d'autres circonstances, scolaires ou non, et ne demandent aucun effort moteur exceptionnel) ;
- ils offrent l'avantage que les essais et les erreurs ne laissent pas nécessairement de traces visibles à moyen ou long terme, donc libèrent de la peur de se tromper et de se faire repérer comme un « mauvais élève » ;
- ils les conduisent à établir des liens entre des expériences perceptives différentes, donc facilitent une entrée progressive dans l'abstraction.

Pour l'enseignant, ils ne sont pas moins précieux :

- ils constituent un outil de repérage simple de l'activité de l'élève : un enfant qui tripote son matériel, c'est-à-dire dont les mains sont occupées mais l'esprit ailleurs, a une attitude très différente de celui dont les gestes sont dirigés par la pensée ;
- ils mettent l'élève au travail beaucoup plus aisément et rapidement que tout autre support (il est extrêmement rare que des élèves restent passifs face à du matériel, sans que pour le moment on en sache clairement la raison) ;
- ils permettent, en un temps donné, un nombre d'exercices nettement plus important que le support papier-crayon ;
- ils conviennent à toute la gamme d'efficience intellectuelle, et facilitent ainsi la gestion de l'hétérogénéité d'une classe ;
- ils sont particulièrement adaptés aux élèves en difficulté, dont on a pu constater qu'ils semblent avoir plus de facilité à procéder à des évocations kinesthésiques que verbales ou visuelles.