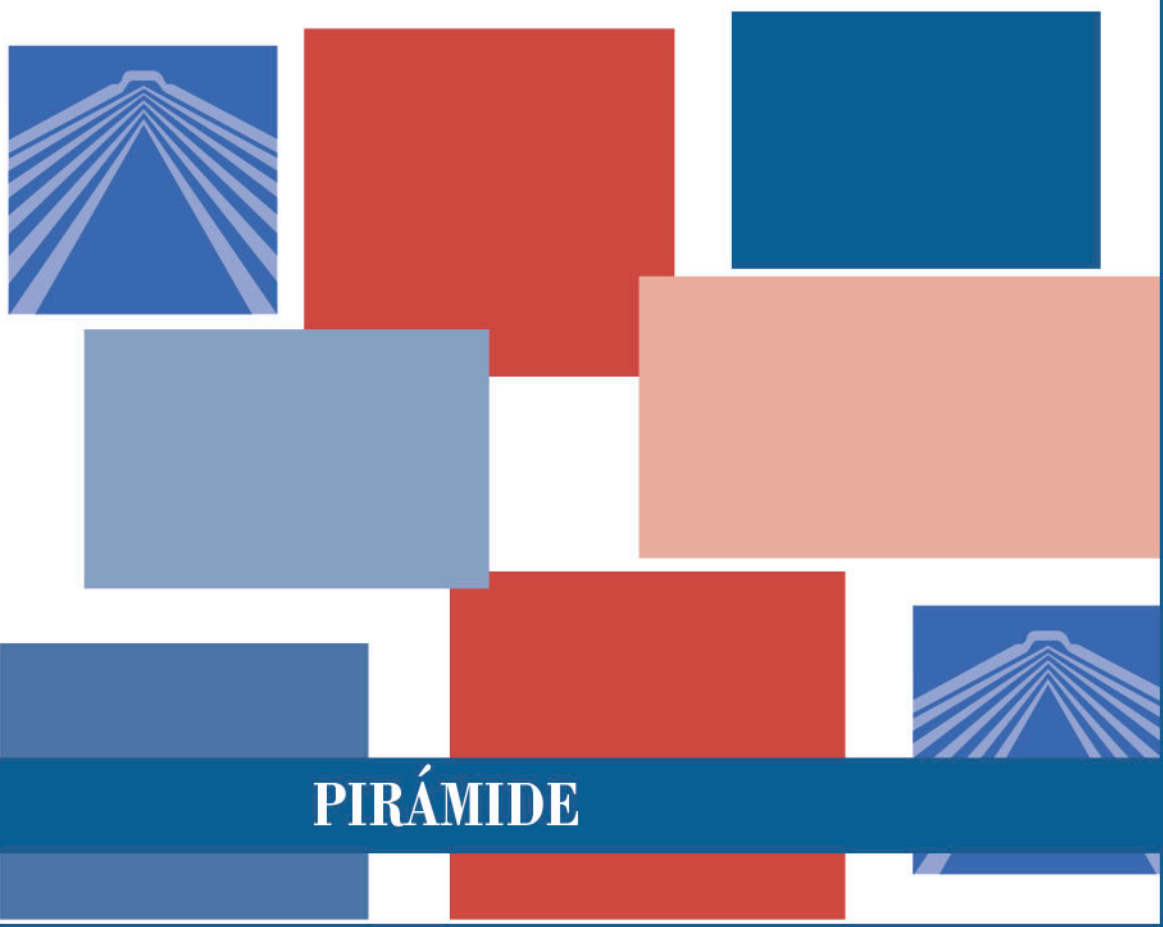
Microeconomía

Ejercicios y cuestiones de autoevaluación

Manuel Salas Velasco



PIRÁMIDE

Microeconomía

Ejercicios y cuestiones de autoevaluación

MANUEL SALAS VELASCO
PROFESOR DOCTOR DEL DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA APLICADA.
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Microeconomía

Ejercicios y cuestiones de autoevaluación

EDICIONES PIRÁMIDE

COLECCIÓN «ECONOMÍA Y EMPRESA»

Director:
Miguel Santesmases Mestre
Catedrático de la Universidad de Alcalá

Maquetación: autores

Edición en versión digital

Está prohibida la reproducción total o parcial de este libro electrónico, su transmisión, su descarga, su descompilación, su tratamiento informático, su almacenamiento o introducción en cualquier sistema de repositorio y recuperación, en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, conocido o por inventar, sin el permiso expreso escrito de los titulares del copyright.

© Manuel Salas Velasco, 2018
© Primera edición electrónica publicada por Ediciones Pirámide (Grupo Anaya, S. A.), 2018
Para cualquier información pueden dirigirse a piramide_legal@anaya.es
Juan Ignacio Luca de Tena, 15. 28027 Madrid
Teléfono: 91 393 89 89
www.edicionespiramide.es
ISBN digital: 978-84-368-3917-3

Índice

Prólogo 9

1. El consumidor y la teoría de la demanda 11

1.1. Ejercicios resueltos 11
1.1.1. Equilibrio del consumidor 14
1.1.2. La función de demanda individual 31
1.1.3. Efecto-sustitución y efecto-renta 48
1.1.4. La demanda de mercado 67
1.2. Ejercicios propuestos 69

2. La teoría de la producción y de los costes 75

2.1. Ejercicios resueltos 75
2.1.1. La producción en el corto plazo 75
2.1.2. Funciones de costes a corto plazo 81
2.1.3. Producción y costes en el largo plazo 91
2.2. Ejercicios propuestos 106

3. El mercado de competencia perfecta 111

3.1. Ejercicios resueltos 111
3.1.1. Obtención de la función de oferta y decisiones de producción 111
3.1.2. El excedente del productor 122
3.1.3. El equilibrio de mercado y los impuestos 128
3.2. Ejercicios propuestos 132

4. El monopolio 133

4.1. Ejercicios resueltos 133

© Ediciones Pirámide

4.1.1. Análisis del equilibrio del monopolista 133
4.1.2. El monopolista discriminador de precios. Discriminación de tercer grado 151
4.1.3. Equilibrio del monopolista con dos plantas o factorías 171
4.1.4. Regulación del monopolio y coste social del monopolio 173
4.2. Ejercicios propuestos 178

5. Modelos de oligopolio 183

5.1. Ejercicios resueltos 183
5.1.1. Modelo de Cournot 183
5.1.2. Modelo de Stackelberg 187
5.1.3. Modelo de Bertrand 188
5.1.4. Modelo de cártel 190
5.2. Ejercicios propuestos 192

6. Mercados de factores productivos 195

6.1. Ejercicios resueltos 195
6.2. Ejercicios propuestos 223

7. Test de autoevaluación de Microeconomía 227

© Ediciones Pirámide

Prólogo

La microeconomía es la rama de la economía que estudia la conducta de agentes económicos individuales, como consumidores y productores, y su interacción con los mercados. Los ejercicios y cuestiones de autoevaluación que se proponen en este libro proporcionarán al estudiante un instrumental adecuado para la comprensión y el análisis de la teoría de la utilidad y el comportamiento del consumidor, la producción y los costes, los tipos de mercados y los precios de los factores de producción. Al mismo tiempo, incluye una serie de características innovadoras e interactivas diseñadas para mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Los contenidos del texto responden a los programas de la asignatura de Microeconomía que se imparte en la universidad en la mayoría de los grados de las Facultades de Ciencias Económicas y Empresariales. A este respecto, se ha tenido en cuenta el hecho de que se trata de una asignatura semestral.

El texto se ha estructurado en siete bloques temáticos. Los seis primeros contienen ejercicios de la teoría del consumidor y la demanda, la teoría de la producción y los costes, el mercado de competencia perfecta, el monopolio, los principales modelos de oligopolio y los mercados de factores de producción. En cada bloque se combinan ejercicios relativamente fáciles con otros más difíciles, y se resuelven enteramente la mayoría de ellos. El conocimiento de cálculo matemático es un prerrequisito para entender los ejercicios, aunque en la resolución de los mismos se muestran los conceptos teóricos necesarios para su comprensión. En el último bloque se plantean preguntas de teoría con cuatro alternativas. Se adjunta una plantilla con las respuestas para que el estudiante pueda autoevaluarse, conociendo de esta manera si ha comprendido o no el contenido sustancial de lo estudiado. En realidad, el sistema de evaluación mediante test de alternativa múltiple, como método «objetivo» para examinar los conocimientos adquiridos por los estudiantes, se ha generalizado en el ámbito universitario. La asignatura de Microeconomía no se ha quedado al margen de esta práctica.

© Ediciones Pirámide

La microeconomía se ha estado moviendo rápidamente en una dirección de mayor sofisticación analítica. El objetivo al escribir esta obra era precisamente producir un libro de texto desafiante intelectualmente que también fuera accesible e interesante para los estudiantes. El planteamiento de ejercicios a un nivel intermedio permitirá que los estudiantes desarrollen competencias como la capacidad de análisis, la capacidad para la resolución de problemas y la capacidad de razonamiento crítico, entre otras. La obra también ha sido preparada teniendo en cuenta que una de las competencias que deben desarrollar los estudiantes universitarios es la capacidad de trabajo autónomo.

La obra puede ser de gran utilidad no solo a profesores universitarios para su uso en clases prácticas, adaptándola al enfoque que mejor funciona con sus estudiantes, sino también a universitarios y profesionales en general interesados en este ámbito de la ciencia económica. Añadir por último que Ediciones Pirámide publica de forma separada otro libro de teoría microeconómica con aplicaciones (la mayoría resueltas) que puede ser de gran ayuda para entender la asignatura.

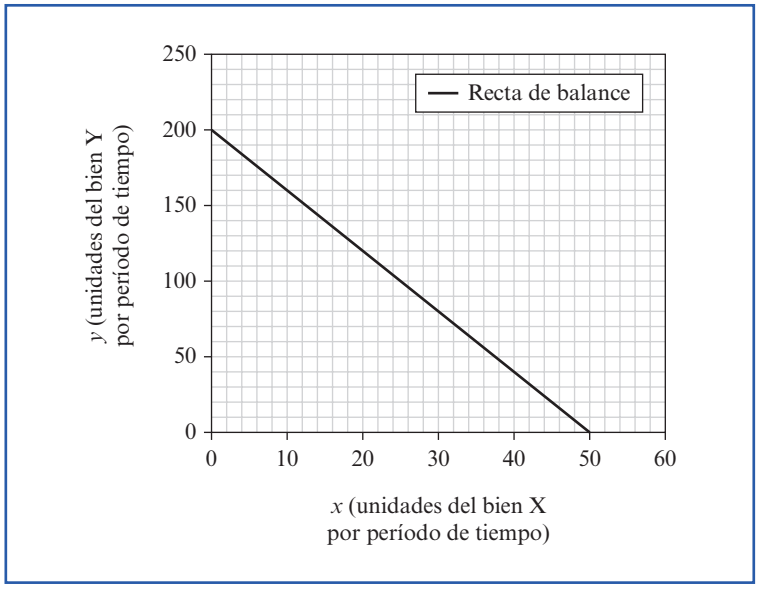
© Ediciones Pirámide

1 El consumidor y la teoría de la demanda

1.1. EJERCICIOS RESUELTOS

EJERCICIO NÚMERO 1

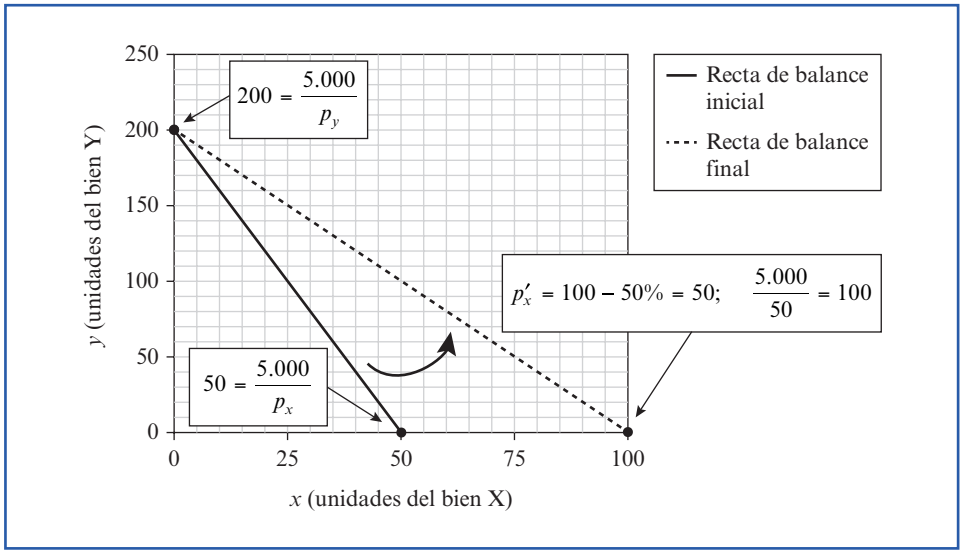
Partiendo de la siguiente restricción presupuestaria (gráfico adjunto), si disminuye el precio del bien X en un 50%, permaneciendo constantes la renta (5.000 u.m.) y el precio del bien Y, ¿qué le ocurre a la recta de presupuesto o recta de balance?



Solución

$$y = \frac{M}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$$

© Ediciones Pirámide



— Recta balance inicial:

$$y = \frac{5.000}{25} - \frac{100}{25}x$$

$$y = 200 - 4x$$

— Recta balance final:

$$y = \frac{5.000}{25} - \frac{50}{25}x$$

$$y = 200 - 2x$$

RESPUESTA

Rota o gira hacia la derecha y disminuye el valor de su pendiente.

EJERCICIO NÚMERO 2

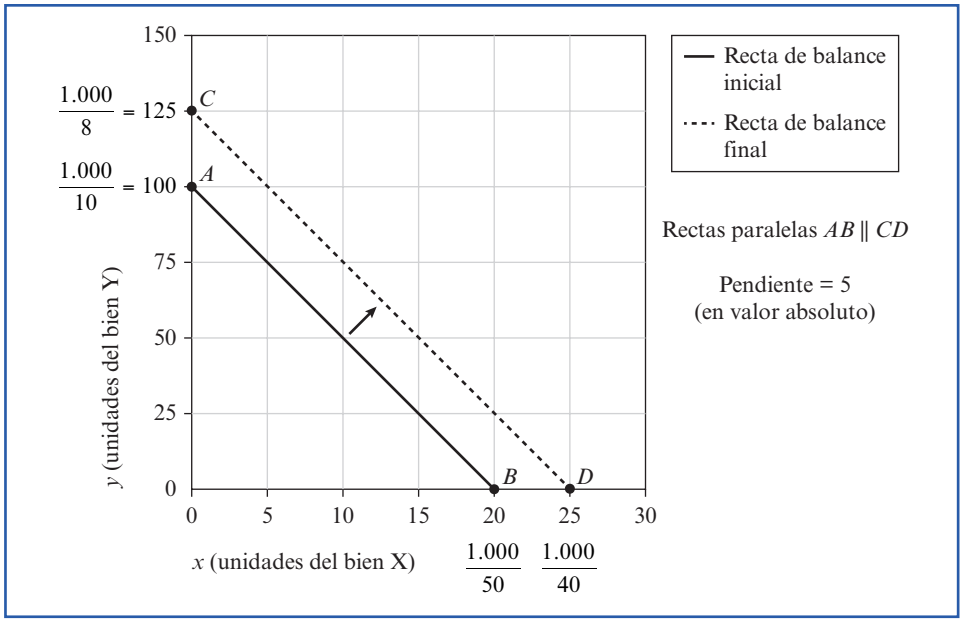
Un consumidor cuenta con una renta de 1.000 u.m. El precio del bien X es igual a 50 u.m. y el precio del bien Y de 10 u.m. Si la renta no cambia, dibuje la recta de balance inicial y final cuando:

a) Los precios de ambos bienes caen un 20%.
b) El precio de X aumenta en un 25% y el precio de Y aumenta en un 50%.

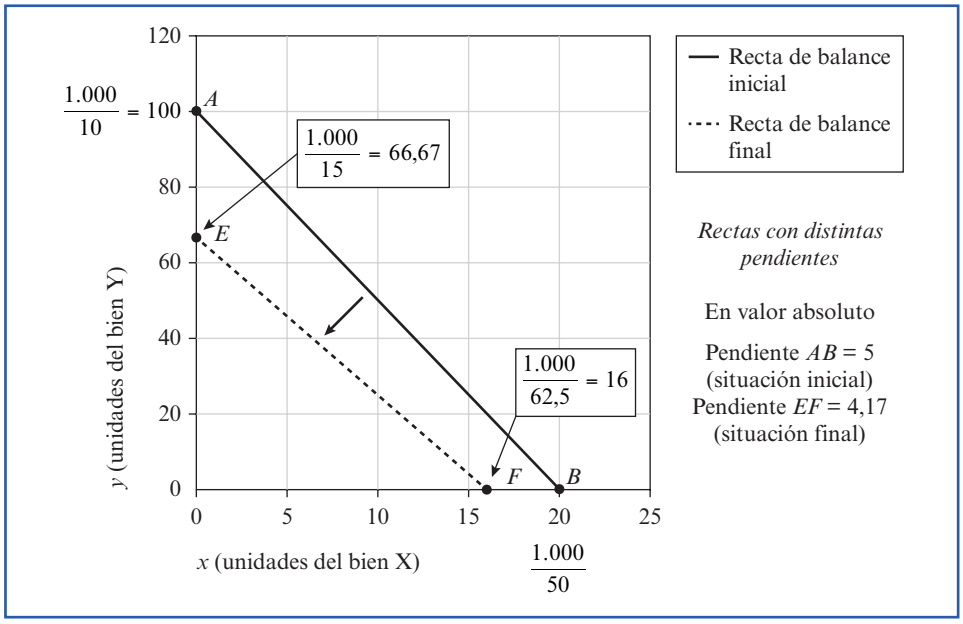
© Ediciones Pirámide

Solución

a)



b)



© Ediciones Pirámide

1.1.1. Equilibrio del consumidor

Ejercicio número 3

Dada la función de utilidad:

$$U = xy + 3x + 2y$$

Calcule el consumo óptimo (x^*, y^*) si la renta del consumidor es de 404 €, el precio del bien X es de 1 €, y el precio del bien Y es de 2 €. Use el método de los multiplicadores de Lagrange.

Solución

Como nos dan la renta y los precios, entonces se trata de resolver:

$$\max. U = xy + 3x + 2y$$

$$\text{s.a. } x + 2y = 404$$

Igualamos la restricción a cero:

$$0 = 404 - x - 2y$$

Multiplicamos por lambda:

$$\lambda(404 - x - 2y)$$

Se lo sumamos a la función objetivo para formar la función lagrangiana:

$$F(x, y, \lambda) = xy + 3x + 2y + \lambda(404 - x - 2y)$$

Obtenemos los puntos críticos (primera derivada parcial = 0):

$$\frac{\partial F}{\partial x} = y + 3 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = y + 3$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = x + 2 - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{x + 2}{2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 404 - x - 2y = 0 \Rightarrow 2y = 404 - x \Rightarrow y = 202 - \frac{x}{2}$$

© Ediciones Pirámide

Igualamos lambda (de las dos primeras derivadas):

$$y + 3 = \frac{x + 2}{2}$$

Sustituimos el valor de y (despejado de la tercera derivada) para hallar el equilibrio del consumidor, esto es, unidades que consume de ambos bienes:

$$\left(202 - \frac{x}{2}\right) + 3 = \frac{x}{2} + 1$$

$$204 = \frac{2x}{2} \Rightarrow x^* = 204 \text{ unidades}$$

$$y = \frac{x + 2}{2} - 3 = \frac{206}{2} - 3 \Rightarrow y^* = 100 \text{ unidades}$$

EJERCICIO NÚMERO 4

María necesita dinero para pagar su Colegio Mayor. Ha encontrado un trabajo a tiempo parcial en un restaurante de comida rápida, pero también debe dedicarle tiempo a sus estudios. Y, para ambas actividades, cuenta solamente con 100 horas disponibles al mes. Si su función de utilidad, para las horas que dedicaría a trabajar (w) y a estudiar (s), viniese dada por:

$$U(w, s) = (8w)^{1/4}(s)^{3/4}$$

¿Cómo dividiría su tiempo disponible (horas para trabajar y estudiar) con la finalidad de maximizar su utilidad? Use el método de los multiplicadores de Lagrange.

Solución

$$\max. U(w, s) = (8w)^{1/4}(s)^{3/4}$$

$$\text{s.a. } w + s = 100$$

$$F(w, s, \lambda) = (8w)^{1/4}(s)^{3/4} + \lambda(100 - w - s)$$

$$\frac{\partial F}{\partial w} = (s)^{3/4}\,\frac{1}{4}(8w)^{-3/4}(8) - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = (s)^{3/4}\,\frac{1}{4}(8w)^{-3/4}(8)$$

© Ediciones Pirámide

$$\frac{\partial F}{\partial s} = (8w)^{1/4}\frac{3}{4}(s)^{-1/4} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = (8w)^{1/4}\frac{3}{4}(s)^{-1/4}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 100 - w - s = 0 \Rightarrow s = 100 - w$$

$$(s)^{3/4}\frac{1}{4}(8w)^{-3/4}(8) = (8w)^{1/4}\frac{3}{4}(s)^{-1/4}$$

$$\frac{2(s)^{3/4}}{\frac{3}{4}(s)^{-1/4}} = \frac{(8w)^{1/4}}{(8w)^{-3/4}}; \quad \frac{8}{3}s = 8w \Rightarrow s = 3w$$

$$3w = 100 - w; \quad 4w = 100 \Rightarrow w^* = 25; \quad s^* = 75$$

$$U^* = (8 \cdot 25)^{1/4}(75)^{3/4} = 95{,}84$$

RESPUESTA

María maximiza su utilidad trabajando durante 25 horas y estudiando 75 horas; el valor de esa utilidad máxima es de 95,84.

RECORDATORIO

$$f(x) = [g(x)]^n$$

$$f'(x) = n[g(x)]^{n-1}g'(x)$$

EJERCICIO NÚMERO 5

Resuelva el siguiente problema del consumidor (consumo óptimo de ambos bienes) usando los multiplicadores de Lagrange:

$$\max. U = (x-10)^2(y-20)^3$$

$$\text{s.a. } x + 2y = 450$$

Solución

$$F(x, y, \lambda) = (x-10)^2(y-20)^3 + \lambda(450 - x - 2y)$$

© Ediciones Pirámide

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2(x-10)(y-20)^3 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 2(x-10)(y-20)^3$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = (x-10)^2 3(y-20)^2 - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{3(x-10)^2(y-20)^2}{2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 450 - x - 2y = 0 \Rightarrow 450 = x + 2y$$

Igualando lambdas:

$$2(x-10)(y-20)^3 = \frac{3(x-10)^2(y-20)^2}{2}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{(x-10)^2(y-20)^2}{(x-10)(y-20)^3}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{x-10}{y-20} \Rightarrow 4(y-20) = 3(x-10)$$

$$4y - 80 = 3x - 30$$

$$4y = 3x + 50 \Rightarrow y = \frac{3x+50}{4}$$

De la derivada parcial de F con respecto a lambda:

$$450 = x + 2y$$

$$450 = x + 2\left(\frac{3x+50}{4}\right)$$

$$450 = x + \left(\frac{3x+50}{2}\right)$$

$$900 = 2x + 3x + 50$$

$$850 = 5x \Rightarrow x^* = 170 \text{ u.c.}$$

$$y = \frac{3(170)+50}{4} \Rightarrow y^* = 140 \text{ u.c.}$$

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO NÚMERO 6

La función de utilidad de un consumidor viene dada por:

$$U(x, y) = x^{1/3}y^{1/2}$$

donde x e y denotan el número de unidades de dos bienes X e Y que son adquiridas en el mercado. Cada unidad del bien X cuesta 2 € y cada unidad del bien Y 5 €. La renta del consumidor es de 40 €. Halle, usando los multiplicadores de Lagrange, el consumo óptimo de ambos bienes y el valor máximo de U. A continuación, indique el porcentaje de renta que gasta en cada bien.

Solución

$$\max. U = x^{1/3}y^{1/2}$$

$$\text{s.a. } 2x + 5y = 40$$

Igualamos la restricción a cero:

$$0 = 40 - 2x - 5y$$

Multiplicamos por lambda:

$$\lambda(40 - 2x - 5y)$$

Se lo sumamos a la función objetivo para formar la función lagrangiana F:

$$F(x, y, \lambda) = x^{1/3}y^{1/2} + \lambda(40 - 2x - 5y)$$

Obtenemos los puntos críticos (primera derivada parcial = 0):

$$\frac{\partial F}{\partial x} = y^{1/2}\frac{1}{3}x^{-2/3} - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{\frac{1}{3}x^{-2/3}y^{1/2}}{2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = x^{1/3}\frac{1}{2}y^{-1/2} - 5\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{\frac{1}{2}y^{-1/2}x^{1/3}}{5}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 40 - 2x - 5y = 0 \Rightarrow y = 8 - \frac{2}{5}x$$

© Ediciones Pirámide

Igualando lambdas:

$$\frac{\frac{1}{3}x^{-2/3}y^{1/2}}{2} = \frac{\frac{1}{2}y^{-1/2}x^{1/3}}{5}$$

$$\frac{\frac{1}{3}x^{-2/3}y^{1/2}}{\frac{1}{2}y^{-1/2}x^{1/3}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2y}{3x} = \frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{3}{5}x$$

Si $y = 8 - \frac{2}{5}x \Rightarrow \frac{3}{5}x = 8 - \frac{2}{5}x \Rightarrow x^* = 8; \quad y^* = 4{,}8$

$$U = x^{1/3}y^{1/2} = 8^{1/3}4{,}8^{1/2} = 4{,}38; \quad U^* = 4{,}38$$

$$\lambda = \frac{\frac{1}{2}y^{-1/2}x^{1/3}}{5} = \frac{\frac{1}{2}4{,}8^{-1/2}8^{1/3}}{5} = 0{,}09$$

Concluimos que el consumidor adquiriría 8 unidades del bien X a un precio de 2 € y 4,8 unidades del bien Y a un precio de 5 €. Hemos calculado el valor máximo de *U*, que se corresponde con un valor de 4,38. Adicionalmente, lambda nos indica el cambio en la utilidad debido a un cambio en una unidad monetaria en la renta del consumidor, siendo lambda igual a 0,09.

Segunda parte del ejercicio

Si la función de utilidad viene dada por una función Cobb-Douglas:

$$U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta} \qquad x, y > 0$$

entonces

$\frac{\alpha}{(\alpha + \beta)}$ es la proporción de la renta, *M*, que el consumidor gasta en el bien X.

$\frac{\beta}{(\alpha + \beta)}$ es la proporción de la renta gastada en Y.

En el ejercicio, el consumidor gasta el 40% de su presupuesto en X, y el 60% en Y.

© Ediciones Pirámide

EJERCICIO NÚMERO 7

La función de utilidad de un consumidor viene dada por:

$$U(x, y) = 2xy + 3x$$

donde x e y denotan el número de unidades de dos bienes X e Y que son adquiridas en el mercado. Cada unidad del bien X cuesta 1 € y cada unidad del bien Y, 2 €. Use los multiplicadores de Lagrange para hallar el valor máximo de U si la renta del consumidor es de 83 €. A continuación, se le pide que estime la nueva utilidad óptima si la renta del consumidor subiera en 1 €.

Solución

$$\max. U(x, y) = 2xy + 3x$$

$$\text{s.a. } x + 2y = 83$$

Igualamos la restricción a cero:

$$0 = 83 - x - 2y$$

Multiplicamos por lambda:

$$\lambda(83 - x - 2y)$$

Se lo sumamos a la función objetivo para formar F (función lagrangiana):

$$F(x, y, \lambda) = 2xy + 3x + \lambda(83 - x - 2y)$$

Igualamos a 0 las derivadas parciales:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2y + 3 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 2y + 3$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2x - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{2x}{2} \Rightarrow \lambda = x$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 83 - x - 2y = 0 \Rightarrow x = 83 - 2y$$

Igualamos lambdas y sustituimos:

$$2y + 3 = x$$

$$2y + 3 = 83 - 2y \Rightarrow 4y = 80 \Rightarrow y^* = 20 \text{ u.c.}$$

© Ediciones Pirámide

$$x = 83 - 2(20) \Rightarrow x^* = 43 \text{ u.c.}$$

$$U^* = 2(43)(20) + 3(43) = 1.849$$

$$\lambda = x = 43$$

El valor de lambda nos indica que cuando la renta aumenta en una unidad monetaria (1 € en nuestro ejercicio), la utilidad aumenta aproximadamente en 43, hasta 1.892; es decir:

$$(U)^* = 1.849 + 43 = 1.892$$

Ejercicio número 8

José, estudiante universitario, cuando sale de fiesta los viernes por la noche disfruta bebiendo cerveza y vino tinto. Su función de utilidad viene dada por:

$$U = U(C, T) = C^{0,5}T^{0,5}$$

donde C y T representan las cantidades de cerveza (cañas) y de vino tinto (copas), respectivamente. Si dispone de 8 €, el precio de la cerveza es de 2 € y el del tinto de 4 €, ¿qué cantidad consumiría para obtener la máxima utilidad?

Solución

Al tener preferencias del consumidor regulares dadas por una función de utilidad Cobb-Douglas:

$$U(x, y) = x^{\alpha}y^{\beta} \qquad \alpha, \beta > 0$$

el consumo óptimo (x^*, y^*) se obtiene como:

$$x^* = \frac{\alpha M}{(\alpha + \beta)p_x}; \qquad y^* = \frac{\beta M}{(\alpha + \beta)p_y}$$

Luego

$$C^* = \frac{0,5 \cdot 8}{(0,5 + 0,5) \cdot 2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ cañas}$$

$$T^* = \frac{0,5 \cdot 8}{(0,5 + 0,5) \cdot 4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ tinto}$$

© Ediciones Pirámide

RESPUESTA

Se tomaría dos cañas de cerveza y una copa de vino tinto.

EJERCICIO NÚMERO 9

Las preferencias de un consumidor vienen dadas por la función de utilidad:

$$U(x, y) = (x - 10)^{0,4}(y - 5)^{0,6}$$

Usando los multiplicadores de Lagrange, halle el equilibrio del consumidor (cesta óptima y utilidad máxima) si sabemos que dispone de una renta de 40 u.m. y los precios de los bienes X e Y son de 2 y 3 u.m., respectivamente. A continuación, halle la utilidad o satisfacción total que recibiría el consumidor si tuviese una unidad monetaria extra.

Solución

El equilibrio del consumidor se obtiene de resolver el siguiente problema de optimización matemática:

$$\max. U(x, y) = (x - 10)^{0,4}(y - 5)^{0,6}$$

$$\text{s.a. } 2x + 3y = 40$$

Igualamos la restricción a cero:

$$0 = 40 - 2x - 3y$$

Multiplicamos por lambda:

$$\lambda(40 - 2x - 3y)$$

Se lo sumamos a la función objetivo para formar la función lagrangiana F:

$$F(x, y, \lambda) = (x - 10)^{0,4}(y - 5)^{0,6} + \lambda(40 - 2x - 3y)$$

Obtenemos los puntos críticos (primera derivada parcial = 0):

$$\frac{\partial F}{\partial x} = (y - 5)^{0,6}\, 0{,}4(x - 10)^{-0,6} - 2\lambda = 0$$

© Ediciones Pirámide

$$\Rightarrow \lambda = \frac{0{,}4(x-10)^{-0{,}6}(y-5)^{0{,}6}}{2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = (x-10)^{0{,}4}0{,}6(y-5)^{-0{,}4} - 3\lambda = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{0{,}6(x-10)^{0{,}4}(y-5)^{-0{,}4}}{3}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 40 - 2x - 3y = 0 \Rightarrow 3y = 40 - 2x$$

$$\Rightarrow y = \frac{40}{3} - \frac{2}{3}x$$

$$\frac{0{,}4(x-10)^{-0{,}6}(y-5)^{0{,}6}}{2} = \frac{0{,}6(x-10)^{0{,}4}(y-5)^{-0{,}4}}{3}$$

$$\frac{0{,}4(x-10)^{-0{,}6}(y-5)^{0{,}6}}{0{,}6(x-10)^{0{,}4}(y-5)^{-0{,}4}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}(x-10)^{-1}(y-5) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{(y-5)}{(x-10)} = 1 \Rightarrow y - 5 = x - 10 \Rightarrow y = x - 5$$

Si:

$$y = \frac{40}{3} - \frac{2}{3}x \Rightarrow x - 5 = \frac{40}{3} - \frac{2}{3}x \Rightarrow x + \frac{2}{3}x = \frac{40}{3} + 5 \Rightarrow \frac{5}{3}x = \frac{55}{3} \Rightarrow x = \frac{\frac{55}{3}}{\frac{5}{3}}$$

$x^* = 11$ unidades del bien X; $y^* = 6$ unidades del bien Y

$$U^* = (11-10)^{0{,}4}(6-5)^{0{,}6} = 1$$

$$\lambda = \frac{0{,}4(11-10)^{-0{,}6}(6-5)^{0{,}6}}{2} = 0{,}2$$

Si al consumidor le diéramos una unidad monetaria extra, la utilidad total sería:

$$U^* = 1{,}2$$

© Ediciones Pirámide

Ejercicio número 10

La función de utilidad de un individuo es:

$$U(x, y) = xy^2$$

Si los precios unitarios de X y de Y son de 0,12 € y 0,20 €, respectivamente, ¿cuál sería el desembolso monetario mínimo que necesita realizar este consumidor para alcanzar un nivel de utilidad de 180? Indique también la composición de la cesta óptima.

Solución

$$\min. M = 0{,}12x + 0{,}20y$$

$$\text{s.a. } xy^2 = 180$$

Igualamos la restricción a cero:

$$0 = 180 - xy^2$$

Multiplicamos por mu:

$$\mu(180 - xy^2)$$

La función lagrangiana H es:

$$H(x, y, \mu) = (0{,}12x + 0{,}2y) + \mu(180 - xy^2)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = 0{,}12 - \mu y^2 = 0 \Rightarrow \mu = \frac{0{,}12}{y^2}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0{,}2 - \mu x 2y = 0 \Rightarrow \mu = \frac{0{,}2}{x2y}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = 180 - xy^2 = 0 \Rightarrow 180 = xy^2 \Rightarrow y^2 = \frac{180}{x}$$

© Ediciones Pirámide

Igualando los valores de mu:

$$\frac{0{,}12}{y^2} = \frac{0{,}2}{x2y} \Rightarrow \frac{0{,}12}{0{,}2} = \frac{y^2}{x2y} \Rightarrow 0{,}6 = \frac{y^2}{x2y} \Rightarrow 1{,}2x = y$$

Si:

$$y^2 = \frac{180}{x} \Rightarrow (1{,}2x)^2 = \frac{180}{x} \Rightarrow 1{,}44x^2 = \frac{180}{x} \Rightarrow x^3 = \frac{180}{1{,}44} \Rightarrow x^3 = 125$$

$x^* = 5$ u.c.; $y^* = 6$ u.c.

$M = 0{,}12(5) + 0{,}20(6) = 1{,}80$ €

Este sería el desembolso mínimo que necesita realizar este consumidor para alcanzar un nivel de utilidad de 180. La composición óptima de esta cesta será de 5 unidades del bien X y 6 unidades del bien Y.

EJERCICIO NÚMERO 11

Halle la relación de precios en el equilibrio si la función de utilidad es:

$$U = (x - 2)^{1/2}(y - 4)^{1/3}$$

maximizándose la utilidad para:

$$y = x + 2$$

Solución

Partimos de la condición de equilibrio (condición de tangencia):

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{UMa_x}{UMa_y}$$

$$UMa_x = \frac{\partial U}{\partial x} = (y - 4)^{1/3}\,\frac{1}{2}\,(x - 2)^{-1/2}$$

$$UMa_y = \frac{\partial U}{\partial y} = (x - 2)^{1/2}\,\frac{1}{3}\,(y - 4)^{-2/3}$$

© Ediciones Pirámide

Por tanto,

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{\frac{1}{2}(x-2)^{-1/2}(y-4)^{1/3}}{\frac{1}{3}(x-2)^{1/2}(y-4)^{-2/3}}$$

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{3}{2}\frac{(y-4)}{(x-2)}$$

Como

$$y = x + 2$$

Entonces,

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{3}{2}\frac{(x+2-4)}{(x-2)}$$

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{3}{2}$$

EJERCICIO NÚMERO 12

La función de utilidad de un consumidor es:

$$U = 4x_1 + 10x_2 - x_2^2$$

Si su renta es de 100 u.m., ¿cuáles serían las cantidades demandadas en el equilibrio de ambos bienes si $p_1 = 4$ u.m. y $p_2 = 2$ u.m.?

Solución

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\frac{4}{10 - 2x_2} = \frac{4}{2}$$

© Ediciones Pirámide