GEOMETRIA PLANA

ANTÔNIO CARLOS GARCIA

Componente curricular: Matemática

1º EDIÇÃO-S. Paulo, 2010
Edição atualizada NOVEMBO/2014
Revisão: Taís Maira Buzo de Andrade

Catalogação na Publicação (CIP)
Ficha catalográfica elaborada pelo autor

Garcia, Antônio Carlos Geometria Plana
Antônio Carlos Garcia/Garcia 1ed. São Paulo: Clube de Autores, 2020
"Componente curricular: Matemática" Bibliografia.
p.34; 21cm
ISBN: 978-65-86100-13-6 1. Geometria Plana.
Título G111a 2010 CDD516

Edição do Autor
2020

Dedico este livro
Aos meus pais pela orientação e formação.
À minha esposa Maria Teresa e meus filhos:
Daniel e Juliana, razão da minha luta.

Ao leitor

Com muito carinho e orgulho, apresentamos aqui a primeira versão deste trabalho que conta com experiência de trinta anos de sala de aula. Espero que seja de grande valia aos estudantes do ensino médio, bem como aos colegas professores.

Sobre o autor:

Antônio Carlos Garcia, casado e pai de dois filhos, licenciado em Matemática (Licenciatura Plena) pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Barão de Mauá", em Ribeirão Preto, SP.

Atividades Profissionais Docentes

Professor efetivo de matemática desde 1983 na rede Estadual de ensino de São Paulo. Atualmente, leciona na E.E "Dr. Washington Luis", em Batatais, SP. É também professor da ETEC "Antônio de Pádua Cardoso" do Centro Paula Souza na mesma cidade.

Foi professor de Física e Desenho Geométrico na Escola "Ateneu Barão de Mauá", em Ribeirão Preto, SP, em 1977.

Participou de dois mandatos na Diretoria da Apeoesp Sindicato dos professores do Estado de São Paulo, de 1989 a 1990 e 1999 a 2001.

Outras Atividades:

Foi eleito vereador, exercendo o mandato de 2000 a 2004 em Batatais, SP. Nesta experiência política, muito contribuiu para educação e área social do município.

SUMÁRIO PÁGINAS

1-Introdução à geometria plana 04
2- Conceitos de Geometria Plana 05
3- Unidades de Comprimento 06
4-Áreas de figuras planas 10

Histórico

Euclides de Alexandria (360 a.C. — 295 a.C.)

Euclides (330 a. C. - 260 a. C.) nasceu na Síria e estudou em Atenas. Foi um dos primeiros geómetras e é reconhecido como um dos matemáticos mais importantes da Grécia Clássica e de todos os tempos.

Muito pouco se sabe da sua vida. Conta-se que, um dia, o rei lhe perguntou se não existia um método mais simples para aprender geometria e que Euclides respondeu: *Não existem estradas reais para se chegar à geometria*.

Foi um professor, matemático platônico e escritor, criador da famosa geometria Euclidiana, o espaço euclidiano, imutável, simétrico e geométrico, metáfora do saber na antiguidade clássica, que se manteve incólume no pensamento matemático medieval e renascentista, pois somente nos tempos modernos puderam ser construídos modelos de geometrias não-euclidianas. Teria sido educado em Atenas e frequentado a Academia de Platão, em pleno florescimento da cultura helenística.

Convidado por Ptolomeu I para compor o quadro de professores da recém fundada Academia, que tornaria Alexandria no centro do saber da época, tornou-se o mais importante autor de matemática da Antiguidade greco-romana e talvez de todos os tempos, com seu monumental *Stoichia* (*Os elementos*, 300 a.C.), no estilo livro de texto, uma obra em treze volumes, sendo cinco sobre geometria plana, três sobre números, um sobre a teoria das proporções, um sobre incomensuráveis e os três últimos sobre geometria no espaço. Escrita em grego, a obra cobria toda a aritmética, a álgebra e a geometria conhecidas até então no mundo grego, reunindo o trabalho de seus predecessores, como Hipócrates e Eudóxio, e sistematizava todo o conhecimento geométrico dos antigos e intercalava os teoremas já conhecidos então como demonstração de muitos outros, que completavam lacunas e davam coerência e encadeamento lógico ao sistema por ele criado. Após sua primeira edição, foi copiado e recopiado inúmeras vezes e, vertido para o árabe (774), tornou-se o mais influente texto científico de todos os tempos e um dos com maior número de publicações ao longo da história. Depois da queda do Império Romano, os seus livros foram recuperados para a sociedade europeia pelos estudiosos muçulmanos da península Ibérica. Escreveu ainda *Óptica* (295 a.C.), sobre a óptica da visão e sobre astrologia, astronomia, música e mecânica, além de outros livros sobre matemática. Entre eles, citam-se *Lugares de superfície*, *Pseudaria*, *Porismas* e mais alguns outros.

Fonte: http://www.professorgarcia.org/matematicos_efg.htm#Euclides_de_Alexandria

Pela importância de Euclides para a geometria, o Filósofo Kant
afirmava: "Deus geometrizava segundo os postulados de Euclides."
Os axiomas e postulados de Euclides são:

- **Axioma 1: Coisas que são iguais a uma mesma coisa, são iguais entre si.**
- **Axioma 2: Se iguais são adicionados a iguais, os resultados são iguais.**
- **Axioma 3: Se iguais são subtraídos de iguais, os restos são iguais.**

- **Axioma 4: Coisas que coincidem uma com a outra, são iguais.**
- **Axioma 5: O todo é maior do que qualquer uma das suas partes.**

Os axiomas não são passíveis de demonstração por serem evidentemente verdadeiros. Os postulados surgem com o desenvolvimento dos axiomas e, se provados verdadeiros, são considerados teoremas.

Estes são os seguintes:

- **Postulado 1: Dados dois pontos distintos, há um único segmento de reta que os une.**
- **Postulado 2: Um segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta.**
- **Postulado 3: Dados um ponto qualquer e uma distância qualquer, pode-se construir uma circunferência de centro naquele ponto e com raio igual à distância dada.**
- **Postulado 4: Todos os ângulos retos são congruentes (semelhantes).**
- **Postulado 5: Se duas linhas intersectam uma terceira linha de tal forma que a soma dos ângulos internos em um lado é menor que dois ângulos retos, então as duas linhas devem se intersectar neste lado se forem estendidas indefinidamente. (Postulado de Euclides ou Postulado das Paralelas).**

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria_euclidiana

A **geometria plana** ou **euclidiana** é a parte da matemática que estuda as figuras que não possuem volume.
A geometria plana também é chamada de euclidiana, uma vez que seu nome representa uma homenagem ao geômetra Euclides de Alexandria, considerado o "pai da geometria". Curioso notar que o termo geometria é a união das palavras "*geo*" (terra) e "*metria*" (medida); assim, a palavra geometria significa a "medida de terra".

Surge um matemático e geômetra Russo de nome **Lobacheviski** que questionou os postulados de Euclides e pensou a Geometria, não em uma superfície plana, mas no Espaço**.**

Lobachevski Nicolai Ivanovich (1792 —1859)

Lobachevski era um dos três filhos de uma família russa muito pobre. Em 1800, quando Lobachevski tinha apenas sete anos deidade, seu pai faleceu e sua mãe mudou-se para a cidade de Kazan, próxima à fronteira com a Sibéria. Lá, Lobachevski começou seus estudos, sempre financiado por bolsas escolares devido à pobreza de sua família.
Em 1804, o Czar Alexander I da Rússia reformou a Universidade de Kazan e convidou vários professores estrangeiros, principalmente da Alemanha, para ensinarem na Universidade.
Um desse professores era Martin Bartels (1769 - 1833), que ocupou o cargo de professor de matemática da Universidade.
Bartels era muito amigo de Gauss e os dois se correspondiam sobre assuntos científicos com bastante frequência. Foi Bartels que fez com que Lobachevski, inicialmente interessado em estudar medicina, se apaixonasse pela matemática.

O pricipal trabalho de Lobachevski foi *Geometriya* terminado em 1823, mas somente no dia 23 de fevereiro de 1826 é que ele fez sua famosa apresentação "Sobre os Fundamentos da Geometria" em uma sessão do Conselho Científico do Departamento de Física e Matemática da Universidade de Kazan. Esse trabalho foi publicado em 1829.
O interesse de Lobachevski na geometria não-Euclidiana fez com que ele fosse visto na Rússia como uma "pessoa excêntrica", para usarmos um termo delicado. Ele foi atacado em um artigo humilhante e ignorante publicado no periódico "O Filho da Pátria" ao mesmo tempo em que membros distintos da comunidade de matemáticos russos faziam zombarias e publicavam rudes comentários sobre ele. Todos os estudantes de Lobatchevski o abandonaram e no seu funeral, quando era comum serem realizados discursos enaltecendo a obra do defunto, nada foi dito sobre o assunto que foi a principal investigação de sua vida: a geometria não-Euclidiana.

Fontes: http://www.on.br/site_edu_dist_2006/pdf/modulo3/a_geometria_dos_espacos_curvos.pdf

Conceitos de Geometria Plana

Alguns conceitos são de suma importância para o entendimento da geometria plana, a saber: Ponto, reta e plano são conceitos primitivos e aceitos, portanto, sem definição, podemos forma uma ideia a respeito.

Ponto

Conceito adimensional, uma vez que não possui dimensão. Os pontos determinam uma localização e são indicados com letras maiúsculas.

Reta

A reta, representada por letra minúscula, é uma linha ilimitada unidimensional (possui o comprimento como dimensão) e pode se apresentar em três posições:

- horizontal
- vertical
- inclinada

Dependendo da posição das retas, quando elas se cruzam, ou seja, possuem um ponto em comum, são chamadas de retas concorrentes.

Por outro lado, as que não possuem ponto em comum, são classificadas como retas paralelas.

Segmento de Reta

Diferente da reta, o segmento de reta é limitado pois corresponde a parte entre dois pontos distintos.

A semirreta é limitada somente num sentido, visto que possui início e não possui fim.

- **Plano**

Corresponde a uma superfície plana bidimensional, ou seja, possui duas dimensões: comprimento e largura. Nessa superfície que se formam as figuras geométricas.

Na geometria, os conceitos de área e perímetro são utilizados para determinar as medidas de alguma figura.

Veja abaixo o significado de cada conceito:

Área: equivale a medida da superfície de uma figura geométrica.
Perímetro: soma das medidas de todos lados de uma figura.

- POLÍGONOS

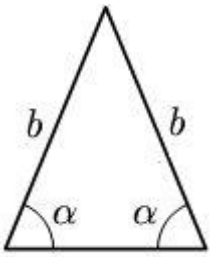
Polígonos são figuras geométricas planas e fechadas formadas por segmentos de reta. Os polígonos dividem-se em dois grupos, os **convexos** e os **não convexos**. Quando um polígono possui todos os seus lados iguais e, consequentemente, todos os ângulos internos iguais, trata-se de um polígono **regular**. Os polígonos regulares podem ser nomeados de acordo com a quantidade de seus lados. Veja a tabela a seguir:

Número de lados (n)	Nomenclatura
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

Classificação dos Triângulos

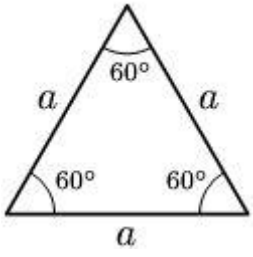
Triângulo é um polígono de três lados e três ângulos. Há sete tipos de triângulos e sua classificação depende da disposição dos ângulos podendo ser: isósceles, equilátero, escaleno, retângulo, obtuso, agudo ou equiângulo.

Triângulo Isósceles



Tem dois lados iguais e um diferente. O lado desigual é, em geral, utilizado como referência de base.

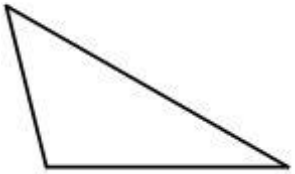
Triângulo Equilátero



Todos os lados são iguais.

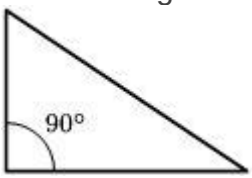
Triângulo Escaleno

Nenhum dos lados é igual



Triângulo Retângulo

Um dos ângulos forma 90º

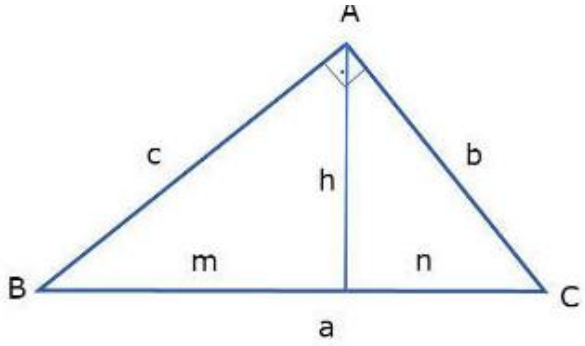


➨ Numa superfície plana a soma dos ângulos internos é sempre 180º

Relações de medidas no Triângulo Retângulo

As relações métricas relacionam as medidas dos elementos de um triângulo retângulo (triângulo com um ângulo de 90º).

Os elementos de um triângulo retângulo estão apresentados abaixo:

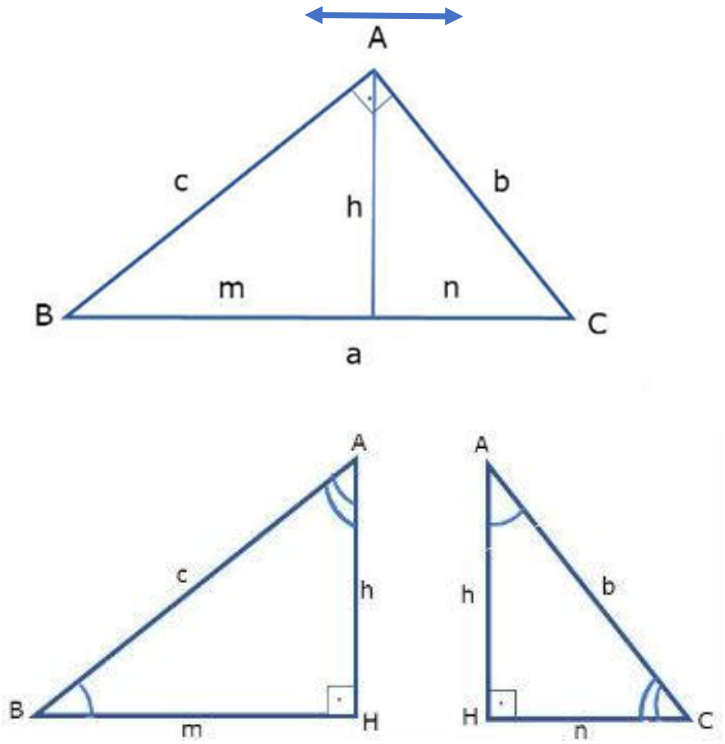


Sendo:

a: medida da hipotenusa (lado oposto ao ângulo de 90º)
b: cateto
c: cateto
h: altura relativa à hipotenusa
m: projeção do cateto c sobre a hipotenusa
n: projeção do cateto b sobre a hipotenusa

Semelhança e relações métricas no triângulo retângulo

Para encontrar as relações métricas, utilizaremos semelhança de triângulos. Considere os triângulos semelhantes ABC, HBA e HAC, representados nas imagens:



Como os triângulos ABC(Δ grande) e HBA são semelhantes ($\Delta ABC \sim \Delta HBA$), temos as seguintes proporções:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow a.h = b.c$$

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{m} \Rightarrow c^2 = a.m$$

Usando que $\Delta ABC \sim \Delta HAC$ encontramos a proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n} \Rightarrow b^2 = a.n$$

Da semelhança entre os triângulos HBA e HAC encontramos a proporção:

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h} \Rightarrow h^2 = m.n$$

Temos ainda que a soma das projeções m e n é igual a hipotenusa, ou seja:

$$a = m + n$$

Teorema de Pitágoras

A mais importante das relações métricas é o Teorema de Pitágoras. Podemos demonstrar o teorema usando a soma de duas relações encontradas anteriormente.

Vamos somar a relação $b^2 = a \cdot n$ com $c^2 = a \cdot m$, conforme mostrado abaixo:

$$b^2 + c^2 = a.n + a.m$$

$$b^2 + c^2 = a.(n + m)$$