

Vagner Lopes

A MATEMÁTICA DO ENEM

- + De 200 QUESTÕES COMENTADAS**
- + TEORIA DOS ASSUNTOS MAIS COBRADOS**
- + ESTRATÉGIAS e MACETES**

2018

Sumário

Introdução ...	pág 3
Ideias Relacionadas as 4 Operações	pág 4
Questões relacionadas as 4 operações - Seção ENEM ...	pág 6
Interpretação de Gráficos - Seção ENEM ...	pág 9
Equações, sistemas e inequações do 1° grau - Seção ENEM ...	pág 13
Funções, Expressões e Fórmulas - Seção ENEM ...	pág 19
Razão, Proporção, Porcentagem e Regra de 3 - Seção ENEM ...	pág 28
Análise Dimensional - Seção ENEM ...	pág 39
P.A e Função do 1° grau ...	pág 45
P.A e Função do Primeiro Grau - Seção ENEM ...	pág 50
P.G e Exponencial ...	pág 54
Logaritmo	pág 60
Logaritmo e Exponencial - Seção ENEM ...	pág 64
Combinatória ou Contagem ...	pág 70
Combinatória ou Contagem - Seção ENEM ...	pág 82
Probabilidade ...	pág 87
Probabilidade Seção ENEM ...	pág 97
Geometria Plana ...	pág 103
Geometria dos Sólidos ...	pág 117
Geometria - Seção ENEM ...	pág 124
Estatística ...	pág 138
Estatística - Seção ENEM ...	pág 140

INTRODUÇÃO

“A simplicidade é o último grau de sofisticação.”

Leonardo Da Vinci

A interpretação é uma das principais dificuldade dos alunos que fazem a prova de matemática do ENEM. O tamanho dos textos é um fator que dificulta mais ainda a interpretação.

Diante disso é preciso ter uma boa estratégia de como resolver as questões do ENEM, como otimizar o tempo na resolução das questões? Atualmente (ano 2018) o exame será aplicado em dois domingos seguidos: nos dias 4 e 11 de novembro. No primeiro domingo, dia 4, serão aplicadas as provas de Linguagens e Códigos (45 questões), Ciências Humanas (45 questões) e Redação, com 5 h 30 min de duração; no segundo domingo, dia 11, serão aplicadas as provas de Matemática (45 questões) e Ciências da Natureza (45 questões), com 5 h de duração. No segundo domingo temos 90 questões para 5 hs, isto é, resolver 90 questões em 300 minutos, então gastando em média 3 min por questão, sobra 30 min para marcar o gabarito.

Por causa da TRI (Teoria de Resposta ao Item) a nota em relação as questões de matemática são bem valorizadas, ou seja, matemática é matéria de peso no ENEM, assim como redação. Por exemplo acertar pelo menos metade da prova de matemática pode render a você notas acima de 800 pontos. Foi o caso do estudante Rafael Machado Martinucci, que acertou 22 questões e conseguiu a nota de 819,1 pontos. Matemática é uma das matérias que garante a pontuação mais elevada, mais um exemplo, a estudante Giovanna Baldanzi fez 845,6 pontos em matemática com 35 acertos no Enem 2017.

Então se você ainda não é fera em matemática ou redação, então essas matérias são prioridade no seu estudo. Portanto percebemos que ter uma boa estratégia é fundamental para o seu sucesso no ENEM, nesse livro você terá acesso a mais de 200 questões, todas as questões comentadas e focadas nos conteúdos mais relevantes, nos assuntos mais cobrados.

Além disso, as questões são separadas por modelos, assim você poderá descobrir quais os principais conceitos, quais as principais ideias usadas em cada modelo de questão, você aprenderá qual a melhor maneira de atacar cada tipo de questão, isso ajudará você a otimizar o tempo de resolução em cada questão.

Estude com estratégia, descubra seus pontos fracos, em que nível você está? onde você tem que melhorar? a maior parte das questões de matemática do ENEM são focadas em conteúdos do ensino fundamental, então ter uma boa base no ensino fundamental é um fator decisivo para você tirar uma boa nota na prova de matemática do ENEM.

Ideias Relacionadas as 4 Operações

Ideias Relacionadas a Adição

Situação 1. *Vitor e Raul são irmãos. Vitor tem 25 bolinhas de gude e Raul tem 32. Quantas bolinhas os dois têm juntos? (ideia de juntar)*

Resp.: 57

Situação 2. *Lucas tinha 17 figurinhas e ganhou mais 15 figuras do seu tio. Com quantas ficou? (ideia de acrescentar).*

Resp.: 32

Ideias Relacionadas a Subtração

Situação 3. *Gabriel tinha 50 figurinhas. Perdeu 20 delas. Com quantas ficou? (ideia de retirar)*

Resp.: 30

Situação 4. *Um álbum de figurinhas completo tem 50 figurinhas. Gabriel já conseguiu 20 delas. Quantas ainda faltam? (ideia de completar)*

Resp.: 30

Situação 5. *Jorge tem 50 figurinhas e Gabriel tem 20. Quantas figurinhas Jorge tem a mais que Gabriel? (ideia de comparar)*

Resp.: 30

Situação 6. *Jorge tem 50 anos e Gabriel 20. Quantos anos Gabriel é mais novo do que Jorge? Ou quantos anos Gabriel tem a menos que Jorge? (ideia de comparar)*

Resp.: 30 anos

Ideias Relacionadas a Multiplicação

Situação 7. *Um prédio tem 3 andares e em cada andar existem 4 janelas. Quantas janelas temos no prédio? (ideia de adição de parcelas iguais)*

Resp.: $3 \times 4 = 12$ janelas

Situação 8. *Marília tem 3 saias e 3 blusas, nas cores azul, branco e vermelho. Com essas roupas, de quantos modos diferentes Marília pode se vestir? (ideia de contagem = combinatória)*

Resp.: $3 \times 3 = 9$ modos diferentes.

Situação 9. *Um restaurante self-service oferece 4 pratos quentes (frango, peixe, carne assada, bife), 2 saladas (verde e maionese) e 3 sobremesas (sorvete, pudim, frutas). De quantas maneiras diferentes um freguês pode se servir consumindo um prato quente, uma salada e uma sobremesa? (ideia de contagem = combinatória)*

Resp.: $4 \times 2 \times 3 = 24$ maneiras.

Situação 10. *Na parede de um banheiro foram colocados 15 fileiras com 9 azulejos em cada fileira. Quantos azulejos foram gastos nessa parede? (formação retangular - soma de parcelas iguais)*

Resp.: $15 \times 9 = 135$ Azulejos.

Ideias Relacionadas a Divisão

Situação 11. *Para realizar um trabalho, o professor de matemática deverá formar 6 grupos de alunos numa turma com 42 alunos. Quantos alunos terão em cada grupo? (Ideia Repartir igualmente).*

Resp.: $42/6 = 7$ alunos.

Situação 12. *Para realizar um trabalho, o professor de matemática deverá formar grupos com 5 alunos. Se na turma há 35 alunos, quantos grupos poderão ser formados? (Ideia Quantas Vezes Cabem)*

Resp.: $35/5 = 7$ grupos.

Questões relacionadas as 4 operações - Seção ENEM

Questão 1. [ENEM 2014] Um show especial de Natal teve 45 000 ingressos vendidos. Esse evento ocorrerá em um estádio de futebol que disponibilizará 5 portões de entrada, com 4 catracas eletrônicas por portão. Em cada uma dessas catracas, passará uma única pessoa a cada 2 segundos. O público foi igualmente dividido pela quantidade de portões e catracas, indicados no ingresso para o show, para a efetiva entrada no estádio. Suponha que todos aqueles que compraram ingressos irão ao show e que todos passarão pelos portões e catracas eletrônicas indicados. Qual é o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas?

- A) 1 hora.
- B) 1 hora e 15 minutos.
- C) 5 horas.
- D) 6 horas.
- E) 6 horas e 15 minutos.

Questão 2. [ENEM 2014] Durante uma epidemia de uma gripe viral, o secretário de saúde de um município comprou 16 galões de álcool em gel, com 4 litros de capacidade cada um, para distribuir igualmente em recipientes para 10 escolas públicas do município. O fornecedor dispõe à venda diversos tipos de recipientes, com suas respectivas capacidades listadas:

- Recipiente I: 0,125 litro
- Recipiente II: 0,250 litro
- Recipiente III: 0,320 litro
- Recipiente IV: 0,500 litro
- Recipiente V: 0,800 litro

O secretário de saúde comprará recipientes de um mesmo tipo, de modo a instalar 20 deles em cada escola, abastecidos com álcool em gel na sua capacidade máxima, de forma a utilizar todo o gel dos galões de uma só vez. Que tipo de recipiente o secretário de saúde deve comprar?

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V

Questão 3. [ENEM 2015] Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1 080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o **maior tamanho possível**, mas de comprimento menor que 2 m. Atendendo o pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

- A) 105 peças.
- B) 120 peças.
- C) 210 peças.
- D) 243 peças.
- E) 420 peças.

Questão 4. [ENEM 2016] Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $1/2$, $3/8$ e $5/4$. Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos

- A) $1/2$, $3/8$, $5/4$
- B) $1/2$, $5/4$, $3/8$
- C) $3/8$, $1/2$, $5/4$
- D) $3/8$, $5/4$, $1/2$
- E) $5/4$, $1/2$, $3/8$

Questão 5. [ENEM 2017] Duas amigas irão fazer um curso no exterior durante 60 dias e usarão a mesma marca de xampu. Uma delas gasta um frasco desse xampu em 10 dias enquanto que a outra leva 20 dias para gastar um frasco com o mesmo volume. Elas combinam de usar, conjuntamente, cada frasco de xampu que levarem. O número mínimo de frascos de xampu que deverão levar nessa viagem é

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8
- E) 9

Soluções - Questões envolvendo as 4 operações SEÇÃO ENEM

Q1) São 5 portões, cada um com 4 catracas. Logo, temos um total de 20 catracas. O número de pessoas que passa por cada catraca é de $45\ 000/20 = 2\ 250$. O tempo mínimo para que todos passem pelos portões de entrada é de $2250 \times 2 = 4\ 500$ segundos = 1 hora e 15 minutos \rightarrow B).

Q2) Temos 16 galões, cada um contendo 4 litros de álcool em gel, assim teremos $16 \times 4 = 64$ litros de álcool em gel. Como cada uma das 10 escolas receberá 20 recipientes, a capacidade de cada recipiente será de $\frac{64}{10 \cdot 20} = \frac{64}{200} = 0,32$ litros \rightarrow C).

Q3) Queremos um divisor comum que satisfaça a condição do problema, tal divisor é 135.

Assim temos $40 \cdot \frac{540}{135} + 30 \cdot \frac{810}{135} + 10 \cdot \frac{1\ 080}{135} = 420 \rightarrow E$.

Q4) Fazendo as divisões temos: $1/2 = 0,5 = 0,500$; $3/8 = 0,375$ e $5/4 = 1,25$. Colocando em ordem crescente, temos: $3/8$, $1/2$ e $5/4 \rightarrow$ C).

Q5) Se a primeira gasta $1/10$ do volume do frasco por dia e a segunda $1/20$ do volume por dia, então juntas gastam por dia $\frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{3}{20}$. Logo, em 60 dias teremos $60 \cdot \frac{3}{20} = 9 \rightarrow E$.

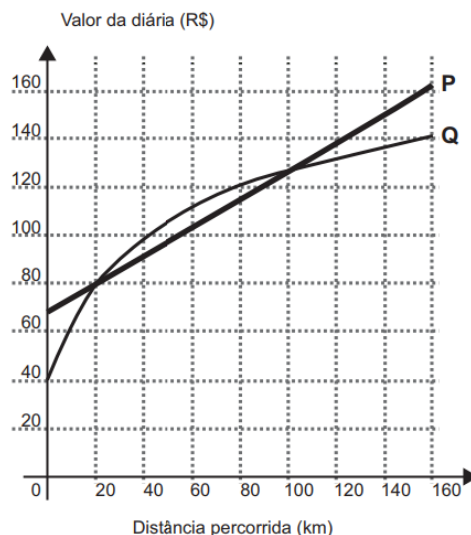
Solução 2: Uma das amigas em 10 dias gasta 1 xampu, então em 60 dias ela vai gastar 6 xampus. Já a outra gasta 1 xampu em 20 dias, então em 60 dias vai gastar 3 xampus.

Logo, juntas precisarão de $6 + 3 = 9$ xampus.

Interpretação de Gráficos - Seção ENEM

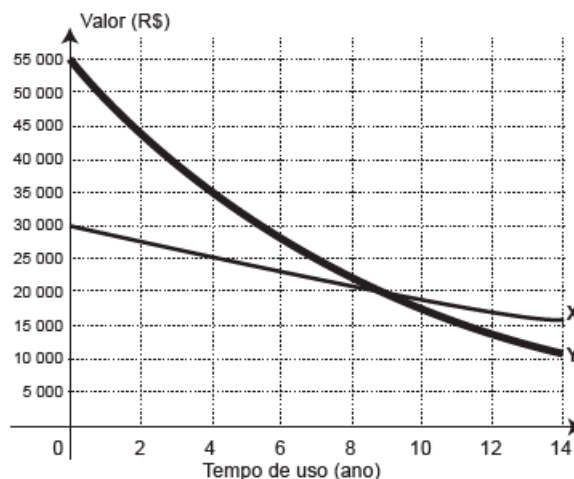
Questão 6. [ENEM 2015] Atualmente existem diversas locadoras de veículos, permitindo uma concorrência saudável para o mercado, fazendo com que os preços se tornem acessíveis. Nas locadoras P e Q, o valor da diária de seus carros depende da distância percorrida, conforme o gráfico. O valor pago na locadora Q é menor ou igual àquele pago na locadora P para distâncias, em quilômetros, presentes em qual(is) intervalo(s)?

- A) De 20 a 100.
- B) De 80 a 130.
- C) De 100 a 160.
- D) De 0 a 20 e de 100 a 160.
- E) De 40 a 80 e de 130 a 160.



Questão 7. [ENEM 2015] Alguns brasileiros têm o hábito de trocar de carro a cada um ou dois anos, mas essa prática nem sempre é um bom negócio, pois o veículo desvaloriza com o uso. Esse fator é chamado de depreciação, sendo maior nos primeiros anos de uso. Uma pessoa realizou uma pesquisa sobre o valor de mercado dos dois veículos (X e Y) que possui. Colocou os resultados obtidos em um mesmo gráfico, pois os veículos foram comprados juntos. Após a pesquisa, ela decidiu vender os veículos no momento em que completarem quatro anos de uso. Considerando somente os valores de compra e de venda dos veículos por essa pessoa, qual a perda, em reais, que ela terá?

- A) 10 000,00
- B) 15 000,00
- C) 25 000,00
- D) 35 000,00
- E) 45 000,00



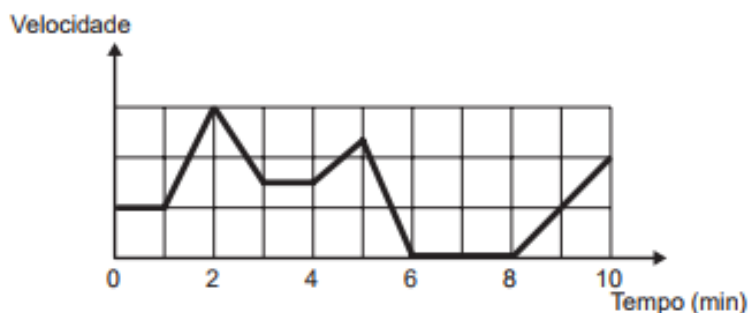
Questão 8. [ENEM 2016] Um semáforo é composto, geralmente, de três círculos de luzes coloridas (vermelho, amarelo e verde). A cor vermelha indica que o veículo deve estar parado e permanecer assim até que a cor verde volte a acender. O gráfico apresenta a variação de velocidade de um carro ao longo de um percurso de 15 minutos de duração, da residência de uma pessoa até seu local de trabalho. Durante esse percurso, o carro parou somente nos semáforos existentes ao longo de seu trajeto. Em quantos semáforos ele parou?

- A) 2
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7



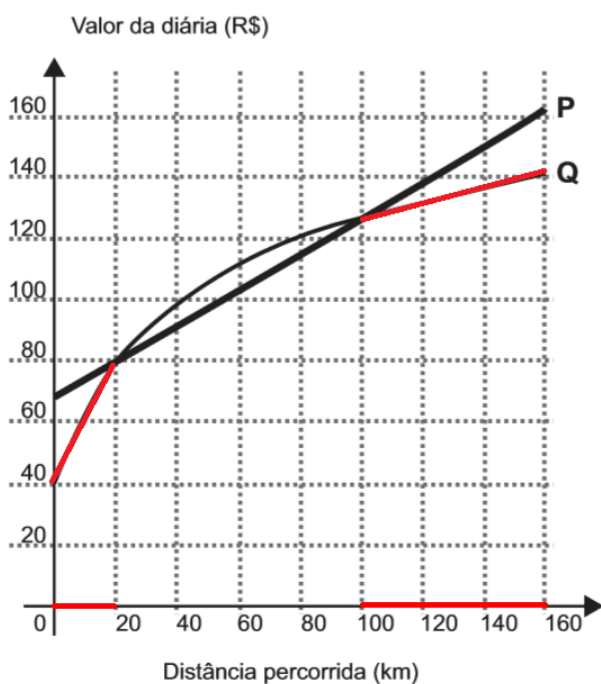
Questão 9. [ENEM 2017] Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento. Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

- A) 4
- B) 3
- C) 2
- D) 1
- E) 0



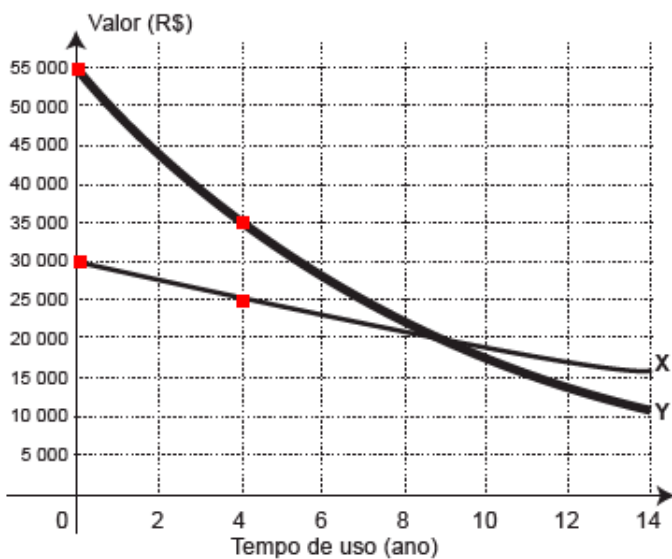
Soluções Seção ENEM - Interpretação de Gráficos

Q6) Basta analisar o gráfico → D).

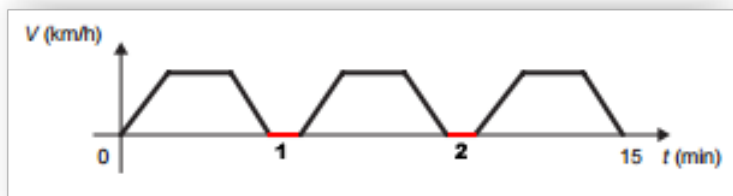


Q7) Analisando o gráfico temos:

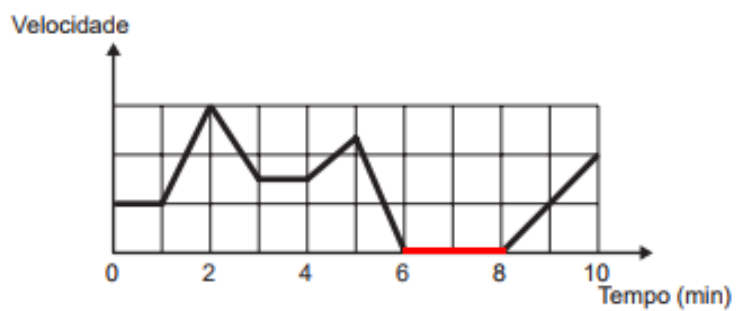
Carro X: Comprou por 30 mil, vendeu por 25 mil. Então perdeu 5 mil.
Carro Y: Comprou por 55 mil vendeu por 35 mil. Então perdeu 20 mil.
Logo, sua perda total foi de 25 mil → C).



Q8) Basta analisar o gráfico → A).



Q9) O móvel está em repouso nos instantes em que tem velocidade igual a zero. Assim analisando o gráfico marcamos a letra C). O veículo ficou imóvel do minuto 6 ao 8, isto é ficou parado por 2 minutos.



Equações, sistemas e inequações do 1º grau - Seção ENEM

Questão 10. [ENEM 2010] O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado. Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre

- A) 4,0 m e 5,0 m.
- B) 5,0 m e 6,0 m.
- C) 6,0 m e 7,0 m.
- D) 7,0 m e 8,0 m.
- E) 8,0 m e 9,0 m.

Questão 11. [ENEM 2010] Uma escola recebeu do governo uma verba de R\$ 1000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados. Concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastava um selo de R\$ 0,65 enquanto para folhetos do segundo tipo seriam necessários três selos, um de R\$ 0,65, um de R\$ 0,60 e um de R\$ 0,20. O diretor solicitou que se comprassem selos de modo que fossem postados exatamente 500 folhetos do segundo tipo e uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do **máximo** possível de folhetos do primeiro tipo. Quantos selos de R\$ 0,65 foram comprados?

- A) 476
- B) 675
- C) 923
- D) 965
- E) 1538

Questão 12. [ENEM 2014] Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais nas disciplinas química e física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões médicas, o candidato II ainda não fez a prova de química. No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas. O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

A menor nota que o candidato II deverá obter na prova final de química para vencer a competição é:

- A) 18
- B) 19
- C) 22
- D) 25
- E) 26

Questão 13. [ENEM 2015] Uma barraca de tiro ao alvo de um parque de diversões dará um prêmio de R\$ 20,00 ao participante, cada vez que ele acertar o alvo. Por outro lado, cada vez que ele errar o alvo, deverá pagar R\$ 10,00. Não há cobrança inicial para participar do jogo. Um participante deu 80 tiros e, ao final, recebeu R\$ 100,00. Qual foi o número de vezes que esse participante acertou o alvo?

- A) 30
- B) 36
- C) 50
- D) 60
- E) 64