

PÉDAGOGIE
PRATIQUE

Activités numériques et résolution de problèmes au cycle 2

Bruno BONHÊME
et Alain DESCAVES

hachette
ÉDUCATION

PÉDAGOGIE PRATIQUE À L'ÉCOLE

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES ET RÉOLUTION DE PROBLÈMES AU CYCLE 2

UNE PROGRESSION DE CYCLE
DES SITUATIONS POUR MAÎTRISER
LES COMPÉTENCES

Acquérir les connaissances • Développer les capacités
Acquérir les attitudes

Bruno BONHÊME
Alain DESCAVES

hachette
ÉDUCATION

Les auteurs

Bruno Bonhême est professeur des écoles et maître formateur à l'IUFM d'Aquitaine.

Alain Descaves est professeur à l'IUFM d'Aquitaine.

Il est également auteur, chez Hachette Éducation, de *Activités numériques à l'école maternelle* (avec Sylvie Vignaud), de *Les Mathématiques au CRPE* et du *Manuel de mathématiques du PE2*.

Il est coauteur d'une collection de manuels de mathématiques pour l'école élémentaire.

Si vous souhaitez être tenus au courant de nos publications, demandez notre catalogue *Pédagogie* à : **Hachette LPC, 86508 Montmorillon Cedex.**

Couverture : Domino

Réalisation : CMB Graphic

ISBN : 978-2-01-181324-4

© HACHETTE LIVRE, 2009, 43, quai de Grenelle, 75905 Paris Cedex 15

www.hachette-education.com

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que « les analyses et les courtes citations » dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

SOMMAIRE

Introduction	5
Présentation de l'ouvrage	7
Inscrire son action dans le cadre des programmes	11

PREMIÈRE PARTIE PROGRESSION DE CYCLE : TRAME ET SITUATIONS D'APPRENTISSAGE AU CP

Progression sommaire des activités numériques au CP	21
Matériel utilisé pour les activités numériques	22
1. Période 1 (de la rentrée à mi-septembre)	23
2. Période 2 (de mi-septembre à mi-octobre)	29
3. Période 3 (de mi-octobre à la Toussaint)	33
4. Période 4 (de la Toussaint à Noël)	37
5. Période 5 (janvier et février)	43
6. Période 6 (de février à Pâques)	47
7. Période 7 (de Pâques à juin)	53
8. Les situations-problèmes et la résolution de problèmes	60

DEUXIÈME PARTIE PROGRESSION DE CYCLE : TRAME ET SITUATIONS D'APPRENTISSAGE AU CE1

Progression sommaire des activités numériques au CE1	69
Matériel utilisé pour les activités numériques	72
9. Période 1 (de septembre à la Toussaint)	73
10. Période 2 (de la Toussaint à Noël)	76
11. Période 3 (de Noël à février)	88
12. Période 4 (de février à Pâques)	96
13. Période 5 (de Pâques à juin)	101

TROISIÈME PARTIE SITUATIONS ET EXERCICES COMPLÉMENTAIRES (CP ET CE1)

14. CP : périodes 1, 2 et 3	109
15. CP : période 4	115
16. CP : période 5	118
17. CP : période 6	122
18. CP : période 7	126
19. CE1 : période 1	130
20. CE1 : période 2	134
21. CE1 : période 3	139
22. CE1 : période 4	144
23. CE1 : période 5	149

QUATRIÈME PARTIE

LES CONDITIONS DES APPRENTISSAGES NUMÉRIQUES AU CYCLE 2

Mises au point didactiques et choix pédagogiques

24. L'enseignement du calcul et de la résolution	
de problèmes aujourd'hui.....	155
<i>L'évolution de l'enseignement des mathématiques à l'école</i>	155
<i>Les programmes de 2002</i>	158
<i>Le débat actuel.....</i>	160
<i>Comment sortir de ce débat par le haut</i>	
<i>en se tournant vers l'avenir ?</i>	163
<i>Les programmes de 2007</i>	165
<i>Les programmes de 2008</i>	166
25. L'enseignement des mathématiques à l'école	167
<i>Quelles finalités pour l'enseignement des mathématiques à l'école ? ..</i>	167
<i>Quelle conception de la didactique des mathématiques ?</i>	168
<i>Quelle est la nature des objets mathématiques ?</i>	175
<i>Qu'est-ce que faire des mathématiques ?</i>	181
<i>Quelle conceptualisation des objets</i>	
<i>et de l'activité mathématique ?</i>	182
<i>Quelle conception des apprentissages ?</i>	183
26. L'enseignement de la numération au cycle 2	187
<i>Quelle place pour la manipulation et pour les représentations ?</i>	187
<i>Quelles relations entre l'apprentissage</i>	
<i>du système de numération de position et celui du calcul ?</i>	190
27. L'enseignement du calcul au cycle 2.....	194
<i>Qu'est-ce qu'une procédure de calcul ?</i>	194
<i>Est-il pertinent d'opposer procédures expertes</i>	
<i>et procédures personnelles ?</i>	194
<i>Quelles modalités du calcul à l'école ?</i>	195
<i>Quelle place pour les techniques opératoires aujourd'hui ?</i>	196
<i>Qu'est-ce que le calcul réfléchi ?</i>	
<i>Quelle place pour le calcul réfléchi ?</i>	197
<i>Quelle place pour le calcul instrumenté ?</i>	198
<i>Quel apprentissage des automatismes ? Quelle place pour le</i>	
<i>développement de la mémoire dans l'apprentissage ?</i>	199
<i>Organiser un voyage quotidien au pays des nombres.....</i>	204
28. L'enseignement de la résolution de problèmes au cycle 2	205
<i>Quelle place pour l'apprentissage à la construction</i>	
<i>de la représentation des problèmes ?</i>	210
<i>Quelle place pour les schémas ?</i>	221
<i>Quelle place pour les problèmes pour chercher ?</i>	222
Bibliographie.....	223

INTRODUCTION

Dès l'école maternelle, les enfants ne sont pas tous égaux. Certains disposent déjà de connaissances qui leur assurent une réussite facile et rapide. D'autres ne savent pas, se trompent, ne comprennent pas ce que l'on attend d'eux. Mais ils comprennent bien, par contre, qu'ils ne répondent pas à l'attente de l'école : ils peinent, souffrent, se dévalorisent peu à peu aux yeux des autres, perdent confiance et se construisent progressivement l'identité d'élèves en difficulté, rebelles ou passifs, agités ou rêveurs. Si l'école faillit à sa tâche, les différences de capital culturel présentes chez les jeunes enfants créent les inégalités scolaires.

Quels apprentissages et quelle pédagogie mettre en place pour rompre avec ce déterminisme ? Comment permettre à chaque enfant de s'inscrire dans un projet de développement personnel ressenti comme libre et nécessaire, tout en le plaçant en position d'acteur de la société, dans un cadre contraint et obligatoire, celui de l'institution École qui fixe un projet d'apprentissage ? Plusieurs voies sont évidemment possibles mais, pour chacune d'entre elles, **la problématique du sens doit être centrale et servir de guide**. Le défi consiste à rendre possible l'apprentissage du sens, afin d'en optimiser la probabilité, tout en donnant du sens à l'acte d'apprendre.

Le sens se construit en situation, c'est-à-dire en relation avec des milieux matériels évolutifs, choisis avec soin par l'enseignant, et dans des interactions multiples entre les acteurs de la relation pédagogique (l'enseignant et les pairs). Il se construit au contact et par l'appropriation d'une culture pré-existante à l'enfant et qui s'impose par ses codes, mais aussi dans la constitution d'une culture vivante, d'un ensemble commun de valeurs, de pratiques sociales et de représentations propre à cette microsociété que constitue la classe. Il se construit, enfin, par l'acquisition de savoirs, de savoir-faire et d'attitudes, sans laquelle la liberté de pensée et d'action reste impossible, et par l'acquisition de compétences qui permet le passage progressif vers la vie sociale adulte, par la reconnaissance des adultes.

Permettre aux élèves de l'école élémentaire – dont il convient de ne pas oublier que ce sont aussi des enfants – « ***d'aller au devant du défi (d'apprendre), à la rencontre de la surprise (explorer), à la recherche de l'in-***

trigue (questionner) afin de précéder l'intelligence (comprendre)¹ », est une mission enthousiasmante pour l'enseignant. « Ne pas décider à l'avance de la limite des capacités d'un enfant, ni de ses sources d'intérêt, ni de ses besoins, ne pas fixer a priori son cheminement, mais lui procurer l'environnement et les exercices nécessaires à ses expériences multiples et à son développement² » est l'attitude de respect que l'enseignant doit à l'élève.

Il y a en effet deux manières de pratiquer l'élitisme. L'une, triviale, consiste à sélectionner les meilleurs en utilisant des critères préétablis par l'école. L'autre, plus insidieuse, consiste, sous prétexte de faire réussir tous les élèves, à sous-estimer leurs capacités et leurs potentialités en abaissant l'exigence des objectifs. **Viser le maximum pour chacun et non le minimum pour tous** doit être au cœur de l'éthique enseignante et d'une pédagogie de la réussite, qui ne peut s'obtenir qu'en donnant du pouvoir aux élèves. Mais cela ne consiste pas uniquement à leur donner la parole et à organiser des interactions comme le postulent trop souvent certaines interprétations d'un modèle socioconstructiviste des apprentissages non défini scientifiquement. L'enseignant doit aussi et d'abord être en relation étroite avec chaque enfant : **animer, relancer, parler, provoquer le mystère, l'énigme et l'émerveillement, motiver, introduire une dimension ludique, jouer le rôle de « passeur, de guide, d'éveilleur³ »**. Tels sont les principes qui sous-tendent la réflexion et l'organisation didactiques proposées dans cet ouvrage concernant les apprentissages numériques au cycle 2.

1. F. Conne, in *L'Éducateur*, n° 9, 2006.

2. R. Cohen, *L'Apprentissage précoce de la lecture : à six ans, est-il déjà trop tard ?*, PUF, coll. « Pédagogie d'aujourd'hui », 1992.

3. M. Serres, *Le Tiers instruit*, Gallimard, coll. « Folio essais », n° 199, 1992.

PRÉSENTATION DE L'OUVRAGE

Inscrire son action dans le cadre des programmes nécessite de déterminer leurs objectifs et de les replacer dans une évolution historique.

L'ouvrage analyse les nouveaux programmes à la lumière du débat actuel sur l'enseignement du calcul et de la résolution de problèmes. La trame d'apprentissages proposée dans les deux premières parties s'inscrit dans les programmes de 2008 et fournit des éléments de réponses aux questions soulevées par le rapport de l'Inspection générale en date de juin 2006 et par l'avis de l'Académie des sciences (janvier 2007). Elle s'inscrit également dans le cadre de la circulaire du ministre de l'Éducation nationale (mars 2007) portant sur la mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences pour l'enseignement du calcul.

Les pratiques pédagogiques sont toujours premières, mais elles resteraient aveugles sans éclairages théoriques. Une seule théorie serait totalisante pour rendre compte de la richesse des pratiques et pour proposer des stratégies d'apprentissage. Il faut donc éclairer les pratiques par des approches multiples. Les éclairages théoriques proposés dans la quatrième partie de l'ouvrage sont issus de l'analyse de très nombreuses pratiques mises en regard avec les résultats de recherches dans différents champs scientifiques : didactique des mathématiques, épistémologie des mathématiques, psychologie cognitive, théories des apprentissages, sémiotique, sciences de l'éducation et de la formation. Ils ont une double visée :

- permettre à l'enseignant de cycle 2 d'analyser ses propres pratiques dans le cadre des apprentissages numériques ;
- l'aider à les améliorer et à les adapter à la fois aux finalités que s'assignent la société au travers de l'école, mais aussi en fonction de sa personnalité et des conditions particulières dans lesquelles il exerce.

Ces éclairages théoriques ne peuvent prendre sens qu'à partir d'une mise en œuvre concrète de situations d'apprentissage. Les trois premières parties de ce livre proposent une trame de situations d'apprentissage (hiérarchisées et mises en cohérence), ainsi que des situations et des exercices complémentaires. En mettant en œuvre des situations qui s'en inspirent et en analysant les effets de son action, l'enseignant trouvera sans nul doute

matière à amender, par son analyse personnelle, les éclairages fournis ici. C'est en tout cas le souhait des auteurs. Les repères chronologiques fournis ne le sont qu'à titre indicatif.

Concevoir et programmer des situations d'apprentissage de manière cohérente dans le cadre d'un même cycle est une contrainte de l'institution, mais aussi une nécessité pour un cursus réussi des élèves. Concernant les apprentissages numériques, la trame proposée pour le cycle fixe un cadre à partir duquel chaque équipe, chaque enseignant peut inventer, réinventer et réguler le scénario de la mise en œuvre des situations en fonction des conditions concrètes qui ne manquent pas de se modifier chaque année.

Les principes fondamentaux sur lesquels repose la trame d'apprentissage sont les suivants :

- L'accès aux objets mathématiques est sémiotique. Il nécessite l'appropriation et l'utilisation de registres de représentation sur lesquels portent les significations qui guident l'activité. Ces registres constituent le langage mathématique.

L'appropriation de l'écrit mathématique (en compréhension et en production) est déterminante. Les apprentissages se nourrissent de la relation entre langage écrit et langage oral.

Le système de numération décimale de position est organisé pour faciliter l'énumération des éléments de collections importantes, mais aussi pour les procédures de calcul.

L'écrit mathématique est déjà là. Au cycle 2, les apprentissages numériques s'appuient aussi bien sur la résolution de problèmes en relation avec les actions concrètes exercées sur des collections et sur la résolution de problèmes purement numériques que sur l'appropriation des règles de fonctionnement du système de numération et des écritures mathématiques comportant des symboles de nombres, de relations ($<$, $>$, $=$) et d'opérations. Les symboles spécifiques sont donc fournis et travaillés dès le début du cycle 2.

- **La maîtrise précoce de la résolution des problèmes additifs dans le cadre de petits nombres** (de 0 à 9) est nécessaire afin de ne pas cumuler deux difficultés : l'appropriation du sens des opérations et celui de la numération décimale.

- Dans notre système de numération, **le nombre 10 est central**. Le sens de l'addition et de la soustraction est déterminé par les relations numériques qui déterminent la cohérence des structures additives. L'appropriation des trios du nombre 10 est un des moments clés de la trame proposée. Si $6 + 4 = 10$, on a également $4 + 6 = 10$, $10 - 6 = 4$ et $10 - 4 = 6$.

- L'apprentissage du sens de la numération, et notamment la première appropriation de la signification des chiffres de l'écriture d'un nombre, s'effectue globalement sur des collections importantes (de 0 à 69, et non de 0 à 19). Il privilégie la mise en correspondance des diverses représentations du nombre.

- Dans le cadre du calcul sur des nombres supérieurs à 10, **les élèves sont d'abord confrontés à l'observation de faits numériques (déplacements sur le tableau des nombres de 0 à 99), avant de s'approprier des procédés de calcul réfléchi.**

- Les techniques opératoires ne sont abordées que lorsque les élèves maîtrisent suffisamment le calcul en ligne. L'emploi de la calculatrice n'occulte pas la pratique du calcul réfléchi.

- **La résolution de problèmes et la pratique du calcul réfléchi sont indissociables.** La résolution de problèmes est présente en permanence et le principe en œuvre est qu'il est préférable de faire résoudre de très nombreux petits problèmes portant sur des situations concrètes ou des situations purement numériques, plutôt qu'un ou deux problèmes plus complexes qui souvent ne sont pas compris par les élèves en difficulté.

- **L'innovation principale consiste à appeler x le nombre que l'on cherche dans un problème numérique.** La recherche d'un nombre x motive les élèves qui se transforment en enquêteurs. L'utilisation de la lettre x permet un apprentissage de la mathématisation des situations : les élèves apprennent à établir les liens entre une situation, une écriture mathématique (x désigne l'inconnu du problème), un ou des programmes opératoires et une ou des opérations.

L'introduction du x dans la trame d'apprentissage est le fruit d'une vingtaine d'années d'expérimentations dans de nombreuses classes, y compris en ZEP.

Les phrases mathématiques constituent des interfaces entre le monde mathématique et le monde des actions sur les collections qu'elles modélisent.

- L'exercice de la **mémoire sémantique à long terme** et de la **mémoire de travail** en interaction occupe une place importante dans la trame d'apprentissage. La nécessaire acquisition des automatismes se réalise au service du sens des concepts numériques, du calcul et de la résolution de problèmes.

Il s'agit donc d'articuler le sens des apprentissages et l'apprentissage du sens. Ce dernier est d'abord lié à la motivation des élèves. Développer