Prof. Darío Rubí Retegui

Puente Matemático

Álgebra y Lógica básica con aplicaciones en GeoGebra y asistencia de IA

Del nivel medio a la universidad



Puente Matemático

Puente Matemático

Álgebra y Lógica básica con aplicaciones en

GeoGebra y Asistencia de IA

Del nivel medio a la universidad

Prof. Darío Rubí Retegui

Retegui, Darío Rubí
Puente matemático : álgebra y lógica básica con aplicaciones en GeoGebra y asistencia de IA : del nivel medio a la universidad / Darío Rubí Retegui. - 1a ed - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Tercero en Discordia, 2026.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga
ISBN 978-631-312-087-1

1. Matemática. 2. Álgebra. 3. Lógica. I. Título.
CDD 510

© Tercero en discordia
Directora editorial: Ana Laura Gallardo
Coordinadora editorial: Ana Verónica Salas
Corrección: Julián Maiotti
Maquetación: Juan José Gómez
Diseño de tapa: Rocío Deluca
www.editorialted.com
@editorialted

Durante la lectura de este libro, te recomendamos utilizar **GeoGebra** para realizar representaciones gráficas, facilitar el análisis y fomentar la exploración interactiva de los conceptos. Cuando encuentres este icono  , significa que es un excelente momento para profundizar mediante la herramienta. Asimismo, puedes apoyarte en cualquier chat de inteligencia artificial como tutor personal, sin importar tu nivel de conocimiento previo sobre el tema. En cada capítulo, encontrarás un párrafo diseñado para orientar tus consultas, el cual estará marcado con este logo IA

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito del editor.
ISBN 978-631-312-087-1
Queda hecho el depósito que marca la Ley 11.723.

Agradecimientos

Muchas gracias a mi familia, sobre todo a mis padres, por haber apostado por mi educación superior y permitirme hacer realidad este maravilloso sueño de escribir este libro. A mi mamá, que desde otro plano celebra este anhelo cumplido tan personal.

A todos los docentes de matemática que me formaron durante mi adolescencia, en el colegio secundario y durante las carreras de contador y los profesorados de Contabilidad y Matemática. Especialmente a la profesora Sonia Vicente, quien me motivó y me hizo enamorar de las matemáticas, dándome todas las herramientas básicas en aquel momento para poder continuar el camino de las ciencias exactas.

Gracias también a la profesora Amalia Inés Casetta, quien se interesó en esta hermosa propuesta de escribir un libro, aconsejándome y aportando sus conocimientos y experiencia.

También agradezco la colaboración de César Leonetti, mi compañero de vida, quien me ayudó a tomar la decisión de publicar este libro para todos aquellos alumnos que están cruzando el puente matemático entre la enseñanza media y la universidad.

¡¡Muchas gracias!!

Profesor Darío Rubí Retegui

Índice

Agradecimientos **4**

Prólogo **8**

Capítulo 1 ..... **9**

Polinomios

Definición. Elementos que lo componen. Clasificación. Completos e incompletos. Ordenados y desordenados. Crecientes y decrecientes. Polinomio nulo, iguales, opuestos y semejantes. Monomio. Binomio. Trinomio. Cuatrinomio. Función polinómica. Adición, Resta o diferencia, multiplicación o producto de polinomios. Propiedad conmutativa y asociativa de las operaciones. Casos de factoreo: diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto, cuatrinomio cubo perfecto. División o cociente de polinomios. Teorema de la División. Regla de Ruffini.
Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre de capítulo – Autoevaluación.

Capítulo 2 ..... **33**

Relaciones y funciones

Conjuntos. Nociones básicas. Producto cartesiano. Relaciones. Representación Diagrama de Venn, tabla de doble entrada y sistema de coordenadas cartesianas ortogonales. Relación. Función. Definición. Dominio. Codominio. Imagen o rango. Relación inversa. Propiedades de una relación. Reflexiva, antireflexiva, simétrica, transitiva, antisimétrica. Relación de equivalencia. Relación de orden. Orden amplio y estricto. Función y su representación gráfica. Diferentes funciones y gráficas. Inyectiva. Suryectiva o sobreyectiva. Biyectiva. Dominio de funciones especiales.
Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre de capítulo – Autoevaluación.

Capítulo 3 ..... **50**

Funciones lineales

Función lineal. Elementos que la componen. Función explícita e implícita. Representación gráfica mediante tabla, sistemas de ejes cartesianos, aplicación GeoGebra. Función Constante. Ecuación de la recta que pasa por un punto y conozco pendiente. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos. Rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas. Raíz de la función lineal. Aplicaciones a la microeconomía. Desafíos.

Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre capítulo – Autoevaluación.

Capítulo 4 85
Funciones cuadráticas

Función cuadrática o de segundo grado. Elementos que la componen. Raíces. Métodos para su obtención: trinomio cuadrado perfecto, fórmula de Bhaskara o resolvente, y completar cuadrados. Gráficas con tabla de valores y aplicación GeoGebra. Dominio. Imagen. Intervalos de crecimiento o decrecimiento. Ramas. Vértice. Desplazamientos. Eje de simetría. Forma canónica. Forma factorizada. Propiedades de raíces. Construcción gráfica de parábolas. Intersección. Desafíos.
Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre de capítulo – Autoevaluación.

Capítulo 5 110
Ecuaciones

Ecuaciones de una variable. Definición. Elementos que la componen. Ecuaciones equivalentes. Solución única o infinitas. Ecuación incompatible. Situaciones problemáticas. Planteos y resoluciones de ecuaciones. Raíz de una función lineal. Resolución de ecuación. Representación gráfica.
Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre de capítulo – Autoevaluación.

Capítulo 6 121
Sistemas de ecuaciones lineales

Definición. Modelos de sistemas de dos ecuaciones con dos variables. Solución de sistemas de ecuaciones: compatibles determinado, compatible indeterminado, incompatible. Métodos de resolución: reducción por suma o resta o eliminación de variables; igualación; sustitución; determinantes o Cramer y gráfico. Procedimientos de resolución. Problemas.
Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre de capítulo – Autoevaluación.

Capítulo 7 133
Inecuaciones

Inecuaciones de primer grado con una sola variable. Definición. Elementos que la componen. Propiedades. Conjunto de solución. Representación gráfica. Planteos y resoluciones de inecuaciones. Inecuaciones de primer grado con dos variables. Conjunto de solución analítica y gráficamente.
Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre de capítulo – Autoevaluación.

Capítulo 8..... 149
Trigonometría

Definición. Razones trigonométricas. Diferentes formas de cálculo. Razones directas: seno, coseno y tangente de un ángulo. Razones recíprocas: cosecante, secante y cotangente de un ángulo. Relación pitagórica. Algunas identidades trigonométricas. Razones trigonométricas según los cuadrantes donde se ubica un ángulo. Ángulos notables y sus gráficas. Ángulos complementarios y su interpretación gráfica. Ángulos suplementarios y su interpretación gráfica. Funciones trigonométricas. Seno, coseno y tangente. Dominio e imagen. Gráficos.
Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre de capítulo – Autoevaluación.

Capítulo 9..... 173
Lógica

Definición. Conceptos básicos: proposición simple, proposición compuesta y operadores lógicos. Negación. Conjunción. Disyunción. Condicional. Bicondicional. Diferencia simétrica o disyunción exclusiva. Tablas de verdad. Tautología, Contradicción. Contingencia. Leyes y propiedades lógicas. Equivalencias. Idempotencia. Involución. Asociativa. Conmutativa. Distributiva. Identidad. Complemento. Ley de Morgan. Ley del condicional. Ley del bicondicional. Razonamiento. Definición. Premisas. Conclusión. Reglas de inferencia. Modus Ponens. Modus Tollens. Adición. Simplificación. Conjunción. Silogismo Disyuntivo. Silogismo hipotético. Dilema destructivo y constructivo. Método Directo. Método reducción al absurdo.
Inteligencia artificial como tutoría.
Ejercicios de cierre de capítulo – Autoevaluación.

Referencias bibliográficas 189

Prólogo

Este libro está dirigido a los estudiantes que están finalizando sus estudios secundarios y que van a ingresar a alguna carrera universitaria en la cual cursarán asignaturas como Álgebra, Matemática, Análisis Matemático y Lógica.

El ingresante a la universidad muchas veces desconoce qué nivel tiene en matemática, es decir, no sabe cuánto sabe de matemática. Es por ello que se pensó en escribir este libro con nueve capítulos que podrán ser de utilidad tanto para ellos como para los docentes que se encuentran en el aula, principalmente para los últimos años de secundario y primeros años de universidad.

El recorrido por Álgebra, Análisis Matemático y Lógica hace que el estudiante tenga una visión integral de la matemática, pueda relacionarla y además aplicarla en todas las situaciones problemáticas del mundo real.

En todos los capítulos, se desarrollan conceptos teóricos con ejercicios prácticos y problemas para su resolución. Se utiliza en algunos casos la aplicación GeoGebra para las representaciones gráficas, siendo conveniente su uso para un mejor aprendizaje de los contenidos.

Finalizado cada capítulo, se presenta una autoevaluación con diez ejercicios, de modo de que el estudiante pueda determinar y evaluar cuánto aprendió sobre los objetos matemáticos estudiados.

Mientras recorrés el libro en cada uno de los capítulos, podés utilizar inteligencia artificial (IA) en modo tutor para orientarte o complementar tu aprendizaje. Con solo introducir las reglas indicadas, se permitirá transitar por los contenidos según el nivel nulo, bajo, intermedio o alto de cada estudiante para así poder incorporar diferentes miradas de un concepto o de una situación matemática.

Espero que sea de utilidad para toda la comunidad educativa, tanto para docentes que necesitan preparar aceleradamente a futuros egresados del nivel medio, como también a estudiantes que por sus propios medios desean incorporar más conocimientos matemáticos a la hora de comenzar una carrera universitaria.

¡¡Muchas gracias!!

Profesor Darío Rubí Retegui

Capítulo 1

Polinomios

El álgebra es una de las ramas de la matemática que nos permite resolver situaciones problemáticas de la vida real a través de expresiones algebraicas.

Una expresión algebraica es la combinación de números y letras mediante operaciones matemáticas.

Un polinomio es una expresión algebraica de la forma:

$$\mathbf{P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots + a_n x^n}$$

La variable "x" recibe el nombre de "indeterminada", y los números $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ son los coeficientes del polinomio $P(x)$. Dicho polinomio está en función de la variable "x".

El término "$a_n x^n$" se utiliza para expresar en forma general, siendo que la letra "n" puede adoptar cualquier número $\mathbb{N}$ incluyendo el 0. ($n \in \mathbb{N}_0$).

Suponiendo que el coeficiente "a_n" sea distinto de cero, decimos que ese polinomio tiene como coeficiente principal "a_n" y la letra "n" indica el grado del polinomio (gr).

Al coeficiente "a_0", al no estar acompañado de la variable, lo denominamos "término independiente".

Al término "$a_1 x$" se lo conoce como "término lineal".

Cuando un polinomio se compone por diferentes letras, se debe identificar cuál es la variable del polinomio. Las demás letras serán consideradas constantes o parámetros.

Ejemplos:

$\mathbf{J(x) = 12x^3 - 2x^2 + 3x - 24}$

término independiente: - 24

coeficiente principal: 12

término lineal: $3x$

grado: 3

$\mathbf{T(m) = -4m + \frac{4}{5}}$

término independiente: $\frac{4}{5}$

coeficiente principal: -4

término lineal: $-4m$

grado: 1

$\mathbf{L(n) = 6n - \frac{5}{2}n^2 + 5n^3 - \frac{3}{2}n^4}$

término independiente: 0

coeficiente principal: $-\frac{3}{2}$

término lineal: $6n$

grado: 4

$\mathbf{D(r) = -\frac{5}{8}}$

término independiente: $-\frac{5}{8}$

coeficiente principal: $-\frac{5}{8}$

término lineal: no existe

grado: 0

Si un polinomio tiene todos los términos desde el mayor grado hasta el término independiente, se dice que el polinomio está **completo**, de lo contrario es un polinomio **incompleto**.

$J(x) = 8x^3 - x + \frac{3}{2} - 6x^2$ Polinomio completo.

$T(x) = x^3 + 2x - \frac{2}{5}$ Polinomio incompleto, falta el término de "x^2".

Para que este último polinomio esté completo, debemos agregar el término faltante con coeficiente 0.

$T(x) = x^3 + 2x - \frac{2}{5} + 0x^2$ Ahora el polinomio $T(x)$ está completo.

Cuando todos los coeficientes son iguales a 0, el polinomio se denomina "**polinomio nulo**".

Dos polinomios **son iguales** cuando ambos contienen los mismos coeficientes, en los mismos términos.

Ejemplo:

$$P(x) = 2x^2 - \frac{6}{5} + x - 3x^3 \quad y \quad Q(x) = -3x^3 + x - \frac{6}{5} + 2x^2$$

Dos polinomios son **opuestos** cuando los coeficientes de los mismos términos son opuestos, es decir, cambiados de signo.

Ejemplo:

$$P(x) = 2x^2 - \frac{6}{5} + x - 3x^3 \quad y \quad -P(x) = 3x^3 - 2x^2 - x + \frac{6}{5}$$

Dos polinomios son **semejantes** cuando ambos tienen los mismos términos con coeficientes iguales o diferentes, no pudiendo ser todos ellos iguales.

Ejemplo:

$$P(x) = 4x^2 - 7 + 4x - 5x^3 \quad y \quad Q(x) = -3x^3 + x - \frac{6}{5} + 2x^2$$

Cuando nos referimos a los "mismos términos" decimos que ambos polinomios tienen iguales potencias de "x"

Al polinomio que tiene **un único coeficiente diferente de cero**, lo llamamos "Monomio".

$$P(x) = \frac{4}{5}x^3$$

Al polinomio que tiene solo **dos coeficientes diferentes de cero**, lo llamamos "Binomio".

$$P(x) = -3{,}8x + x^2$$

Al polinomio que tiene solo **tres coeficientes diferentes de cero**, lo llamamos "Trinomio".

$$P(x) = -\frac{5}{4} + 7{,}68x - \frac{4}{7}x^3$$

Al polinomio que tiene solo cuatro coeficientes diferentes de cero, lo llamamos "Cuatrinomio".

$$P(x) = -\frac{2}{5} + x - 0{,}23x^2 - 3{,}4x^3$$

I. Dados los siguientes polinomios:

1. Indicar el grado (gr.).
2. Indicar el término independiente (t.i.).
3. Indicar el término lineal (t.l.).
4. Indicar el coeficiente principal (c.p.).

Sugerencia: en caso de encontrar más de una letra, se debe identificar la variable correspondiente del polinomio.

Polinomios	gr.	t.i.	t.l.	c.p.
$P(x) = 8x^3 - 12x^2y^2 + 6xy - y$				
$J(m) = 2m^3 - \frac{5}{4}my + 0{,}8y$				
$T(x) = x(-2x^3) + \frac{4}{5}x - 12$				
$L(t) = (2t + 3y)^2$				
$R(x) = (x^3 - 9x) + (45 - 5x^2)$				
$Q(y) = 24b - 12b^3y + 9y^2$				

II. Determinar si los polinomios están completos o incompletos, y completarlos en caso de ser necesario.

1. $P(x) = -0{,}3x^2 - x$
2. $Q(x) = -2x - \frac{2}{5}x^2 - 7$
3. $T(m) = \frac{m}{5} - \frac{m^2}{2} - m^3$
4. $L(x) = 8 - x - cx^2$
5. $J(x) = 3{,}45 - 4{,}37x^3 - x$
6. $M(n) = \frac{7}{4} + 4n^3$

Los polinomios pueden estar ordenados en forma **creciente**, es decir, desde el término independiente hasta el término que contiene el coeficiente principal (grado más alto).

O bien en forma **decreciente**, desde el término que contiene el grado más alto hasta el término independiente.

Ejemplo:

$P(x) = 4{,}3x^3 - x + \frac{4}{7}$ Ordenado en forma decreciente e incompleto.

$Q(x) = -4 + \frac{5}{2}x + 9x^2 - x^3$ Ordenado en forma creciente y completo.

III. Ordenar en la forma indicada, completando si es necesario los siguientes polinomios:

1. $R(x) = x - 3{,}4x^3$ Decreciente
2. $Q(b) = (2a + b)(2a + b)(2a + b) = (2a + b)^3$ Decreciente
3. $Z(x) = 2{,}4x^2 - 4$ Creciente
4. $L(x) = 7{,}4x - x^3 + \frac{8}{7}x^2 + 0$ Decreciente
5. $F(r) = 2r^2 - 12r + \frac{5}{4}$ Creciente

IV. Escribimos polinomios…

1. Un polinomio de grado 3, incompleto, coeficiente principal 0,4 y término independiente $\sqrt{2}$.
2. Un polinomio de grado 5, completo, coeficiente principal igual al del término lineal $\frac{5}{2}$ y que el término independiente sea un número entero.
3. Un polinomio incompleto de grado 2, coeficiente principal igual al término independiente.
4. Un trinomio incompleto de grado 5, cuyos términos tengan todos los exponentes impares, y su coeficiente principal sea negativo, menor que -1 y fraccionario, excluyendo el $-\frac{1}{2}$.
5. Un polinomio opuesto al formado en el inciso 3).

V. Marcar con una cruz (X) las expresiones que no son polinomios. Justificar, identificando la variable de cada polinomio.

1. $3{,}2m^3n^2z$
2. $2a^2b - 3m$
3. $\frac{2}{x} - 3x^2$
4. $4(ab^2) + 6m^2n$
5. $\frac{m^3}{2m} + \frac{6}{m}$

VI. Elegir la/las alternativas, dado el polinomio $Q(b) = bt^3 + bt^2 - \frac{5}{4}b^2t + b^3$

1. Está completo y ordenado decrecientemente.
2. El grado del polinomio es 4.
3. El término independiente es nulo.
4. Está incompleto y no está ordenado.

5. Está completo y desordenado.
6. El coeficiente principal es 1.
7. El término lineal es: $-\frac{5}{4}b^2t$
8. El grado del polinomio es 3.
9. Ninguna de las alternativas anteriores es correcta.

Función polinómica

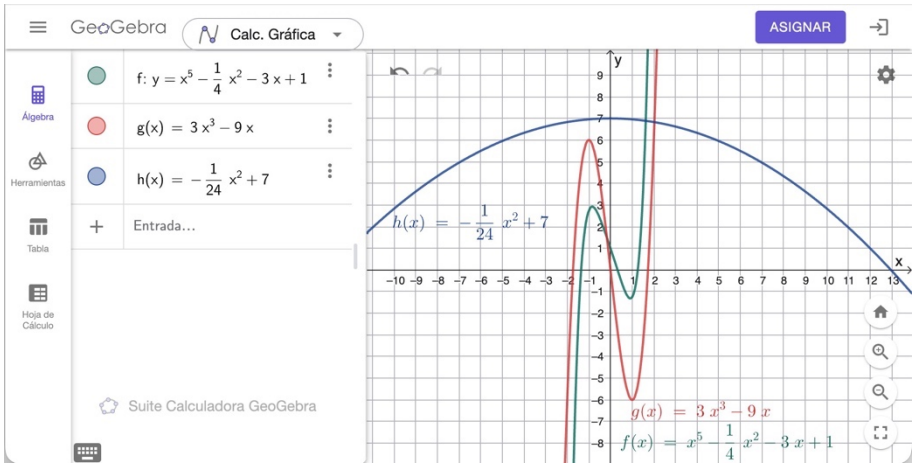
Todo polinomio define una función polinómica, interpretada como la relación entre dos variables, una independiente y otra dependiente.

$$f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2\,x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n$$

Como podemos observar, la expresión algebraica de una función polinómica es un polinomio.

Las funciones polinómicas son muy utilizadas en el armado de modelos matemáticos en las áreas de economía, finanzas, física, ingeniería, biología, etc.

Con la aplicación GeoGebra, podrás graficar las funciones polinómicas. Algunos ejemplos.



Escribir y graficar polinomios de diferentes grados mediante calculadora gráfica de GeoGebra.

Adición de polinomios

Se procede sumando todos los coeficientes que acompañan a la variable con un mismo exponente.

Ejemplo:

$$P(x) = x - \frac{2}{3}x^3 + 2x^2$$

$$R(x) = \frac{2}{5} + 3x - 5x^3$$

$$P(x) + R(x) =$$

Para facilitar la operación de suma de dos polinomios, vamos a ordenar y completar en forma decreciente los polinomios y luego sumamos los coeficientes, manteniendo la variable con su exponente correspondiente para cada uno de los términos.

Ordenamos y completamos de forma decreciente

$$P(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + x + 0 \quad \text{grado 3}$$
$$R(x) = -5x^3 + 0x^2 + 3x + \frac{2}{5} \quad \text{grado 3}$$

Sumamos $P(x) + R(x) = -\frac{17}{3}x^3 + 2x^2 + 4x + \frac{2}{5}$

En este ejemplo, observamos que la suma de dos trinomios nos da como resultado un cuatrinomio de grado 3.

El polinomio resultante adopta el mayor grado de los polinomios que se están sumando, siempre que no se cancelan los términos de mayor grado. Para el caso los dos polinomios son de grado tres y no se cancela ningún término.

Ahora vamos a analizar la suma de dos polinomios de diferentes grados.

Dados los polinomios

$P(x) = 3{,}4x^3 - 2$

$Q(x) = 4{,}5x^2 + x$

Ordenamos y completamos de forma decreciente

$$P(x) = 3{,}4x^3 + 0x^2 + 0x - 2 \quad \text{grado 3}$$
$$Q(x) = 0x^3 + 4{,}5x^2 + x + 0 \quad \text{grado 2}$$

Sumamos $P(x) + Q(x) = 3{,}4x^3 + 4{,}5x^2 + x - 2$

Sumamos dos binomios incompletos de diferentes grados y obtenemos un cuatrinomio de grado 3, es decir que el grado del polinomio resultante estará dado por el mayor grado de los binomios.

A) Dados los polinomios:

$$J(x) = x^2 - \frac{2}{5} + 3x^3 - 2x$$
$$T(x) = \frac{3}{5}x^4 + 4x^3 - 2x + 5x^5$$
$$Q(b) = \frac{3}{4}b^3 - b^2 + b - \frac{6}{5}$$
$$Z(b) = 4b^2 + \frac{4}{7} - b + \frac{5}{6}b^3$$
$$S(x) = 4x^4 - \frac{5}{4}x^2 + x - \frac{4}{3}x^3$$

Calcular las siguientes adiciones.

1. $J(x) + T(x) =$
2. $Q(b) + Z(b) =$
3. $T(x) + J(x) =$
4. $T(x) + S(x) =$
5. $S(x) + J(x) =$
6. $[S(x) + T(x)] + J(x) =$
7. $[T(x) + J(x)] + [-S(x)] =$
8. $[J(x) + T(x)] + S(x) =$

Realizadas las sumas, responder y completar:

La adición cumple la **propiedad conmutativa** (SÍ/NO). Indique los incisos en que se da dicha propiedad: .....

La suma como operación cumple con la **propiedad asociativa** (SÍ/NO). Indique los incisos en que se demuestra dicha propiedad: .....

Resta o diferencia de polinomios

Para la resta de polinomios, seguimos los mismos pasos que para la adición, es decir, ordenamos y completamos los polinomios que vamos a restar, y luego efectuamos la resta de los coeficientes que acompañan a la variable con sus respectivos exponentes.

Ejemplo:

$P(x) = \frac{2}{5}x^2 - \frac{2}{7} + x$ Minuendo

$Q(x) = x^3 - \frac{4}{7} + 2x^2$ Sustraendo

Ordenamos y completamos de forma decreciente.

$$P(x) = 0x^3 + \frac{2}{5}x^2 + x - \frac{2}{7}$$

$$Q(x) = x^3 + 2x^2 + 0x - \frac{4}{7}$$

Restamos $P(x) - Q(x) = -x^3 - \frac{8}{5}x^2 + x + \frac{2}{7}$

En este ejemplo particular, de la resta de dos trinomios, se obtiene un cuatrinomio de grado 3, adaptándose el grado más alto de los polinomios que se restan, siempre que no se cancele el término de mayor grado.

En este caso el mayor grado lo tiene el sustraendo, y son polinomios de grados diferentes.

B) Hallar el resultado de las siguientes operaciones de resta, con los polinomios dados.

$$A(x) = 3{,}4x^4 - x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 5{,}6$$

$$B(x) = 4{,}3x^3 + \frac{3}{5} - x$$

$$C(x) = 9x^2 - 2x^3 + \frac{2}{5}$$

$$D(b) = b^3 - \frac{3}{7} - b^2 + \frac{3}{5}b$$

$$F(b) = \frac{1}{3}b^4 - 5b + \frac{1}{3}b^2$$

Calcular las siguientes restas:

1. $A(x) - B(x) =$
2. $B(x) - C(x) =$
3. $F(b) - D(b) =$
4. $D(b) - F(b) =$
5. $[A(x) - C(x)] - [B(x)] =$
6. $[B(x) - C(x)] - [A(x)] =$

Realizadas las restas, responder y completar:

En la resta de polinomios, se cumple la **propiedad conmutativa** (SÍ/NO). Indicar los incisos en los cuales se verifique. .....

En la resta de polinomios, se cumple la **propiedad asociativa** (SÍ/NO). Indicar en cuáles de los incisos se comprueba tal propiedad. .....

C) Completar los siguientes polinomios de acuerdo a las operaciones presentadas.

1)

$$P(x) = 2x^4 - \ldots\ldots x^3 + 4x^2 - \ldots\ldots x + 6$$

$$Q(x) = \ldots\ldots x^4 + 3x^3 - \ldots\ldots x^2 + 2x - \ldots\ldots$$

$$P(x) + Q(x) = \frac{5}{2}x^4 + 5x^3 + 0x^2 - \frac{1}{2}x - 9$$

2)

$$T(b) = -b^3 + \ldots\ldots b^2 - 3b + \frac{12}{5}$$

$$M(b) = \ldots\ldots b^3 - \frac{2}{5}b^2 - \frac{1}{2}b - \ldots\ldots$$

$$T(b) + M(b) = -\tfrac{1}{5}b^3 - b^2 - \tfrac{5}{2}b + 3$$

3)

$$L(x) = -x^5 + \frac{3}{7}x^4 - \ldots\ldots x^3 + 2x^2 + \ldots\ldots x - 15$$

$$Z(x) = \ldots x^5 + \ldots\ldots x^4 + \ldots\ldots x^3 - 3x^2 - \ldots\ldots x + 3$$

$$R(x) = \frac{1}{2}x^5 + 4x^4 - \frac{5}{6}x^3 - \ldots\ldots x^2 + \ldots\ldots x - \ldots\ldots$$

$$[L(x) + Z(x)] - [R(x)] = 0x^5 - 3x^4 + 0x^3 - \frac{2}{5}x^2 - \frac{3}{2}x + 6$$

Multiplicación o producto de polinomios

Si a un polinomio se lo multiplica por un número real, se aplica la propiedad distributiva, realizando el producto de cada uno de los coeficientes del polinomio por el número real dado.

Ejemplo:

$$P(x) = -2x^3 + x^2 - \tfrac{3}{2} + x$$

$$\tfrac{1}{2}P(x) = \tfrac{1}{2}(-2x^3 + x^2 - \tfrac{3}{2} + x)$$

$$\tfrac{1}{2}P(x) = -x^3 + \tfrac{1}{2}x^2 - \tfrac{3}{4} + \tfrac{1}{2}x$$

El polinomio resultante de grado 3 es la mitad del polinomio $P(x)$.

Cuando tenemos que multiplicar un polinomio por otro polinomio, ya sea monomio, binomio etc., se sugiere completar y ordenar en forma decreciente el polinomio multiplicando. El multiplicador no es necesario completarlo ni ordenarlo.

Ejemplo:

$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + \frac{4}{5}x^2 - \frac{2}{3}$ Multiplicando

$Q(x) = \frac{5}{4}x^2 - 3$ Multiplicador

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + \frac{4}{5}x^2 - \frac{2}{3}$$

$$Q(x) = \frac{5}{4}x^2 - 3$$

multiplico por -3 $\quad -6x^4 + 9x^3 - \frac{12}{5}x^2 + 0x + 2$

multiplico por $\frac{5}{4}x^2$ $\quad \frac{5}{2}x^6 - \frac{15}{4}x^5 + x^4 - \frac{5}{6}x^2$

$$P(x).Q(x) = \frac{5}{2}x^6 - \frac{15}{4}x^5 - 5x^4 + 9x^3 - \frac{97}{30}x^2 + 0x + 2$$

Primero multiplico por -3, luego multiplico por $\frac{5}{4}x^2$, y así sucesivamente con todos los términos del polinomio multiplicador.

Sumando todas las expresiones, obtenemos el producto de los polinomios.

Como podemos ver, es similar a una multiplicación de números $\mathbb{R}$, pero aquí debemos tener en cuenta que, al multiplicar la variable del polinomio ("x" en este caso), los exponentes se suman, ya que sus bases son iguales.

D) Dados los polinomios $P(x), Q(x)\ y\ R(x)$. Realizar el producto.

$$P(x) = \frac{3}{2}x^3 - x + \frac{3}{4}$$

$$Q(x) = 4x^2 - 3x - \frac{4}{5}$$

$$R(x) = \frac{3}{4}x + 8$$

Calcular los siguientes productos:

1. $P(x).Q(x) =$
2. $R(x).P(x) =$
3. $Q(x).R(x) =$
4. $Q(x).P(x) =$
5. $[R(x).P(x)].[P(x).Q(x)] =$
6. $[Q(x).R(x)].P(x) =$
7. $[P(x).Q(x)].R(x) =$

Realizadas las multiplicaciones, responder y completar:

En la multiplicación de polinomios, se cumple la **propiedad conmutativa** (SÍ/NO). Indicar en los incisos en que se plantea dicha propiedad: .....

En la multiplicación de polinomios, se da la **propiedad asociativa** (SÍ/NO). Indicar los incisos en los que se verifique dicha propiedad: .....

Estamos en condiciones de realizar las tres operaciones estudiadas hasta el momento: **suma, resta y multiplicación.**

E) Teniendo en cuenta los tres polinomios anteriores, calcular.

1. $P(x) + Q(x) + R(x) =$
2. $Q(x) - R(x).P(x) =$
3. $[R(x) + P(x)].R(x) =$
4. $[R(x)]^2 - P(x) =$