Colles

corrigées et commentées

PCSi

Physique

Mathilde Bertolotti
Ludivine Emeric
Théo Le Bret
Marion Spir-Jacob

ellipses

Collection

Colles

corrigées et commentées



ISBN 9782340-105355

Dépôt légal : août 2025

©Ellipses Édition Marketing S.A.
8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1er de l'article L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Table des matières

I Ondes et signaux **3**

1 Introduction à l'optique géométrique **5**

2 Formation d'images par un système optique **12**

3 Signaux électriques dans l'ARQS **22**

4 Circuits linéaires du premier ordre **31**

5 Oscillateurs libres **44**

6 Oscillateurs forcés **53**

7 Filtrage linéaire **63**

8 Amplificateur Linéaire Intégré **81**

9 Propagation d'une onde **86**

10 Phénomènes d'interférences **93**

11 Ondes stationnaires mécaniques **102**

12 Champ magnétique **108**

13 Les lois de l'induction **119**

14 Circuits dans un champ magnétique **123**

15 Introduction à la physique quantique **136**

II Mouvements et interactions **147**

16 Cinématique du point **149**

17 Dynamique **162**

18 Approche énergétique en mécanique **177**

19 Mouvements de particules chargées dans $\vec{E}$ et $\vec{B}$ **192**

20 Moment cinétique d'un point matériel **201**

21 Mouvement dans un champ de force centrale **209**

22 Mouvement d'un solide **223**

III L'énergie : conversions et transferts **237**

23 Description d'un système thermodynamique **239**

24 Bilans d'énergie et premier principe **250**

25 Bilans d'entropie et second principe **266**

26 Machines thermiques **278**

27 Statique des fluides dans un référentiel galiléen **290**

Première partie

Ondes et signaux

CHAPITRE 1

INTRODUCTION À L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Contexte

L'étude de la formation des images s'inscrit dans l'optique géométrique. Celle-ci modélise la lumière par des rayons. Elle néglige le phénomène de la diffraction mais permet de décrire des propriétés à l'usage dans de nombreuses applications : observation de mirages, arcs-en-ciel, phénomène de la vision, photographie, microscopie, observations astronomiques...

La longueur d'onde λ n'est prise en compte que très ponctuellement, pour la compréhension de phénomènes liés aux différentes couleurs, comme la dispersion par un prisme ; les phénomènes comme les interférences ou la diffraction ne peuvent donc pas être décrits par de l'optique géométrique.

L'optique géométrique trouve ses fondement dans le PRINCIPE DE FERMAT : la lumière se propage d'un point à un autre en empruntant un chemin de durée stationnaire, c'est-à-dire un chemin qui minimise ou maximise localement la durée de parcours. Dans le cadre du programme de PCSI, ces situations correspondent au trajet le plus rapide de la lumière.

Milieu homogène : milieu qui présente les mêmes propriétés en tout point.

Milieu isotrope : milieu qui présente les mêmes propriétés dans toutes les directions.

Propagation de la lumière : en conséquence, dans un milieu homogène et isotrope la lumière se propage en ligne droite.

Principe du retour inverse de la lumière : le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point à un autre ne dépend pas du sens de propagation de la lumière.

Vitesse de la lumière

On sait depuis le XVIIème siècle que la lumière ne se propage pas instantanément, elle se propage à une vitesse finie. C'est l'astronome Ole Rømer qui fut le premier à réussir à mesurer sa vitesse grâce à l'observation de Io, satellite de Jupiter. Différents physiciens trouvèrent des valeurs de plus en plus précises avec le temps. La valeur approchée de la célérité de la lumière est : $c = 3,00 \cdot 10^8\,\text{m.s}^{-1}$.

Dans un milieu matériel, la vitesse de la lumière est plus faible. On définit l'indice n d'un milieu par :

$$n = \frac{c}{v}$$

avec v la vitesse de la lumière dans le milieu. L'indice est une grandeur sans unité, toujours supérieure à 1.

Réfraction et réflexion

D'autres conséquences du principe de Fermat sont les lois de Snell-Descartes, découvertes indépendamment par René Descartes en France et Willebrord Snell aux Pays-Bas au XVIIème siècle.

Le plan d'incidence est le plan qui contient le rayon incident et la normale au dioptre au point d'incidence I.

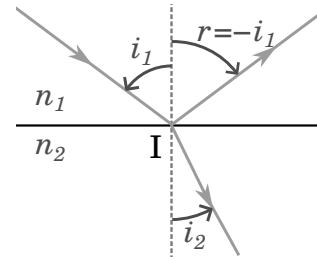
Lois de Snell-Descartes pour la réflexion

- le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence,
- les angles d'incidence et de réflexion sont égaux en valeur absolue : $r = -i_1$.

Lois de Snell-Descartes pour la réfraction

- le rayon réfracté est dans le plan d'incidence,
- la relation entre les angles d'incidence et de réfraction s'exprime par :

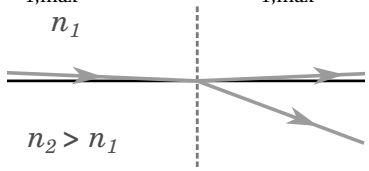
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$



SI $n_1 < n_2$

Il y a réfraction dans un milieu plus réfringent. À la traversée du dioptre, le rayon se rapproche de la normale.

Cas limite : en incidence rasante, $i_{1,\max} = 90°$ donc $\sin i_{1,\max} = 1$.



RÉFRACTION LIMITE :

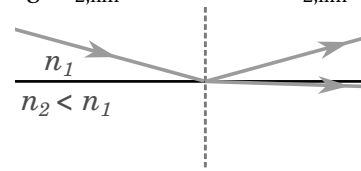
$$\sin i_{2,\max} = \frac{n_1}{n_2}$$

Il ne peut pas y avoir de rayon réfracté avec un angle $i_2 > i_{2,\max}$.

SI $n_1 > n_2$

Il y a réfraction dans un milieu moins réfringent. À la traversée du dioptre, le rayon s'éloigne de la normale.

Cas limite : la réfraction disparaît pour un angle $i_{2,\lim} = 90°$ donc $\sin i_{2,\lim} = 1$.



CONDITION DE RÉFLEXION TOTALE :

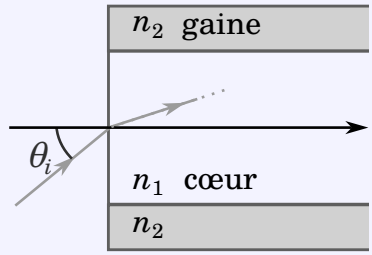
$$i_1 > i_{1,\lim} \quad \text{avec} \quad \sin i_{1,\lim} = \frac{n_2}{n_1}$$

Au-delà de $i_{1,\lim}$, il ne peut pas y avoir de rayon réfracté. Le rayon incident est totalement réfléchi.

La relation obtenue pour la réflexion totale est très similaire à celle de la réfraction limite. En effet, si on considère un rayon en incidence rasante avec $n_1 < n_2$, le rayon obtenu par retour inverse de la lumière aura pour angle limite de réflexion totale la même valeur que la réfraction limite.

Colle n° 1 - Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique est constituée d'un cœur d'indice n_1 entouré d'une gaine d'indice $n_2 < n_1$. La fibre optique est plongée dans l'air d'indice $n_{\text{air}} = 1,00$. On note i l'angle d'incidence du rayon dans le cœur à l'interface cœur/gaine.



1) Trouver la condition portant sur i qui permet à un rayon de rester dans le cœur.
2) On appelle $\theta_{\text{i,max}}$ l'angle maximal permettant la propagation du rayon. Déterminer $\sin\theta_{\text{i,max}}$ en fonction de n_1 et n_2.
3) En déduire son expression en fonction de n_1 et Δ, avec $\Delta = \dfrac{{n_1}^2 - {n_2}^2}{2\,{n_1}^2}$. Faire l'application numérique avec $\Delta = 1,00\%$ et $n_1 = 1,60$.

4) Exprimer le temps de trajet minimal et le temps de trajet maximal pour un rayon dans une fibre optique de longueur L. En déduire le décalage temporel à la sortie de la fibre.

5) Faire l'application numérique avec $L = 1,0\,\text{km}$.

Solution commentée

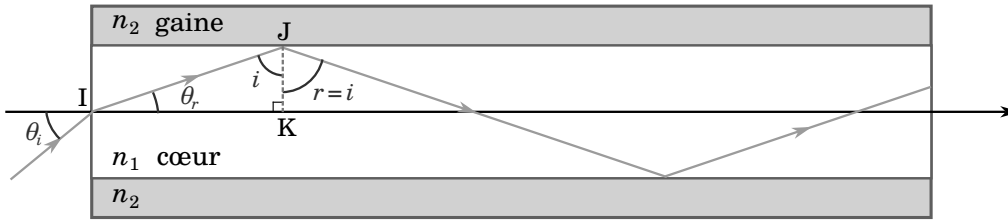
1. Pour qu'un rayon lumineux reste dans le cœur, il doit se réfléchir totalement en J. On sait que $n_2 < n_1$, donc il y a réflexion totale pour les angles d'incidence i tels que :

$$i > i_{\text{lim}} \qquad \text{avec} \qquad \sin i_{\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1}$$

2. Loi de Descartes pour la réfraction en I : $n_{\text{air}} \sin\theta_i = n_1 \sin\theta_r$.
L'indice de l'air est $n_{\text{air}} = 1,00$, donc :

$$\sin\theta_i = n_1 \sin\theta_r$$

Schéma de la fibre optique :



Dans le triangle IJK, rectangle en K : $i + \theta_r = \pi/2$. On obtient donc une condition sur θ_r :

$$\theta_r < \theta_{\text{r,max}} = \pi/2 - i_{\text{lim}}$$

Soit encore :

$$\sin\theta_i < n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_{\text{lim}}\right) = n_1 \cos(i_{\text{lim}}) = n_1 \sqrt{1 - (\sin i_{\text{lim}})^2} = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

L'angle d'incidence est donc limité à une valeur maximale $\theta_{\text{i,max}}$:

$$\theta_i < \theta_{\text{i,max}} \qquad \text{avec} \qquad \sin\theta_{\text{i,max}} = \sqrt{{n_1}^2 - {n_2}^2}$$

Ouverture numérique
En optique, on parle souvent d'ouverture numérique, définie par : ON = $n \sin\theta_{\text{i,max}}$ avec n l'indice du milieu de départ. Dans le cas de la fibre optique, elle caractérise son cône d'acceptante : tous les rayons inclus dans ce cône peuvent se propager dans la fibre. On définit également l'ouverture numérique d'une source de lumière ou d'un système optique : celle-ci renseigne sur l'angle du rayon le plus écarté de l'axe optique qui sort de la source ou qui entre dans le système optique.

3. Avec $\Delta = \dfrac{{n_1}^2 - {n_2}^2}{2\,{n_1}^2}$, on remplace dans l'expression trouvée à la question précédente :

$$\sin\theta_{\text{i,max}} = \sqrt{{n_1}^2 - {n_2}^2} = \sqrt{2\,{n_1}^2\,\Delta} = n_1\sqrt{2\Delta}$$

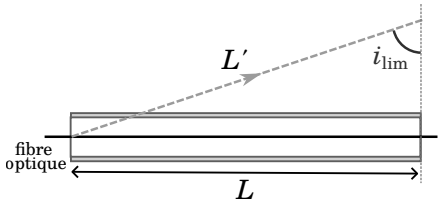
AN : $\theta_a = 1{,}60 \times \sqrt{2 \times 0{,}0100} = 0{,}226$ rad $= 13{,}0°$

4. Le chemin du rayon en incidence normale est le plus court. En notant L la longueur de la fibre et v_1 la vitesse de la lumière dans le cœur, la durée du trajet minimal est :

$$t_{\text{min}} = \frac{L}{v_1}$$

La propagation dans la fibre se fait par une succession de réflexions totales identiques. On peut imaginer "déplier" les réflexions successives du rayon. On obtient un segment dont la longueur est la même que la somme des longueurs des rayons successifs. L'angle fait avec la verticale est : i_{lim}.

Le chemin du rayon en incidence maximale (c'est-à-dire pour θ_r maximal, donc i minimal : $i = i_{\text{lim}}$), noté L', est plus long que celui du rayon en incidence normale.



$$\sin i_{\text{lim}} = \frac{L}{L'} \quad \text{donc} \quad L' = \frac{L}{\sin i_{\text{lim}}}$$

$$t_{\text{max}} = \frac{L'}{v_1} = \frac{L}{\sin i_{\text{lim}}\, v_1}$$

$$\Rightarrow \qquad \Delta t = t_{\text{max}} - t_{\text{min}} = \frac{L}{v_1}\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) = \frac{n_1 L}{c}\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) > 0$$

Vitesse de la lumière dans un milieu
La vitesse de propagation d'un rayon lumineux dans un milieu d'indice n est : $v = c/n$. Plus un milieu est réfringent, plus la lumière y est ralentie.

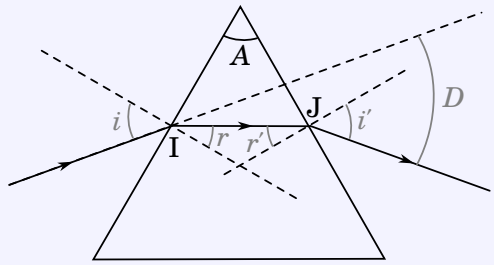
5. On calcule n_2 : $n_2 = n_1\sqrt{1-2\Delta} = 1,60\sqrt{1-2\times 0,0100} = 1,58$

$$\text{donc : } \Delta t = \frac{1,60\times 1,0\times 10^3}{3,00\cdot 10^8}\times\left(\frac{1,60}{1,58}-1\right) = 54\,\text{ns}$$

Conséquences
En conséquence, tous les rayons du faisceau n'arrivent pas en même temps à la sortie de la fibre. L'impulsion ressort étalée sur une durée Δt d'autant plus grande que la fibre est longue et que l'ouverture numérique est grande. Pour que l'information reste exploitable, il faut que l'intervalle entre deux impulsions soit supérieur au décalage.

Colle n° 2 - Déviation de la lumière par un prisme

On éclaire un prisme d'indice n d'angle au sommet A par un faisceau de lumière parallèle monochromatique.



1) Trouver quatre relations entre n, A, r, r', i, i' et D.

La loi de Cauchy donne l'expression de indice de réfraction d'un milieu dispersif : $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ avec A et B des constantes positives.

2) En déduire si la lumière violette est plus ou moins déviée que la lumière rouge.

On peut montrer que la déviation D est minimale lorsque $i = i'$.

3) En déduire l'indice n en fonction de la déviation minimale D_{min}.

Solution commentée

1. Loi de Snell-Descartes en I : $\sin i = n\sin r$
Loi de Snell-Descartes en J : $\sin i' = n\sin r'$
Dans le triangle AIJ :

$$A + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - r' = \pi$$

donc

$$A = r + r'$$

Il vient l'expression de la déviation :

$$D = i - r + i' - r' = i + i' - A$$

2. $\lambda_{\text{rouge}} > \lambda_{\text{bleu}}$ donc $\dfrac{1}{{\lambda_{\text{rouge}}}^2} < \dfrac{1}{{\lambda_{\text{bleu}}}^2}$

Donc d'après la loi de Cauchy $n_{\text{rouge}} < n_{\text{bleu}}$

Reprenons la loi de Snell-Descartes en I :

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} \quad \text{donc} \quad r_{\text{rouge}} > r_{\text{bleu}}$$

Comme $r' = A - r$, il vient :

$$r'_{\text{rouge}} < r'_{\text{bleu}}$$

Avec la loi de Snell-Descartes en J :

$$\sin i' = n \sin r' \quad \text{donc} \quad i'_{\text{rouge}} < i'_{\text{bleu}}$$

$$D = i + i' - A \quad \text{donc} \quad D_{\text{rouge}} < D_{\text{bleu}}$$

Le bleu est plus dévié que le rouge.

3.

$$i = i' \Rightarrow n \sin r = n \sin r' \Rightarrow r = r'$$

On a donc : $A = 2r$, soit encore $r = A/2$.

On en déduit aussi :

$$D_{\text{min}} = 2i - A$$

donc :

$$i = \frac{D_{\text{min}} + A}{2}$$

Or $\sin i = n \sin r$, donc :

$$n = \frac{\sin\left(\dfrac{D_{\text{min}} + A}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$$

CHAPITRE 2

FORMATION D'IMAGES PAR UN SYSTÈME OPTIQUE

Définitions

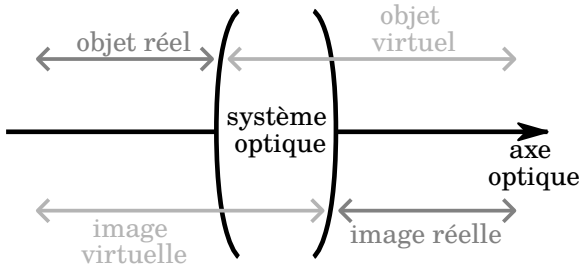
Axe optique : axe autour duquel le système optique présente une symétrie de révolution.

Objet : c'est un ensemble de points objets : des rayons sont issus de chacun de ces points et se dirigent vers le système optique.

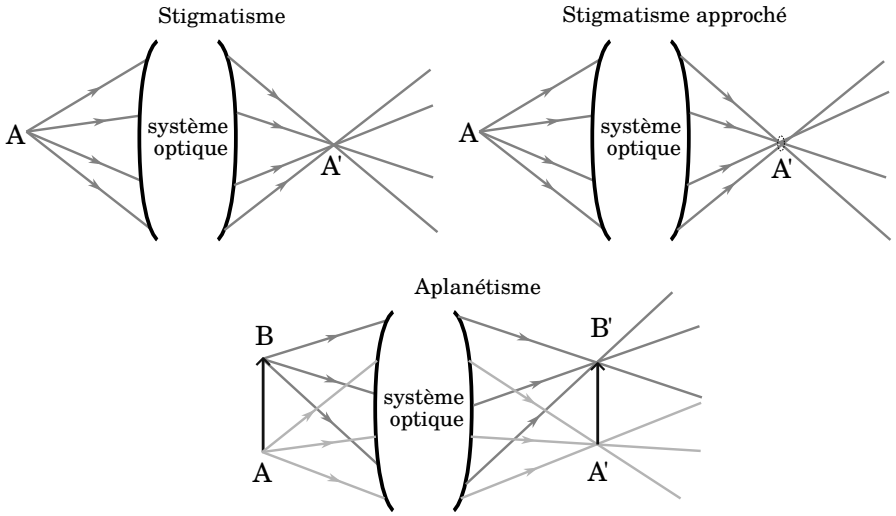
Image : c'est un ensemble de points images : des rayons en provenance du système optique convergent en chacun de ces points.

Réel : un objet réel est un objet d'où les rayons partent effectivement, c'est-à-dire avant le système optique. Une image réelle est une image vers laquelle les rayons convergent effectivement, c'est-à-dire après le système optique.

Virtuel : si un objet (respectivement une image) n'est pas réel, il est virtuel. On représente un objet ou une image virtuels par une flèche en pointillés. À la différence d'une image réelle, une image virtuelle ne peut pas être observée en plaçant un écran à cette position.



Stigmatisme rigoureux/approché : un système présente un stigmatisme rigoureux pour les points A et A′ si tous les rayons issus de A convergent en A′ après traversée du système. Un système présente un stigmatisme approché pour les points A et A′ si tous les rayons issus de A convergent en une petite tache centrée en A′ après traversée du système.



Aplanétisme : un système est aplanétique si un objet, noté AB, plan et perpendiculaire à l'axe optique donne une image, notée A'B', plane et perpendiculaire à l'axe optique.

En réalité, il n'y a que le miroir plan qui soit rigoureusement stigmatique et aplanétique pour tout couple objet-image. On trouve également un stigmatisme rigoureux dans les télescopes paraboliques.

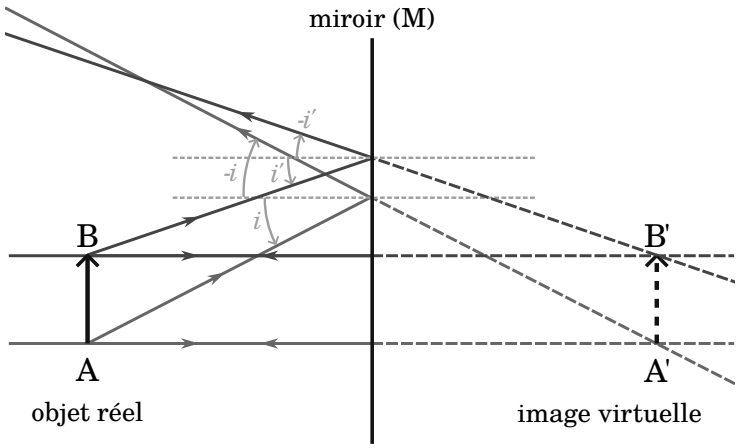
Conditions de Gauss : Dans l'étude de tous les autres systèmes optiques, on se placera dans les conditions de Gauss :

- l'angle entre le rayon incident et l'axe optique est faible,
- le point d'incidence est proche de l'axe optique : on dit que l'on travaille avec des rayons paraxiaux.

Sous ces conditions, on pourra appliquer l'approximation des petits angles :

$$\sin\theta \approx \theta \quad \text{et} \quad \tan\theta \approx \theta$$

Miroir plan : On considère un objet réel AB que l'on observe par l'intermédiaire d'un miroir plan M. Pour trouver le point image A' (respectivement B'), il faut trouver le lieu où deux rayons issus de A (respectivement B) se croisent.



Pour commencer, le rayon le plus facile à tracer est celui qui est en incidence normale par rapport au dioptre de M : celui-ci est renvoyé dans la même direction. Le deuxième rayon à tracer est quelconque. Les lois de la réflexion nous permettent d'en déduire la direction du rayon réfléchi.

Les deux rayons réfléchis s'écartent l'un de l'autre. Il faut les prolonger du côté du miroir pour trouver leur intersection. Ainsi, on obtient une image virtuelle.

Résultat : l'image obtenue est toujours virtuelle et symétrique de l'objet par le plan du miroir. En effet, par les propriétés de la construction des rayons, la distance entre A (resp. B) et M est égale à celle entre A' (resp. B') et M.

Lois de conjugaison d'une lentille mince

Une lentille mince est caractérisée par sa distance focale, qui correspond à la distance algébrique entre son centre O et son foyer principal image F' : $f' = \overline{\mathrm{OF'}} = -\overline{\mathrm{OF}}$.

À la traversée d'une lentille mince, les principaux rayons issus d'un point objet sont :

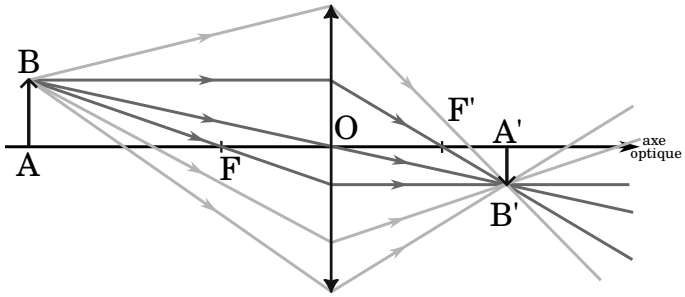
- le rayon passant par l'origine de la lentille O : il n'est pas dévié,
- le rayon passant par le foyer objet F : il émerge de la lentille parallèlement à l'axe optique,
- le rayon parallèle à l'axe optique : il émerge en passant par le foyer image F'.

Ces trois rayons sont tracés en gris foncé sur les figures ci-dessous. À partir de ces constructions, on peut tracer tous les autres rayons : quelques exemples sont tracés en gris clair.

LENTILLE CONVERGENTE

$f' > 0$

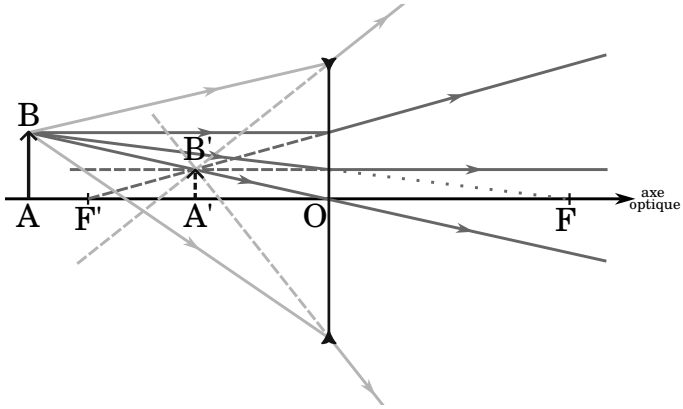
Ce type de lentille possède un ou deux dioptres convexes.



LENTILLE DIVERGENTE

$f' < 0$

Ce type de lentille possède un ou deux dioptres concaves.



Remarque : plus les dioptres sont courbés, plus la valeur absolue de la distance focale $|f'|$ est faible.

Définition du grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

On pourra utiliser une relation de conjugaison ou une formule de grandissement en fonction du problème et de la grandeur cherchée. Celles-ci sont données par :

ORIGINE AU CENTRE

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

ORIGINE AUX FOYERS

$$\overline{F'A'} \,.\, \overline{FA} = f f' = -f'^2$$

$$\gamma = \frac{-\overline{F'A'}}{f'} = \frac{-f}{\overline{FA}}$$

À propos des formules de grandissement

Les relations sur le grandissement se démontrent à partir de sa définition et du théorème de Thalès.
En premier lieu, on l'applique dans les triangles OAB et OA'B'.
En deuxième lieu, on l'applique entre le triangle F'A'B' et celui formé par O, F' et le projeté orthogonal de B sur la lentille.

De façon similaire, on l'applique entre le triangle FAB et celui formé par O, F et le projeté orthogonal de B' sur la lentille.

À propos des relations de conjugaison

À partir des formules du grandissement avec origine aux foyers on trouve immédiatement la relation de conjugaison correspondante.

La formule de conjugaison au centre se démontre à partir de celle aux foyers : on introduit le point O, on développe et on divise par $\overline{OA'}$ et $\overline{OA}$.

Propriétés des plans focaux

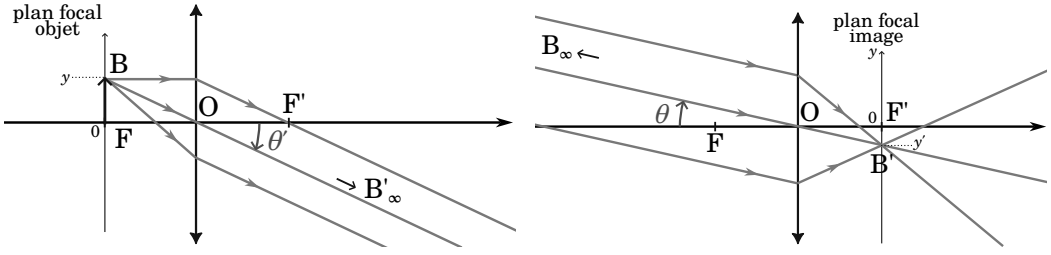
Le plan focal objet est le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F . Le plan focal image est le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F'.

OBJET DANS LE PLAN FOCAL OBJET

Tout point B du plan focal objet a son image à l'infini B'_∞ : tous les rayons issus de ce point émergent de la lentille avec la même inclinaison (voir figure de gauche ci-dessous). Un point objet, d'ordonnée y, dans le plan focal objet d'une lentille a une image à l'infini. L'image est caractérisée par l'angle θ' sous lequel elle est vue : $\tan\theta' = \frac{y}{f'} \approx \theta'$.

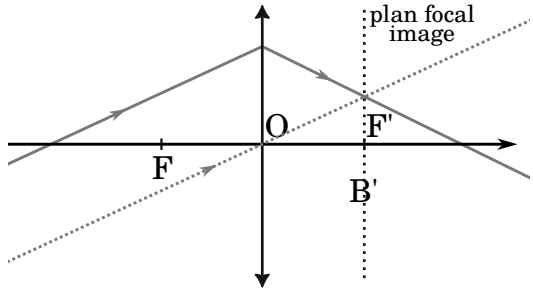
OBJET À L'INFINI

Les rayons d'un objet à l'infini B_∞ convergent en un point du plan focal image B' (voir figure de droite ci-dessous). Un objet à l'infini émet des rayons parallèles entre eux.
Il est caractérisé par l'angle θ sous lequel il est vu : c'est l'angle que les rayons forment avec l'axe optique. Son image par une lentille est dans le plan focal image à une ordonnée y' : $\tan\theta = \frac{y'}{f'} \approx \theta$, d'où $y' = f' \times \theta$.



Exemples de construction des rayons émanant d'un objet : dans le plan focal objet (à gauche) ou à l'infini (à droite).

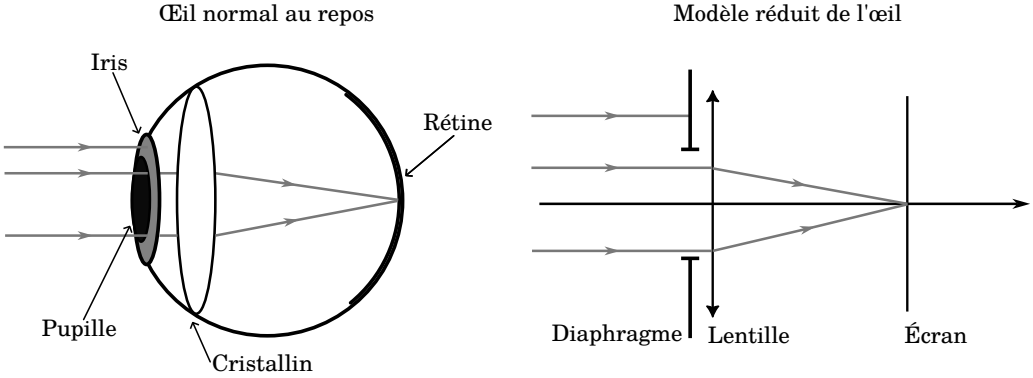
Pour tracer la marche d'un rayon quelconque, il faut considérer un rayon non dévié passant par l'origine de la lentille : on sait qu'il intercepte le rayon cherché dans le plan focal image.



Optique de l'œil

L'œil remplit sa fonction grâce à sa faculté de concentrer les rayons sur les capteurs du fond de l'œil (cônes et bâtonnets). On utilise communément le modèle réduit de l'œil, dans lequel on modélise :

- l'iris et la pupille par un diaphragme,
- le cristallin par une lentille convergente,
- la rétine par un écran situé à une distance fixe de 16 mm de la lentille.



La distance focale du cristallin est variable. Au repos, un œil normal voit net un objet se trouvant à l'infini. Pour voir de près, le cristallin accommode : il se courbe pour être encore plus convergent (f' diminue).

Plusieurs grandeurs permettent de caractériser un œil :

- punctum proximum : point le plus proche que l'œil peut voir nettement (avec accommodation). Il est très proche pour les enfants, recule à environ 25 cm à l'âge adulte et recule encore plus avec l'âge (2 m dans le cas d'une presbytie).
- punctum remotum : point le plus loin que l'œil peut voir nettement et sans fatigue. Il est à l'infini pour un œil normal.

- plage d'accommodation : zone du punctum proximum au punctum remotum.
- limite de résolution angulaire : angle le plus faible sous lequel deux points sont discernables. Sa valeur normale est d'environ 1 minute d'arc : $1' = 1°/60 = 3 \cdot 10^{-4}$ rad.

Objectif et oculaire

La plupart des instruments d'optique sont constitués d'un objectif et d'un oculaire, pouvant eux-mêmes être composés de plusieurs lentilles. Leurs rôles sont les suivants :

- l'objectif est le premier système optique après l'objet et permet de former une image intermédiaire,
- l'oculaire joue un rôle équivalent à celui d'une loupe et forme une image à l'infini pour être observée confortablement par un œil, c'est-à-dire sans effort.

Colle n° 3 - Une lunette de Galilée

On étudie une lunette de Galilée formée :

- d'un objectif constitué d'une lentille L_1 de vergence $V_1 = 1.0\,\delta$,
- d'un oculaire constitué d'une lentille L_2 avec $V_2 = -5.0\,\delta$.

Distance entre l'objectif et l'oculaire : $d = 80\,\text{cm}$.

1) Cette lunette est-elle afocale ?
2) Sans souci d'échelle, réaliser un schéma optique de la lunette et tracer la marche d'un rayon faisant l'angle θ avec l'axe optique en faisant apparaître l'image intermédiaire.
3) Calculer le grossissement de la lunette : $G = \frac{\theta'}{\theta}$ avec θ' l'angle sous lequel on voit l'image après la lunette.

On considère l'observation de Saturne, située à $1,5 \cdot 10^9\,\text{km}$ de la Terre, et de ses anneaux de rayon de $1,0 \cdot 10^5\,\text{km}$.

4) L'observateur peut-il distinguer Saturne et ses anneaux à l'œil nu ?
5) Même question avec la lunette.

On souhaite recueillir une image de Saturne et de ses anneaux sur un capteur placé à 10 cm en arrière de l'oculaire.

6) Quelle doit être la nouvelle valeur de la distance objectif-oculaire ?
7) Déterminer la distance entre l'image du centre de Saturne et de ses anneaux sur le capteur.

Solution commentée

1. Quelques rappels préliminaires :

Vergence d'une lentille
On définit la vergence d'une lentille par : $V = 1/f'$. On l'exprime en dioptries, notée δ : $1\,\delta = 1\,\mathrm{m}^{-1}$.

Lunette afocale
Une lunette afocale n'a pas de foyer : des rayons provenant d'un objet à l'infini forment une image à l'infini.
Pour qu'une lunette soit afocale, il faut que le foyer image de l'objectif corresponde au foyer objet de l'oculaire. On peut donc trouver la distance entre les lentilles :

$$d = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_2O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{O_2F_2'} = f_1' + f_2'$$

On commence par déterminer les distances focales :

$$f_1' = 1/V_1 = 1{,}0\,\mathrm{m} \quad \text{et} \quad f_2' = 1/V_2 = -1/5 = -0{,}20\,\mathrm{m}$$

On trouve : $f_1' + f_2' = 1{,}0 - 0{,}20 = 0{,}80\,\mathrm{m}$.
Donc $d = f_1' + f_2'$. La relation est vérifiée ici. Ainsi, la lunette est afocale.

2. Avec les notations du schéma :

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} A_1 = F_1' = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$

$$B_\infty \xrightarrow{L_1} B_1 \xrightarrow{L_2} B'_\infty$$

Le rayon provenant de B sous l'angle θ et passant par O_1 traverse l'objectif sans être dévié. On le prolonge après l'oculaire pour trouver l'image intermédiaire $\overline{A_1B_1}$ (virtuelle) dans le plan focal objet.
On obtient l'image B' en traçant le rayon (O_2B_1) qui traverse l'oculaire sans être dévié.

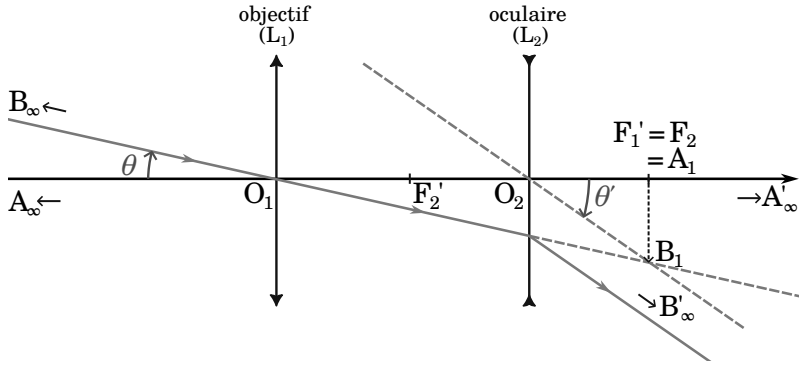


Schéma optique de la lunette de Galilée

3. $G = \frac{\theta'}{\theta}$
En appliquant l'approximation des petits angles :

$$\tan\theta = \frac{\overline{A_1B_1}}{{f_1}'} \approx \theta$$

$$\tan\theta' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{{f_2}'} \approx \theta'$$

donc :

$$G = -\frac{\overline{A_1B_1}}{{f_2}'} \times \frac{{f_1}'}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{{f_1}'}{{f_2}'} = -\frac{V_2}{V_1}$$

AN : $G = -\frac{5,0}{-1,0} = 5,0$
$G > 0$: l'image est donc droite (même sens que l'objet) et grossie 5 fois.

Grandissement ou grossissement ?
Il ne faut pas confondre le grandissement γ avec le grossissement G. On s'intéresse au grandissement lorsqu'on forme une image à partir d'un objet de dimension connue. Ici les rayons viennent de l'infini et sont rejetés à l'infini. On ne connaît que les angles que font les rayons avec l'axe optique.

4. Pour savoir si deux objets sont discernables à l'œil nu, il faut comparer l'angle sous lequel ils sont vus avec la limite de résolution angulaire de l'œil. La distance angulaire entre les deux objets est :

$$\theta = \frac{R}{D} = \frac{1,0 \cdot 10^5}{1,5 \cdot 10^9} = 6,7 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

On trouve : $\theta < 3 \cdot 10^{-4}$ rad. Donc l'observateur ne peut pas distinguer Saturne de ses anneaux à l'œil nu.

5. Cette fois-ci, on s'intéresse à l'angle après la lunette :

$$\theta' = G \times \theta = 5.0 \times 6,7 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ rad} > 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Ainsi, l'observateur pourra les distinguer en utilisant la lunette.

6. L'énoncé nous donne la distance entre l'oculaire et l'image : $\overline{O_2A'} = 10\,\text{cm}$. La conjugaison s'écrit :

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} A_1 = {F_1}' \xrightarrow{L_2} A'$$

On écrit la relation de conjugaison au centre pour la lentille L_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2{F_1}'}} = V_2$$

donc :

$$\overline{O_2F_1'} = \frac{1}{\frac{1}{\overline{O_2A'}} - V_2}$$

AN : $\overline{O_2F_1'} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}10} - (-5)} = \frac{1}{15} = 6{,}7\,\text{cm}$

On cherche la distance entre O_1 et O_2 :

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'O_2} = f_1' - \overline{O_2F_1'}$$

AN : $\overline{O_1O_2} = 25 - 6{,}7 = 18\,\text{cm}$

7. On cherche $\overline{A'B'}$. Pour ce faire, on utilise la définition du grandissement ($\gamma = \overline{A'B'} \,/\, \overline{AB}$) et sa formule avec origine au centre ($\gamma = \overline{OA'} \,/\, \overline{OA}$) :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2F_1'}}$$

donc :

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{O_2A'} \,.\, \overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_1'}}$$

avec : $\overline{A_1B_1} = f_1'\theta$

AN : $\overline{A'B'} = \frac{10 \times 1{,}0 \times 6{,}7 \cdot 10^{-5}}{6{,}7} = 0{,}010\,\text{cm} = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\,\text{m}$

Discernabilité par le capteur

Un capteur de lumière usuel est constitué de pixels d'environ 5 µm de côté. L'image représente ici une vingtaine de pixels, ce qui est très largement suffisant.

CHAPITRE 3

SIGNAUX ÉLECTRIQUES DANS L'ARQS

Contexte

L'étude des circuits électriques parcourus par un signal est appelée l'électrocinétique. Elle s'inscrit dans notre quotidien à travers une grande variété d'appareils électriques, ainsi que dans l'industrie.
On limite cette étude aux petits circuits et aux composants constitués de conducteur(s) électrique(s) (corps dans lequel les électrons se déplacent librement) et/ou d'un isolant électrique (corps dans lequel il n'y a pas de charge libre). Un dipôle est une partie d'un circuit présentant deux bornes électriques ; il peut consister en un seul composant ou en une portion de circuit. Notations des grandeurs :

- en majuscule : grandeur constante dans le temps (ex : I ou U en régime continu)
- en minuscule : grandeur qui peut varier dans le temps (ex : i ou u en régime variable).

Les bases de l'électrocinétique

Le courant électrique et son intensité

Le courant électrique est un déplacement de particules possédant une charge électrique. Dans un circuit électrique, les particules sont les électrons, de charge négative ($q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C).

L'intensité du courant est le débit de charges qui passe à travers une section du conducteur :

$$i = \frac{\delta q}{\mathrm{d}t}$$

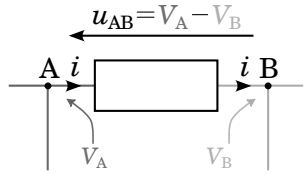
avec δq la quantité de charges traversant la section pendant la durée dt. i est en ampères (A), δq est en coulombs (C) et dt en secondes (s). Le courant va donc dans le sens contraire des électrons, qui sont de charge négative.
Pour mesurer une intensité, on utilise un ampèremètre placé en série.

Le potentiel électrique et la tension électrique

Le potentiel électrique V est une grandeur en électromagnétisme définie en tout point d'un circuit et proportionnelle à l'énergie potentielle de l'électron à une constante près ($V = \frac{E_p}{q} + \text{cte}$). Elle s'exprime en volts (V). On choisit arbitrairement un point du circuit comme référence de potentiel, appelé masse.

On définit la tension u_{AB} entre deux points A et B d'un circuit par la différence de potentiel :

$$u_{AB} = V_A - V_B$$



On la symbolise par une flèche allant de B vers A.

Sur le schéma ci-contre, tous les points à gauche du dipôle ont le même potentiel V_A et tous les points à droite du dipôle ont le même potentiel V_B.
Pour mesurer une tension, on utilise un voltmètre placé en parallèle.

Puissance électrique

En électricité, la puissance reçue ou générée (en watts, notée W) est définie par :

$$P = u \times i$$

Pour obtenir l'énergie (en joules, notée J), on utilise la relation :

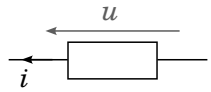
$$P = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

Ainsi :

$$E = \int P \,\mathrm{d}t + \text{cte}$$

Selon le sens des flèches de la tension u et de l'intensité i, on distingue deux cas :

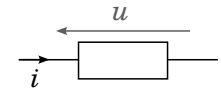
CONVENTION GÉNÉRATEUR



i et u sont dans le même sens.

- si $P > 0$: la puissance est produite par le dipôle, il se comporte effectivement comme un générateur.
- si $P < 0$: la puissance est reçue par le dipôle, c'est en fait un récepteur.

CONVENTION RÉCEPTEUR



i et u sont de sens opposés.

- si $P > 0$: la puissance est reçue par le dipôle, c'est effectivement un récepteur.
- si $P < 0$: la puissance est produite par le dipôle, c'est en fait un générateur.

Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (ARQS)

Dans un circuit électrique, un signal ne se propage pas instantanément. Dans le cas général, il faudrait prendre en compte son temps de propagation. Néanmoins on pourra le négliger dans le cas d'un circuit de dimensions suffisamment petites : $L \ll \lambda = cT = \dfrac{c}{f}$.

Alors l'intensité est la même en tout point d'une même branche et on applique les lois suivantes aussi bien en régime continu qu'en régime variable, tant que la fréquence est faible devant $\frac{c}{L} \approx 300\,\text{GHz}$ avec $L \approx 10\,\text{cm}$.

Lois de Kirchhoff

LOI DES NŒUDS

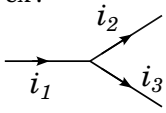
Il y a conservation de la charge en tout point du circuit. Notamment à un nœud :

$$\sum_k \varepsilon_k i_k = 0$$

avec $\varepsilon_k = +1$ si i_k est orientée vers le nœud, $\varepsilon_k = -1$ sinon.
Soit encore :

$$\sum_k i_{k,\text{entrant}} = \sum_k i_{k,\text{sortant}}$$

ex :



$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i_1 = i_2 + i_3$$

LOI DES MAILLES

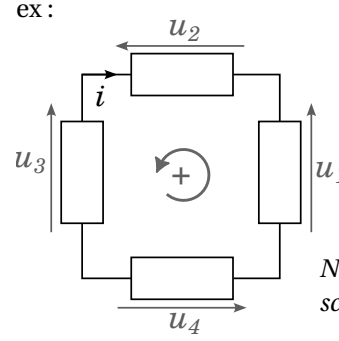
Dans une maille, la somme des tensions est nulle :

$$\sum_k \varepsilon_k u_k = 0$$

avec $\varepsilon_k = +1$ si u_k est orientée dans le sens de parcours de la maille, $\varepsilon_k = -1$ sinon.
Soit encore, après avoir choisi un sens pour le courant :

$$\sum_k u_{k,\text{générateur}} = \sum_k u_{k,\text{récepteur}}$$

ex :



$$u_1 + u_2 - u_3 + u_4 = 0$$

$$u_3 = u_1 + u_2 + u_4$$

NB : le choix de i sur le schéma est arbitraire.

Les dipôles ohmiques

Loi d'Ohm

Un dipôle ohmique est un conducteur vérifiant la loi d'Ohm :

$$u = R\,i \qquad \text{ou} \qquad i = G\,U$$

Il est caractérisé par sa résistance R, en ohms (Ω). On définit aussi sa conductance G en siemens (S) :

$$G = \frac{1}{R}$$

La puissance reçue par une résistance est :

$$P = u\,i = R\,i^2 = \frac{u^2}{R}$$

Dans le régime continu (tension et intensité constantes), l'énergie reçue s'exprime par :

$$E_R = R\,I^2\,\Delta t$$

Cette énergie est dissipée par la résistance vers l'extérieur sous forme d'énergie thermique par effet Joule.

Association de résistances

ASSOCIATION EN SÉRIE

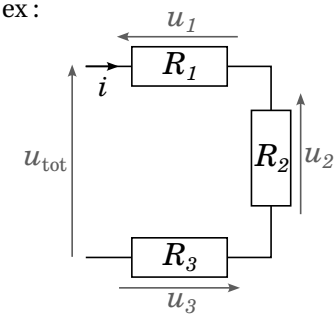
Résistance équivalente :

$$R_{\text{eq}} = \sum_k R_k$$

Pont diviseur de tension :

$$u_j = \frac{R_j}{\sum_k R_k} u_{\text{tot}}$$

ex :



$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} u_{\text{tot}}$$

ASSOCIATION EN PARALLÈLE

Conductance équivalente :

$$G_{\text{eq}} = \sum_k G_k$$

Résistance équivalente :

$$R_{\text{eq}} = \frac{1}{\sum_k G_k}$$

Pont diviseur de courant :

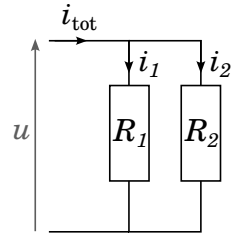
$$i_j = \frac{G_j}{\sum_k G_k} i_{\text{tot}} = \frac{1/R_j}{\sum_k 1/R_k} i_{\text{tot}}$$

ex :

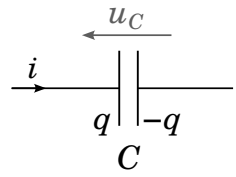
$$G_{\text{eq}} = G_1 + G_2 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

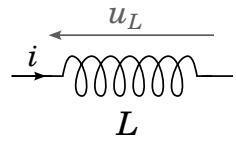
$$i_2 = \frac{1/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} i_{\text{tot}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_{\text{tot}}$$



Condensateurs et bobines



Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant. Il stocke l'énergie sous forme électrique et se caractérise par sa capacité, notée C, exprimée en farad (F).



Une bobine est constituée d'un enroulement de fil où se produit un effet d'induction. Elle stocke l'énergie sous forme magnétique et se caractérise par son inductance, notée L, exprimée en henrys (H).

Dans la suite, les relations entre l'intensité et la tension sont données en convention récepteur pour chaque dipôle. On en déduit les puissances et énergies correspondantes.

CONDENSATEUR

$$u = \frac{q}{C} \qquad \text{ou} \qquad i = C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

Puissance reçue :

$$P_\mathrm{E} = u\,i = C\,u\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}C\,u^2\right)}{\mathrm{d}t}$$

Énergie reçue :

$$W_\mathrm{E} = \int_{t_0}^{t_\mathrm{f}} P_\mathrm{E}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}C\left({u_\mathrm{f}}^2 - {u_0}^2\right)$$

avec u_f et u_0 les tensions finales et initiales aux bornes du condensateur. L'énergie est stockée, puis restituée par le condensateur.

BOBINE

$$u = L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

Puissance reçue :

$$P_\mathrm{B} = u\,i = L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\,i = \frac{\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}L\,i^2\right)}{\mathrm{d}t}$$

Énergie reçue :

$$W_\mathrm{B} = \int_{t_0}^{t_\mathrm{f}} P_\mathrm{B}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}L\left({i_\mathrm{f}}^2 - {i_0}^2\right)$$

avec i_f et i_0 les intensités finales et initiales qui passent dans la bobine. L'énergie est stockée, puis restituée par la bobine.

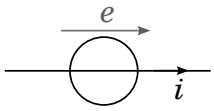
Les sources

Sources idéales

En convention générateur, les sources idéales sont définies par :

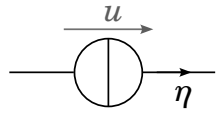
SOURCE IDÉALE DE TENSION

Elle délivre une tension e (aussi appelée f.e.m, force électromotrice) quelle que soit la valeur de l'intensité i qui la traverse.



SOURCE IDÉALE DE COURANT

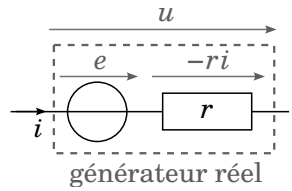
Elle délivre une intensité η quelle que soit la valeur de la tension u à ses bornes.



Modèle d'un générateur réel

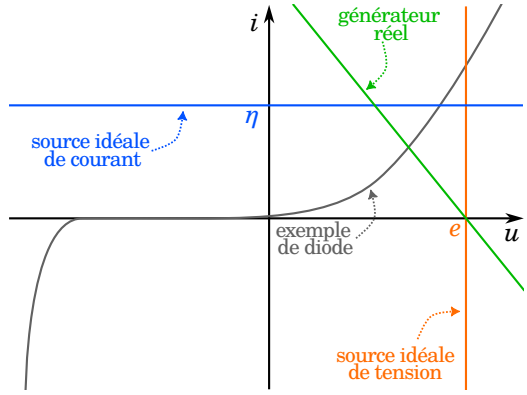
Un générateur réel peut aussi bien être un générateur utilisé en TP qu'une pile ou une batterie. La tension délivrée par un générateur réel diffère de celle d'un générateur idéal. C'est une conséquence de la résistance du générateur que l'on note r. On obtient la tension aux bornes de l'appareil en convention générateur :

$$u = e - r\,i$$



Caractéristique d'un dipôle

La caractéristique d'un dipôle représente la loi $i = f(u)$, c'est-à-dire l'intensité qui traverse le dipôle en fonction de la tension à ses bornes (voir graphique ci-contre). Elle peut être donnée en régime continu ou en régime sinusoïdal.

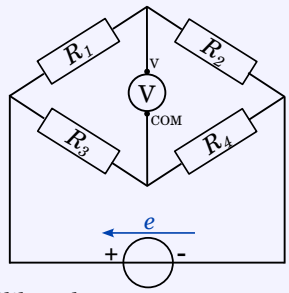


Point de fonctionnement

Dans un circuit, on considère séparément le générateur et le récepteur. Une fois connectés, ceux-ci sont traversés par le même courant et ont la même tension à leurs bornes. Cette situation correspond à l'intersection des deux caractéristiques, qu'on appelle point de fonctionnement.

Colle n° 4 - Pont de Wheastone

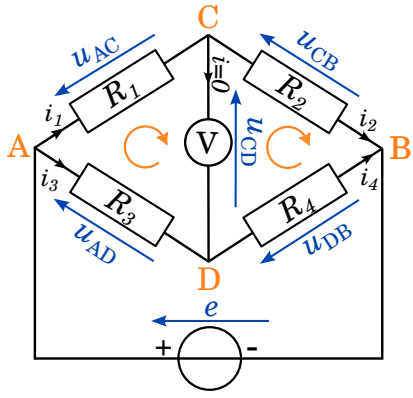
On associe quatre résistances R_1, R_2, R_3 et R_4 d'après le schéma ci-contre. On réalise un pont en plaçant un voltmètre au milieu afin de mesurer la tension correspondante. On suppose que l'intensité dans la branche du voltmètre est nulle.
Le pont de Wheastone est équilibré si la tension mesurée est nulle quelle que soit la force électromotrice e.



1) Déterminer la relation entre R_1, R_2, R_3 et R_4 pour équilibrer le pont.
2) Cas général du pont déséquilibré : déterminer l'expression de la tension mesurée par le voltmètre en fonction des résistances et de la f.e.m e.

Solution commentée

Poser le problème
La difficulté de cet exercice repose sur la définition des grandeurs. On introduit les inconnues supplémentaires nécessaires : intensités dans les branches et tensions entre les couples de points. Il faut choisir un sens pour les courants et être cohérents dans l'expression des tensions. On écrit alors la loi des nœuds, la loi des mailles et on applique la loi d'Ohm dans le cas d'une résistance. En combinant les expressions entre elles, on élimine une à une les grandeurs jusqu'à obtenir la grandeur ou la relation demandée.
On commence par définir quatre points correspondant aux quatre nœuds du montage : A, B, C et D. On pourra appeler u_{AC} la tension aux bornes de R_1, u_{BC} aux bornes de R_2, u_{AD} aux bornes de R_3 et u_{DB} aux bornes de R_4.



1. On applique la loi de nœuds en C : $i_1 = i_2 + i$.
avec $i = 0$, donc :

$$i_1 = i_2$$