TP CORRIGÉS DE PHYSIQUE

PRÉPAS • CONCOURS



TRAVAUX PRATIQUES

MP/MP*
MPI/MPI*
PC/PC*
PSI/PSI*
PT/PT*

Jean-Robert Seigne

ellipses

TP CORRIGÉS DE PHYSIQUE

PRÉPAS • CONCOURS

Travaux pratiques

MP/MP* PC/PC* PT/PT*
MPI/MPI* PSI/PSI*

Jean-Robert Seigne
Professeur de sciences physiques en MP* au lycée Clemenceau (Nantes)

ellipses

ISBN 9782340-120945
Dépôt légal : septembre 2026
©Ellipses Édition Marketing S.A.
8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1er de l'article L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage présente des TP que je réalise avec mes étudiants de MP. Leur structure est fonction des différents objectifs que je me fixe dans le cadre de leur préparation des concours. En filière MP, les TP font l'objet d'une épreuve à un seul des concours que passent mes étudiants. C'est une épreuve à l'oral qu'il convient de préparer en développant les capacités d'adaptation des étudiants à un matériel diversifié tout en les plaçant dans un cadre systématique à savoir celui où on réalise un montage expérimental - ou bien on se l'approprie lorsqu'il est fourni -, où, ensuite, on effectue des mesures pour lesquelles on évalue les incertitudes et où, enfin, on réalise une analyse des résultats ou la validation d'une loi. En dehors de la préparation de l'épreuve de TP aux concours, les TP sont indispensables pour bien assimiler les lois théoriques que l'on étudie. C'est pourquoi, un accent particulier est mis, dans chaque TP, sur la maîtrise du contenu théorique par un questionnement systématique qui doit être travaillé avant la séance de TP.*

Les TP, tels qu'ils sont présentés ici, sont le résultat d'une approche personnelle de cette problématique mais ils sont aussi le fruit d'évolutions liées à leur réalisation par mes étudiants qui ont permis leur amélioration. Ils résultent de plus, pour une part, d'un travail commun réalisé avec mes collègues de physique du lycée Clemenceau.

Ce livre est organisé par thèmes regroupant plusieurs TP. Chaque TP constitue un chapitre où vous trouverez, tout d'abord, l'énoncé tel que mes étudiants l'ont, puis les mesures que j'ai réalisées dans les mêmes conditions que celles qui leur sont offertes. Ensuite, vient l'exploitation des mesures. Enfin, un corrigé détaillé des aspects théoriques est proposé.

À l'ensemble des agents de laboratoire avec lesquels j'ai pu travailler dans les différents établissements auxquels j'ai appartenu. À Nathalie, Marie-Pierre, Aimé, Baptiste, Lucas et Naël qui contribuent actuellement à la réussite de mes étudiants de MP en TP et en TIPE...*

TABLE DES MATIÈRES

I Électronique **17**

1 Diffusion en électronique **19**
1.1 Objectifs . . . 19
1.2 Matériel . . . 20
1.3 Aspects théoriques . . . 21
1.3.a Régime indépendant du temps . . . 21
1.3.b Régime dépendant du temps . . . 21
1.4 Expériences . . . 22
1.4.a Régime indépendant du temps . . . 22
1.4.b Régime sinusoïdal . . . 23
1.5 Mesures - Exploitation . . . 23
1.5.a Régime indépendant du temps . . . 23
1.5.b Régime sinusoïdal . . . 27
1.6 Corrigé des aspects théoriques . . . 33

2 Échantillonnage **37**
2.1 Objectifs . . . 37
2.2 Matériel . . . 38
2.3 Aspects théoriques . . . 40
2.3.a Produit de deux tensions sinusoïdales . . . 40
2.3.b Effet de l'échantillonnage sur le spectre du signal . . . 41
2.4 Présentation du montage expérimental . . . 41

2.5 Expériences 43
2.5.a Utilisation du montage complet 43
2.5.b Conséquences de l'échantillonnage 44
2.5.c Confirmation auditive 44
2.5.d Filtrage numérique 44
2.6 Mesures 45
2.6.a Utilisation du montage complet 45
2.6.b Conséquences de l'échantillonnage 46
2.6.c Confirmation auditive 51
2.6.d Filtrage numérique 51
2.7 Corrigé des aspects théoriques 54
2.7.a Produit de deux tensions sinusoïdales 54
2.7.b Effet de l'échantillonnage sur le spectre du signal 54

3 Oscilloscope et filtrage **55**
3.1 Objectifs 55
3.2 Matériel 56
3.3 Aspects théoriques 58
3.3.a Filtre passe-haut 58
3.3.b Filtre passe-bande 59
3.4 Expériences 61
3.4.a Caractéristiques d'entrée de l'oscilloscope 61
3.4.b Réalisation du filtre de Rauch 61
3.4.c Filtrage d'un signal périodique 61
3.5 Mesures 61
3.5.a Caractéristiques d'entrée de l'oscilloscope 61
3.5.b Réalisation du filtre de Rauch 66
3.5.c Filtrage d'un signal périodique 66
3.6 Corrigé des aspects théoriques 70
3.6.a Filtre passe-haut 70
3.6.b Filtre passe-bande 70

II Mécanique **73**

4 Coefficient de frottement **75**
4.1 Objectifs . . . 75
4.2 Matériel . . . 75
4.3 Aspects théoriques . . . 77
4.3.a Rappel des lois de Coulomb . . . 77
4.3.b Équilibre sur un plan incliné . . . 79
4.3.c Glissement sur le plan incliné . . . 79
4.3.d Pour aller plus loin . . . 79
4.4 Expériences . . . 82
4.4.a Initiative personnelle . . . 82
4.4.b Pour aller plus loin . . . 82
4.5 Mesures . . . 82
4.5.a Initiative personnelle . . . 82
4.5.b Pour aller plus loin . . . 87
4.6 Corrigé des aspects théoriques . . . 88

5 Effet Doppler **91**
5.1 Objectifs . . . 91
5.2 Matériel . . . 92
5.3 Aspects théoriques . . . 94
5.3.a Effet Doppler . . . 94
5.3.b Mécanique . . . 95
5.3.c Traitement du signal ultrason reçu . . . 97
5.4 Expériences . . . 98
5.4.a Effet Doppler . . . 98
5.4.b Aspect mécanique . . . 99
5.5 Mesures . . . 99
5.5.a Effet Doppler . . . 99
5.5.b Aspect mécanique . . . 105
5.6 Corrigé des aspects théoriques . . . 106
5.6.a Effet Doppler . . . 106
5.6.b Mécanique . . . 107
5.6.c Traitement du signal ultrason reçu . . . 109
5.7 Pour aller plus loin . . . 110
5.7.a Questions . . . 110
5.7.b Réponses . . . 111

III Ondes **113**

6 Ondes dans un câble coaxial **115**
6.1 Objectifs . . . 115
6.2 Matériel . . . 116
6.3 Aspects théoriques . . . 117
6.3.a Équation de propagation . . . 117
6.3.b Atténuation . . . 119
6.3.c Adaptation d'impédance . . . 119
6.3.d Ondes stationnaires . . . 120
6.4 Expériences . . . 121
6.4.a Adaptation d'impédance . . . 121
6.4.b Vitesse de propagation dans câble . . . 122
6.4.c Atténuation . . . 124
6.4.d Réflexions à l'extrémité du câble . . . 125
6.4.e Ondes stationnaires . . . 125
6.5 Mesures . . . 126
6.5.a Adaptation d'impédance . . . 126
6.5.b Vitesse de propagation dans câble . . . 129
6.5.c Atténuation . . . 131
6.5.d Réflexions à l'extrémité du câble . . . 134
6.5.e Ondes stationnaires . . . 136
6.6 Corrigé des aspects théoriques . . . 138
6.6.a Équation de propagation . . . 138
6.6.b Atténuation . . . 140
6.6.c Adaptation d'impédance . . . 140
6.6.d Ondes stationnaires . . . 141

7 Polarisation **143**
7.1 Objectifs . . . 143
7.2 Matériel . . . 144
7.2.a Loi de Malus . . . 144
7.2.b Polarimètre de Laurent . . . 145
7.2.c Lunettes 3D . . . 148
7.2.d Lame quart-d'onde . . . 148
7.2.e Sélectivité des lunettes 3D . . . 149
7.3 Aspects théoriques . . . 150
7.3.a Rappels . . . 150
7.3.b Loi de Malus . . . 151
7.3.c Index d'un polariseur rectiligne . . . 152

7.2.d Lame quart-d'onde . . . 148
7.2.e Sélectivité des lunettes 3D . . . 149
7.3 Aspects théoriques . . . 150
7.3.a Rappels . . . 150
7.3.b Loi de Malus . . . 151
7.3.c Index d'un polariseur rectiligne . . . 152
7.3.d Polarisation circulaire . . . 153
7.3.e Loi de Biot . . . 156
7.4 Expériences . . . 156
7.4.a Détermination de la nature de l'indication de l'index . . . 156
7.4.b Loi de Malus . . . 156
7.4.c Mesure d'une concentration . . . 157
7.4.d Lunettes 3D . . . 157
7.5 Mesures . . . 158
7.5.a Détermination de la nature de l'indication de l'index . . . 158
7.5.b Loi de Malus . . . 159
7.5.c Mesure d'une concentration . . . 162
7.5.d Lunettes 3D . . . 164
7.6 Corrigé des aspects théoriques . . . 166
7.6.a Rappels . . . 166
7.6.b Loi de Malus . . . 166
7.6.c Index d'un polariseur rectiligne . . . 167
7.6.d Polarisation circulaire . . . 167
7.6.e Loi de Biot . . . 169

8 Ultrasons 171
8.1 Objectifs . . . 171
8.2 Matériel . . . 172
8.3 Aspects théoriques . . . 173
8.3.a Gain d'un filtre passe-bande . . . 173
8.3.b Amplitude d'une onde . . . 174
8.3.c Diffraction . . . 175
8.4 Expériences . . . 175
8.4.a Le transducteur en tant que filtre . . . 175
8.4.b Le transducteur en tant que source d'une onde ultrasonore 176
8.5 Mesures . . . 176
8.5.a Le transducteur en tant que filtre . . . 176
8.5.b Le transducteur en tant que source d'une onde ultrasonore 180
8.6 Corrigé des aspects théoriques . . . 183
8.6.a Amplitude d'une onde . . . 186
8.6.b Diffraction . . . 187

IV Optique **189**

9 Interféromètre de Michelson **191**
9.1 Objectifs . . . 191
9.2 Matériel . . . 192
9.3 Aspects théoriques . . . 193
9.3.a Lame d'air . . . 193
9.3.b Coin d'air . . . 193
9.3.c Doublet du sodium . . . 193
9.4 Expériences . . . 194
9.4.a Réglages de base . . . 194
9.4.b Passage au contact optique . . . 198
9.4.c Doublet du sodium . . . 198
9.4.d Lumière blanche . . . 199
9.5 Réglages - Mesures . . . 199
9.5.a Passage au contact optique . . . 201
9.5.b Doublet du sodium . . . 203
9.5.c Lumière blanche . . . 205
9.6 Corrigé des aspects théoriques . . . 206
9.6.a Coin d'air . . . 208
9.6.b Doublet du sodium . . . 209

10 Filtre interférentiel **211**
10.1 Objectifs . . . 211
10.2 Matériel . . . 211
10.3 Aspects théoriques . . . 213
10.3.a Principe . . . 213
10.3.b Profil spectral gaussien . . . 214
10.3.c Profil spectral rectangulaire . . . 215
10.4 Expériences . . . 216
10.4.a Réglages préliminaires . . . 216
10.4.b Mise en place de la motorisation . . . 217
10.4.c Montage . . . 217
10.4.d Acquisition . . . 217
10.4.e Étude d'un filtre . . . 218
10.5 Mesures . . . 220
10.5.a Réglages préliminaires . . . 220
10.5.b Mise en place de la motorisation . . . 221
10.5.c Montage . . . 221
10.5.d Acquisition . . . 221
10.5.e Étude d'un filtre . . . 222

10.6 Corrigé des aspects théoriques 224
10.6.a Principe 224
10.6.b Profil spectral gaussien 224
10.6.c Profil spectral rectangulaire 227

11 Goniomètre à réseau **229**
11.1 Objectifs 229
11.2 Matériel 230
11.2.a Le goniomètre 230
11.2.b La lunette autocollimatrice 230
11.2.c Le collimateur 231
11.2.d Horizontalité 232
11.2.e Lecture des angles 235
11.3 Aspects théoriques 235
11.3.a Réseau classique 235
11.3.b Réseau sinusoïdal 237
11.4 Expériences 238
11.4.a Réseau classique peigne de Dirac 240
11.4.b Réseau sinusoïdal 240
11.5 Mesures 240
11.5.a Réseau classique peigne de Dirac 240
11.5.b Réseau sinusoïdal 243
11.6 Corrigé des aspects théoriques 244
11.6.a Réseau classique 244
11.6.b Réseau sinusoïdal 245

V Thermodynamique **247**

12 Calorimétrie **249**
12.1 Objectifs 249
12.2 Matériel 250
12.3 Aspects théoriques 251
12.3.a Bilan énergétique 251
12.3.b Effet Joule et pertes 252
12.4 Expériences 253
12.5 Mesures 254
12.6 Corrigé des aspects théoriques 262
12.6.a Bilan énergétique 262
12.6.b Effet Joule et pertes 262

13 Mesure d'une conductivité thermique **265**
13.1 Objectifs . . . 265
13.2 Matériel . . . 266
13.2.a Vue d'ensemble du matériel . . . 266
13.2.b Le module Peltier . . . 267
13.2.c Puissance fournie au module Peltier . . . 269
13.3 Aspects théoriques . . . 269
13.3.a Puissance moyenne fournie à la barre . . . 269
13.3.b Équation de diffusion thermique . . . 272
13.3.c Régime indépendant du temps . . . 272
13.3.d Régime sinusoïdal permanent . . . 273
13.4 Expériences . . . 274
13.4.a Caméra GUIDE, caméra FLIR . . . 274
13.4.b Caractéristiques de la barre . . . 275
13.4.c Installation de la caméra . . . 275
13.4.d Étude en régime indépendant du temps . . . 276
13.4.e Étude en régime variable de type ondes thermiques . . . 276
13.5 Travail informatique à réaliser . . . 277
13.5.a Préliminaires . . . 277
13.5.b Régime permanent . . . 277
13.5.c Régime ondes thermiques . . . 279
13.6 Finalisation du travail . . . 281
13.7 Mesures . . . 281
13.7.a Caméra GUIDE, caméra FLIR . . . 281
13.7.b Caractéristiques de la barre . . . 281
13.7.c Installation de la caméra . . . 282
13.7.d Étude en régime indépendant du temps . . . 282
13.7.e Étude en régime variable de type ondes thermiques . . . 282
13.8 Travail informatique à réaliser . . . 284
13.8.a Préliminaires . . . 284
13.8.b Régime permanent . . . 284
13.8.c Régime ondes thermiques . . . 286
13.9 Finalisation du travail . . . 289
13.10 Corrigé des aspects théoriques . . . 291
13.10.a Puissance moyenne fournie à la barre . . . 291
13.10.b Équation de diffusion thermique . . . 291
13.10.c Régime indépendant du temps . . . 292
13.10.d Régime sinusoïdal permanent . . . 293

14 Pompe à chaleur **295**
14.1 Objectifs . . . 295
14.2 Matériel . . . 296
14.2.a Première approche . . . 296
14.2.b Approche plus détaillée . . . 297
14.2.c Le fluide et les manomètres . . . 299
14.2.d Wattmètre-Joulemètre . . . 301
14.2.e Mesure des températures . . . 302
14.3 Aspects théoriques . . . 302
14.3.a Modèle du cycle effectué par le fluide . . . 302
14.3.b Équation différentielle . . . 303
14.3.c Solution . . . 304
14.4 Expériences . . . 304
14.5 Mesures . . . 305
14.6 Corrigé des aspects théoriques . . . 309
14.6.a Modèle du cycle effectué par le fluide . . . 309
14.6.b Équation différentielle . . . 309
14.6.c Solution . . . 310

VI Annexes **311**

Programmes Python . . . *313*
Table des figures . . . *383*
Index . . . *391*

Première partie

Électronique

CHAPITRE 1

DIFFUSION EN ÉLECTRONIQUE

1.1 Objectifs

Le phénomène de diffusion est très présent dans le domaine des transferts de particules au sein de la matière et, surtout, dans le domaine des transferts thermiques. Nous allons utiliser un montage électrique qui simule une situation de diffusion unidimensionnelle à l'aide de composants électriques simples puisque nous allons utiliser uniquement des résistances et des condensateurs.

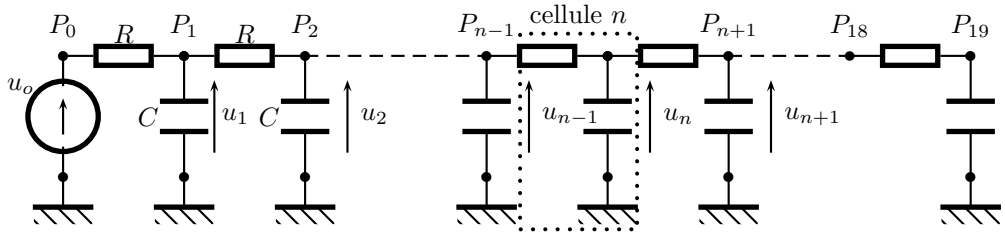


FIGURE 1.1 – Ligne de cellules RC

Dans ce TP, nous chercherons à caractériser l'évolution d'une tension électrique dans l'ensemble de 20 cellules RC constitué sur la plaquette mise à votre disposition. Nous étudierons la réponse de la ligne de cellule RC lorsque le générateur de début de ligne fournit une tension continue u_0 d'une part et lorsqu'il alimente la ligne avec une tension sinusoïdale de la forme $u_0(t) = U_{0m} \cos \omega t$ en supposant que le régime sinusoïdal est installé. Nous observerons aussi la propagation d'une impulsion dans la ligne de cellules.

1.2 Matériel

Vous disposez d'une ligne de 19 cellules RC de type filtre passe-bas qui se succèdent, voir la photographie de la figure 1.2. L'ensemble des résistances et des condensateurs est implanté sur une plaquette *Microlab*. Toutes les résistances sont les mêmes et $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, il en va de même pour les condensateurs qui possèdent tous la capacité $C = 100\,\mathrm{nF}$. On posera $\tau = RC = 0,1\,\mathrm{ms}$ le temps caractéristique associé à chaque cellule. On peut estimer la taille d'une cellule RC comme étant $\ell \simeq 0,8\,\mathrm{cm}$. ℓ peut être considéré comme la période spatiale de la ligne RC.

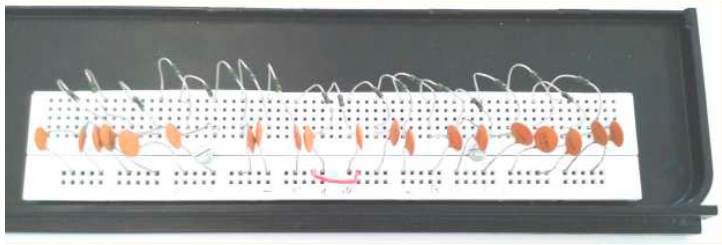


FIGURE 1.2 – Ligne de cellules RC montées sur une plaquette *Microlab*

On pourra utiliser un générateur de tension continue et un voltmètre pour effectuer les mesures en régime continu car c'est plus simple ainsi, comme on peut le voir sur le montage de la figure 1.3.

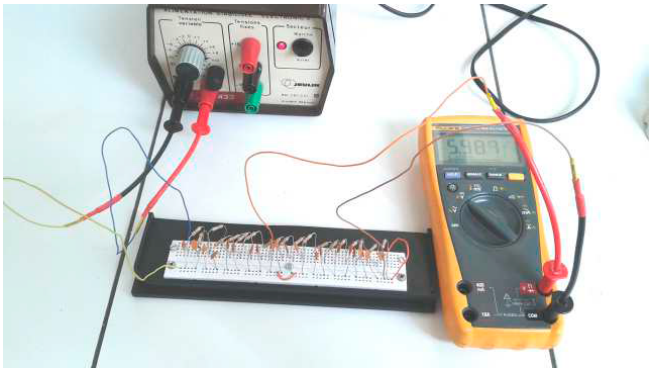


FIGURE 1.3 – Suivi de la tension continue avec un voltmètre

Pour l'étude en régime sinusoïdal forcé, on utilisera le générateur de l'oscilloscope et on visualisera les diverses tensions sur les voies de ce même oscilloscope. Pour les connexions, soit on utilisera les mêmes fils que pour les me-

sure en régime continu, soit on pourra utiliser des fils présents sur une autre plaquette *Microlab* pour récupérer aisément une connexion coaxiale, voir la photographie de la figure 1.4.

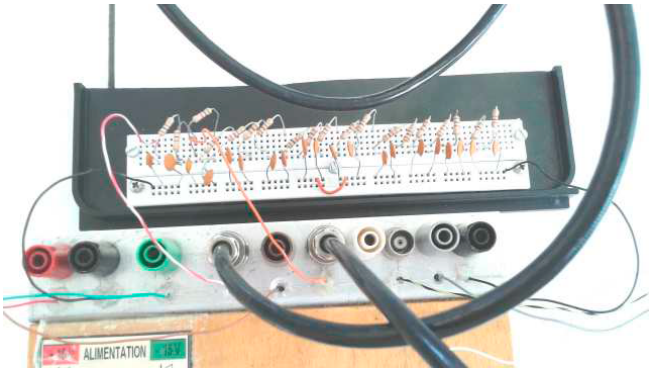


FIGURE 1.4 – Suivi de la tension sinusoïdale avec l'oscilloscope

1.3 Aspects théoriques

1.3.a Régime indépendant du temps

1. Pour une tension u_0 fournie par le générateur indépendante du temps, prévoir l'état permanent de la tension u_n mesurée entre le point P_n et la masse dans le cas où l'on utilise la ligne telle qu'elle vous a été fournie.

2. On alimente toujours la ligne par une tension u_0 indépendante du temps mais, maintenant, on court-circuite le dernier condensateur en reliant par un fil le point P_{19} et la masse. Quelle est alors l'expression de la tension u_n ?

1.3.b Régime dépendant du temps

On utilise maintenant une tension d'alimentation en entrée de ligne qui dépend du temps. On la note $u_0(t)$.

3. En appliquant la loi des nœuds et la loi des mailles autour du point P_n caractérisant la cellule n, montrer que l'on a la relation :

$$u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n = RC\frac{\mathrm{d}u_n}{\mathrm{d}t}$$

4. On effectue l'approximation des milieux continus en considérant que pour une abscisse $x(t)$, la tension est $u(x,t)$. Pour faire le lien avec la ligne discrète

étudiée, on considérera que $u(x = n\ell, t) = u_n(t)$. Montrer que la tension $u(x, t)$ vérifie l'équation de diffusion suivante :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\tau}{\ell^2}\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{a}\frac{\partial u}{\partial t}$$

où a est le coefficient de diffusion. Faire l'analyse dimensionnelle du coefficient a et conclure.

5. On impose en entrée de ligne, une tension $u_0(t) = U_{m0}\cos\omega t$. En travaillant en complexes avec $\underline{u}(x, t) = U_m \exp j(\omega t - kx)$. Établir la relation de dispersion :

$$k^2 = -i\frac{\omega}{a}$$

6. Rechercher les solutions de l'équation de dispersion précédente [1] et montrer que la tension $u(x, t)$ est donnée par l'expression :

$$u(x,t) = U_{m0}\ \exp -\sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,x\ \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2a}}\,x\right)$$

7. Montrer qu'en repassant au modèle discret, on obtient l'expression de la tension $u_n(P_n, t)$ suivante :

$$u_n(P_n,t) = U_{m0}\ \exp -\sqrt{\frac{\omega\tau}{2}}\,n\ \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega\tau}{2}}\,n\right)$$

On peut relever alors que l'amplitude de la tension est :

$$U_{\text{amp}}(P_n) = U_{m0}\ \exp -\sqrt{\frac{\omega\tau}{2}}\,n$$

On peut encore écrire que :

$$\ln\frac{U_{m0}}{U_{\text{amp}}(P_n)} = \sqrt{\frac{\omega\tau}{2}}\,n$$

1.4 Expériences

1.4.a Régime indépendant du temps

A. Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de vérifier les prévisions théoriques sur la valeur de la tension u_n dans les deux cas envisagés à

1. L'équation de diffusion et cette forme de relation de dispersion se rencontrent aussi dans le cadre de la diffusion thermique.

savoir lorsque le condensateur relié au point P_{19} est court-circuité et lorsqu'il ne l'est pas. Lorsque le dernier condensateur est court-circuité, on pourra proposer de valider le modèle linéaire fonction de n grâce à un programme *Python*.

1.4.b Régime sinusoïdal

Le condensateur situé en P_{19} n'est pas court-circuité pour la suite de l'étude. Pour réaliser les manipulations, on fera attention à la connectique de la plaquette utilisée, les connexions sont représentées sur la figure 1.5.

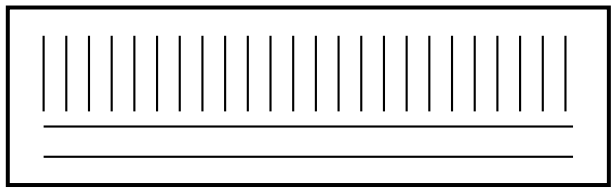


FIGURE 1.5 – Connexions sur la moitié de la plaquette *Microlab* utilisée

B. Pour vérifier les prévisions théoriques concernant $u_n(P_n, t)$, on utilisera une tension sinusoïdale de fréquence $f = 100\,\text{Hz}$ ou d'une fréquence avoisinante. Observer l'évolution de l'amplitude de l'onde en fonction de n et en déduire une mesure de τ et de son incertitude-type par une méthode utilisant chaque mesure effectuée à l'aide d'un programme *Python*. Comparer avec la valeur attendue.

C. On s'intéresse maintenant au déphasage entre $u_n(P_n, t)$ et $u_0(t)$. Effectuer des mesures appropriées pour déterminer τ d'une seconde manière en suivant le même protocole qu'à la question précédente.

D. Comparer les deux mesures en étudiant leur compatibilité ou non par un calcul d'écart normalisé ou de Z-score que l'on peut effectuer à la main ou en utilisant un programme *Python*.

1.5 Mesures - Exploitation

1.5.a Régime indépendant du temps

A. Lorsque la sortie du montage est ouverte, il n'y a pas de difficultés à vérifier que la tension au niveau de chaque point de mesure P_n est u_0. Les erreurs qui peuvent être commises sont le manque d'attention sur le fil de

connexion du voltmètre sur la masse pour le point fixe commun à toutes les mesures et son mode de fonctionnement, en DC puisque l'on souhaite mesurer une tension continue. En mode AC, le voltmètre coupe la composante continue ou moyenne du signal pour afficher la tension efficace du signal.

Si l'on court-circuite le dernier condensateur, on mesure à chaque point P_n la tension dans le tableau suivant.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
u_n(V)	14,04	13,29	12,55	11,83	11,14	10,44	9,71	8,87
n	8	9	10	11	12	13	14	15
u_n(V)	8,12	7,39	6,64	5,90	5,17	4,43	3,70	2,95
n	16	17	18	19				
u_n(V)	2,21	1,48	0,74	0,00				

On peut voir à la figure 1.6 la régression linéaire que l'on obtient. L'observation des résidus montre que la modélisation affine est bien cohérente avec le modèle théorique qui prédisait $u_n = (1 - \frac{n}{19})u_0$. La valeur théorique attendue pour la pente est $a_{th} = -\frac{u_0}{19} = -0,739\,\text{V}$ alors que la modélisation donne $a = -0,741\,\text{V}$ avec $u(a) = 0,008\,\text{V}$.

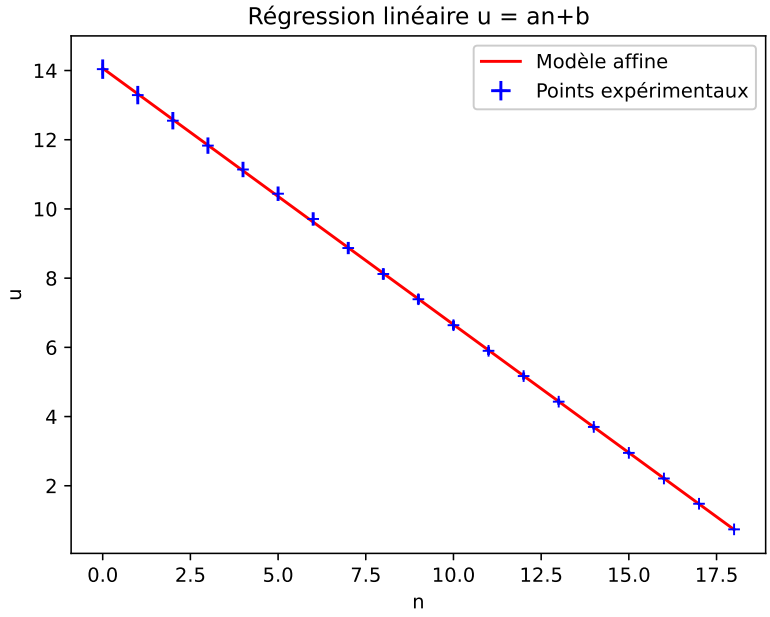


FIGURE 1.6 – Tension dans la ligne en régime continu indépendant du temps

Le choix de l'incertitude sur la mesure de la tension a été porté sur 2% de la valeur mesurée. En général, il faut se rapporter à la notice du contrôleur numérique pour voir l'information donnée par le constructeur. C'est souvent un pourcentage de la valeur plus ou moins 1 ou deux digits. Pour simplifier, on s'est contenté de l'incertitude relative définie avant. On peut conclure que la modélisation linéaire de l'évolution de la tension est bien validée, voir la figure 1.7.

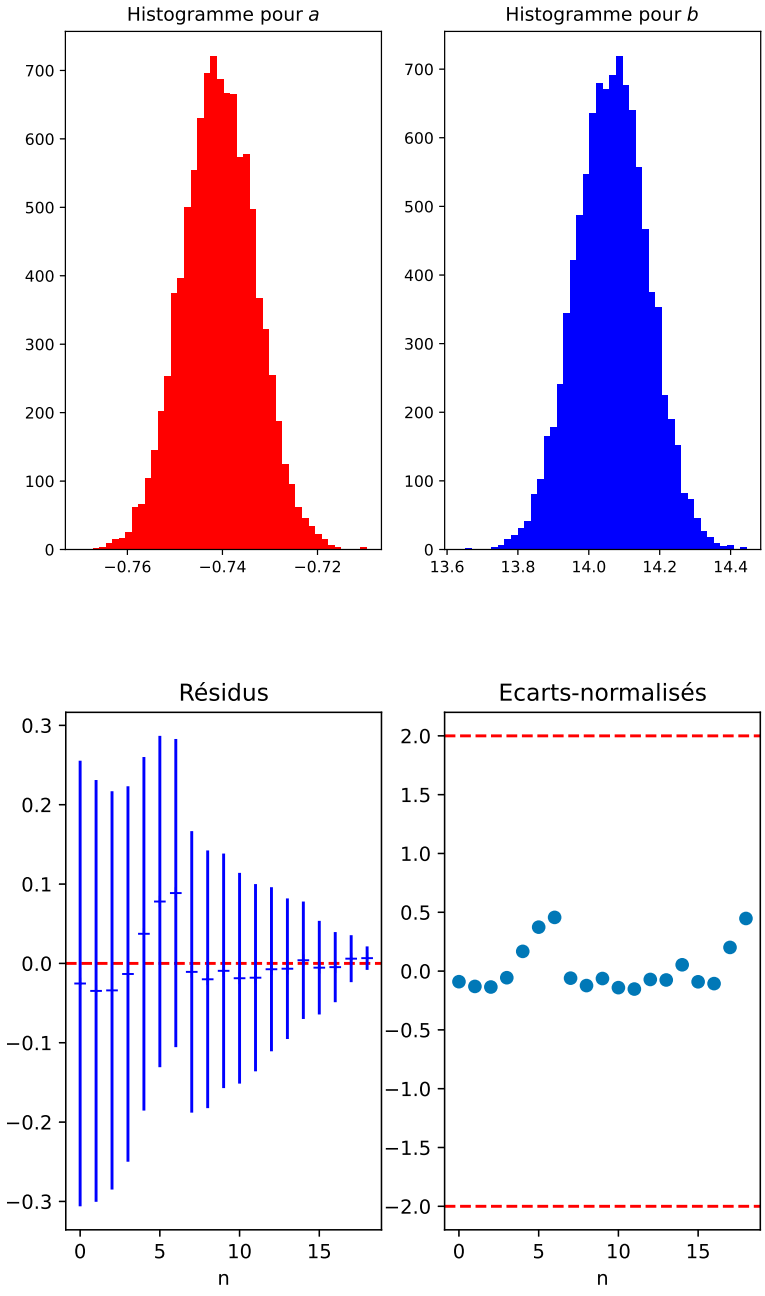


FIGURE 1.7 – Qualité de la régression linéaire

1.5.b Régime sinusoïdal

B. On envoie en entrée un signal sinusoïdal de fréquence $f = 100\,\text{Hz}$. Les cellules successives vont atténuer la tension et la déphaser par rapport à la tension d'entrée. On mesure l'amplitude de la tension au niveau de chaque point P_n. Il est préférable d'utiliser un oscilloscope numérique pour en même temps mesurer l'amplitude (pic à pic par exemple) et le déphasage demandé dans l'étude suivante. Si on utilise un contrôleur numérique, on veillera bien à le mettre en mode AC, il mesurera alors la tension efficace. Après une observation rapide des amplitudes, on constate que l'amplitude diminue rapidement comme attendu puisque la loi modèle est une exponentielle décroissante. Sur la seconde moitié de la ligne de cellules RC, les valeurs de tension sont nettement plus faibles et il devient plus difficile de faire une mesure fiable. On va donc enregistrer jusqu'au point P_{16} sans prendre en compte la fin de la ligne. Le tableau des mesures est donné après.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$u_n(\text{V})$	20,3	17,1	14,3	11,9	9,83	8,12	6,86	5,74	4,71

n	9	10	11	12	13	14	15	16
$u_n(\text{V})$	3,92	3,32	2,79	2,35	1,97	1,60	1,27	0,95

Nous avons $\ln \dfrac{U_{m0}}{U_{\text{amp}}(P_n)} = \sqrt{\dfrac{\omega\tau}{2}}\, n$. Cela permet d'en déduire une expression de τ donnée par la formule $\tau = \left(\dfrac{1}{n} \ln \dfrac{U_{m0}}{U_{amp}(P_n)}\right)^2 \dfrac{1}{\pi f}$. On va donc calculer, grâce à un programme Python, à chaque point de mesure la valeur de τ en réalisant une simulation Monte Carlo. On effectue la moyenne des valeurs de τ pour obtenir le résultat de l'expérience. Les graphiques correspondants aux mesures sont fournis à la figure 1.8. La valeur obtenue est :

$$\tau = 104,7\,\mu\text{s} \quad \text{avec} \quad u(\tau) = 1,4\,\mu\text{s}$$

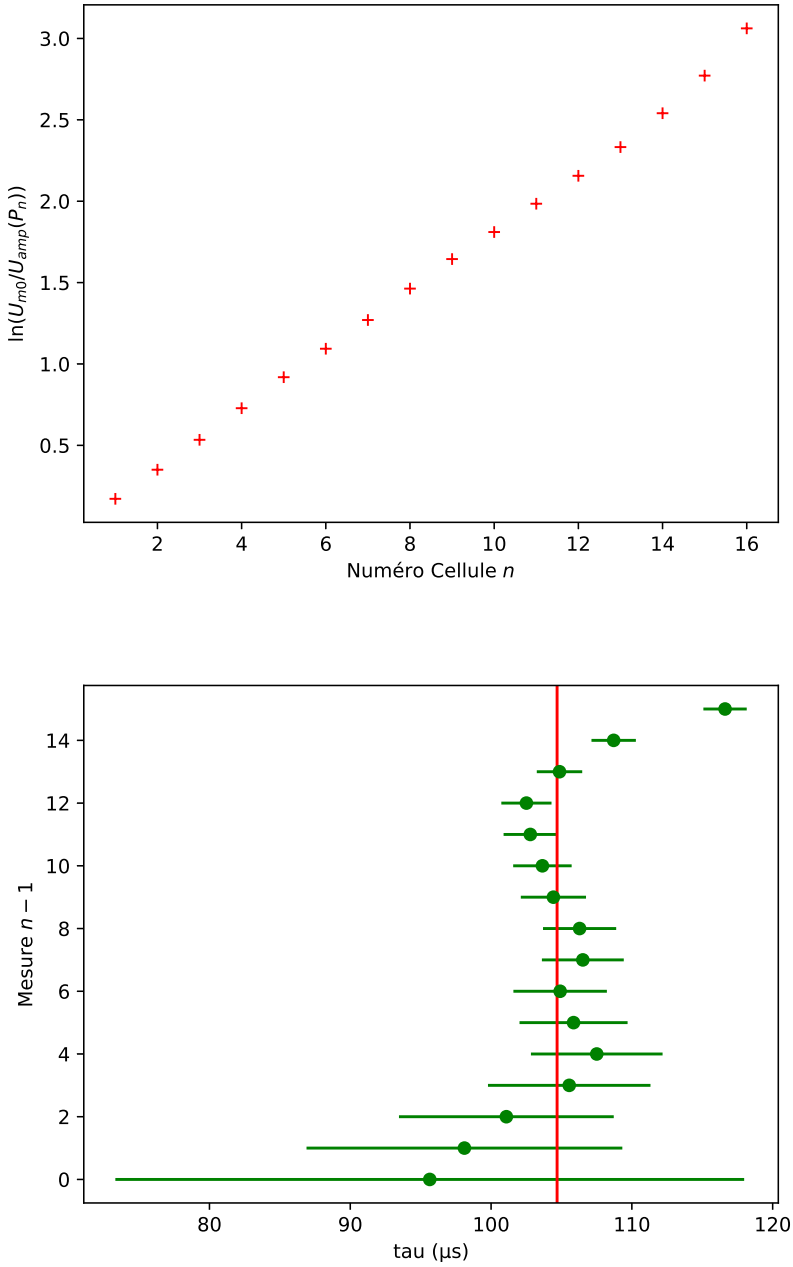


FIGURE 1.8 – Étude de l'amplitude en régime harmonique - Valeurs de τ

On peut constater que le modèle linéaire ne fonctionne clairement plus correctement pour les points de la fin de notre tableau de mesures. Nous allons encore restreindre le nombre de points pour nous arrêter à P_{10}. Les nouveaux résultats sont fournis sur les figures 1.9 et 1.10. Le programme Python nous donne maintenant :

$$\tau = 103,6\,\mu\text{s} \quad \text{avec} \quad u(\tau) = 1,3\,\mu\text{s}$$

La valeur cible pour τ étant de $100\,\mu\text{s}$, on peut être satisfait des résultats.

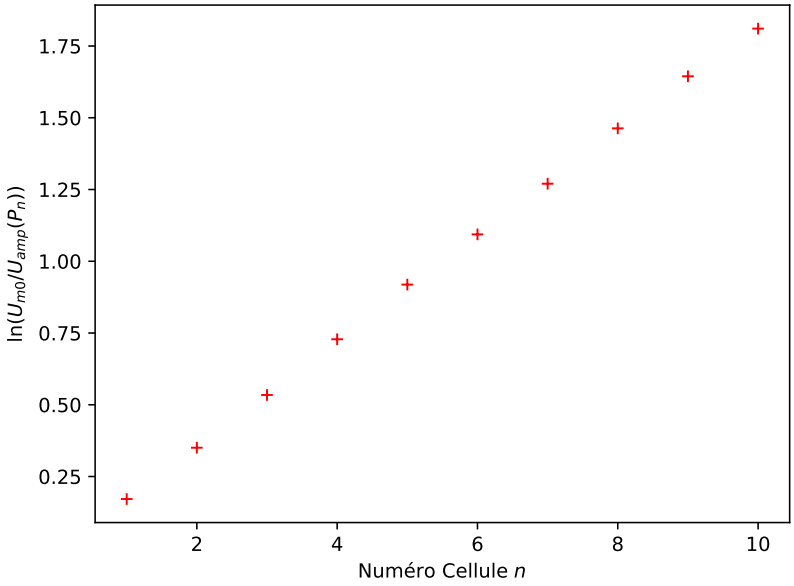


FIGURE 1.9 – Étude de l'amplitude en régime harmonique sur la moitié de la ligne

C. On a mesuré en chaque point P_n le déphasage entre le signal d'entrée et le signal de sortie. L'incertitude de mesure sur le déphasage sera prise à $2\,°$. Comme on l'a vu avec l'étude de l'amplitude qui précède, les mesures ne sont plus satisfaisantes pour la seconde partie de la ligne comme on peut le sentir directement dans le tableau de mesures ci-dessous. On en voit la concrétisation sur le graphique de la figure 1.11. Comme pour l'amplitude, on calcule pour

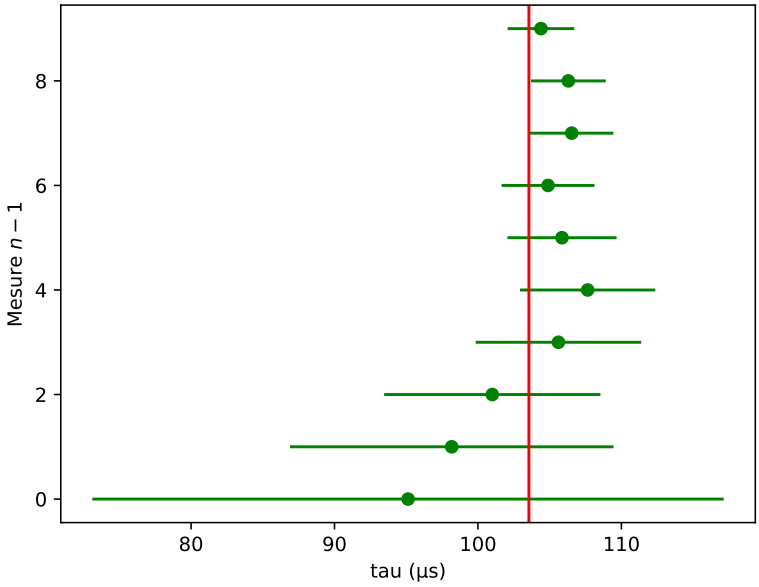


FIGURE 1.10 – Valeurs de τ

chaque point P_n une valeur de τ en effectuant une simulation Monte Carlo en utilisant le fait que $\phi_n = n\sqrt{\dfrac{\omega\tau}{2}}$ d'où $\tau = \dfrac{1}{\pi f}\left(\dfrac{\phi_n}{n}\right)^2$.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\phi_n(^\circ)$	0	10	21	31	41	51	61	71	81

n	9	10	11	12	13	14	15	16
$\phi_n(^\circ)$	91	101	110	119	127	133	138	143

Le traitement Python donne le résultat suivant :

$$\tau = 96,7\,\mu\text{s} \quad \text{avec} \quad u(\tau) = 2,1\,\mu\text{s}$$

La valeur de τ est clairement tirée vers le bas par l'effet des mesures non fiables sur les derniers points de mesure effectués. Comme pour l'étude de l'amplitude, nous allons nous restreindre à la première moitié de la ligne jusqu'au point P_{10}.

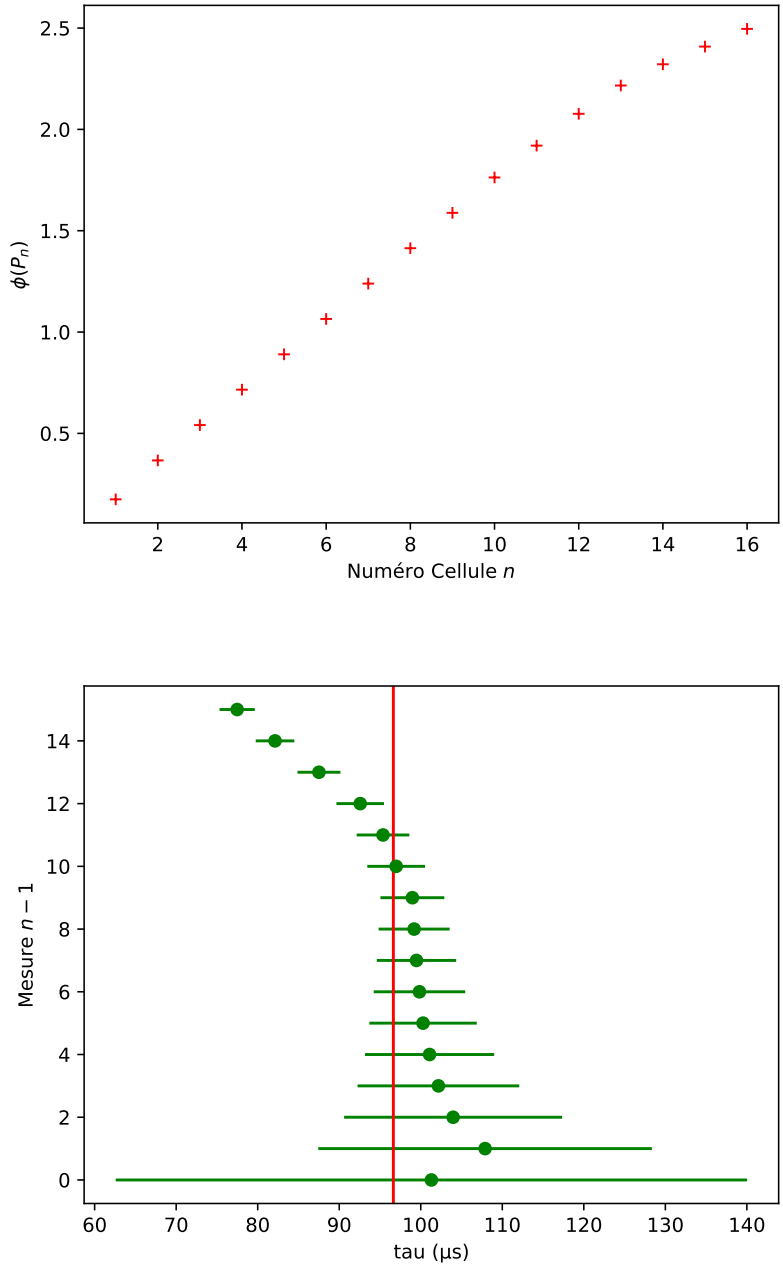


FIGURE 1.11 – Étude du déphasage en régime harmonique jusqu'au point P_{16} de la ligne

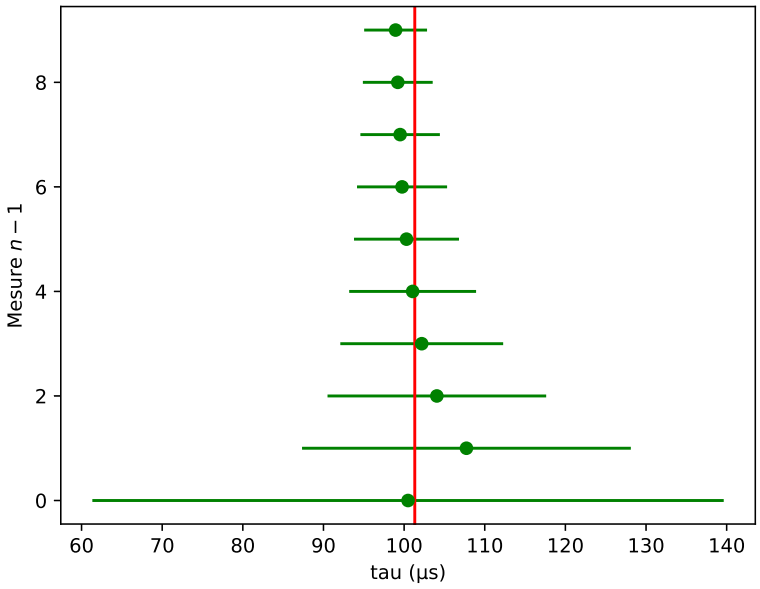


FIGURE 1.12 – Étude du déphasage en régime harmonique jusqu'au point P_{10} de la ligne - Valeurs de τ

Les résultats obtenus sont visibles sur les graphiques de la figure 1.12.

$$\tau = 101,4\,\mu\text{s} \quad \text{avec} \quad u(\tau) = 0,9\,\mu\text{s}$$

D. Le Z-score est défini par $\mathcal{Z} = \dfrac{|\tau_1 - \tau_2|}{\sqrt{u_(\tau_1)^2 + u(\tau_2)^2}}$. On procède à son calcul avec les valeurs de τ obtenues pour la première moitié de la ligne. On trouve :

$$\mathcal{Z} = 1,4 < 2$$

Lorsque le Z-score est inférieur à 2, on considère les mesures de τ sont compatibles. On peut l'illustrer par les histogrammes Monte Carlo de la figure 1.13 et leur recouvrement.

Comme les mesures sont compatibles, on peut conclure sur la mesure de τ en proposant une valeur moyenne issues de l'ensemble de nos mesures avec une incertitude-type calculée en suivant la règle imposée par la propagation des incertitudes :

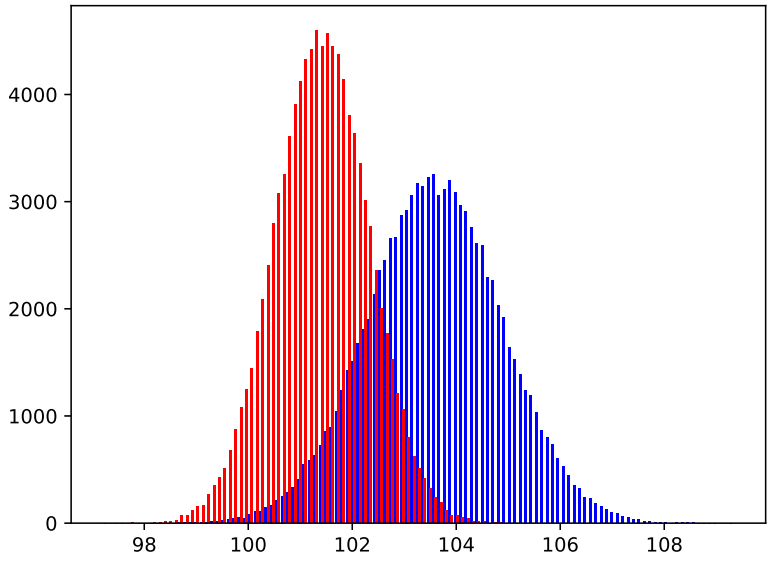


FIGURE 1.13 – Compatibilité des mesures et recouvrement des histogrammes

$$\tau_{mes} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} = 102,5\,\mu s \quad \text{avec} \quad u(\tau_{mes}) = \frac{1}{2}\sqrt{u(\tau_1)^2 + u(\tau_2)^2} = 0,8\,\mu s$$

1.6 Corrigé des aspects théoriques

1. Le régime est permanent et la sortie du montage après le point P_{19} est ouverte. Il ne circule pas de courant dans les condensateurs. Par conséquent, il n'y a pas de courant non plus dans la ligne de résistance. La tension aux bornes de chacune des résistances est nulle. On a donc $u_n = u_{n+1}\ \forall n$. Ainsi, on a $u_n = u_0$.

2. Comme on place un fil court-circuit entre le point P_{19} et la masse, on impose une tension nulle aux bornes du dernier condensateur de la structure en chaîne. Le plus important est de relever que le courant dans le fil court-circuit est nécessairement non nul. En effet, comme le régime est permanent il ne circule aucun courant dans les condensateurs, toutes les résistances sont donc en série. On peut appliquer un diviseur de tension. u_n est la tension aux

bornes des $19-n$ dernières résistances de la ligne qui en comporte 19. On a donc $u_n = \dfrac{(19-n)R}{19R}u_0 = (1-\dfrac{n}{19})u_0$.

3. On écrit la loi de nœuds au niveau du point P_n en étant vigilant à la convention récepteur que l'on va utiliser. On a $\dfrac{u_n-u_{n-1}}{R} + C\dfrac{\mathrm{d}u_n}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_n-u_{n+1}}{R} = 0$. Cela donne bien l'équation différentielle attendue $RC\dfrac{\mathrm{d}u_n}{\mathrm{d}t} = u_{n+1}+u_{n-1}-2u_n$.

4. On va écrire un développement à l'ordre 2 des tensions u_{n-1} et u_{n+1} au voisinage de u_n. On a $u_{n-1} = u_n - \ell\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\ell^2}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ et On a $u_{n+1} = u_n + \ell\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\ell^2}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$. En additionnant, les deux développements limités, on arrive à $u_{n-1}+u_{n+1} = 2u_n + \ell^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$. On exprime le fait que $\dfrac{\mathrm{d}u_n}{\mathrm{d}t}$ correspond dans ce cas à $\dfrac{\partial u}{\partial t}$. On obtient alors l'équation de diffusion demandée $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \dfrac{\tau}{\ell^2}\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{a}\dfrac{\partial u}{\partial t}$. a est le coefficient de diffusion ou diffusivité. L'examen dimensionnel de son expression confirme bien que $a = \dfrac{\ell^2}{\tau}$ s'exprime en $\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-1}$. On peut traduire de façon dimensionnelle l'équation de diffusion par $\dfrac{u}{L^2} = \dfrac{1}{a}\dfrac{u}{T}$ d'où $T = \dfrac{L^2}{a}$. Si une perturbation de tension met une durée T pour atteindre L depuis l'abscisse $x=0$, elle mettra une durée $4T$ pour atteindre l'abscisse $2L$. Pour passer de l'équation discrète de diffusion à l'équation continue, on peut aussi écrire que $\dfrac{u_n-u_{n-1}}{\ell} = \left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_n$ et que $\dfrac{u_{n+1}-u_n}{\ell} = \left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{n+1}$ puis que $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{n+1} - \left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_n = \ell\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$. On retrouve l'expression fournie avant.

5. On a $\dfrac{\partial \underline{u}}{\partial t} = j\omega\underline{u}$ et $\dfrac{\partial^2 \underline{u}}{\partial x^2} = (-jk)^2\underline{u} = -k^2\underline{u}$. On obtient la relation de dispersion voulue $k^2 = -j\frac{\omega}{a}$.

6. On recherche les solutions de la relation de dispersion, en remarquant que $-j = \exp -j\frac{\pi}{2}$. On trouve $k = \pm\sqrt{\dfrac{\omega}{a}}\exp -j\dfrac{\pi}{4} = \pm\sqrt{\dfrac{\omega}{2a}}(1-j)$. Comme on souhaite une propagation à x croissant, il faut que la partie réelle de k soit positive. On retient donc la solution $k = \sqrt{\dfrac{\omega}{2a}}(1-j)$. En utilisant cette expression dans la phase de l'onde $\underline{u}(x,t)$, on arrive, après retour en réels, à l'expression $u(x,t) = U_{m0}\exp -\sqrt{\dfrac{\omega}{2a}}\,x\,\cos\left(\omega t - \sqrt{\dfrac{\omega}{2a}}\,x\right)$.

7. On utilise le fait que $a = \dfrac{\ell^2}{\tau}$ et $x = n\ell$. En remplaçant dans l'équation donnant la tension, on arrive à $u_n(P_n, t) = U_{m0}\ \exp -\sqrt{\dfrac{\omega\tau}{2}}\, n\ \cos\left(\omega t - \sqrt{\dfrac{\omega\tau}{2}}\, n\right)$. On a bien la relation $\ln \dfrac{U_{m0}}{U_{\text{amp}}(P_n)} = \sqrt{\dfrac{\omega\tau}{2}}\, n$ qui a été utilisée dans l'exploitation des mesures.

CHAPITRE 2

ÉCHANTILLONNAGE

2.1 Objectifs

L'utilisation de l'ordinateur impose de passer du traitement de signaux analogiques à celle de signaux numériques. L'obtention d'un signal numérique passe par son échantillonnage que nous allons étudier expérimentalement dans ce TP. Comme nous l'avons vu sur le plan théorique, l'échantillonnage consiste à multiplier le signal $u(t)$ par une fonction peigne de DIRAC constituée d'impulsions très courtes se répétant périodiquement. Cette répétition est caractérisée par la fréquence d'échantillonnage f_e. Nous travaillerons avec une fréquence d'échantillonnage qui sera au maximum de quelques dizaines de kilohertz et en tout état de cause $f_e \leq 100\,\text{kHz}$. La durée de l'impulsion sera $\tau = 1\,\mu\text{s}$ de telle sorte que $f_e\,\tau < 1$, voire même $f_e\,\tau \ll 1$. La conversion du signal en binaire ne sera pas étudiée dans ce TP.

La musique d'un CD est traditionnellement échantillonnée à la fréquence $f_e = 44,1\,\text{kHz}$. En effet, le domaine des ondes sonores accessibles à notre oreille va de $f_{min} = 20\,\text{Hz}$ à $f_{max} = 20\,\text{kHz}$. Pour respecter le critère de SHANNON, le fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la plus haute fréquence contenue dans le signal à échantillonner. On constate bien dans ce cas précis que $f_e > 2f_{max}$. L'objectif de ce TP est de constater que l'échantillonnage, comme toute opération de multiplication et plus généralement comme toute opération non linéaire, modifie le spectre du signal analogique initial. L'échantillonnage enrichit le spectre du signal, le terme *enrichir* n'est pas le plus adapté car les conséquences de l'échantillonnage sont plutôt néfastes pour l'utilisateur final ! Nous verrons les conséquences sur le spectre

mais entendrons aussi celles-ci sur un signal audible. Nous verrons aussi les conséquences lorsque l'on travaille en dessous du critère de Shannon $f_e \leq 2f_0$ si f_0 est la fréquence du signal.

Sur la photographie de la figure 2.1, vous pouvez voir le résultat de l'échantillonnage d'un signal sinusoïdal. Le second signal visualisé sur l'écran de l'oscilloscope est la fonction peigne de Dirac.

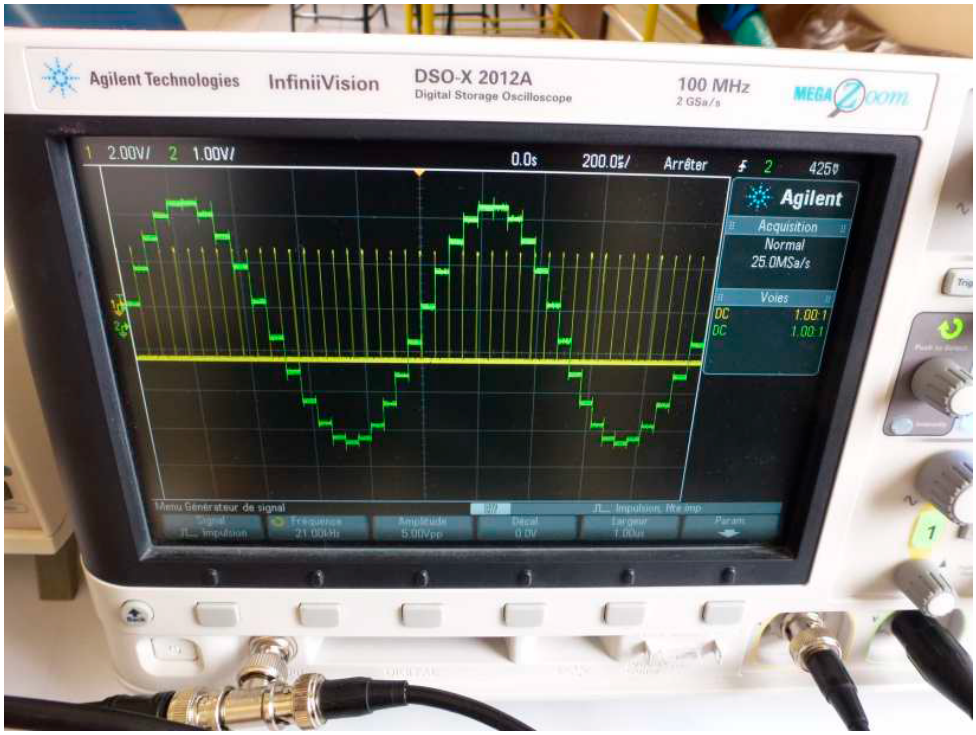


Figure 2.1 – Signal échantillonné

2.2 Matériel

Ce TP sera l'occasion d'utiliser le circuit d'échantillonnage réalisé sur un morceau de plaquette *Microlab*. Ce type de plaquette permet de faire aisément des circuits électroniques à partir des composants électroniques de base. Les circuits réalisés sont très rapidement évolutifs. Mais, évidemment, il est indispensable d'avoir déjà utilisé la plaquette pour être à l'aise. La plaquette est présentée sur la photographie de la figure 2.2. Sur la figure 2.3, on peut voir les lignes électriques qui correspondent à un seul et même point (nœud).