

JEAN-PAUL BELLIER • CHRISTOPHE BOULOY • DANIEL GUÉANT

# EXPÉRIENCES DE PHYSIQUE

Incertitudes, électricité, électromagnétisme,  
électronique, phénomènes de transports

**AGRÉGATIONS ET CAPES  
PHYSIQUE/CHIMIE**

**6<sup>e</sup> ÉDITION**

**DUNOD**

**LES + EN**

**LIGNE**



Pour aller plus loin et mettre toutes les chances de votre côté,  
des ressources complémentaires sont disponibles sur le site  
[www.dunod.com/EAN/9782100879717](http://www.dunod.com/EAN/9782100879717).

Connectez-vous à la page de l'ouvrage (grâce aux menus déroulants, ou en saisissant le titre, l'auteur ou l'ISBN dans le champ de recherche de la page d'accueil).

Sur la page de l'ouvrage, sous la couverture, cliquez sur le lien « LES + EN LIGNE ».

Conception de maquette de couverture : Hokus Pokus Création

Mise en page : Lumina Datamatics

© Dunod, 2025

11 Rue Paul Bert, 92240 Malakoff

ISBN 978-2-10-088877-1

# Table des matières

|          |                                                                              |            |
|----------|------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>1</b> | <b>Mesure de grandeurs, unités, équations aux dimensions, incertitudes</b>   | <b>1</b>   |
| 1.       | Grandeur mesurable                                                           | 1          |
| 2.       | Unités                                                                       | 2          |
| 3.       | Équations aux dimensions                                                     | 9          |
| 4.       | Incertitudes                                                                 | 11         |
| <b>2</b> | <b>Grandeurs électriques</b>                                                 | <b>30</b>  |
| 1.       | Introduction                                                                 | 30         |
| 2.       | Grandeurs électriques en régime continu                                      | 32         |
| 3.       | Grandeurs électriques en régime variable                                     | 43         |
| 4.       | Redressement et lissage d'une tension alternative                            | 49         |
| <b>3</b> | <b>Régimes transitoires en électricité</b>                                   | <b>59</b>  |
| 1.       | Rappels théoriques sur les régimes transitoires                              | 59         |
| 2.       | La modélisation des énergies sous regressi                                   | 65         |
| 3.       | Charge et décharge d'un condensateur à travers une résistance non inductive  | 66         |
| 4.       | Décharge d'un condensateur à travers une résistance inductive                | 73         |
| 5.       | Oscillations libres de deux circuits couplés par un condensateur             | 76         |
| <b>4</b> | <b>Oscillations en électricité</b>                                           | <b>93</b>  |
| 1.       | Oscillations forcées                                                         | 93         |
| 2.       | Oscillateurs entretenus                                                      | 106        |
| <b>5</b> | <b>Électricité : production, distribution, sécurité et stockage inertiel</b> | <b>122</b> |
| 1.       | Production d'énergie électrique                                              | 122        |
| 2.       | Distribution du courant électrique                                           | 128        |

|                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3. Les dangers du courant électrique                                        | 131 |
| 4. Sécurité électrique                                                      | 132 |
| 5. Convertisseur électromécanique                                           | 140 |
| <b>6 Puissances et conversions de puissance</b>                             | 148 |
| 1. Mesure de puissances en régime sinusoïdal forcé                          | 148 |
| 2. Conversion puissance électrique $\Rightarrow$ puissance lumineuse        | 155 |
| 3. Conversion puissance thermique $\Rightarrow$ puissance électrique        | 156 |
| 4. Conversion puissance électrique $\Rightarrow$ puissance thermique        | 160 |
| 5. Conversion puissance électrique $\Rightarrow$ puissance mécanique        | 163 |
| 6. Réalisation d'une alimentation continue réglable                         | 166 |
| 7. Conversion « alternatif – continu »                                      | 169 |
| <b>7 Signal analogique et signal numérique</b>                              | 187 |
| 1. Rappels théoriques                                                       | 187 |
| 2. Convertisseur Analogique-Numérique (CAN)                                 | 191 |
| 3. Visualisation d'un signal analogique numérisé                            | 198 |
| 4. Convertisseur Numérique-Analogique (CNA)                                 | 200 |
| 5. Réalisation d'un CAN de principe                                         | 203 |
| <b>8 Amplification de tension</b>                                           | 214 |
| 1. Préambule                                                                | 214 |
| 2. Rappels théoriques sur les semi-conducteurs                              | 214 |
| 3. La jonction PN                                                           | 217 |
| 4. Le transistor a jonctions PN                                             | 218 |
| 5. L'amplificateur opérationnel                                             | 224 |
| <b>9 Analyse spectrale et filtrage. Application à l'acoustique musicale</b> | 236 |
| 1. Analyse harmonique d'un signal périodique                                | 236 |
| 2. Pourquoi la gamme musicale contient-elle 12 notes ?                      | 239 |
| 3. Présentation pédagogique de la notion de transformée de Fourier          | 245 |
| 4. Mode opératoire pour réaliser l'analyse spectrale d'un signal sonore     | 247 |
| 5. Instruments de musique                                                   | 248 |
| 6. Étude de quelques filtres                                                | 257 |

|           |                                                                         |     |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>10</b> | <b>Capteurs</b>                                                         | 275 |
| 1.        | Rappels théoriques                                                      | 275 |
| 2.        | La photorésistance (LDR)                                                | 279 |
| 3.        | La photodiode                                                           | 282 |
| 4.        | Le capteur CCD                                                          | 286 |
| 5.        | Étude d'une cellule photovoltaïque ou photopile                         | 288 |
| 6.        | La thermistance (CTN)                                                   | 290 |
| 7.        | Capteur de champ magnétique                                             | 296 |
| 8.        | Capteur capacitif                                                       | 298 |
| <b>11</b> | <b>Modulation d'amplitude et de fréquence</b>                           | 310 |
| 1.        | Rappels théoriques                                                      | 310 |
| 2.        | Étude expérimentale de la modulation d'amplitude                        | 323 |
| 3.        | Étude expérimentale de la modulation de fréquence                       | 331 |
| <b>12</b> | <b>Distances et fréquences</b>                                          | 348 |
| 1.        | Mesure de longueurs                                                     | 348 |
| 2.        | Mesure de distances astronomiques                                       | 349 |
| 3.        | Mesures de fréquence                                                    | 358 |
| 4.        | Optique physique et transformée de Fourier                              | 363 |
| <b>13</b> | <b>Champ magnétique</b>                                                 | 376 |
| 1.        | Rappels théoriques                                                      | 376 |
| 2.        | Expériences qualitatives avec des aimants                               | 384 |
| 3.        | Champ magnétique créé par un courant permanent.                         | 385 |
| 4.        | Mesure de la composante horizontale du champ magnétique terrestre $B_H$ | 389 |
| 5.        | Applications                                                            | 390 |
| <b>14</b> | <b>Induction</b>                                                        | 401 |
| 1.        | Rappels théoriques                                                      | 401 |
| 2.        | Matériel                                                                | 404 |
| 3.        | Phénomènes d'induction                                                  | 405 |
| 4.        | Auto-induction                                                          | 413 |
| 5.        | Couplage magnétique                                                     | 416 |

|           |                                                             |     |
|-----------|-------------------------------------------------------------|-----|
| <b>15</b> | <b>Transformateur monophasé</b>                             | 428 |
| 1.        | Rappels théoriques                                          | 428 |
| 2.        | Étude expérimentale                                         | 432 |
| <b>16</b> | <b>États et changements d'état de la matière</b>            | 448 |
| 1.        | Rappels théoriques                                          | 448 |
| 2.        | Évolution de la température lors d'un changement d'état     | 454 |
| 3.        | Sublimation du diiode                                       | 454 |
| 4.        | Le phénomène de surfusion                                   | 455 |
| 5.        | Le phénomène de surébullition                               | 457 |
| 6.        | Changement de variété allotropique du fer                   | 457 |
| 7.        | Le regel de la glace : L'effet Tyndall                      | 458 |
| 8.        | Mesure de la chaleur latente massique de fusion de la glace | 459 |
| 9.        | Mesure de la chaleur latente de vaporisation de l'eau       | 460 |
| 10.       | Loi de Mariotte                                             | 461 |
| <b>17</b> | <b>Phénomènes de transports</b>                             | 476 |
| 1.        | Introduction                                                | 476 |
| 2.        | Conduction électrique dans le cuivre et l'aluminium         | 476 |
| 3.        | Conduction thermique dans une barre métallique              | 479 |
| 4.        | Lien entre conduction thermique et électrique               | 483 |
| 5.        | Phénomène de transport de liquide                           | 483 |
| 6.        | Phénomènes de transport et résistance                       | 490 |
| 7.        | Conclusion                                                  | 491 |
| <b>18</b> | <b>Présentation des interfaces et logiciels</b>             | 499 |
| 1.        | Carte Microcontrôleur Arduino Uno                           | 499 |
| 2.        | Audacity                                                    | 501 |
| 3.        | Interface Sysam                                             | 502 |
| 4.        | Regressi                                                    | 502 |
| 5.        | Python                                                      | 503 |

# Avant-propos

Cet ouvrage s'adresse principalement aux étudiants en master mention MEEF (Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation), parcours Physique-Chimie et candidats aux concours internes et externes de recrutement de l'Éducation nationale (CAPES, Agrégation) ou de l'enseignement privé (CAFEP) mais nos collègues enseignants peuvent aussi l'utiliser, de nombreuses expériences pouvant être mises à profit lors de cours ou de TP. De même, les étudiants des masters scientifiques et de classes préparatoires peuvent y trouver un intérêt certain.

Cette 6<sup>e</sup> édition a été remaniée, de nouveaux chapitres et protocoles expérimentaux ont été ajoutés.

Cet ouvrage regroupe les thèmes concernant les incertitudes, l'électricité, l'électromagnétisme, l'électronique et les phénomènes de transport.

Un second, des mêmes auteurs, est consacré à l'optique, la mécanique, les ondes et la mécanique des fluides.

Nous n'avons pas voulu suivre un programme précis de concours, ceux-ci évoluant avec le temps, mais avons choisi les principaux thèmes que tout étudiant devrait maîtriser pour se présenter aux concours.

Les nombreux rappels théoriques et exercices traités pour chacun des thèmes abordés devraient constituer une base de travail aussi bien pour la préparation des épreuves de physique des concours que dans le cadre des études. En effet, nous avons essayé de présenter, autour d'un thème expérimental, d'une part les notions indispensables à connaître et, d'autre part, des exercices s'y rapportant.

Chaque chapitre donne la priorité au domaine expérimental en vue d'aider le candidat à préparer la difficile épreuve orale de mise en situation professionnelle des concours où intervient la présentation d'expériences. Les manipulations décrites dans cet ouvrage, avec un mode opératoire détaillé, font le plus souvent appel au matériel « standard » que l'on trouve dans les établissements d'enseignement.

Chaque thème de cet ouvrage répond très largement aux exigences de l'intitulé d'un sujet d'une épreuve orale. Ces intitulés étant généralement assez ouverts, diverses approches sont possibles pour aborder une expérience le jour de l'épreuve ; au candidat de faire des choix judicieux parmi celles proposées pour bâtir de façon cohérente son exposé tout en respectant le niveau de classe imposé par son sujet et en justifiant ses choix dans le cadre d'une pratique professionnelle. Attention, tout expérimentateur sait qu'une manipulation d'apparence simpliste peut révéler de mauvaises surprises lors de sa réalisation, aussi toutes les expériences décrites dans cet ouvrage doivent être travaillées durant la préparation à l'épreuve du concours.

La réussite aux concours du CAPES et de l'Agrégation en physique-chimie repose sur une préparation rigoureuse, alliant maîtrise disciplinaire, compétences expérimentales

et aptitudes pédagogiques. Chaque année, les rapports de jury soulignent les exigences spécifiques de ces épreuves, offrant ainsi aux futurs candidats un éclairage sur les attentes des examinateurs. Les jurys insistent sur la nécessité de savoir concevoir et réaliser des expériences, d'en identifier les sources d'erreur et d'en interpréter les résultats avec justesse. La rigueur dans l'utilisation des unités du Système international et des conversions demeure également un critère d'évaluation essentiel.

Nous souhaitons que cet ouvrage puisse aider :

- les candidats dans la préparation aux concours à acquérir un socle suffisant en termes de maîtrise disciplinaire et des connaissances et des compétences en matière expérimentale ;
- les étudiants dans l'acquisition des savoirs disciplinaires indispensables au sortir d'un master ;
- les collègues dans leur pratique professionnelle quotidienne.

Les auteurs

# Mesure de grandeurs, unités, équations aux dimensions, incertitudes

## 1 Grandeur mesurable

---

### 1.1 Définition

Lorsqu'on parle de mesurer une grandeur ou d'une grandeur mesurable, on associe intuitivement à cette grandeur un nombre. Par exemple, mesurer la longueur d'une table revient à associer à cette longueur un nombre qui la définira.

*La mesure d'une grandeur est l'opération qui fait correspondre un nombre à cette grandeur.*

Ci-dessous, deux citations d'un physicien anglais du XIX<sup>e</sup> siècle, Sir William Thomson anobli (et plus connu) sous le nom de Lord Kelvin ; citations qui illustrent bien l'importance de la mesure :

« Si vous ne pouvez mesurer, vous ne pouvez améliorer. »

« En science physique, la première étape essentielle pour la connaissance de n'importe quel sujet est de trouver des procédés de mesure et des méthodes pratiques pour estimer leurs qualités. Je dis souvent que quand vous pouvez mesurer ce dont vous parlez et l'exprimer par un nombre, vous connaissez quelque chose à son sujet mais, quand vous ne pouvez pas le mesurer, quand vous ne pouvez pas l'exprimer par un nombre, votre connaissance est faible et non satisfaisante ; cela peut être le début de la compréhension mais vous avez peu avancé dans vos réflexions sur l'état de la Science, quelle que soit la question. (PLA, vol.1 « Unités électriques de mesure » 3 mai 1883)

### 1.2 Conditions pour qu'une grandeur soit mesurable

D'après la définition, il faut qu'un seul nombre suffise pour caractériser la grandeur, ainsi un vecteur, par exemple, n'est pas mesurable.

De plus, on doit pouvoir comparer les grandeurs de même espèce donc l'ensemble des grandeurs d'une même nature doit être ordonné et additif.

**Ordonné :** on doit pouvoir appliquer la relation « est plus grande que » à l'ensemble des grandeurs et cette relation doit posséder toutes les propriétés de l'opération mathématique correspondante, en particulier :

$$[A] > [B] \text{ et } [B] > [C] \text{ alors } [A] > [C]$$

**Additif :** on doit pouvoir appliquer une relation « somme » à l'ensemble des grandeurs et cette relation doit posséder toutes les propriétés de l'opération mathématique correspondante, en particulier :

$$[A] + [B] = [B] + [A] ; ([A] + [B]) + [C] = [A] + ([B] + [C])$$

#### a) Remarque : grandeur repérable

À certaines grandeurs, on ne peut appliquer une relation « somme », ainsi, si on ajoute à un litre d'eau à 20 °C, un litre d'eau à 30 °C, on obtient bien deux litres d'eau mais pas à 50 °C ! La température n'est pas une grandeur mesurable, c'est une grandeur repérable. On utilise pour classer (« mesurer ») ces grandeurs, une échelle (échelle de température dans ce cas) définie par une origine. Il en est de même, par exemple, pour la dureté (échelle de), la date (échelle de temps), l'énergie potentielle (échelle d'énergie)...

## 2 Unités

### 2.1 Mesure d'une grandeur

Si, arbitrairement, pour une espèce donnée, on définit une grandeur de référence appelée unité [u], la mesure de la grandeur [A] appartenant à l'espèce sera :

$$[A] = A [u]$$

où A représente la mesure de la grandeur [A] avec l'unité [u].

### 2.2 Choix de l'unité

On demande à l'unité d'être bien définie et d'être commode c'est-à-dire de se prêter à une expression aussi simple que possible des phénomènes.

Par exemple, comme unité de temps, on préfère prendre le temps séparant 2 battements consécutifs du balancier d'une horloge plutôt que le temps séparant 2 battements de cœur pour des raisons évidentes de commodités.

La définition d'une unité évolue au fur et à mesure que la précision des mesures se développe, ainsi pour le temps on est passé d'une définition « macroscopique » (temps des éphémérides) à une définition « microscopique » (temps atomique).

### 2.3 Changement de l'unité

Mesurons une même grandeur [A] avec deux unités différentes [u] et [u'], nous aurons :

$$[A] = A[u] \text{ et } [A] = A'[u'] \text{ soit } A[u] = A'[u'] \text{ ou } A/A' = [u']/[u]$$

*Le rapport des mesures d'une même grandeur est égal à l'inverse du rapport des unités correspondantes.*

Ceci est la base des calculs de changements d'unités.

## 2.4 Système d'unités

Les lois de la physique et en particulier celles de la mécanique se traduisent, le plus souvent, par des relations de proportionnalité.

Construire un système d'unités cohérent, c'est choisir un système dans lequel le plus grand nombre des coefficients de proportionnalité sera égal à l'unité.

Si on prend l'expression reliant force, masse et accélération,  $F = k.m.a$ ,  $k$  étant une constante ; pour construire un système cohérent, dans lequel le maximum de constantes sera égal à 1, si on choisit arbitrairement les unités de force et de masse, l'unité d'accélération sera imposée.

Les unités choisies arbitrairement sont appelées unités de base ou unités indépendantes, les autres unités sont les unités dérivées.

En France le système d'unités utilisé est le système international (SI) basé sur sept grandeurs de base qui s'expriment dans une unité :

| Grandeur                        | Unité         | Symbole |
|---------------------------------|---------------|---------|
| Longueur                        | le mètre      | m       |
| Masse                           | le kilogramme | kg      |
| Temps                           | la seconde    | s       |
| Intensité de courant électrique | l'ampère      | A       |
| Température thermodynamique     | le kelvin     | K       |
| Quantité de matière             | la mole       | mol     |
| Intensité lumineuse             | la candela    | cd      |

Chacune de ces unités a une définition extrêmement précise, définie par la conférence générale des poids et mesures qui se réunit à Paris tous les 4 ans et gérée par le bureau international des poids et mesures. Lors de la 26<sup>e</sup> réunion, la CGPM a révisé le système SI. À compter du 20 mai 2019, toutes les unités du SI sont définies à partir de sept constantes de la physique dont les valeurs ont été fixées et exprimées en unités SI

Le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) indique :

*Le choix spécifique de ces sept constantes a été considéré le meilleur possible, en tenant compte de la précédente définition du SI - qui était fondée sur sept unités de base - et des progrès de la science.*

*Les définitions présentées ci-après précisent la valeur numérique exacte de chaque constante lorsque sa valeur est exprimée dans l'unité du SI correspondante. En fixant*

*la valeur numérique exacte, l'unité devient définie car le produit de la **valeur numérique** par l'**unité** doit être égal à la **valeur** de la constante qui, par hypothèse, est invariante. Les sept constantes définissant le SI ont été choisies de sorte que toute unité du SI puisse être exprimée à partir de l'une de ces sept constantes ou à partir de produits ou rapports de ces constantes.*

### Le Système international d'unités

Le SI, est le système d'unités selon lequel :

- la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé,  $\Delta\nu_{Cs}$ , est égale à 9 192 631 770 Hz ;
- la vitesse de la lumière dans le vide,  $c$ , est égale à 299 792 458 m/s ;
- la constante de Planck,  $h$ , est égale à  $6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$  J s ;
- la charge élémentaire,  $e$ , est égale à  $1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$  C ;
- la constante de Boltzmann,  $k$ , est égale à  $1,380\,649 \cdot 10^{-23}$  J/K ;
- la constante d'Avogadro,  $N_A$ , est égale à  $6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup> ;
- l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique de fréquence  $540 \cdot 10^{12}$  Hz,  $K_{cd}$ , est égale à 683 lm/W.

Il n'y a pas d'incertitude sur la valeur numérique définissant ces sept constantes.

Les définitions des sept unités de base, données ci-dessous, sont extraites de la brochure du BIPM.

#### a) La seconde

La seconde, symbole s, est l'unité de temps du SI. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de la fréquence du césium,  $\Delta\nu_{Cs}$ , la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, égale à 9 192 631 770 lorsqu'elle est exprimée en Hz, unité égale à s<sup>-1</sup>.

Cette définition implique la relation exacte  $\Delta\nu_{Cs} = 9\,192\,631\,770$  Hz. En inversant cette relation, la seconde est exprimée en fonction de la constante  $\Delta\nu_{Cs}$  :

$$1 \text{ Hz} = \frac{\Delta\nu_{Cs}}{9\,192\,631\,770} \text{ ou } 1 \text{ s} = \frac{9\,192\,631\,770}{\Delta\nu_{Cs}}$$

Il résulte de cette définition que la seconde est égale à la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé.

#### b) Le mètre

Le mètre, symbole m, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide,  $c$ , égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en m.s<sup>-1</sup>, la seconde étant définie en fonction de  $\Delta\nu_{Cs}$ .

Cette définition implique la relation exacte  $c = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1}$ . En inversant cette relation, le mètre est exprimé en fonction des constantes  $c$  et  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$  :

$$1 \text{ m} = \left( \frac{c}{299\,792\,458} \right) \text{s} = \frac{9\,192\,631\,770}{299\,792\,458} \frac{c}{\Delta\nu_{\text{Cs}}} \approx 30,663319 \frac{c}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}$$

Il résulte de cette définition que le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de  $1/299\,792\,458$  de seconde.

### c) Le kilogramme

Le kilogramme, symbole kg, est l'unité de masse du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Planck,  $h$ , égale à  $6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$  lorsqu'elle est exprimée en J.s, unité égale à  $\text{kg.m}^2.\text{s}^{-1}$ , le mètre et la seconde étant définis en fonction de  $c$  et  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ .

Cette définition implique la relation exacte  $h = 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$ . En inversant cette relation, le kilogramme est exprimé en fonction des trois constantes  $h$ ,  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$  et  $c$  :

$$1 \text{ kg} = \left( \frac{h}{6,62607015 \cdot 10^{-34}} \right) \text{m}^2.\text{s}$$

Relation identique à

$$1 \text{ kg} = \frac{(299\,792\,458)^2}{(6,62607015 \cdot 10^{-34})(9\,192\,631\,770)} \frac{h\Delta\nu_{\text{Cs}}}{c^2} \approx 1,4755214 \cdot 10^{40} \frac{h\Delta\nu_{\text{Cs}}}{c^2}$$

Cette définition permet de définir l'unité  $\text{kg.m}^2.\text{s}^{-1}$  (l'unité des grandeurs physiques « action » et « moment cinétique »). Ainsi associée aux définitions de la seconde et du mètre, l'unité de masse est exprimée en fonction de la constante de Planck  $h$ .

### d) L'ampère

L'ampère, symbole A, est l'unité d'intensité de courant électrique du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la charge élémentaire,  $e$ , égale à  $1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$  lorsqu'elle est exprimée en C, unité égale à A.s, la seconde étant définie en fonction de  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ .

Cette définition implique la relation exacte  $e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ A.s}$ . En inversant cette relation, l'ampère est exprimé en fonction des constantes  $e$  et  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$  :

$$1 \text{ A} = \left( \frac{e}{1,602176634 \cdot 10^{-19}} \right) \text{s}^{-1}$$

Relation identique à

$$\frac{1}{(9\,192\,631\,770)(1,602176634 \cdot 10^{-19})} \Delta\nu_{\text{Cs}} . e \approx 6,789687 \cdot 10^8 \Delta\nu_{\text{Cs}} . e.$$

Il résulte de cette définition qu'un ampère est l'intensité du courant électrique correspondant au flux de  $1/(1,602\ 176\ 634 \cdot 10^{-19})$  charges élémentaires par seconde.

### e) Le kelvin

Le kelvin, symbole K, est l'unité de température thermodynamique du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Boltzmann,  $k$ , égale à  $1,380\ 649 \cdot 10^{-23}$  lorsqu'elle est exprimée en  $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ , unité égale à  $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ , le kilogramme, le mètre et la seconde étant définis en fonction de  $h$ ,  $c$  et  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ .

Cette définition implique la relation exacte  $k = 1,380\ 649 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ . En inversant cette relation, le kelvin est exprimé en fonction des constantes  $k$ ,  $h$  et  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$  :

$$1 \text{ K} = \left( \frac{1,380649 \cdot 10^{-23}}{k} \right) \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Relation identique à

$$1 \text{ K} = \frac{1,380649 \cdot 10^{-23}}{(6,62607015 \cdot 10^{-34})(9\ 192\ 631\ 770)} \frac{h \cdot \Delta\nu_{\text{Cs}}}{k} \approx 2,2666653 \frac{h \cdot \Delta\nu_{\text{Cs}}}{k}$$

Il résulte de cette définition qu'un kelvin est égal au changement de la température thermodynamique résultant d'un changement de l'énergie thermique  $kT$  de  $1,380\ 649 \cdot 10^{-23} \text{ J}$ .

### f) La mole

La mole, symbole mol, est l'unité de quantité de matière du SI. Une mole contient exactement  $6,022\ 140\ 76 \cdot 10^{23}$  entités élémentaires. Ce nombre, appelé « nombre d'Avogadro », correspond à la valeur numérique fixée de la constante d'Avogadro,  $N_A$ , lorsqu'elle est exprimée en  $\text{mol}^{-1}$ .

La quantité de matière, symbole  $n$ , d'un système est une représentation du nombre d'entités élémentaires spécifiées. Une entité élémentaire peut être un atome, une molécule, un ion, un électron, ou toute autre particule ou groupement spécifié de particules. Cette définition implique la relation exacte  $N_A = 6,022\ 140\ 76 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . En inversant cette relation, on obtient l'expression exacte de la mole en fonction de la constante  $N_A$  :

$$1 \text{ mol} = \frac{6,02214076 \cdot 10^{23}}{N_A}$$

Il résulte de cette définition que la mole est la quantité de matière d'un système qui contient  $6,022\ 140\ 76 \cdot 10^{23}$  entités élémentaires spécifiées.

### g) La candela

La candela, symbole cd, est l'unité du SI d'intensité lumineuse dans une direction donnée. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique de fréquence  $540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ ,  $K_{\text{cd}}$ , égale à 683 lorsqu'elle est exprimée en  $\text{lm} \cdot \text{W}^{-1}$ , unité égale à  $\text{cd} \cdot \text{sr} \cdot \text{W}^{-1}$ , ou  $\text{cd} \cdot \text{sr} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3$ , le kilogramme, le mètre et la seconde étant définis en fonction de  $h$ ,  $c$  et  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ .

Cette définition implique la relation exacte  $K_{\text{cd}} = 683 \text{ cd.sr.k}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^3$  pour le rayonnement monochromatique de fréquence  $\nu = 540.10^{12} \text{ Hz}$ . En inversant cette relation, la candela est exprimée en fonction des constantes  $K_{\text{cd}}$ ,  $h$  et  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$  :

$$1 \text{ cd} = \frac{K_{\text{cd}}}{683} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-3}.\text{sr}^{-1}$$

Relation identique à

$$1 \text{ cd} = \frac{1}{(6,62607015.10^{-34})(9\,192\,631\,770)^2} (\Delta\nu_{\text{Cs}})^2 .h.K_{\text{cd}}$$
$$\approx 2,614830.10^{10} (\Delta\nu_{\text{Cs}})^2 .h.K_{\text{cd}}.$$

Il résulte de cette définition que la candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence  $540.10^{12} \text{ Hz}$  et dont l'intensité énergétique dans cette direction est  $(1/683) \text{ W/sr}$ .

Il est conseillé de consulter le site du Bureau International des Poids et Mesures, <https://www.bipm.org/fr/measurement-units/>, d'où sont tirées ces définitions.

## 2.5 Unités dérivées

Toutes les autres grandeurs sont des grandeurs dérivées et s'expriment à l'aide d'unité dérivées. Le tableau ci-dessous donne quelques exemples.

| Grandeur dérivée | Symbole | Unité dérivée             | Symbole            |
|------------------|---------|---------------------------|--------------------|
| Volume           | V       | mètre cube                | m <sup>3</sup>     |
| Vitesse          | v       | mètre par seconde         | m.s <sup>-1</sup>  |
| Masse volumique  | ρ       | kilogramme par mètre cube | kg.m <sup>-3</sup> |

Certaines unités dérivées ont reçu un nom spécial pour simplifier. Le tableau ci-dessous donne quelques exemples.

| Unité dérivée                      | Nom           | Symbole |
|------------------------------------|---------------|---------|
| Angle plan                         | radian        | rad     |
| Angle solide                       | stéradian     | sr      |
| Fréquence                          | hertz         | Hz      |
| Énergie, Travail                   | joule         | J       |
| Température Celsius                | degré Celsius | °C      |
| Différence de potentiel électrique | volt          | V       |
| Eclairement lumineux               | lux           | lx      |

REMARQUE Revenons sur la grandeur « angle ». Par définition, l'angle  $\theta$  correspond au rapport de la longueur de l'arc  $A'B'$  sur le rayon  $r$  du cercle. Rapport de deux longueurs, l'angle  $\theta$  n'a donc pas de dimension. C'est une grandeur adimensionnée. Elle peut, cependant, avoir une unité comme le radian, le degré ou le grade si on choisit de dire qu'un tour complet représente un angle de  $2\pi$  rad ou  $360^\circ$  ou 400 grades.

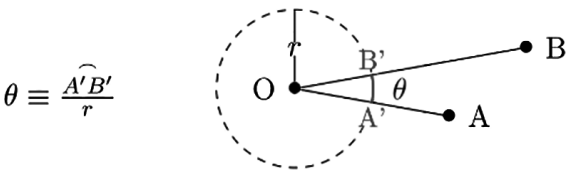


Figure 1.1

Un stéradian est un angle solide d'un cône qui, ayant son sommet au centre d'une sphère, découpe sur la surface de cette sphère une aire égale à celle d'un carré ayant pour côté une longueur égale au rayon de la sphère.

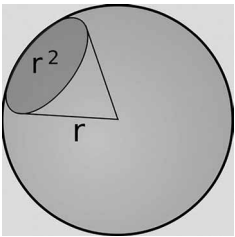


Figure 1.2 (Wikipedia)

## 2.6 Unités hors système

La pratique ou la commodité veut qu'on utilise assez souvent des unités hors du système international. Dans la mesure du possible, il faut combattre ce fait et utiliser les unités du système international. Le tableau ci-dessous donne quelques exemples.

| Grandeur | Unité    | Symbole | Valeur en unité SI             |
|----------|----------|---------|--------------------------------|
| Temps    | minute   | min     | 1 min = 60 s                   |
| Volume   | litre    | L, l    | 1 L = $10^{-3}$ m <sup>3</sup> |
| Pression | bar      | bar     | 1 bar = $10^5$ Pa              |
| Longueur | angström | Å       | 1 Å = $10^{-10}$ m             |

### 3 Équations aux dimensions

#### 3.1 Définition

Considérons deux systèmes d'unités. Les unités fondamentales sont différentes mais les relations de définition des unités dérivées sont les mêmes. Par exemple la force est liée à la masse et à l'accélération par la relation  $[F] = [M].[A]$  dans les deux systèmes. Affectons l'indice 1 au premier système et l'indice 2 au second. La relation liant la force, la masse et l'accélération s'écrit  $f_1 = m_1 \cdot a_1$  et  $f_2 = m_2 \cdot a_2$ . En divisant membre à membre on obtient :

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{a_2}{a_1} \quad (1)$$

Or le rapport  $f_2/f_1$  que nous posons égal à  $F$  est le rapport des mesures d'une force dans les deux systèmes. C'est donc l'inverse du rapport des unités de forces des deux systèmes d'où l'intérêt de ce rapport dans les problèmes de changement d'unités. Posons de même  $m_2/m_1 = M$  et  $a_2/a_1 = A$ . L'équation (1) devient  $F = M \cdot A$  notée aussi  $[F] = [M].[A]$  ou  $\dim(F) = \dim(M) \cdot \dim(A)$ , c'est ce qu'on appelle l'équation aux dimensions de la force en fonction de la masse et de l'accélération.

Nous pouvons maintenant exprimer les grandeurs dérivées en fonction des grandeurs fondamentales. Nous obtiendrons ainsi les équations aux dimensions des diverses grandeurs en fonction des grandeurs fondamentales. Le tableau ci-dessous donne les équations aux dimensions des principales grandeurs mécaniques et électriques.

| Grandeur               | Définition          | Dimension  |
|------------------------|---------------------|------------|
| LONGUEUR               | $l$                 | $L$        |
| Volume                 | $V = l^3$           | $L^3$      |
| TEMPS                  | $T$                 | $T$        |
| Fréquence              | $f = 1/t$           | $T^{-1}$   |
| Vitesse linéaire       | $v = l/t$           | $LT^{-1}$  |
| Accélération linéaire  | $a = v/t$           | $LT^{-2}$  |
| Angle                  | $\theta$            | 1          |
| Vitesse angulaire      | $\omega = \theta/t$ | $T^{-1}$   |
| Accélération angulaire | $\alpha = \omega/t$ | $T^{-2}$   |
| MASSE                  | $M$                 | $M$        |
| Masse volumique        | $\rho = m/V$        | $ML^{-3}$  |
| Force                  | $f = m \cdot a$     | $MLT^{-2}$ |
| Quantité de mouvement  | $p = m \cdot v$     | $MLT^{-1}$ |

| Grandeur             | Définition | Dimension            |
|----------------------|------------|----------------------|
| Pression             | $P = f/s$  | $ML^{-1}T^{-2}$      |
| Travail              | $W = f.l$  | $ML^2T^{-2}$         |
| Puissance            | $P = f/t$  | $ML^2T^{-3}$         |
| Intensité électrique | $I$        | $I$                  |
| Charge               | $q = i.t$  | $IT$                 |
| Potentiel            | $V = W/q$  | $ML^2T^{-3}I^{-1}$   |
| Résistance           | $R = V/i$  | $ML^2T^{-3}I^{-2}$   |
| Capacité             | $C = q/V$  | $M^{-1}L^{-2}T^4I^2$ |

### 3.2 Application au changement d'unités.

Si nous voulons exprimer, dans un système 2, la mesure d'une grandeur dont nous connaissons la mesure dans un système 1, nous pouvons utiliser les équations de dimensions. Considérons par exemple le cas de la force. Nous avons :

$$\frac{f_2}{f_1} = F = MLT^{-2} = \frac{Um_1}{Um_2} \cdot \frac{Ul_1}{Ul_2} \cdot \left( \frac{Ut_1}{Ut_2} \right)^{-2} = \frac{Uf_1}{Uf_2}$$

avec  $Um_1$  = Unité de masse dans le système 1,  $Ul_1$  = Unité de longueur dans le système 1... puisque le rapport des mesures d'une grandeur quelconque est l'inverse du rapport des unités.

• **Exemple**

Le système britannique a pour grandeurs fondamentales le temps (unité : la seconde), la force (unité : la « livre », 1 livre = 4,45 N), la longueur (unité : le « pied », 1 pied = 0,305 m) Exprimer dans le système international, l'unité de masse de ce système (qui s'appelle le « slug »).

Affectons de l'indice 1 les mesures du système britannique et de l'indice 2 celles du système international. L'équation de dimensions de la force ne change pas, on a donc :

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^{-2};$$

Soit  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{f_2}{f_1} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \left( \frac{t_1}{t_2} \right)^{-2} = \frac{4,45}{1} \cdot \frac{1}{0,305} = 14,6$  d'où  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{Um_1}{Um_2}$  donc slug/kg = 14,6 soit  
1 slug = 14,6 kg.

### 3.3 Homogénéité

Les deux membres d'une équation littérale ou les divers termes d'une somme, représentent forcément des grandeurs de même nature. Ils doivent donc avoir les mêmes dimensions. Cette condition d'homogénéité, évidemment insuffisante pour que la formule considérée soit juste, est toutefois nécessaire. Aussi, est-il souvent prudent de vérifier l'homogénéité d'un résultat littéral avant de passer à une application numérique. Si l'équation trouvée n'est pas homogène, elle est fausse !

L'homogénéité d'une formule permet aussi de retrouver cette formule.

#### a) Exemple 1

L'expérience a montré que la force subie par une sphère immergée dans un fluide en mouvement dépend du coefficient de viscosité  $\eta$  du fluide, du rayon  $r$  de la sphère et de leur vitesse relative  $v$ . Trouver l'expression de cette force en la supposant de la forme  $f = k \cdot \eta^a \cdot r^b \cdot v^c$ ,  $k$  est une constante sans dimensions et  $\dim(\eta) = [\eta] = L^{-1}MT^{-1}$ .

Équation de dimensions  $LMT^{-2} = (L^{-1}MT^{-1})^a \cdot L^b \cdot L^c \cdot T^{-c}$  d'où  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$ , c'est-à-dire  $f = k \cdot \eta \cdot r \cdot v$  (formule de Stokes  $f = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$ ).

#### b) Exemple 2

L'expérience a montré que la fréquence de vibration  $N$  d'une corde dépend de la longueur  $l$ , de la tension  $f$ , de la masse par unité de longueur  $\mu$  de la corde. Trouver l'expression de cette fréquence.

Équation de dimensions :  $\dim(N) = [N] = T^{-1}$ ,  $\dim(l) = [l] = L$ ,  $\dim(f) = [f] = MLT^{-2}$ ,  $\dim(\mu) = [\mu] = ML^{-1}$  ; on a  $N = k \cdot l^a \cdot f^b \cdot \mu^c$  ; soit  $T^{-1} = L^a \cdot (MLT^{-2})^b \cdot (ML^{-1})^c$  d'où  $a + b - c = 0$ ,  $b + c = 0$ ,  $-2 \cdot b = -1$  ; l'équation est donc de la forme  $N = \frac{k}{l} \sqrt{\frac{f}{\mu}}$ .

## 4 Incertitudes

Lorsqu'on mesure une grandeur, quel que soit le soin apporté à la mesure, on n'obtient jamais la valeur vraie  $G_v$  mais une valeur mesurée  $G$ . Toute mesure est entachée d'une erreur qu'il est important de connaître ou tout au moins d'estimer.

Pour cela il faut examiner avec **un esprit très critique** la mesure : l'appareillage utilisé, la façon de l'utiliser, la méthode de mesure...

### 4.1 Vocabulaire

Le verbe mesurer et le terme mesure peuvent avoir plusieurs significations aussi est-on amené à utiliser des mots plus précis.

**Mesurage** : ensemble des opérations qui permettent de déterminer la mesure d'une grandeur.

**Mesurande** : grandeur que l'on veut mesurer.

**Valeur vraie du mesurande :** valeur qu'on obtiendrait si le mesurage était parfait.

**Résultat d'un mesurage :** valeur ou ensemble de valeurs donnés à un mesurande.

Un mesurage n'étant jamais parfait, le résultat doit donc être sous la forme d'un intervalle associé à un niveau de confiance (on estime que la valeur vraie est située dans l'intervalle avec une certaine probabilité) :

$$G \pm u(G)$$

où  $G$  est le résultat du mesurage et  $u(G)$  incertitude type (la notation  $u$  provient du mot anglais *uncertainty*, traduction de incertitude).

## 4.2 Erreurs

Soit  $G$  le résultat du mesurage et  $G_v$  la valeur vraie du mesurande, l'erreur sur le résultat vaut  $E = G - G_v$ . Par principe, cette erreur est inconnue et il est nécessaire de déterminer une limite à cette erreur, c'est ce qu'on appelle incertitude type.

REMARQUE On définit aussi l'erreur relative par  $E_{\%} = \frac{|G - G_v|}{G_v} \times 100$  et on doit aussi déterminer une limite appelée incertitude type relative.

Du point de vue de leurs causes, il faut distinguer deux types d'erreurs : les erreurs systématiques et les erreurs accidentelles.

### a) Les erreurs systématiques

Les erreurs systématiques ayant leur origine dans un défaut de l'appareil ou du mode opératoire se produisent **régulièrement, dans le même sens et avec une valeur constante**.

#### • Exemples

- utilisation d'un appareil mal étalonné ;
- utilisation d'un appareil de mesures dont le "zéro" ne correspond pas à la valeur nulle ;
- erreur de parallaxe sur un appareil analogique.

Si l'erreur systématique est ignorée de l'expérimentateur, elle est grave et elle rend illusoire le degré d'exactitude qu'il croit pouvoir attribuer à ses mesures.

Si l'erreur systématique est connue, il suffit d'en supprimer la cause, si cela est possible, ou d'effectuer la correction nécessaire sur les résultats des mesures.

L'erreur systématique ne doit donc pas intervenir dans la détermination de l'incertitude sur une mesure.

On évite les erreurs systématiques ou on les corrige par une analyse critique des méthodes utilisées et par un contrôle des appareils.

### b) Les erreurs aléatoires, accidentelles ou fortuites

Les erreurs aléatoires, accidentelles ou fortuites ont pour caractère essentiel de se manifester dans un **sens imprévisible, à un moment inconnu et avec une valeur variable**.

## Exemples

- Les erreurs de lecture. Nous éliminons l'erreur totale qui donne un résultat aberrant. Lors de la mesure d'une longueur avec une règle graduée au mm, dans le meilleur des cas on ne pourra pas faire une mesure avec une erreur inférieure à une graduation. En général, l'utilisation d'un appareil possédant une graduation entraîne une erreur de lecture d'une division.
- Les erreurs de fidélité de l'appareil. Elles existent si, en répétant plusieurs fois la même mesure, on obtient des résultats différents. Ces erreurs proviennent du fait qu'il est impossible de se replacer exactement dans les mêmes conditions, les propriétés de l'appareil de mesures évoluant avec le temps. En général, le constructeur a étudié ce type d'erreur et indique quelle précision il peut garantir (classe de l'appareil).
- Les erreurs dues à une mauvaise définition de la grandeur à mesurer. Ce sont ces erreurs qui souvent limitent la précision de la mesure : repérage du minimum (maximum) d'intensité lumineuse, de son, ...

## 4.3 Fidélité, Justesse

On peut schématiser ces erreurs sous la forme d'une cible, le centre représentant la valeur vraie du mesurande (inconnue). Cela permet de mettre en évidence les notions de justesse et de fidélité.

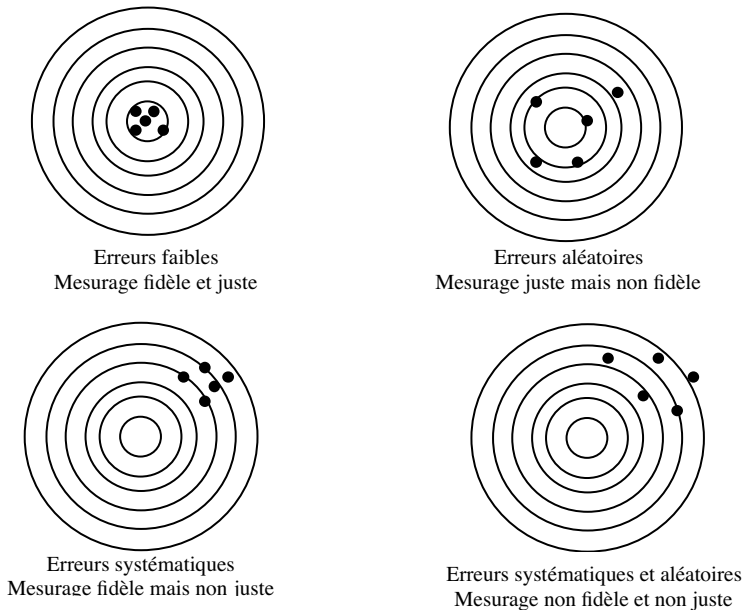


Figure 1.3

Lorsque les valeurs de mesurage sont groupées vers le centre de la cible, on peut dire que la méthode de mesurage est fidèle et juste. Si elles sont peu groupées mais situées « en moyenne » vers le centre de la cible, la méthode est juste mais non fidèle du fait des erreurs aléatoires. Si elles sont groupées mais éloignées du centre, la méthode est fidèle mais non juste du fait d'erreurs systématiques et enfin si elles sont peu groupées et situées loin du centre de la cible, la méthode n'est ni juste ni fidèle par la présence d'erreurs aléatoires et systématiques.

## 4.4 Incertitudes et présentation d'un résultat

L'incertitude permet de définir un intervalle de valeurs dans lequel on peut estimer, avec une certaine confiance, que la valeur vraie s'y trouve.

Un mesurage peut s'effectuer de différentes manières, soit à partir d'une série statistique (on effectue une série de mesures), on parle alors d'incertitudes évaluées avec la méthode A, soit à partir d'une seule mesure, on a alors des incertitudes avec la méthode B. La valeur vraie n'étant pas connue, il faut présenter le résultat du mesurage en respectant un certain nombre de règles.

### a) Chiffres significatifs

Le nombre de chiffres significatifs (cs) est le nombre de chiffres dans le résultat de la mesure  $m$ .

**ATTENTION** Le 0 est significatif quand il est placé derrière un premier chiffre non nul. Plus le nombre de chiffres significatifs est important et plus le résultat de la mesure est précis, par exemple :

| Nombre             | (cs) |
|--------------------|------|
| $n = 1,52$         | 3    |
| $c = 3 \cdot 10^8$ | 1    |
| $m = 0,12$         | 2    |
| $C = 0,016$        | 2    |
| $V = 1,015$        | 4    |

Si  $e$  représente l'écartement entre deux fentes, peut-on dire que  $e = 0,3 \text{ mm}$  est équivalent à  $e = 300 \text{ }\mu\text{m}$  ? Dans le premier cas, nous avons 1 chiffre significatif, la valeur de  $e$  est connue à  $0,1 \text{ mm}$  près. Dans le second cas, nous avons 3 chiffres significatifs et la valeur de  $e$  est connue à  $1 \text{ }\mu\text{m}$  près. Du point de vue des incertitudes, les deux valeurs de  $e$  sont totalement différentes !

### b) Chiffres significatifs (cs) et calcul numérique

Dans la plupart des cas, lors d'un calcul numérique, le nombre de chiffres significatifs à conserver, dans l'écriture du résultat final, doit être au plus égal au nombre de chiffres significatifs de la donnée la moins précise.

### Exemple

La définition de l'indice de réfraction,  $n = c/v$ , permet de calculer  $v$  en connaissant  $c$  et  $n$ . Si on donne  $c = 3.10^8$  m/s (1 cs) et  $n = 1,52$  (3 cs), l'application numérique à l'aide d'une calculatrice donne  $v = \frac{c}{n} = \frac{3.10^8}{1,52} = 1,97368.10^8$  m/s. Le résultat ne pouvant avoir plus de chiffres significatifs que la donnée la moins précise est donc arrondi à  $v = 2.10^8$  m/s. Si par contre on donne  $c = 3,00.10^8$  m/s (3 cs), on pourra annoncer  $v = 1,97.10^8$  m/s.

Prenons un cas particulier : si l'une des données est une valeur exacte, donc non entachée d'incertitude, la notion de chiffres significatifs pour cette donnée ne s'applique évidemment pas.

### Exemple

Si la durée de 12 périodes (valeur exacte) d'un pendule simple est de 33,4 s (3 cs), la période vaut 2,78 s (3 cs).

Si le calcul numérique est une simple addition ou soustraction, ce n'est pas le nombre de chiffres significatifs qui doit attirer l'attention mais le nombre de **décimales** à conserver dans l'écriture du résultat final (exprimée avec la même unité que les données). En effet, ce nombre de décimales doit être au plus égal au nombre de décimales de la donnée la moins précise.

### Exemple

$2,933 + 8,34 = 11,273$ , soit la valeur de 11,27 à retenir.

**REMARQUE** Arrondir un résultat, en conservant un nombre de chiffres significatifs corrects, ne présente pas de difficulté, sauf dans le cas où le dernier chiffre de la valeur calculée est un 5. Imaginons que l'application numérique, du calcul de la valeur d'une interférence, aboutisse à  $i = 0,001675$  m et que le résultat final doit être écrit avec 3 chiffres significatifs, celui-ci peut être arrondi par valeur inférieure (0,00167 m) ou supérieure (0,00168 m).

## 4.5 Incertitude type d'une série de mesures (méthode A)

Si on réalise une série de  $N$  mesures d'une grandeur  $G$  avec le même protocole et le même opérateur (conditions de répétabilité). On obtient un histogramme comme ci-après ; les mesures sont différentes à cause d'erreurs **aléatoires**. On obtient une gaussienne centrée sur la valeur moyenne.

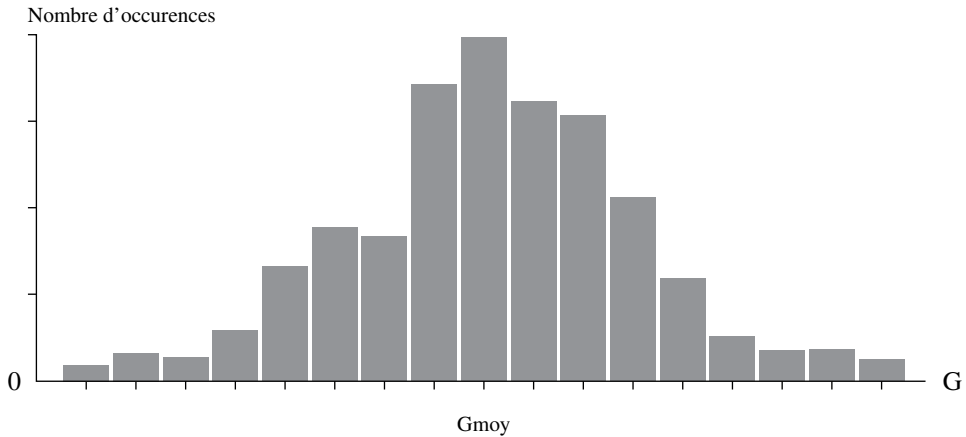


Figure 1.4

Comment annoncer le résultat avec une incertitude ? La méthode de la demi-étendue peut être employée  $G = G_{moy} \pm \frac{G_{max} - G_{min}}{2}$ . L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne tient pas compte du nombre d'occurrences des différentes mesures et donne donc une incertitude très importante.

Une approche plus réaliste consiste à calculer la moyenne quadratique des écarts à la moyenne :  $\sigma(G) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i (G_i - G_{moy})^2}$ .  $\sigma(G)$  est appelé écart type de la série de mesures.

Imaginons la situation suivante : on mesure une grandeur G et on répète cette manipulation une centaine de fois ( $N = 100$ ). Nous obtenons une répartition des occurrences similaire à une courbe de Gauss. Nous pouvons déterminer l'écart type  $\sigma(G)$  de la série de mesures. À présent, faisons une nouvelle mesure de G que l'on note  $G_{mesurée}$ , le résultat de cette mesure s'écrira sous la forme suivante  $G = G_{mesurée} \pm \sigma(G)$ .

L'incertitude type sur une mesure unique est alors donnée par l'écart type  $u(G) = \sigma(G)$ .

Imaginons maintenant que l'on fasse **n = 10** mesures de la grandeur G et que l'on détermine à chaque fois la valeur moyenne  $G_{moy}$ . Si nous répétons  $N = 100$  fois ce processus, nous pouvons tracer un histogramme similaire au cas précédent qui aura alors l'allure suivante :

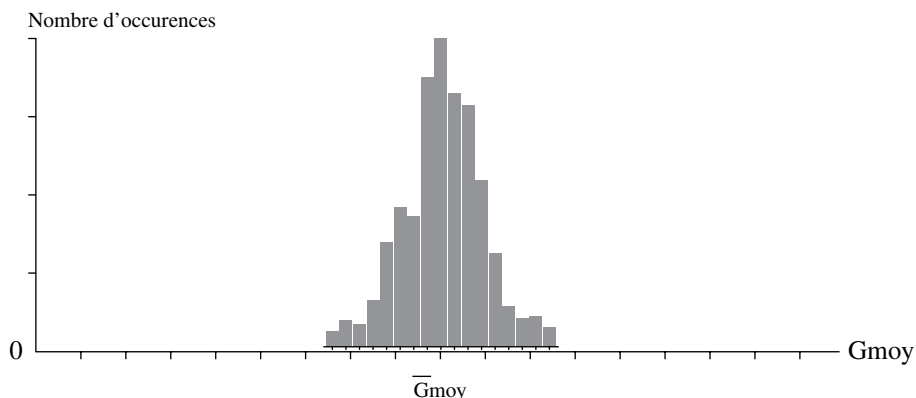


Figure 1.5

Le calcul de la moyenne sur  $n$  mesures va diminuer la dispersion des résultats et la gaussienne est plus resserrée autour de la valeur moyenne  $\overline{G_{moy}}$  de la série des  $N$  mesures de  $G_{moy}$ .

Plus  $n$  est grand et plus la dispersion diminue. Les statistiques montrent qu'alors

$$u(\overline{G_{moy}}) = \frac{u(G)}{\sqrt{n}}.$$

L'incertitude type sur une série de  $n$  mesures est donc  $u(\overline{G}) = \frac{\sigma(G)}{\sqrt{n}}$ .

Toute cette étude repose sur la connaissance préalable de  $\sigma(G)$  qui nécessite un très grand nombre de mesures, ce qui est rarement le cas dans la pratique quotidienne au laboratoire. Lorsque le nombre  $n$  de mesures est faible, il faut alors corriger l'incertitude type par un facteur  $t$  (facteur de Student),  $t$  étant fonction du nombre de mesures effectuées et de l'intervalle de confiance que l'on souhaite. On a alors :  $G = G_{moy} \pm t \frac{\sigma(G)}{\sqrt{n}}$ .

Au lycée, et dans le cadre de cet ouvrage, on prendra  $t = 1$ , c'est-à-dire que toute mesure effectuée a 68 % de chance de se trouver dans l'intervalle  $G_{moy} \pm \frac{\sigma(G)}{\sqrt{n}}$ .

### Exemple

Un élève mesure 10 fois la période  $T$  d'oscillation d'un pendule avec un chronomètre.

|        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1,52 s | 1,48 s | 1,49 s | 1,51 s | 1,48 s | 1,52 s | 1,47 s | 1,50 s | 1,49 s | 1,52 s |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|

Déterminer l'expression du résultat de la mesure de  $T$ .

La somme donne  $\sum T = 14,98$ . Le résultat de cette somme possède deux décimales comme chaque valeur de  $T$  et 4 chiffres significatifs, ce qui est conforme à la règle énoncée précédemment. La division par 10 (valeur exacte) permet donc d'obtenir une valeur moyenne avec 4 chiffres significatifs. On obtient :

- moyenne : 1,498 ;  $\sigma(T) : 0,01873796$  ;  $u(T) = \frac{\sigma(T)}{\sqrt{10}} : 0,00592546$
- résultat :  $T = 1,498 \pm 0,006$  s.