Ensenyar matemàtiques

Claudi Alsina, Carme Burgués, Josep Mª Fortuny, Joaquim Giménez, Montserrat Torra

GRAÓ

142

Didàctica de les matemàtiques
© Claudi Alsina, Carme Burgués, Josep Mª Fortuny, Joaquim Giménez, Montserrat Torra
© d'aquesta edició: Editorial GRAÓ de IRIF, S.L.
C/ Francesc Tàrrega, 32-34. 08027 Barcelona
www.grao.com

2a edició: març 2005
ISBN: 84-7827-127-9
D.L.:

Disseny de coberta: Xavier Aguiló
Impressió: Publidisa

Resten rigorosament prohibits i estaran sotmesos a les sancions establertes a les lleis, la reproducció o l'emmagatzematge total o parcial de la present publicació, incloent-hi el disseny de la portada, així com la transmissió d'aquesta per qualsevol mitjà, tant si és elèctric, com químic, mecànic, òptic, de gravació o bé de fotocòpia, sense l'autorització escrita dels titulars del *copyright*.

Índex

Presentació 7

1. ENSENYAR MATEMÀTIQUES 9
Elogi de les matemàtiques 10
Mirar endarrera críticament 12
Reptes d'avui 23

2. ENSENYAR MATEMÀTIQUES EN EL CICLE 3-6 45
Introducció 46
Són com són 49
Què cal fer? 53
Procediments clau 70
Conceptes i fets 72
Actituds, valors i normes 74
Què és el que no val 75
Models d'ensenyament 76
Atenció a la diversitat 80
Globalització 82
Materials interessants 84
Avaluació a parvulari 86
Activitats singulars 89
Enllaç de cicles 92

3. ENSENYAR MATEMÀTIQUES EN L'ETAPA 6-12 95
Introducció 97
Són com són 98
Què cal fer? 100
Què és el que no val? 111
Procediments clau 113
Conceptes i fets 135
Actituds, valors i normes 139
Models d'ensenyament 140
Atenció a la diversitat 152
Globalització 155
Materials interessants 159
Avaluació a primària 161
Activitats singulars 167
Enllaç de cicles 169

4. ENSENYAR MATEMÀTIQUES EN L'ETAPA 12-16 171
Introducció 173
Són com són 173
Què cal fer? 175
Procediments clau 178
Conceptes i fets 188
Actituds, valors i normes 197
Models d'ensenyament 200
Atenció a la diversitat 205
Globalització 209
Ús de tecnologies 217
Recursos àudio-visuals i informàtics 220
Materials de laboratori 227
Avaluació inicial 231
Avaluació de seguiment 234
Avaluacions finals 244
Activitats singulars 247

EPÍLEG 253

BIBLIOGRAFIA 255

Presentació

«Tal faràs, tal trobaràs»
Dita popular realista

Ensenyar matemàtiques és, com a ofici, una labor apassionant. Ara bé, com a títol d'un llibre és, certament, una denominació ambiciosa. Potser per això en aquesta presentació convé, ràpidament, intentar aclarir què es pot esperar de l'obra i, molt especialment, què no cal anar-hi a cercar.

Aquest llibre encaixa dintre d'una col·lecció de manuals didàctics dedicats a les diverses disciplines incidents en l'ensenyament escolar de tres a setze anys. Així doncs, és previsible que els seus usuaris i usuàries siguin persones de formacions i experiències diverses que, essencialment, tinguin un denominador comú: l'interès per les matemàtiques, el seu ensenyament i el seu aprenentatge.

Quan vam rebre l'encàrrec de posar fil a l'agulla i desenvolupar aquest projecte, després d'uns primers moments d'agraïment per la confiança dipositada en nosaltres per part de l'editorial, aviat vam començar a veure quina era la magnitud del repte i quines podien ser les alternatives per al seu desenvolupament. No volíem caure en la temptació de fer un recull enciclopèdic d'utilitat dubtosa ni tampoc volíem fer l'elaboració d'un manual lleuger de receptes d'urgència. L'opció fou aleshores intentar escriure una petita obra més compromesa amb les opcions personals dels autors i de les autores: intentar traspassar a les pàgines del manual referències, experiències i bones dosis d'optimisme vers una millora de la qualitat docent en l'àmbit de les matemàtiques. Així doncs, cadascun dels autors i les autores féu seva la famosa màxima de Goethe «prometo ser sincer però no imparcial». Malgrat que l'objectivitat hi és present, no podem amagar que, en molts casos, l'exposició es fa des de l'òptica de les persones que hem escrit el llibre, especialment pel que fa a la tria d'exemples propis o focalitzant les explicacions en aquells problemes que ens semblen més rellevants i difícils de resoldre i exposant alternatives que considerem raonables.

No voldríem que ningú pensés que aquest escrit és una alternativa als dissenys curriculars actuals, ja que pertany, precisament, a les publicacions que voldrien ajudar al desenvolupament efectiu d'aquesta reforma en marxa. Tampoc no es tracta, òbviament, d'un llibre de text o d'un manual de classe. L'obra voldria ser un manual de reflexió i

orientació, tant per a aquelles persones que s'inicien en l'ofici d'ensenyar com per a aquelles que, compartint amb nosaltres anys d'experiència, ens facin l'honor de contrastar els seus plantejaments amb els que aquí s'apunten.

Per facilitar la consulta del llibre hem optat per dividir l'obra en quatre grans capítols. En un primer capítol hi aboquem consideracions de caire general, reflexions enfront de defectes, mancances i reptes. En els altres tres capítols, centrals, tractem monogràficament el tema de l'ensenyament de les matemàtiques en les tres etapes corresponents de parvulari, d'ensenyament primari i d'educació secundària obligatòria.

Ens agradaria haver donat llum a un document útil que, intentant influir en el professorat, aconseguís millorar els aprenentatges.

1. Ensenyar matemàtiques

1.1. Elogi de les matemàtiques 10
1.2. Mirar endarrera críticament 12
– Quan arriben a l'escola tots són genis 12
– El currículum com a segrest 13
– Molts canvis sobre el paper 13
– Juliol, agost i setembre 15
– El mercat de Calaf 15
– «Jo tampoc no ho entenia» 16
– Pors i inseguretats 17
– S'ha fet el que s'ha pogut 17
– «Jo ja no en faig» 18
– Cap a una nova matemàtica 19
– L'any que ve ja ho veureu 19
– Mates... uf! 20
– Una simfonia de badalls 20
– Cada cop en saben menys! 21
– La matemàtica és cosa sèria 21
– Rigor i duresa 22
1.3. Reptes d'avui 23
– Educar en un entorn concret 26
– Interdiscipliniarietat o globalització? 27
– La culturalització pendent 29
– Avaluar com a acció positiva 29
– Experiències pilot i renovació 30
– Treballar entre col·legues i sense fronteres 32
– L'educació matemàtica com a recerca 32
– L'educadora i l'educador matemàtics avui 32
– Matemàtiques per a tothom 33
– Estratègies d'actuació 35
– Viure la matemàtica a classe 35
– La popularització, una nova imatge 37
– Materials i tecnologies 38
– Films i vídeos 40
– Cap als mitjans de comunicació 41
– Família i societat 42
– Educar-se cada dia 43

«[...] cal ensenyar tot allò que hom consideri que ha de saber qualsevol habitant d'un país. Denominem això alfabetització matemàtica».
Lluís Santaló

En aquest capítol s'exposaran tot un plegat de reflexions generals sobre l'ofici d'ensenyar matemàtiques, aquell procés màgic que permet, entre altres coses, fer possible el seu aprenentatge. Entre l'al·lusió crítica i la proposta positiva intentarem concretar alguns dels grans reptes del nostre temps tot optant per un ideari realista i sensat que més tard, en els capítols propers, tindrà una concreció coherent en cada etapa.

1.1. Elogi de les matemàtiques

La matemàtica té una llarga trajectòria històrica lligada al progrés de la humanitat. En cada moment cultural la matemàtica ha resolt uns problemes crucials i així, a poc a poc, ha anat assolint un prestigi i un interès que ha justificat la seva inserció en el procés de formació de la gent. És així com, de manera paral·lela i de vegades complementària, ens trobem davant d'una disciplina que ha estat sempre motiu de recerca i, a l'ensems, objectiu educatiu.

En els seus esquemes bàsics la matemàtica ha fet possible un model quantitatiu basat en el món dels nombres (aritmètica), un model de representació i descripció de la realitat física immediata (geometria), un model de comparació i quantificació de les magnituds (mesura), un model del raonament (lògica) i molts més models específics per descriure multitud de fenòmens o situacions (anàlisi, probabilitat, estadística, etc.). Amb la complexitat creixent del món s'han anat forjant disciplines noves i avui el mot matemàtica és de fet una expressió genèrica per anomenar tot un ampli ventall de disciplines de gran desenvolupament propi.

Juntament amb aquest procés ha anat donant-se un ensenyament matemàtic que en un principi fou dedicat a una elit i molt després va estendre's a grans masses de la població, fins avui en què no és concebible una educació obligatòria que no contingui una mínima formació matemàtica.

Per què cal aprendre (i per tant ensenyar) matemàtiques? A la resposta banal de «perquè sempre s'ha fet» cal afegir-hi el convenciment que aquesta vella branca del saber (jugant amb un llenguatge natural,

simbòlic i gràfic i amb una manera característica de raonar i deduir) ofereix una cultura quantitativa sense la qual seria impossible afrontar una bona part dels problemes que es donen en tota vida normal d'una ciutadana o d'un ciutadà.

Quan cal aprendre matemàtiques? De fet tota la vida, però inexcusablement al llarg dels períodes educatius obligatoris.

Com cal aprendre i per tant ensenyar matemàtiques? Aquesta és la gran qüestió educativa i que en cada època mereix una resposta específica. És el mateix que passa amb la música. Les partitures i les notes són aquí, com els nombres, els triangles o les equacions. Caldrà donar vida als conceptes i els mètodes per tal que l'auditori pugui fruir dels resultats. I fruir vol dir tenir una vivència i una capacitat d'emoció. Hi ha persones que en seran usuàries, d'altres que en seran grans intèrprets i d'altres que arribaran a la creació.

La reflexió sobre els camins possibles d'una educació de qualitat avui és la base fonamental d'aquestes primeres pàgines.

L'educació matemàtica ha d'anar evolucionant d'acord amb objectius nous i mitjans nous. Però l'evolució necessita moltes complicitats professionals i socials. I podríem dir que sols hi ha evolució positiva quan hi ha alliberament de certs principis, ortodòxies, tradicions i costums per tal de trobar camins nous tot assumint el risc d'allò que és desconegut.

Dit amb estil galopant, avui l'educació matemàtica podria basar el seu alliberament a ser menys canònica i historicista i molt més versàtil i actual, cercar menys respostes i fomentar més preguntes, planificar-se menys horitzontalment i més verticalment, evitar la monotonia i obrir-se a l'enfocament imaginatiu, deixar més de banda els mecanismes i desenvolupar més les idees, ser més breu i més profunda, menys estàtica i més dinàmica, menys exercicis i més problemes, menys memòria i més coneixement, menys abstracció i més experimentació prèvia, menys rigor absurd i més coneixement viable.

Com un vell submarí que navega en un mar tèrbol de poca visibilitat i problemes seriosos d'avenç, la nostra educació matemàtica ha de deixar anar un llast que la tradició ha forjat per sortir a la superfície a respirar aire fresc, deixant al fons tantes hores de raonaments no comprensibles per tal de trobar vies interessants que permetin compatibilitzar aprenentatge amb felicitat, comprensió amb diversió, progrés amb utilitat.

Sovint s'ha dit que l'edat de la pedra s'hauria d'haver batejat com l'edat dels fils, ja que més important que «l'ús de les pedres» fou la creació dels «instruments». Avui en l'educació matemàtica hi ha molts elements didàctics, molts materials, moltes propostes que són ja un fet però que cal «lligar» adequadament per tal de configurar un instrument

pedagògic potent. Ara ja ningú creu que a l'educació matemàtica li convinguin revolucions absolutes, mètodes infal·libles, materials definitius. Crítics amb les solucions radicals, hem anat passant de la «proposta màgica» al «realisme eclèctic» que sap conjugar la darrera tecnologia amb el pulcre traçat manual, les regletes de colors amb els vídeos més vistosos. Un panorama on mitjans àudio-visuals, aparells computacionals i materials de laboratori es posen al servei d'una matemàtica que sigui útil i formativa, interessant i amena. Una matemàtica per a tots els ciutadans i les ciutadanes que deixi endarrera velles pors i inseguretats, absurds distanciaments docents i seriosos núvols de guix i incomprensió.

1.2. Mirar endarrera críticament

Aquesta secció també es podria haver titulat «Quan l'advocat del diable es posa a opinar». Voldríem fer esment, ni que sigui amb la lleugeresa de la caricatura ràpida, d'algunes situacions comunes que s'han donat (i en molts casos encara es donen!) i que plantegen problemàtiques que cal resoldre o superar.

Quan arriben a l'escola tots són genis

Els primers anys d'aprenentatge acostumen a ser una etapa rica en avenços, entranyable en records i profitosa en tots els sentits. En les etapes preescolars i en els primers cursos reglats els mestres i les mestres tenen entorn d'ells un autèntic exèrcit de genis tan entusiastes com ràpids. Amb una metodologia adequada els èxits són palpables dia darrera dia. I això és cert per a totes les disciplines en general i per a les matemàtiques en particular. Els nombres són objectes tan divertits com les lletres, els cubs tan apassionants com un joc, sumar és tan bonic com dibuixar una sanefa... ben portat no hi ha cap motiu perquè les capacitats mecàniques, lògiques, de raonament o de captació sensorial siguin, en casos normals, problemàtiques.

Paradoxalment, aquesta empenta inicial sovint és transformada pel sistema en un procés de frenatge progressiu. I els genis del principi poden ser alumnes amb problemes al cap de poc. Quan això passa sovint és que falla el sistema. Ací es podria recordar aquella famosa tira de còmic on apareixia la situació següent: un noi que tenia un gos presumia davant d'un amic seu tot dient-li: «Pensa que li he ensenyat a xiular». Aleshores l'amic féu diversos intents per tal de veure com aquell gos xiulava. No havent aconseguit tal meravella, l'amo del gos el consolà tot dient-li: «No et preocupis, jo t'he dit que li havia ensenyat a xiular no que ell n'hagués après».

El currículum com a segrest

Des del principi l'escola s'estructura en funció d'unes disciplines concretes. Si bé hi ha tota una sèrie d'objectius generals d'actituds, valors i normes que cal desenvolupar (actitud crítica, interrogar-se, formular idees noves, comportar-se correctament, compartir amb els altres... i una llarga llista) ben aviat es concreta el currículum i, per tant, el tipus de professorat, horaris, etc. entorn d'unes branques concretes. És en aquesta concreció de branques que els mitjans educatius són d'un conservardorisme extrem.

Així, hi ha tota una sèrie de coses necessàries per a qualsevol ciutadà i ciutadana que el sistema escolar ha rebutjat d'incloure: saber uns principis mínims d'economia, saber un mínim sobre l'arquitectura dels edificis que habitem, conèixer el codi de circulació, etc., etc., són matèries que es consideren no escolars, que la gent haurà de «resoldre pel seu compte». Fer una declaració de renda, entendre un préstec, conèixer els senyals de trànsit, saber canviar un endoll, llegir les factures dels serveis domèstics, saber comprar en un mercat, etc., són coses de la vida extraescolar. Paradoxalment, les fórmules físiques d'electricitat o les etapes glacials i paleolítiques sí que mereixen atenció. Això pot donar, i de fet dóna, *unes ciutadanes i uns ciutadans que cada cop han d'aprendre més coses fora del sistema i que, per tant, cada cop usen menys allò que el sistema els ha proporcionat*: uns experts en geometria plana que no saben calcular el paper que necessiten per embolicar un paquet, uns coneixedors de les proteïnes que no saben distingir un lluç d'un congre, uns savis d'història romana que desconeixen la darrera dècada política.

Si bé la crítica ferotge és relativament fàcil i clamar per la reforma a fons de les escoles podria ser vistós, no cal amagar tampoc els problemes reals: *no tot pot ser abraçat pel sistema escolar i no sempre hi ha gent disponible per incorporar-hi aspectes nous*.

És obvi que com en altres situacions cal cercar un punt ponderat on es pugui preparar per a la vida els futurs ciutadans i ciutadanes en els aspectes més essencials. *Tot ensenyament és, de fet, una hipòtesi sobre el que molts anys després podrà ser útil recordar, dominar o tenir la capacitat de readaptar.*

Les matemàtiques sempre han ocupat un lloc central en el currículum canònic al llarg de tota la història de la humanitat. Per això és molt important que la seva presència sigui tan dúctil com per poder-hi incloure cada cop tendències noves, possibilitats noves i instruments nous.

Molts canvis sobre el paper

En els mitjans educatius els papers oficials de canvis acostumen a aparèixer periòdicament volent donar resposta a una sèrie de proble-

mes i tendències noves que a priori sembla que donen solució a la crisi plantejada. Hi ha sempre un moment en què aquesta remor fresca d'onades de canvi es canalitza institucionalment i acaba amb una sèrie de llibres blancs i decrets que delimiten una nova època: el nou «currículum oficial». A continuació cal passar a la *implantació* real, efectiva a totes les classes. I aquest procés requereix grans esforços i mitjans: cal que fins l'últim ensenyant rural o suburbial capti la necessitat de reforma, aprengui les metodologies noves i els continguts nous. És a dir, cal una complicitat gran dels agents educatius. I això vol dir, d'entrada, hores de feina, personal, materials nous, llibres nous, seminaris, etc. El lluïment que representa una reforma sobre el paper topa aleshores amb un llarg procés d'alt cost i de poques llums.

Del resultat d'aquesta implantació neix la fase real d'innovació a les classes i així, molt després dels papers inicials, els cursos, els debats, les publicacions, etc., s'arriba a veure a través de l'alumnat el que ha estat, a la fi, el currículum *après*.

La cosa és tan apassionant com complicada, ja que el fracàs, a partir d'una proposta oficial encertada, tant pot aparèixer en la fase d'implantació com en la fase real d'aprenentatge (com en totes dues). Com que és una característica mundial la de fixar currículums mínims (fins i tot Anglaterra que no en tenia ara n'ha marcat) no entrarem a posar en dubte l'interès del disseny curricular oficial (si bé amb una actitud crítica se'n podria fer una llarga discussió constructiva!).

En un moment determinat va sorgir la reforma dita de la «matemàtica moderna» en contraposició amb la «matemàtica tradicional». A nivell conceptual i metodològic el canvi era imprescindible per connectar amb els canvis de tot tipus que en aquell moment s'estaven pastant arreu. Però en el desenvolupament de la reforma «moderna» va fallar quasi tot. Els continguts se sobrecarregaren d'estructuralisme, d'abstracció i de llenguatge fent difícil fins i tot allò més evident (comptar era establir fletxes entre conjunts, portar una cadira era una transformació d'un grup, un nombre era una classe d'equivalència, etc.). Ni el que de bo tenien certs elements tradicionals (geometria plana i espacial) ni el que vindria tot seguit (algorismes, informàtica) tingueren lloc en la reforma moderna. Ara bé, per sobre de tot, la fase d'implantació no fou païda. No cal dir que l'aprenentatge se'n ressentí durant molts anys (les anomenades generacions que sabien «reunir» però no sabien «sumar»).

Avui estem en plena reforma. Els problemes d'implantació real i d'aconseguir un aprenentatge nou exigiran grans treballs. Sense l'ajut del professorat i de la pròpia societat el perill que les reformes es quedin sobre el paper és de grans dimensions. Reformar vol dir, a la fi, aconseguir una nova manera de fer. Aquest és el nostre repte.

Juliol, agost i setembre

Fa anys corrien en el mitjà educatiu dues dites una mica malèvoles. Es deia que «El mestre és aquella persona de bon tarannà que a més de saber guardar l'ordre a classe sap ensenyar», i també es comentava que «Hi ha tres raons principals que provoquen la vocació per ensenyar: juliol, agost i setembre». Tot això lliga amb un cert plantejament social que ha anat degradant successivament la categoria social dels mestres i les mestres. Això ha provocat, en part, que es puguin distingir uns ensenyants exemplars, amb ganes de fer una educació dinàmica i canviant, creant una línia pedagògica al seu centre, enfront d'uns altres ensenyants poc preocupats. Mentre els uns assisteixen a activitats de formació i renovació, els altres romanen atrinxerats davant tota possibilitat d'evolució o canvi.

Ara bé, això que estem comentant ací és molt general. En què afecta l'educació matemàtica?, doncs sovint en un ensenyament matemàtic passiu, lligat a un llibre de text i mancat d'una autèntica qualitat pedagògica. Tant és així que moltes editorials han descobert que és rendible oferir sota el seu segell diferents textos alternatius de matemàtiques: llibres o quaderns que exigeixen ritme i feina enfront de llibres per llegir i fer exercicis rutinaris. Així, «cada ensenyant» pot adoptar el que creu que és més oportú. Malauradament, aquesta situació mixta de progrés i conservadorisme es pot trobar tant en ensenyament públic, com privat, com religiós.

L'existència d'una *bossa de pobresa pedagògica* planteja un gran repte: com es pot arribar a animar tothom?

El mercat de Calaf

Si fem un xic de memòria històrica podem recordar que s'ha passat d'aquelles classes unitàries, amb nens o nenes de diferents nivells i edats, portades per un únic ensenyant, a una estructura escolar on cada classe és d'un nivell concret, hi ha coeducació i intervenció de diferents mestres. La tasca que havia d'afrontar aquella mestra o aquell mestre ordenat i metòdic que havia après l'ofici dels catorze als disset anys, esdevé ara una tasca molt diferenciada on hi ha molts educadors i educadores que comparteixen responsabilitats. No sols han aparegut els mestres «de» (matemàtiques, ciències, llengua, socials, ètica, música, plàstica, etc.), sinó que s'hi han afegit d'altres professionals. Així, no és estrany trobar avui en una escola l'acció i/o l'assessorament de pedagogs, psicòlegs, psicopedagogs, logopedes, etc.

L'especialització és bona sempre que els arbres no privin de veure el bosc. El gran perill és que l'aprenent pugui arribar a tractar-se com una persona retratable a bocins, i es perdi així la visió global del seu aprenentatge.

«Jo tampoc no ho entenia»

Els èxits o els fracassos a l'escola acostumen a tenir la seva repercussió en la vida familiar. Les bones avaluacions i el bon esperit de treball són motiu de celebració i, sovint, s'envolten de premis com joguines o viatges. En contraposició, les males notes o les actituds relaxades d'estudi són motors de preocupació i discussió. Fins ací la situació és raonable.

En el cas de les matemàtiques esdevé preocupant el fet de ser potser *l'única disciplina escolar de la qual la societat n'accepta el fracàs*. No és pas estrany escoltar de les mares i els pares afirmacions de l'estil «Jo tampoc no ho entenia», «És que són molt difícils», «Això també els passa als fills i les filles dels nostres amics i amigues», etc. O sia que es donen actituds familiars que uneixen a la lamentació possibles arguments exculpatoris. De vegades s'hi afegeix una por familiar d'ajudar a recuperar o repassar feines matemàtiques i neix aleshores el costum tan estrany de contractar mestres particulars. És curiós constatar que els mateixos pares i mares que trobaran natural contractar una professora o un professor particular de matemàtiques sentirien una immensa vergonya de confessar l'existència d'una professora o un professor particular de plàstica o de gimnàstica. En canvi, el fracàs matemàtic és malauradament comprès o motiu d'ajut especial (fa uns quants anys s'havia arribat fins i tot a l'escandalós fet que els propis mestres guanyaven algunes pessetes fent unes hores extres -«permanències»- per tal de solucionar allò que en l'horari normal anterior no era superat).

Ara bé, contrastant amb aquesta actitud familiar de comprensió i/o complicitat amb el fracàs escolar matemàtic es dóna a la vegada un gran respecte per la matèria, una identificació estranya entre matemàtiques i intel·ligència («El meu fill és molt intel·ligent perquè se li donen molt bé les mates») i una ànsia perquè es corri tant com es pugui en els programes («Van molt bé, a primer d'EGB ja divideixen», «És una bona escola, no els accepten si no saben sumar», etc.). Portats potser per l'entusiasme de jutjar la intel·ligència o el bon funcionament escolar en funció d'unes habilitats mecàniques de càlcul, es dóna una complicitat social intrigant segons la qual *es troba natural que les matemàtiques siguin un mètode objectivable de selecció i promoció*.

Aquesta situació genera aleshores una curiosa *simpatia, admiració i confiança social vers una matèria «tan important»*. Un teorema pot assegurar plaça a uns estudis superiors, un polinomi assegura un nivell 14 administratiu, etc.; una espècie de síndrome on els hostatges s'identifiquen amb els segrestadors: la mateixa disciplina de mal record escolar és la clau d'oportunitats anhelades.

Pors i inseguretats

A mesura que avança l'aprenentatge de la matemàtica en el seu nivell obligatori pot augmentar el nivell d'inseguretat i, per tant, de por. Mentre en d'altres matèries té lloc la divisió quasi independent dels temes, en matemàtiques hi ha un ritme creixent de coneixements on cada pas inclou els anteriors. Així, en anglès hom pot saber molt bé la lliçó de verbs i en canvi no conèixer el vocabulari d'un aeroport, en història pot «dominar-se» el segle XIX ignorant el Reinaxement, etc., però en matemàtiques qualsevol fórmula geomètrica pressuposa l'aritmètica i, per tant, una petita falla en la tècnica de calcular pot anul·lar qualsevol fita posterior.

Un tema apassionant és, de vegades, el del propi llenguatge de la disciplina. L'educació matemàtica posa en joc una barreja peculiar de llenguatges natural, simbòlic i gràfic.

En el text o en un problema s'hi poden barrejar unes línies explicatives en català, unes dades numèriques, unes incògnites que cal simbolitzar, unes variables que cal simbolitzar però que no són incògnites, un gràfic que conté lletres i nombres, etc. El simple ús d'aquestes components diverses pot ser extremament difícil i la simple notació pot crear una tremenda inseguretat, ja no sols per resoldre un problema, sinó també per plantejar-lo. Aquí cal recordar una frase proverbial de Karl Menger: «Han emfasitzat que els textos actuals són obsolets, les classes massa plenes, i els professors mal pagats... han cercat les arrels del problema gairebé pertot arreu, pertot arreu excepte en els procediments de la pròpia matemàtica».

Una altra inseguretat pot produir-se per la falta d'experiència sensible respecte dels temes plantejats: sense haver muntat, retallat ni tocat de prop certes figures geomètriques, coses en aparença trivials poden esdevenir llunyanes i abstractes.

Per tots aquests factors, i per altres, si es desenvolupa un sentiment d'inseguretat es cau en una por de no encertar, la por pot generar bloqueig («No em surt», «No ho sabré fer mai») i el bloqueig pot implicar fracàs.

S'ha fet el que s'ha pogut

Quan comença a flairejar-se la fi de l'ensenyament d'una etapa es dóna la síndrome de la velocitat. Hi ha una pressió oficial per arribar a «donar» certs programes, una pressió de les mares i els pares i una amenaça del que pot passar a l'etapa següent. Això provoca de vegades unes acceleracions abruptes que en lloc d'assegurar un bon aprenentatge l'únic que asseguren és, al propi ensenyant, la tranquil·litat de consciència del «jo ja ho he fet». Quan això passa res del que s'ha fet serveix.

Les acceleracions provoquen a més un cert aïllament dels bons exemples i dels treballs interessants, a l'ensems que s'abandona la recreació cíclica de tornar i tornar i tornar a repassar les coses tot veient-ne la solidesa i l'aprenentatge real. D'aquestes acceleracions molts en surten malparats (abandonament dels estudis, orientacions professionals de decisió dubtosa, etc.).

«Jo ja no en faig»

Acabada l'educació obligatòria una part de l'alumnat anirà cap a un batxillerat com a etapa prèvia d'uns possibles estudis universitaris, o cap a estudis professionals com a etapa terminal per aprendre una professió. Una altra porció gran d'alumnes desapareix del mapa educatiu i s'integra al món del treball o de l'atur. No és pas fàcil d'entendre les xifres de gent que pren cada opció i, el que encara és més difícil, el perquè.

A nivell de xifres mirem les dades espanyoles següents de no fa pas gaire: 5.594.285 alumnes en l'etapa primària, 1.238.874 a secundària, 738.340 a formació professional i 855.123 a la universitat. Hi ha una bona quantitat d'abandonament d'estudis i una tendència atípica al batxillerat enfront del professionalisme. A nivell de raons, i descomptant els casos excepcionals de vocacions primerenques ben definides als setze anys («Jo vull ser metge», «Jo vull ser fressador», «Jo vull treballar de dependenta»), és ben segur que l'ambient i la situació familiar units als èxits o fracassos de l'etapa secundària són els responsables d'aquestes tendències vers un estudi o un treball concrets. El problema és certament complex i de vital importància social.

Les matemàtiques com a assignatura escolar present en tots els cursos esdevé sovint un factor decisori al moment de decidir abandonar el món educatiu, enfocar una professió no universitària o decantar-se cap a uns estudis no científics. Són els casos en què el «Jo ja no en faig» ha portat a una elecció indirecta d'activitat: es fa això perquè el que no es vol fer és allò altre. En l'altra cara de la moneda hi ha l'elecció d'estudis científics sovint en funció d'uns èxits assolits en l'aprenentatge matemàtic.

S'ha fet famós un paràgraf publicat per Fabrici Caivano a la revista *Comunidad Escolar*:

> Jo em vaig fer finalment de Lletres. No em va cridar cap vocació, malgrat que escrivia un diari i poemes... més aviat va ser una elecció de fugida: jo em vaig fugar de les matemàtiques. Avui hi ha pro-ble-mes (deia el meu professor de matemàtiques): si un tren surt de Segòvia a les 22,37 hores i un altre ho fa des de..., i sortia -de la classe de matemàtiques- amb la mà a la boca i un estrany gust de tren en la meva ànima. Clar, quan vaig poder em vaig fer de Lletres. Ara tinc una calculadora superpotent que cap sota un segell, els bitllets de tren me'ls porten a casa de l'agència (amb l'hora de sortida i arribada ben clara) [...].

Cap a una nova matemàtica

En el període escolar obligatori caldrà esmerçar els millors esforços per tal que moltes de les idees de canvi abans apuntades s'implantin realment i, en conseqüència, es puguin allunyar bastants dels problemes que acabem de referenciar esquemàticament.

Lligant caps, hauríem de ser capaços d'ensenyar matemàtiques arrelades al lloc i als contextos socials, lingüístics, culturals, etc. Provocar mil situacions que ens portin a problemes interessants. Globalitzar paquets de coneixements i ser tan cultes històricament com lúdics en la dinàmica, però sent conscients que, tal com ha comentat H. Sinclair: «Els infants aprenen en poc temps el que la humanitat va necessitar milers d'anys per aprendre».

Caldria reivindicar una feliç expressió de von Glasersfeld: «El coneixement més que veritable ha d'esser *viable*», és a dir, en el període escolar no és tan important la transmissió de veritats en el seu sentit lògic i científic més estricte com anar consolidant allò que les possibilitats d'experimentació i comprensió marquen com a viables.

Cal conjugar una «matematització horitzontal» de conceptes concrets aplicables i entenedors en el moment concret amb una «matematització vertical» de conceptes dirigits a un avenç continu cap a noves fites.

I en les etapes obligatòries haurem de posar fil a l'agulla per resoldre el problema de la diversitat. Cal ajudar a superar els problemes de l'alumnat més limitat sense que el de nivell normal se'n ressenti i cal potenciar el que té habilitat especial perquè desenvolupi tot allò que és capaç d'assolir en menys temps.

L'any que ve ja ho veureu

L'existència de cursos de matemàtiques cada any escolar i el seguiment un xic lineal de la vida deductiva mena sovint a l'argument: «Això ho explico ara perquè és molt important. L'any que ve ja ho veureu». De vegades la referència vol dir que «ja ho veureu a classe de socials» o «ja ho veureu ha classe de física».

Però, donada la poca coordinació entre assignatures, sovint no s'acaba de veure mai la promesa reaparició del concepte o mètode. La superposició de «ja ho veureu» acaba esdevenint desconfiança, falta de credibilitat en l'interès del present, d'allò que està succeint ara.

Un excés de deductivisme fa que l'ensenyament es temporitzi, no per focus d'interès o temàtiques, sinó en funció de dificultats. Així, pot aparèixer una el·lipse però no un el·lipsoide: hi manen les equacions per sobre de l'aproximació intuïtiva o visual, és a dir, el model teòric autolimita la visió d'allò que es tracta de modelitzar. El pobre coneixement de figures espacials, de corbes o de superfícies és un exemple ben

palès d'aquest problema. Què passaria si la gent no mengés fins que no sabés bé la descripció anatòmica de l'aparell digestiu?

La falta de connexió entre matèries fa que sovint a cap classe es valori allò que es fa en les altres. Així, a classe de matemàtiques no és té en compte l'ortografia, per exemple, però és que a classe de Socials no es té en compte l'estadística que ja se sap. Així, un mateix concepte pot aparèixer repetit (encara que disfressat) moltes vegades i un altre concepte pot no aparèixer mai més en cap altra situació o classe. Per una banda, l'alumnat és crític amb les «repeticions» o els conceptes «no útils», però també esdevé còmplice del sistema «més repetició menys matèria» i, per sobre de tot, en el moment de les avaluacions juga amb aquesta divisió: un insuficient a matemàtiques per culpa de vint faltes d'ortografia seria considerat injust!

La visió o plantejament «globalitzat» de l'ensenyament és una necessitat irrenunciable.

Mates... uf!

En una famosa editorial periodística americana dels anys cinquanta s'arribà a afirmar que «Les matemàtiques són el tema més odiat». A final dels anys vuitanta una enquesta francesa feta a secundària trobà, entre altres, les dades següents: el 95% dels estudiants tenien la imatge del seu professorat de matemàtiques com a gent que cobrava un salari baix; el 20% estava convençut que en matemàtiques ja no existien qüestions obertes i, per tant, que actualment no hi havia recerca; a la pregunta en què se'ls demanava que citessin noms de matemàtics que no fossin Pitàgores, els únics noms bastant coneguts foren, en un petit tant per cent, Tales i Euclides.

Hem destacat aquestes qüestions per la seva importància: el resultat de l'ensenyament més dogmàtic que provocador de recerca dóna una imatge de matèria ben estructurada però acabada, sense història ni motivació. El nivell d'aplicacions que faria més creïbles certs apartats és tan barrejat que no s'acaba de captar la profunditat ni les possibilitats dels models matemàtics: una mica d'interessos, una mica de coordenades geogràfiques, una mica de mides, rellotges de sol, pèndols, etc. Això fa una impressió pobra. Alternatives com la resolució de problemes, però de problemes interessants, no son pas pràctica comuna.

Una simfonia de badalls

Hi ha una coneguda dita segons la qual «L'avorriment a l'escola és la preparació per a l'avorriment en el treball» i, com molt bé indica A. Moncada, de l'ensenyament «els agradaria que desapareixés tot, menys l'esbarjo». Si en general hi ha un cert ambient d'avorriment genèric, no cal dir que durant les classes de matemàtiques la situació pot ser una

simfonia de badalls. Per què? Potser és el resultat de diversos factors. Hi pot jugar la falta d'habilitat del professor o la professora per introduir-hi elements lúdics, curiositats, proposta d'activitats variades, etc., hi pot haver un ús monòton d'un llibre de text que per moltes il·lustracions que porti pot ser enciclopèdic... hi pot haver un simple factor de desconfiança sobre l'interès de la matèria en si... o hi pot haver una somnolència derivada simplement de l'absoluta incomprensió de tot el que està passant. L'obsessió per acabar un programa és sovint un dels grans culpables de restringir l'ensenyament matemàtic als seus aspectes més àrids. Tot allò que trencaria amb la monotonia entra sovint en conflicte amb uns objectius més de continguts que no pas de procediments o d'actituds.

Cada cop en saben menys!

Quan s'obre un curs nou de vegades hi ha dos comentaris que invariablement fan els professors i les professores de matemàtiques: «Cada cop són més joves» i «Cada cop en saben menys». El primer és un argument impecable des del punt de vista de la teoria de la relativitat: com que tots els estudiants sempre tenen la mateixa edat però els professors són cada any un any més vells, els professors veuen els seus alumnes «més joves» sense adonar-se que són ells els que van acumulant anys, amb la qual cosa es distancien, de vegades, de la generació que tenen davant. L'altre comentari, el de «Cada cop en saben menys», té unes altres característiques. Sovint hi ha una actitud altiva i de descoordinació amb una autofixació d'un nivell al qual se suposa que l'alumnat s'ha d'adaptar. Malgrat que és inacceptable, hi ha casos en què els professors i les professores no saben els programes reals de matemàtiques que han seguit els seus deixebles abans o no hi ha una preocupació per esbrinar el primer dia de classe els diferents nivells dels seus estudiants. Es tira endavant amb un programa i prou. De vegades aquest programa pot contenir multitud de temes ja coneguts o, contràriament, pot partir de coneixements sobre els quals hi ha una manca absoluta de base.

Molts cops es dóna a més que la professora o el professor, desconeixedor del currículum previ de l'alumnat, usa com a referencial la seva pròpia formació, en molts casos datada unes quantes dècades endarrera (es donen casos d'autèntica arqueologia matemàtica com, per exemple, el de desenvolupar amb tot detall els mètodes de càlcul a mà per fer representacions gràfiques de funcions sense adonar-se que la majoria dels nois i les noies que estudien tenen avui calculadores gràfiques).

La matemàtica és cosa sèria

Una situació curiosa que s'ha donat en la matemàtica és confondre la significació del mot «seriositat». Si de vegades seriós s'ha emprat

com a sinònim de rigorós, de difícil, de finura conceptual, etc., també s'ha arribat a fer una interpretació absurdament literal de seriositat com a negació de diversió. Això ha portat sovint a dotar les classes de matemàtiques d'una parquetat escènica i una limitació expressiva extraordinària, l'humor s'ha considerat ingredient incompatible amb l'exposició de la matèria, les referències culturals o històriques s'han considerat alienes al discurs i els mitjans àudio-visuals perversos (usar un retroprojector, passar diapositives de matemàtics famosos, usar un vídeo, muntar un laboratori o incloure una caricatura en un text serien situacions jutjades absurdes en una presentació «ortodoxa» de la disciplina).

A nivell d'alumnat qualsevol alternativa a la «seriositat» és tremendament agraïda, però es dóna el fet curiós que qualsevol fugida del canonicisme no s'interpreta com a important. Així, mentre hi ha una eficiència extraordinària per prendre apunts de conceptes escrits a la pissarra, una explicació històrica interessant sobre el perquè va sorgir un problema o un concepte, malgrat que s'agraeix, no es plasma en els apunts. El mateix alumnat pressuposa que «allò que és important», o sia el que s'avaluarà, no pot incloure referències externes o complementàries a la pròpia doctrina que es tracta d'aprendre o d'ensenyar. Aquesta situació més que seriosa és, simplement, trista.

Rigor i duresa

Molts estudiants queden bocabadats amb el gran rigor amb què els seus professors i les seves professores de matemàtiques exposen els temes. Contrastant amb una certa lleugeresa d'altres matèries de cara a justificar coses i amb una tendència absoluta a les «receptes» mecàniques d'altres professors particulars, el rigor de vegades és, com a mínim, sorprenent: s'ofereix no sols un rigor en la deducció i en l'ordre de desgranar els conceptes, sinó també un rigor en la notació i l'exposició formal.

Com ha dit en certes ocasions el professor Lluís A. Santaló: «Els professors tendeixen a explicar principalment allò que més els agrada a ells». Això porta a què sovint la professora o el professor *confongui l'acte de crear una teoria rigorosa amb l'acte educatiu de transmetre.*

S'insisteix sovint amb precaucions i contraexemples que fan dubtar l'oïdor. En no donar-se ni treball experimental, ni ús adequat de la visualització, ni motivacions específiques, sovint es pot produir un efecte de col·lapse mental, fins i tot fent ballar el cap en coses que ja estaven assumides anteriorment (per exemple, la definició de funció contínua acostuma a embolicar el concepte prèviament clar de continuïtat).

El mateix que es dóna a nivell oral passa a nivell escrit. La supervivència de l'enciclopedisme ha menat sovint a Europa a uns textos feixucs, amb voluntat de completesa, d'abraçar tot allò que es necessita

i molt més. En canvi, la tendència anglosaxona s'allunya d'aquest model i va més al gra, a engrescar més. S'oposen així l'estil de «l'axioma-definició-lema-teorema-corol·lari» amb l'estil de l'«exemple motivador-resultats que es necessiten-activitats-aplicacions».

Al rigor explicatiu s'uneix molts cops el «rigor» o la duresa en l'avaluació matemàtica. *En primer lloc, hi ha un problema de temporització*: un escolar que ja està acostumat a un cert grau de control continu oral i a classe i a la realització d'avaluacions escrites freqüents es pot trobar de cop i volta sense possibilitats de fer «mèrits a classe» i havent-se d'examinar de molta matèria. En segon lloc, l'alternativa de fer treballs específics, recerques especials, etc. quasi desapareix i el *tipus d'examen* pot variar absolutament d'un professor a l'altre.

Sovint es restringeix molt l'avaluació a l'examen escrit, els errors són comptats molt negativament afavorint els «resultats correctes» per sobre dels mètodes utilitzats. Es considera sovint com a «usual» que sols un petit tant per cent superi els exàmens. *En poques ocasions s'accepten les avaluacions com una certa mesura del fracàs de l'ensenyant, en ésser considerades com a mesura fiable de la ignorància de l'alumnat.*

1.3. Reptes d'avui

Estem en una dècada de canvis i cal aprofitar el moment per intentar obrir pas a reformes necessàries que permetin adequar l'oferta educativa a la vida dels futurs ciutadans i ciutadanes. Però la inseguretat que sempre ens imposa parlar del futur no ens pot lligar les mans per formular objectius sense els quals la brúixola educativa quedaria apuntant al passat. I els objectius no poden ser un plegat de bones intencions que per tan òbvies ja es pressuposen (fer-ho millor, fer-ho més adequat, etc.). Vistos els grans documents que s'han fet sobre matemàtiques als anys noranta, hom creu que els objectius essencials podrien concretar-se en tres punts mínims:

1. Oferir una *educació matemàtica prou interessant per a tothom*, a la llum dels nous horitzons de vida que ens envolten, incorporant noves tecnologies i mitjans àudio-visuals i intentant una actitud social innovadora sobre la importància d'educar-se matemàticament bé.
2. Passar de la simple transmissió de coneixements, veritats o tècniques a crear una veritable *estimulació de l'aprenentatge* on primin els mètodes, els models i les estratègies per sobre dels continguts concrets, on induir, resoldre, decidir, deduir, representar, verbalitzar, explorar, recercar, etc. siguin verbs que marquin la

dinàmica nova i jubilin costums antics com el de calcular de manera rutinària.

3. Considerar que *l'aprenentatge és una tasca contínua* que forma part de la vida de la persona i a la qual caldrà ajudar sempre en totes les edats i situacions, aconseguint posar en cada cas els mitjans adequats de tots els tipus.

Ara comentarem alguns reptes del present mirant cap al futur, cap a la vida del 2000, que és passat demà.

Mirar més enllà és una obligació ineludible del sistema educatiu i el propi sistema es justifica essencialment en aportar quelcom útil per a una vida futura.

Molta gent ha fet previsions sensates sobre aquest futur, i es dóna una certa unanimitat en el diagnòstic, la qual cosa fa pensar que si no hi ha cap cataclisme, el panorama es veu bastant ben definit. Sintèticament la visió actual pot descriure's així: la introducció de la màquina de vapor va possibilitar l'ús social d'una forma nova *d'energia*. Aquest ús va permetre tenir trens i, per tant, comunicacions millors, va permetre fer telers, màquines, etc. L'energia teòrica passà a concretar-se en mecanismes i aquests en profunds canvis socials: més comunicacions i intercanvis comercials, creació de fàbriques, concentracions urbanes noves, horaris de treball nous, relacions laborals noves i classes socials noves, etc. La Revolució Industrial estava servida.

De manera accelerada el segle XX ha vist com totes les energies anaven donant mecanismes nous i usos nous. Energia elèctrica, hidràulica, nuclear, solar, etc. Totes les energies han estat estudiades i explotades posant a l'abast invencions impensables tan sols fa cent anys. L'energia ha deixat de ser un terme eteri per esdevenir un concepte calculable, generable, transportable, usable... Però al llarg del segle ha sorgit un problema nou: *la informació*. La informació ha obert problemes semblants als energètics: hi ha un problema d'acumulació, de transmissió, de quantificació..., però a les fines anàlisis sintàctiques, semiòtiques i matemàtiques s'ha obert un món cibernètic de complexitat i poder creixents. A les velles màquines calculadores mecàniques o les de fitxes perforades s'han anat succeint tota una sèrie de generacions d'ordinadors cada cop més potents i cada cop més petits. Com una increïble plasmació del somni de Ramon Llull on els llenguatges més simbòlics esdevenen estris de càlcul i tractament informàtic. A la resolució numèrica clàssica s'ha unit la resolució gràfica en totes les seves vessants, el tractament simbòlic i tots els aparells que, a més de fer a la perfecció rutines ràpides, tenen un cert grau d'intel·ligència i són coordinables amb d'altres aparells executors d'accions concretes: robots de muntatge de cotxes, caixers automàtics, radars d'aeroports, etc. A les dèca-

des dels vuitanta i dels noranta conflueixen en lluita i contradicció un món energètic amb molta «mà d'obra» i un món informàtic amb molt «pensament». És el món del «joule» contraposat al món del «bit». És la reconversió general de la manualitat cap a la intel·ligència, de l'aparell mecànic al mecanisme electrònic, de l'acer al sicili. Ja res serà igual en aquest procés irreversible cap a un món «menys rutinari i més verbal, menys estàtic i més variat».

Aquest llarg preàmbul energètico-informàtic era necessari per tal d'entendre que *l'educació matemàtica té el repte ineludible de sintonitzar amb el món nou*. I això vol dir usar de manera normal els mitjans nous, acceptant calculadores i ordinadors i potser abandonant uns models lligats a la computació manual o la descripció quantitativa del món físic per poder atendre uns models més lligats a problemes d'informació, a anàlisis més qualitatives, etc. Si ahir el càlcul trigonomètric tenia èxits sorprenents en astronomia i mecànica celest, avui aquest càlcul és ja rutinari. En canvi, les mateixes funcions trigonomètriques apareixen involucrades en problemes suggestius de reconeixement de formes, ja sigui en un robot industrial o en l'estudi aproximat d'un tumor cerebral a través de l'escànner. Hi ha teories noves i d'altres temes fonamentals que, tot i ser computables d'una altra manera, romandran sempre com a estris clau per entendre o actuar en el nostre món. La nostra educació ha d'anar conservant i actualitzant allò que sempre valdrà, però ha d'anar obrint les portes a les noves tendències.

Però un discurs eufòric no pot caure en un plantejament fictici. Hi ha molts llocs al món situats encara a nivell prehistòric, babilònic, medieval o romàntic. Llocs on caldrà fer una educació per cremar etapes ràpidament però amb les possibilitats reals.

I tampoc no es pot creure que el nou timó científic està mancat de problemes. Mai com ara havien ressorgit en llocs suposadament avançats, creences rituals o fonamentalistes. La matemàtica també podrà ser de gran ajut per desvetllar incomprensions generadores de vies absurdes. A la por vers el desconegut cal oposar-hi l'explicació raonable.

A la classe del 2050 hi haurà d'haver penjada una foto dels ordinadors d'avui, els quals es miraran amb la mateixa estranyesa amb què avui contemplem la màquina de Lumière, la ràdio de galena o la nevera de gel. Hi haura uns altres mitjans. Potser menys tecles i més micròfons. Però se seguiran fent matemàtiques. Potser la probabilitat i l'estadística hauran passat a la història i seran vistes de la mateixa manera com avui jutgem el que fou l'estereotomia de la pedra o la nomografia gràfica. Potser s'explicaran moltes altres coses avui desconegudes. Estem segurs que es continuaran estudiant el logaritme, l'exponencial, la funció, les rectes, la trigonometria, l'aritmètica, etc., però és impensable al servei de quins models estaran. Les educadores i els educadors

matemàtics han de deixar-se de nostàlgies i aplicar aquell vell aforisme: «El professor no ha d'ensenyar allò que a ell li agrada, sinó allò que convé».

Educar en un entorn concret

Malgrat la tan repetida cantarella sobre la universalitat científica, a nivell educatiu cal tocar de peus a terra i assumir que *l'aventura d'ensenyar i aprendre té lloc en un marc geogràfic, social i temporal molt precís*. I això també afecta les disciplines com la matemàtica.

Pel que fa al marc temporal, és bo assumir els avantatges propis del moment, usar la tecnologia que tenim, usar les dades dels nostres llibres i revistes, usar els esdeveniments locals del moment, etc., la celebració d'unes eleccions, l'informe sobre una situació econòmica, l'índex mensual dels preus de consum, els resultats de la loteria, etc. hi ha tot un món de dades i notícies pròpies del moment que constitueixen un material exquisit. Potser a efectes del que es pretén ensenyar (mesura, proporcionalitat, operacions, paràmetres estadístics, etc.) seria el mateix emprar unes altres fonts. Però l'ús real de dades recents aporta, per una banda, la frescor de l'assumpte, una possible informació prèvia de l'escolar, un interès per arribar a dir quelcom interessant vers el problema concret que s'està coent i ens possibilita fer creïble que la matemàtica té poder real per ajudar a entendre millor el nostre món.

Però centrem l'atenció en l'entorn físic concret. Cal aprofitar la ciutat o el poble: els seus carrers i els seus camps, les seves xifres i les seves tradicions, la seva història i el tarannà local. Cal comprometre en el nivell obligatori la matemàtica amb el lloc, sense excloure la universalitat dels resultats però fent això compatible amb allò que és físicament proper i familiar. Si bé comentarem experiències concretes en els capítols propers, no podem deixar de dir en aquesta reflexió general que fins i tot hi ha una branca de l'educació matemàtica d'un interès internacional creixent que es dedica a esbrinar les possibilitats que dóna l'etnologia local. S'anomena etnomatemàtica i té en el professor U. d'Ambrossio una de les seves màximes figures. És remarcable també que en llocs de pocs mitjans, i per tant d'un cert aïllament exterior, aquests recursos són encara més crucials.

Si ens centrem en l'àmbit geogràfic català, caldria respondre la qüestió: *en què s'ha de notar a classe de matemàtiques que som a Catalunya?* Primerament, caldrà usar el lloc concret, les dades i les notícies d'aquí. Els nostres campanars, els nostres arcs gòtics i plantes romàniques, la plaça de Catalunya i la Seu de Lleida, el nostre Parlament, les nostres loteries, les nostres mesures tradicionals, les dites numèriques que recollí Joan Amades, els antics càlculs de dots matrimonials, les darreres combinacions entre línies del metro, etc., i això

en tots els nivells. A tall d'anècdotes: en una classe de primària pot ser bo treballar les dotzenes i les grosses, en una classe de secundària pot ser bo discutir la dependència entre les variables «preu dels pisos» i «distància a l'Ajuntament», fer càlculs sobre el trànsit a l'Eixample, dibuixar la cúpula d'Arata Isozaki o avaluar la contaminació del Llobregat.

El fet de recórrer a exemples llunyans no sempre és convenient (tenint l'Eixample no cal anar a Manhattan), però *aquesta contextualització no ha de ser incompatible amb obrir els ulls al món*, des del Mercat Comú fins a l'expansió galàctica. El canvi del franc suís o el moviment de la Lluna poden ser tan interessants com d'altres exemples locals. Ací caldria tenir en compte una precaució: no sempre el context és tan ric. Així hom observa que als llibres de text les obres de matemàtiques estan escrites i pensades a nivell de nuclis urbans, sense contemplar que moltes de les propostes o els exercicis proposats poden resultar inútils a nivell rural on, per altra banda, hi ha unes altres situacions interessants que a nivell urbà resultarien irrellevants.

Un altre factor és el tema lingüístic. Si bé l'ensenyament de la matemàtica es farà en la llengua pròpia en què es fan tots els estudis, en el cas català caldrà tenir una cura especial d'intentar usar la nomenclatura genuïna. Treballs d'E. Bonet en aquest camp han estat molt aclaridors. (Un aspecte molt petit però curiós a nivell de pura simbologia és la influència cultural que fa que certes coses s'anotin amb la inicial de la paraula d'un cert idioma, i això de vegades pot confondre: una alçada és més lògic que ací se simbolitzi per *a* que no pas per *h*).

Interdisciplinarietat o globalització?

El procés educatiu en un món superespecialitzat ha de tenir cura de no traspassar a les classes la divisió tan fina que funciona a nivell social. Com que cada cop hi ha més disciplines, si el currículum d'estudi ho hagués d'incloure tot, seria impossible de pair. El gran perill és que parcel·litzant l'ensenyament pugui donar-se el conegut fenomen que «els arbres no deixin veure el bosc» i el que encara resultaria més greu «que no es vegin les connexions entre les diferents fonts de coneixement».

S'ha de parlar de les matemàtiques sempre que aquestes apareguin, ja sigui en un mapa geogràfic, en la geometria d'un cristall o en una gràfica d'un assumpte social. I, juntament amb les matemàtiques, s'ha de practicar el dibuix après a Plàstica, l'ortografia de la llengua d'expressió o les dades socials o naturals sobre les quals es basa un problema. Això sovint es resumeix apel·lant a la necessitat de la interdisciplinarietat en educació, o sigui que tots els agents incidents en la labor d'ensenyament es coordinin i treballin tant els aspectes diferencials com els aspectes que són comuns.

Però cal reconèixer immediatament el problema de funcionament que pot representar la presentació interdiscipinària (classes, horaris, intervencions de professores i professors, que tothom estigui preparat en tot, etc.).

Així, seria bo cuidar al màxim els aspectes de globalització, fita més modesta però més realitzable que la interdisciplinarietat. Podem entendre com a globalització aconseguir uns objectius terminals que aglutinin la multitud de coneixements, continguts, mètodes, etc. que s'hagin desenvolupat en paral·lel. És aconseguir, si no cada dia, sí cada període trimestral o anual i que no es perdi la visió del conjunt. Només en base a aquest esperit es pot esperar que en la vida posteducativa hi hagi una capacitat per aplicar i reconèixer en cada cas el que cal fer, el que cal aplicar o el que resulta irresoluble.

Si en l'ensenyament matemàtic seguim l'estratègia d'anar revisant contínuament el que fem, aclarint, repassant, ampliant..., aleshores podem aprofitar l'avinentesa per anar globalitzant la matemàtica en si mateixa i en relació amb les altres branques del saber. *Perquè fins i tot dintre de la pròpia matèria cal globalitzar*. Seria un immens error tractar els aspectes aritmètics al marge dels geomètrics i desenvolupar el coneixement estadístic sense emprar els estris numèrics, funcionals i geomètrics ja dominats.

El tema d'avaluació també ha de tenir-se en compte. Globalitzar l'avaluació vol dir fer un diagnòstic general, sensible a les diferents branques però compensatori entre elles. L'aspecte contrari és fer una avaluació per parcel·les (tan corrent avui a nivell universitari on, com ha dit Jaume Pagès, «Cada carrera és com una cursa de saltar tanques, amb l'agravant que cal saltar-les totes i l'alçada de cada una depèn de la persona diferent que la fica»).

La tendència a avaluar molt més els continguts i els mecanismes de matemàtiques fa difícil la globalització, fins i tot dintre del propi àmbit. Potser un bon suggeriment seria començar a obrir els ulls cap a *la proposta de projectes* que ha de realitzar l'alumnat, és a dir, realitzar treballs originals (no exercicis o problemes) on es facin paleses tant les habilitats com el raonament o el coneixement. A l'ensems d'estimulant, l'elaboració de projectes pot afavorir la globalització.

Posem-ne un exemple aclaridor: es proposa a alumnes de secundària fer un estudi sobre Sant Pau del Camp. Hi ha aspectes urbans de Barcelona, geometria en les mides, proporcions i traçats del claustre, hi ha aspectes compositius, simbòlics, religiosos, etc. que incideixen en la història, en l'art romànic, en l'arquitectura, etc. Un mateix tema pot ser versàtil en diverses facetes i, el que és més important, pot suggerir fer una tasca real que superi la ficció acadèmica: consultar llibres en una biblioteca, mesurar, dibuixar, anotar, etc. en directe sobre el lloc, fer