Pascal Dassonvalle

Les capteurs

70 exercices et problèmes corrigés

3e édition

DUNOD

Illustration de couverture : curraheeshutter/istockphoto.com

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.
Le Code de la propriété intellectuelle du 1er juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.
Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, Paris, 2005, 2013, 2018
ISBN 978-2-10-079208-5

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

PRÉFACE DE LA 1re ÉDITION

La mesure est une étape cruciale dans l'acquisition scientifique de la connaissance et le capteur est un composant incontournable de tout système moderne de mesure : il constitue l'interface obligée entre monde réel et électronique du système de traitement. Dans son principe, le capteur met en œuvre un phénomène par lequel la grandeur qui est l'objet de la mesure (le mesurande) détermine, de façon univoque, la valeur de l'une des caractéristiques électriques du capteur ; un circuit électrique – le conditionneur – est fréquemment associé au capteur afin de délivrer sous la forme la plus adéquate le signal électrique, support de l'information, qui sera traité par l'électronique du système.

La qualité d'une mesure est donc de façon primordiale déterminée, d'une part, par le choix judicieux du capteur et de son conditionneur et, d'autre part, par l'exploitation pertinente de leurs qualités métrologiques.

Pour un même mesurande, il existe généralement divers types de capteurs basés sur des phénomènes différents et dotés de caractéristiques métrologiques spécifiques. En fonction des conditions imposées par le problème particulier à résoudre (volume disponible, étendue de mesure, bande passante, temps de réponse...), il faut savoir choisir le capteur et le conditionneur les plus appropriés.

Le capteur et son conditionneur ayant été choisis, il faut que l'utilisateur sache en disposer afin de minimiser les perturbations apportées au processus (discrétion) ou subies de son chef (grandeurs d'influence).

Ce sont tous ces aspects que Pascal Dassonvalle aborde avec beaucoup de pédagogie dans cet ouvrage. La multiplicité des types de capteurs étudiés, la diversité des situations expérimentales envisagées font de cet ouvrage une mine d'informations utiles.

Pour tous ceux qui souhaitent réaliser une instrumentation de qualité, les exercices et problèmes présentés dans l'ouvrage de P. Dassonvalle constituent un excellent entraînement pour apprendre à éviter les pièges et pour savoir choisir les bonnes solutions : cet ouvrage sera, à coup sûr, un précieux outil de formation.

Georges Asch
Professeur à l'université de Lyon 1

© Dunod. Toute reproduction non autorisée est un délit.

TABLE DES MATIÈRES

Cette table des matières multicritère permet au lecteur de sélectionner des exercices et problèmes en fonction de la discipline majoritaire (physique, électronique, etc.) et du niveau de difficulté (noté de * à *** du plus faible au plus fort).

Les thèmes traités sont classés selon trois disciplines :

- E : électronique, circuits électriques...
- P : physique
- S : statistiques, mathématiques...

Selon que les disciplines marquent plus ou moins fortement un exercice ou un problème, les lettres qui les indexent sont majuscules ou minuscules

Ressources numériques

Le symbole @ dans les titres des exercices et des problèmes indique que les **données** peuvent être téléchargées.

Le symbole 🗐 dans les titres des exercices et des problèmes indiquent que les **corrigés** peuvent être téléchargés.

Tous ces éléments sont téléchargeables gratuitement sur **dunod.com**.

TITRE DE L'EXERCICE	n°	Nature	Difficulté	Page
Potentiomètre linéaire en capteur de position push-pull	1	E	*	2
Capteur capacitif push-pull à glissement du diélectrique	2	Ep	*	5
Étalonnage indirect – Régression linéaire@	3	S	**	8
Capteur de niveau capacitif	4	E	*	11
Montage potentiométrique d'une résistance thermométrique	5	E	*	14
Erreur de finesse d'un oscilloscope	6	E	*	17
Capteur du second ordre	7	EP	**	20
Capteur à condensateur d'épaisseur variable	8	E	*	24
Influence de la résistance transversale des jauges d'extensométrie	9	eP	**	27
Capteur inductif à réluctance variable	10	P	**	32
Jauge d'extensométrie capacitive haute température	11	EP	**	37

TITRE DE L'EXERCICE	n°	Nature	Difficulté	Page
Choix d'un capteur de température	12	P	**	42
Utilisation des jauges d'extensométrie sur un corps d'épreuve cylindrique	13	eP	**	45
Effet de la résistance des fils de liaison du capteur dans un pont de Wheatstone	14	E	**	48
Effet d'un mauvais appariement sur un pont à quatre capteurs résistifs	15	E	**	52
Effet de la résistance des fils de liaison d'un capteur résistif alimenté en courant	16	E	**	55
Étalonnage direct – Évaluation des différents types d'erreurs@	17	S	***	58
Correction de la dérive thermique d'un pont d'extensométrie push-pull à quatre jauges	18	E	**	63
Linéarisation du rapport potentiométrique – Mesure d'intensité lumineuse@	19	Es	**	66
Capteur de pression sonore aquatique piézoélectrique	20	EP	***	69
Qualification en production d'un capteur à réluctance variable	21	S	***	75
Mesure télémétrique et statistique de mesure@	22	S	***	80
Tachymètre optique	23	E	**	85
Capteur de pression à tube borgne et jauges d'extensométrie	24	Pe	**	89
Piézoélectricité – Choix du piézoélectrique	25	P	**	92
Capteur à courants de Foucault – Mesure de résistivité	26	EP	***	95
Relation mesurande-signal de mesure – Dérive thermique	27	E	**	98
Capteur de pression – Dérive thermique	28	E	**	101
Potentiomètre rotatif – Effet de la dérive thermique	29	E	**	104
Résistance thermométrique en montage potentiométrique	30	E	**	107
Capteur de déplacement capacitif – Non-linéarité	31	EP	**	109
Capteur de température – Linéarisation	32	EPS	**	112
Défaut d'un potentiomètre utilisé en capteur angulaire	33	Ep	**	117
Capteur capacitif – Effet de la dilatation	34	Ep	**	120
Photodiode à deux cadrans utilisée en capteur d'angle	35	EP	***	124
Capteur angulaire sans contact à magnétorésistance	36	EP	***	130
Capteur de débit à tube Venturi – Tension de mode commun	37	EP	***	134
Dérivé thermique d'un capteur de pression	38	PS	*	137
Détermination des caractéristiques d'un capteur de pression	39	PS	**	139
Incertitudes des paramètres d'une résonance rlc	40	PS	**	142

© Dunod. Toute reproduction non autorisée est un délit.

Les capteurs

TITRE DU PROBLÈME	n°	Nature	Difficulté	Page
Mesure de la température de l'eau d'une installation de chauffage central	1	Ep	**	146
Jauge de Pirani	2	eP	**	152
Utilisation de capteurs de température pour la mesure de la vitesse d'un fluide	3	EP	**	158
Jauges d'extensométrie – Électronique de séparation contrainte – Température	4	Ep	**	162
Capteur résistif non linéaire@	5	E	**	169
Capteur à réluctance variable	6	EPS	***	174
Linéarisation aval	7	E	**	183
Principe du thermocouple et lois élémentaires@	8	eP	***	186
Thermométrie par résistance – Linéarisation	9	ES	**	197
Système de pesée à jauges d'extensométrie	10	eP	***	206
Photorésistance – LDR : fonctionnement et utilisation pour le centrage d'un ruban défilant	11	eP	***	215
Thermométrie à diode	12	EP	***	224
Capteur capacitif de pression à déformation de membrane	13	eP	***	232
Accéléromètre piézorésistif basses fréquences	14	eP	***	243
Capteur de courant à fibre optique	15	eP	***	255
Ampèremètre à ceinture de Rogowski	16	eP	***	261
Transformateur différentiel (LVDT)	17	EP	***	270
Interféromètre de Mach-Zender utilisé en capteur d'angle	18	P	***	279
Étude d'une thermistance en utilisation bolométrique pour la détermination à distance de la température d'un corps	19	EP	***	282
Pince ampèremétrique AC-DC	20	EP	***	286
Capteur angulaire robuste@	21	EPS	***	298
Anémomètre à fil chaud	22	EP	***	304
Thermocouple, thermopile et pyromètre optique@	23	EP	***	313
Photodiode à effet latéral unidirectionnelle	24	EP	***	327
Capteur de proximité capacitif	25	EP	***	337
Erreur maximale tolérée et incertitude d'une variable	26	Sp	***	345
Propagation des incertitudes	27	Sp	***	354
Incertitude sur un mesurage de puissance électrique	28	Sp	***	361
Incertitude sur le mesurage d'un éclairement	29	Sp	***	366
Incertitude d'un accéléromètre (utilisé en inclinomètre)	30	Sp	***	373

AVANT-PROPOS

Je suis régulièrement soumis de la part de mes étudiants à la question : « existe-t-il un livre d'exercices en physique des capteurs ? » Ce à quoi je suis bien obligé de répondre par la négative.

Cette même question est posée régulièrement à de nombreux collègues qui enseignent la même discipline à l'université ou en école d'ingénieurs.

Si je peux conseiller à mes étudiants la lecture de la référence dans le domaine « *Les capteurs en instrumentation industrielle* » du professeur G. Asch aux éditions Dunod, force est de constater qu'ils restent en attente d'un moyen plus immédiat de se préparer à leurs examens.

Il m'a donc semblé intéressant de réaliser, bien modestement, un tel ouvrage.

Cet ouvrage est destiné à différentes catégories de lecteurs.

Il permettra aux étudiants universitaires et élèves ingénieurs de se confronter, au travers de cas pratiques, au contexte pluridisciplinaire de la matière.

Pour les enseignants de la thématique « capteurs », cet ouvrage pourra être une source d'inspiration pour leurs propres sujets d'examens. La discipline étant par nature pluridisciplinaire (physique, électronique, métrologie, etc.), les sujets en question sont souvent longs et délicats à mettre au point.

Les enseignants des matières connexes pourront y trouver des illustrations pour certains de leurs enseignements.

Le but de l'ouvrage est d'aborder, au travers de problèmes concrets, l'énorme diversité du monde des capteurs (physique, métrologie, modélisation, électronique, traitement du signal, etc.). J'ai cherché à rester le plus simple possible dans chacun des domaines traités. Les problèmes corrigés sont volontairement pluridisciplinaires et portent sur un large champ d'application de la physique des capteurs ; l'ensemble des différents aspects depuis la conception jusqu'à la mise en œuvre étant abordé.

Le plus souvent possible les énoncés comprennent des schémas, permettant une meilleure compréhension de la problématique, et les corrigés des courbes, généralisant souvent les calculs qui viennent d'être effectués.

Bien évidemment, les sujets abordés ne prétendent pas constituer une base de savoir exhaustif de la thématique.

Les thèmes traités figurent sous deux types de présentation :

- **Les exercices**, dont la thématique n'aborde souvent qu'un aspect de la problèmatique des capteurs (physique, électronique, statistique, etc.). Chaque exercice est construit autour de la compréhension d'un point scientifique précis ou d'une difficulté technique de mise en œuvre.

© Dunod. Toute reproduction non autorisée est un délit.

- **Les problèmes,** par nature plus complets et pluridisciplinaires, et dont la problématique englobe à la fois les principes physiques et les difficultés techniques de mise en oeuvre. Chaque problème est accompagné d'une présentation du thème traité et d'une conclusion sous la forme d'un développement technique, technico-économique ou sur les variantes que l'on pourrait apporter à la problématique traitée.

À propos de la troisième édition

Il m'a paru important pour cette troisième édition de mettre l'accent sur un point fondamental de la métrologie à savoir le calcul de l'incertitude de mesure. Un lecteur non initié à la technique de calcul de cette dernière aura tout intérêt à étudier les problèmes 26 et 27 avant d'attaquer les problèmes 28, 29 et 30 ou l'exercice 40.

Compléments en ligne

Certains exercices et problèmes nécessitent d'utiliser un grand nombre de données ; les données à télécharger sont présentées sous deux formats : Excel (97) et Matlab. Les titres des exercices et problèmes dont les données peuvent être téléchargées sont suivis du signe @ dans la table des matières.

Onze corrigés d'exercices et de problèmes ne figurent pas dans l'ouvrage mais sont également téléchargeables. Ces corrigés sont signalés dans la table des matières par le symbole 🗐.

Ressources numériques

Les données et les corrigés sont téléchargeables gratuitement sur le site ***dunod.com*** :



Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à tous ceux, qui à des degrés divers, ont contribué à la publication de cet ouvrage :

- Professeur Georges Asch, que je remercie chaleureusement de m'avoir fait l'honneur de relire cet ouvrage, dont les critiques et suggestions m'ont été précieuses et l'écoute toujours bienveillante.
- Mes collègues Valérie Douay (ESIEE-Paris) et Laurent Baroux (ESIEE-Amiens) pour leur relecture du manuscrit, leurs remarques constructives et leur bonne humeur.
- Enfin, je tiens à remercier les laboratoires de recherche et les sociétés qui m'ont spontanément confié les illustrations de cet ouvrage :
  Analog Devices *http ://www.analog.com* ;
  BOC Edwards *http ://www.edwardsvacuum.com* ;
  Cedip (dorénavant Flir) *http ://www.flir.com/fr/* ;
  Honeyvell *http ://www.honeywell.com* ;
  ifm-electronic *http ://www.ifm-electronic.com* ;
  KIMO *http ://www.kimo.fr* ;
  LEM *http ://www.lem.com* ;
  National Semicondutor (dorénavant Texas Instruments) *http ://www.ti.com* ;
  Prosensor *http ://www.prosensor.com* ;
  Raytek *http ://www.raytek.com* ;
  Sensorex *http ://www.sensorex.fr* ;
  TWK *http ://www.twk.de* ;
  Ulis *http ://www.ulis-ir.com* ;
  Vishay *http ://www.vishay.com*.

© Dunod. Toute reproduction non autorisée est un délit.

Partie 1

Exercices

1 Exercice : Potentiomètre linéaire en capteur de position push-pull

Énoncé

Un capteur de déplacement rectiligne est constitué d'un potentiomètre linéaire schématisé sur la figure 1.1. On désigne par Δx la valeur du déplacement du curseur par rapport à la position milieu que l'on prend pour origine de l'axe x.

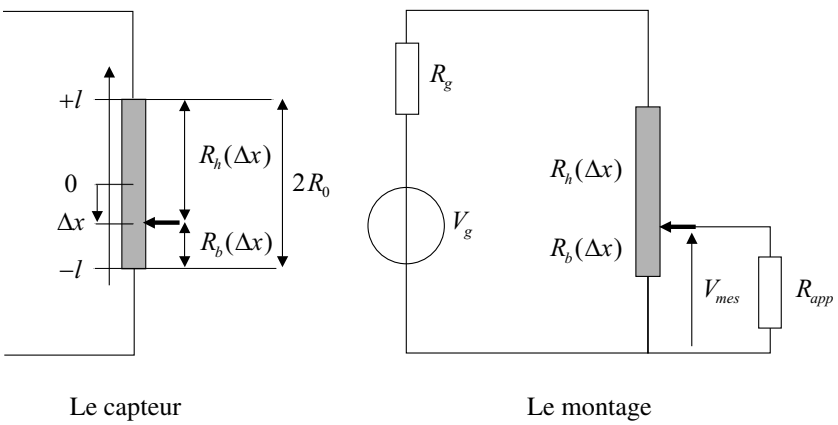


Figure 1.1 – Potentiomètre linéaire en capteur push-pull

1.1 La course utile du potentiomètre est $2l = 10\,\text{cm}$ et sa résistance totale est $2R_0$. En déduire l'expression des résistances $R_b(\Delta x)$ et $R_h(\Delta x)$ du potentiomètre (voir figure 1.1) pour un déplacement Δx du curseur par rapport à la position milieu.

1.2 Le potentiomètre est monté suivant le schéma de la figure 1.1. La tension de mesure V_{mes}, image de la position du curseur, est mesurée par une électronique d'impédance d'entrée R_{app}. Exprimer V_{mes} en fonction de $R_b(\Delta x)$, $R_h(\Delta x)$, R_g, R_{app} et V_g.

1.3 Que devient cette expression pour $R_{app} \gg R_0$?

1.4 En déduire la sensibilité S_{mes} de la mesure.

1.5 Quelle valeur doit-on donner à R_g pour que cette sensibilité soit maximale ? Que deviennent dans ce cas V_{mes} et S_{mes} ? Calculer la sensibilité réduite S_r.

1.6 Afin d'assurer un fonctionnement correct du capteur, le constructeur a fixé une limite $v_{\max} = 0{,}2\ \text{m.s}^{-1}$ pour la vitesse de déplacement v du curseur. En admettant que le curseur a un mouvement sinusoïdal d'amplitude $a = 1$ cm autour d'une position x_0 donnée, calculer la fréquence maximale $f_{\max}$ des déplacements que l'on peut traduire avec ce système.

Corrigé détaillé

1.1 On a directement d'après la figure 1.1 :

$$R_b(\Delta x) = R_0 + \frac{2R_0}{2l}\Delta x = R_0\left(1 + \frac{\Delta x}{l}\right) \tag{1.1}$$
$$R_h(\Delta x) = R_0 - \frac{2R_0}{2l}\Delta x = R_0\left(1 - \frac{\Delta x}{l}\right)$$

1.2 Compte tenu du montage réalisé, la tension de mesure est donnée par :

$$V_{mes} = \frac{R_b(\Delta x)//R_{app}}{R_g + R_h(\Delta x) + R_b(\Delta x)//R_{app}}V_g \tag{1.2}$$
$$= \frac{R_b(\Delta x)R_{app}}{R_b(\Delta x)R_{app} + \Big(R_b(\Delta x) + R_{app}\Big)\Big(R_g + R_h(\Delta x)\Big)}V_g$$

1.3 Pour $R_{app} \gg R_0$ a fortiori $R_{app} \gg R_b(\Delta x)$ et $R_{app} \gg R_h(\Delta x)$, en utilisant (1.1), (1.2) devient :

$$V_{mes} = \frac{R_b(\Delta x)}{R_g + R_h(\Delta x) + R_b(\Delta x)}V_g = \frac{R_0}{R_g + 2R_0}\left(1 + \frac{\Delta x}{l}\right)V_g$$

Sous cette approximation la mesure est linéaire.

1.4 La sensibilité de la mesure est donnée par :

$$S_{mes} = \frac{\Delta V_{mes}}{\Delta x} = \frac{R_0}{R_g + 2R_0}\frac{V_g}{l}$$

© Dunod. Toute reproduction non autorisée est un délit.

1.5 Pour que cette sensibilité soit maximale on doit avoir $R_g = 0$. Dans ce cas, on a alors :

$$V_{mes} = \left(1 + \frac{\Delta x}{l}\right)\frac{V_g}{2} \quad \text{et} \quad S_{mes} = \frac{V_g}{2l}$$

La sensibilité réduite s'en déduit immédiatemment et on a :

$$S_r = \frac{1}{V_g} S_{mes} = \frac{1}{2l} = 0{,}1\ \text{V/cm.V}$$

1.6 Comme on a $x = x_0 + a \sin \omega t$, la vitesse de déplacement du curseur est donné par $v = \omega a \cos \omega t$, on en déduit $f_{\max} = v_{\max}/2\pi a = 3{,}2\ \text{Hz}$.

2

EXERCICE : Capteur capacitif push-pull à glissement du diélectrique

Énoncé

On considère la structure de la figure 2.1, constituée de deux condensateurs plans identiques C_1 et C_2, de surface carrée ou rectangulaire d'aire A, entre les armatures desquels se déplace selon l'axe x un noyau diélectrique de permittivité relative ε_r.

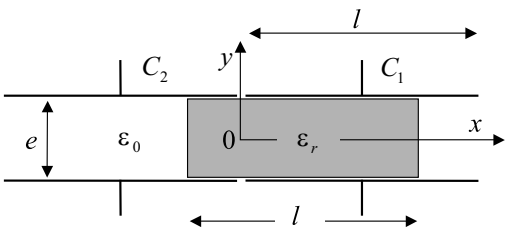


Figure 2.1 – Condensateur à diélectrique glissant

2.1 Le noyau étant à sa position initiale, centré en $x = 0$, déterminer l'expression des capacités $C_1(x = 0) = C_2(x = 0)$ que l'on notera C_0 (on négligera pour cela les effets de bords et le couplage possible entre les deux condensateurs). On donne $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ F.m^{-1}, $\varepsilon_r = 3$, $e = 1$ mm et $A = 6$ cm^2.

2.2 Le noyau est déplacé de x de sa position d'origine, déterminer les expressions de $C_1(x)$ et $C_2(x)$.

Les écrire sous la forme $C_1(x) = C_0 + \Delta C_1(x)$ et $C_2(x) = C_0 + \Delta C_2(x)$ en précisant les expressions de $\Delta C_1(x)$ et de $\Delta C_2(x)$ en fonction de C_0, x, l et ε_r.

2.3 Les deux condensateurs sont montés dans un circuit en pont selon le schéma de la figure 2.2. Exprimer la tension différentielle de mesure V_{mes} en fonction de x, l, ε_r et V_g.

© Dunod. Toute reproduction non autorisée est un délit.

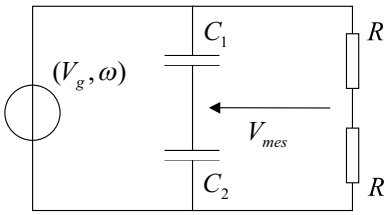


Figure 2.2– Montage du capteur

2.4 En déduire la sensibilité S de la mesure. On donne : $l = 2$ cm et $V_g = 10$ V.

2.5 Quelles sont les valeurs de l'étendue de mesure *E.M.* et de l'excursion de V_{mes} ?

Corrigé détaillé

2.1 Le diélectrique étant centré, chaque condensateur équivaut à la mise en parallèle de deux condensateurs plans de surface $A/2$, l'un de diélectrique de permittivité ε_0, l'autre de permittivité $\varepsilon_r\varepsilon_0$. On a donc immédiatement :

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{2e} + \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{2e} = \frac{\varepsilon_0 A}{2e}(1 + \varepsilon_r) = 10{,}62 \text{ pF}$$

2.2 Si le diélectrique est déplacé d'une quantité x, on a alors :

$$C_1(x) = \frac{\varepsilon_0}{e}\frac{A}{l}\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}\frac{A}{l}\left(\frac{l}{2} + x\right)$$
$$= \frac{\varepsilon_0 A}{2e}(\varepsilon_r + 1)\left[1 + \frac{2x}{l}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\right)\right] = C_0\left[1 + \frac{2x}{l}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\right)\right] = C_0 + \Delta C_1(x)$$

De même, on obtient :

$$C_2(x) = \frac{\varepsilon_0}{e}\frac{A}{l}\left(\frac{l}{2} + x\right) + \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}\frac{A}{l}\left(\frac{l}{2} - x\right)$$
$$= \frac{\varepsilon_0 A}{2e}(\varepsilon_r + 1)\left[1 - \frac{2x}{l}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\right)\right] = C_0\left[1 - \frac{2x}{l}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\right)\right] = C_0 + \Delta C_2(x)$$

Les deux condensateurs fonctionnent en mode push-pull puisque $\Delta C_2(x) = -\Delta C_1(x)$.

2.3 D'après la figure 2.2, il vient en notant respectivement Z_1 et Z_2 les impédances des condensateurs $C_1(x)$ et $C_2(x)$:

$$V_{mes} = \left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{1}{2}\right) V_g = \frac{C_1(x) - C_2(x)}{C_1(x) + C_2(x)} \frac{V_g}{2} = \frac{x}{l}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\right) V_g$$

La mesure est linéaire puisque le signal de mesure, ici la tension V_{mes}, est proportionnelle au déplacement x.

2.4 On en déduit la sensibilité de la mesure donnée par :

$$S = \frac{V_{mes}}{x} = \frac{1}{l}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\right) V_g = 2{,}5 \text{ V/cm}$$

2.5 Au maximum $x = \pm l/2$, ce qui correspond à l'étendue de mesure :
$E.M. = [-1 \text{ cm}, +1 \text{ cm}]$
Il vient alors $V_{mes} \in [-2{,}5 \text{ V}, +2{,}5 \text{ V}]$.

© Dunod. Toute reproduction non autorisée est un délit.

3 Exercice : Étalonnage indirect – Régression linéaire@

Énoncé

On réalise une sonde de température à partir d'un capteur de température bas coût. Cette sonde délivre une tension $V_{mes}(t)$ fonction de la température t (exprimée en °C) à laquelle elle est soumise. Pour étalonner cette sonde, on la place dans une enceinte thermostatée dont on fait varier la température sur l'étendue de mesure $E.M. = [0\ °C\ ;\ 100\ °C]$. La température est mesurée à l'aide d'une sonde thermométrique Pt100 de précision. On réalise ainsi un étalonnage indirect pour lequel on considère que la température donnée par la sonde Pt100 est parfaitement exacte. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 – Étalonnage de la sonde thermique

t °C	3,35	8,80	11,66	17,66	22,12	30,11	31,83	36,44	38,81	39,86
V_{mes}	26	83	120	168	215	302	328	355	390	390
t °C	43,00	45,20	47,19	49,95	51,83	59,59	59,86	61,67	64,10	67,84
V_{mes}	424	443	476	500	497	583	592	594	627	660
t °C	68,26	77,33	78,18	80,18	82,82	82,91	85,69	91,76	92,51	99,59
V_{mes}	671	745	759	773	790	799	823	878	884	936

3.1 Sur l'étendue de mesure $E.M.$, on cherche à modéliser le comportement de la sonde par l'approximation linéaire $V_{mes} = V_{mes0} + \alpha t$. Déterminer les expressions V_{mes0} et α obtenues à partir des N points expérimentaux $(t_i, V_{mes,i})$ donnés dans le tableau et en calculer la valeur. Pour ceci, on cherchera à minimiser l'écart quadratique moyen χ^2 entre l'approximation linéaire et les points expérimentaux. On réalise alors une régression linéaire au sens des moindres carrés.

3.2 Estimer la sensibilité $S = dV_{mes}/dt$.

@ Les données de cet exercice sont téléchargeables (cf. l'avant-propos de l'ouvrage).

3.3 Donner l'écart de linéarité ε, plus grand écart sur l'étendue de mesure entre la caractéristique réelle et l'approximation linéaire donnée par la droite.

3.4 Calculer l'erreur de linéarité *err*, écart de linéarité normalisé à l'excursion de $V_{mes}(t)$ sur l'étendue de mesure $E.M$.

Corrigé détaillé

3.1 L'écart quadratique moyen entre les N points expérimentaux et l'expression linéaire approximative est donné par :

$$\chi^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(V_{mes,i} - (V_{mes\,0} + \alpha t_i))^2$$

Les valeurs de $V_{mes\,0}$ et α qui vont permettre d'ajuster au mieux la droite d'équation $V_{mes} = V_{mes\,0} + \alpha t$ aux résultats expérimentaux doivent rendre la valeur de χ^2 minimale. On doit donc avoir :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial V_{mes\,0}} = -\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}(V_{mes,i} - (V_{mes0} + \alpha t_i)) = 0$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \alpha} = -\frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}(V_{mes,i} - (V_{mes\,0} + \alpha t_i)) \cdot t_i = 0$$

Ceci peut être développé selon :

$$\sum_{i=1}^{N} V_{mes,i} - NV_{mes\,0} - \alpha\sum_{i=1}^{N} t_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} V_{mes,i}t_i - V_{mes\,0}\sum_{i=1}^{N} t_i - \alpha\sum_{i=1}^{N} t_i^2 = 0$$

La résolution en α et $V_{mes\,0}$ de ce système d'équations conduit à :

$$\alpha = \frac{N\sum_{i=1}^{N} t_i V_{mes,i} - \sum_{i=1}^{N} t_i \sum_{i=1}^{N} V_{mes,i}}{N\sum_{i=1}^{N} t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} t_i\right)^2}$$

© Dunod. Toute reproduction non autorisée est un délit.