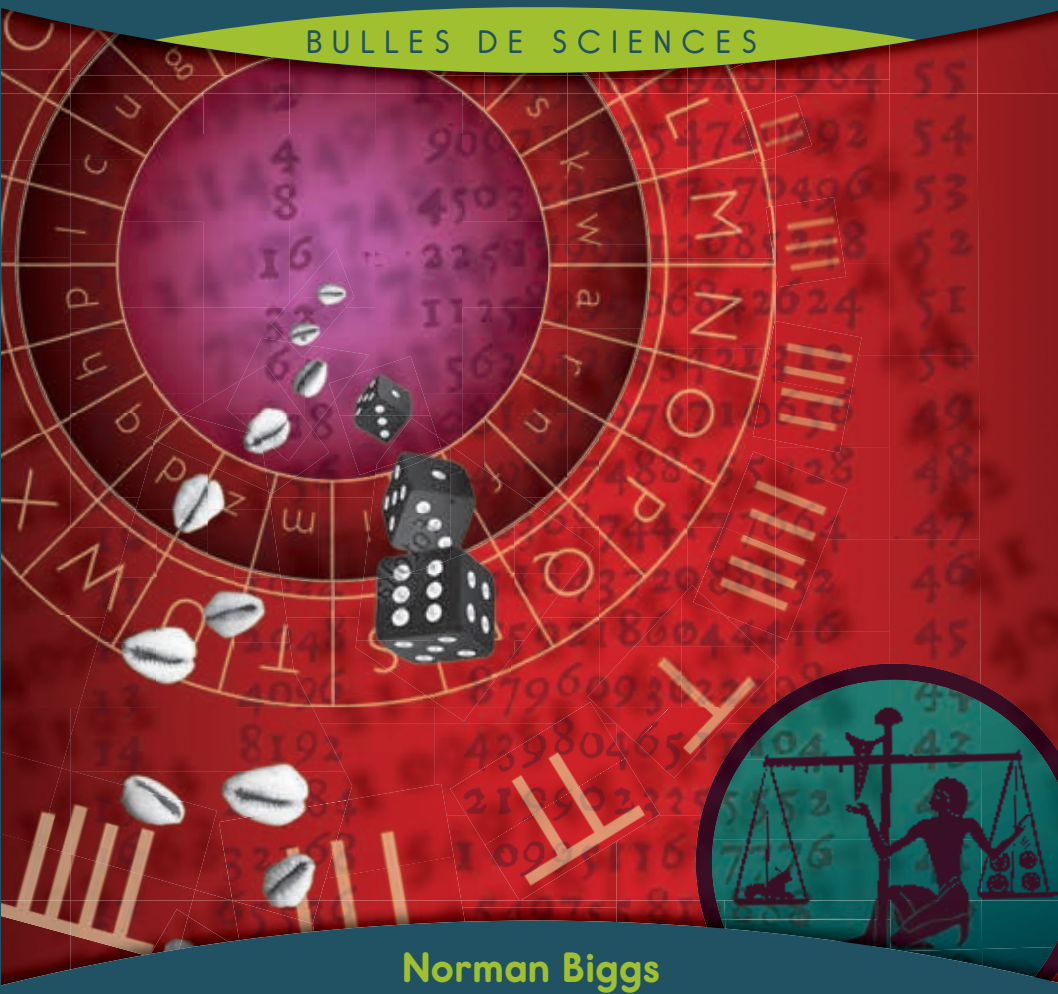
BULLES DE SCIENCES



Norman Biggs
Traduction de Gérard Tronel

Le compte y est !

Une histoire des mathématiques, des mesures et de la monnaie

edp sciences

Le compte y est !

Une histoire des mathématiques, des mesures et de la monnaie

Le compte y est !

Une histoire des mathématiques, des mesures et de la monnaie

NORMAN BIGGS

Traduction : Gérard Tronel

edp sciences

17, avenue du Hoggar – P.A. de Courtabœuf
BP 112, 91944 Les Ulis Cedex A

Traduction du livre « Quite Right, The Story of Mathematics, Measurement, and Money » de Norman Biggs, © Oxford University Press.

Mise en pages : Patrick Leleux PAO
Couverture : Conception graphique de B. Defretin, Lisieux

Imprimé en France
ISBN (papier) : 978-2-7598-1967-6 – ISBN (ebook) : 978-2-7598-2028-3

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays. La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinés à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (alinéa 1er de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du code pénal.

© EDP Sciences, 2017

SOMMAIRE

Préface 9

1. L'histoire non écrite 11
L'histoire des mathématiques 11
L'équité à l'âge des chasseurs-cueilleurs 13
Comptage sans nombres 15
Les origines de la monnaie 19
Mystérieux clair de lune 22

2. L'aube de la civilisation 27
Écrire et compter 27
Opérations sur les nombres 30
Partage équitable à l'âge de l'arithmétique 34
Mesure de longueurs et d'aires 39
Mesurer des quantités 44
L'origine des unités de mesure 48
Les éléments de la finance 52

3. De la taxe et du commerce aux théorèmes 57
L'arrivée des pièces de monnaie 57
Mathématiques pratiques 60

Les nouvelles mathématiques 68
Problèmes de mesure 73
Démonstration de résultats sur les nombres entiers 79

4. L'âge des algorithmes 85
Comment faire de l'arithmétique 85
Avancées en arithmétique 91
Les utilisations de l'arithmétique 94
La frontière nord-ouest 97
L'art de l'al-jabr 101
Les origines de l'algèbre symbolique 106

5. La fin du Moyen Âge 109
Marchands et mathématiciens 109
Intérêt sur intérêt, et plus... 117
Résolution d'équations 121
Compter et arranger 126
Comment garder un secret : la méthode médiévale 132

6. Un nouveau monde en mathématiques 141
Mesurer et calculer 141
Vers la limite 146
Algèbre et géométrie combinées 149
Retour vers le futur : Archimède 153
Fermat et la nouvelle algèbre 155
Un petit pas... 158
Plus sur les séries 162

7. L'ascension des mathématiques 167
Calcul, monnaie et controverse 167
Logarithmes et exponentielles 173
Nombres, parfaits et premiers 178
Nouveaux types de nombres 186
Toutes sortes de choses merveilleuses 188
Vers la limite, précisément 192

8. Saisir sa chance 197
De grandes espérances 197
Jeux et stratégies 205
La loi des grands nombres 210
Statistique 215

9. Modéliser et mesurer 221
Mathématiques en situation 221
Mesure de la valeur et utilité 223
Les problèmes de la démocratie 230
La mesure du monde 234

10. Mathématiques et monnaie à l'ère de l'information 241
Spéculation financière 241
Un modèle des changements de prix 245
Les formes de la monnaie 248
Argent, information et incertitude 252
Mesurer l'information 256

11. Les mathématiques peuvent-elles assurer notre sécurité ? 263
La recherche de la sécurité 263
Certaines choses sont faciles, mais d'autres non 266
Comment garder un secret : la façon moderne 272
Les mathématiques peuvent-elles assurer notre sécurité ? 276

Index 277

PRÉFACE

Mon but est d'expliquer comment les idées mathématiques évoluent en réponse aux niveaux croissants de l'organisation des sociétés humaines de la Préhistoire à nos jours. L'approche traditionnelle de l'histoire des mathématiques est concentrée sur les activités courantes de mathématiciens professionnels, avec pour conséquence une restriction du point de vue. Dans les récentes décennies, on a enregistré un mouvement bienvenu vers une histoire d'un point de vue plus large. Combiné avec les nouvelles découvertes de témoignages et de documents, cette approche donne une meilleure compréhension de la part jouée par les mathématiques dans l'histoire humaine et (c'est plutôt surprenant) sur la nature des mathématiques.

Dans l'esprit de cette vision élargie, l'ouvrage a pour objectif de montrer la puissance et la beauté des concepts mathématiques, qui démentent souvent leurs origines utilitaires. Le double paradigme de justification logique et de calcul algorithmique se retrouve partout. Un autre thème récurrent est la relation entre les mathématiques et les mesures de toutes sortes, y compris la mesure en termes monétaires. Ainsi, on commence avec la mesure des longueurs et des aires dans les temps anciens, puis on continue avec les problèmes

arithmétiques utilisant la monnaie au Moyen Âge et on termine avec l'idée contemporaine de la mesure de l'information.

De nombreux amis et collègues ont apporté leur contribution. Ma plus grande dette est peut-être envers les historiens des mathématiques qui sont des références pour moi : John Fauvel et Jeremy Gray pour leur remarquable création du cours MA 290 de l'Université ouverte, et Jacqueline Stedall pour ses écrits sages et perspicaces. Je remercie spécialement Bob Burn, Leo Rogers, Adam Ostaszewski et Robin Wilson qui ont lu les brouillons des chapitres et apporté des commentaires utiles. Les participants au forum mensuel sur l'histoire des mathématiques à Oxford ont écouté patiemment mes premières tentatives de raconter l'histoire. À Oxford University Press, Keith Mansfield, Dan Taber, Harriet Konishi, Edith McGregor et Victoria Mortimer qui m'ont apporté soutien et avis professionnels. Christine et Juliet m'ont aussi apporté soutien et avis comme une famille peut le faire.

Norman Biggs
Octobre 2015

1

L'histoire non écrite

Imaginez que vous ayez à résoudre vos problèmes quotidiens sans l'aide de l'écriture ni de l'arithmétique. Il n'y a pas si longtemps, les êtres humains étaient dans cette situation. Le fait que l'espèce humaine ait survécu en dépit de cette complète ignorance indique que nos ancêtres préhistoriques étaient capables de faire face aux problèmes de partage de la carcasse d'un animal abattu et de décider quand il fallait se préparer pour l'hiver. De telles activités sont à l'origine de la méthode universelle de résolution de problèmes appelée aujourd'hui les mathématiques.

L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Cette histoire n'a pas de commencement très clair et elle est sans fin. Elle nous dit comment se sont développées, raffinées et appliquées quelques idées simples répandues dans presque tous les aspects de la vie du XXI^{e} siècle.

Pour rendre cette histoire intelligible, on suivra, en gros, l'ordre chronologique. Mais les idées se propagent au rythme de tambours différents, la force de la logique est souvent en désaccord avec le cours

du temps. D'autres complications sont engendrées par la dispersion des événements : des idées naissent en des points différents des parties du monde, à différentes époques et sont développées de façons différentes. La mondialisation est un phénomène récent.

On doit laisser de côté la presque totalité de l'histoire de notre planète qui, on le sait, existe depuis quatre milliards d'années. Les êtres humains existent depuis seulement deux milliards d'années et, à l'époque, ils s'organisaient pour survivre sans laisser de traces écrites de leurs activités. Les écrits, dont on peut dire qu'ils sont historiques, remontent à près de 5 000 ans et on ne peut pas attacher beaucoup de sens au mot mathématiques avant cette époque. Même si l'on trouve des indices plus anciens, c'est seulement au cours des dernières 30 000 années que l'on peut détecter les plus vagues allusions aux mathématiques ou à des concepts qui leur sont liés, comme la mesure et la naissance de la monnaie. Cela signifie que nous nous intéresserons presque exclusivement aux activités d'une espèce, *Homos sapiens*. À notre connaissance, il n'y a pas a eu de changements significatifs dans l'évolution de la capacité de notre espèce pendant une période importante en dépit des changements dans l'environnement, et par conséquent dans les améliorations de l'état physique et de la longévité. Pour cette raison, on peut suspecter que certaines idées, que l'on peut supposer aujourd'hui comme liées aux mathématiques, sont apparues même avant que nous en ayons des preuves écrites. Mais nous devons insister sur le fait qu'aux temps préhistoriques, on peut se limiter aux prémathématiques, dont nous allons donner un très bref exposé dans la suite de ce chapitre.

Certaines activités préhistoriques, telles que la cuisine et la fabrication d'outils, présentent des aspects qui sont liés de manière inhérente aux idées prémathématiques de dimensions et de formes. Ces activités sont encore les nôtres mais, de nos jours, elles sont sous contrôle numérique. Nos plats cuisinés doivent être cuits pendant un certain nombre de minutes, de même écrous et boulons doivent avoir certaines dimensions pour que l'on puisse les assembler. L'utilisation

des nombres à de telles fins décrites remonte à la période de l'histoire humaine où les concepts commencent à s'exprimer en langage écrit et parlé. En gros, cette période correspond à l'âge de bronze et c'est à cette époque que les méthodes de base de l'arithmétique et de la géométrie sont données pour la première fois sous une forme précise. La plus grande partie de ce livre sera consacrée à cette catégorie de mathématiques.

Il est clair que l'efficacité des méthodes mathématiques conduit à considérer leurs fondements et à établir un corpus de connaissances. Les réponses fournies par les mathématiques sont « vraies » et peuvent être utilisées pour résoudre des questions de manière impartiale, sans reposer sur l'opinion et la force brutale des individus. Quand les mathématiques ont commencé à envahir de nombreux aspects de la vie humaine, sociale et commerciale, des méthodes plus efficaces furent découvertes. En définitive, au cours des 500 dernières années, les mathématiques ont mené leur propre vie, conduisant à des découvertes de nouvelles théories puissantes et à leurs applications à la résolution d'un large éventail de problèmes pratiques.

L'ÉQUITÉ À L'ÂGE DES CHASSEURS-CUEILLEURS

Les origines des notions d'équité et d'égalité ne sont pas claires. Si l'on adopte un modèle d'évolution grossier de « survie du plus fort », on peut alors affirmer que le seul concept primitif était l'inégalité. Toutefois, il est improbable qu'une espèce qui règle ses conflits par des combats à mort progresse, surtout si les enfants de cette espèce sont physiquement plus faibles.

Ainsi, il n'est pas déraisonnable de supposer que l'idée d'équité est devenue commune à l'âge où nos ancêtres vivaient de la chasse aux animaux et de la cueillette de plantes. Notre connaissance de cette ère provient de témoignages archéologiques dans lesquels on relève quelques remarques soulignant que, dans certaines circonstances, l'équité pourrait avoir posé problème. Par exemple, il semble évident

que les différentes parties d'un mammouth étaient utilisées à des fins différentes. Abattre un mammouth n'est pas facile, et il est probable qu'il devait être courant que les mammouths soient attrapés puis tués par des humains chassant en grands groupes. Pour faire simple, supposons que seulement deux familles de chasseurs soient impliquées dans l'abattage. Comment la carcasse devait-elle être partagée entre elles ? Le problème était que les différents morceaux de la carcasse pouvaient avoir différents usages : les défenses, la peau, la graisse, la viande, les os, etc., et les besoins des familles pouvaient être différents. Le simple partage de l'animal en deux n'était pas nécessairement la bonne réponse.

Heureusement, il existait une procédure simple pour s'assurer que les deux familles obtiennent ce qu'elles considéraient comme un partage honnête. Elle est appelée *couper et choisir* et certains lecteurs reconnaîtront le scénario connu plus familièrement sous le nom de « gâteau au chocolat ». Tout d'abord, une famille partage les morceaux de la carcasse en deux tas, chacun d'égale valeur selon ses besoins. Puis la seconde famille choisit le meilleur tas selon elle. Ainsi les deux sont satisfaites. La première famille a ce qu'elle croit être une demi-part équitable et la seconde famille a ce qu'elle croit être une demi-part au moins.

Naturellement, le scénario du mammouth est une pure spéculation, comme la plupart de ce qui a été écrit au sujet des activités des hommes et femmes de l'âge de pierre. Mais il est tout à fait possible que les idées sous-jacentes soient nettement plus anciennes. C'était le point de vue d'Hésiode, écrivain grec (environ 800 ans avant J.-C.) qui décrivait les débuts de l'espèce humaine en termes mythologiques. On pense que ces mythes contiennent des idées trouvées dans des récits populaires contemporains de l'auteur, bien qu'ils soient exprimés dans un langage fantaisiste. L'une des histoires d'Hésiode rapporte une querelle entre Zeus, le dieu des dieux, et Prométhée, un titan. Prométhée avait essayé de tromper Zeus en découpant un bœuf en plusieurs morceaux qu'il avait répartis en

plusieurs tas et mit au défi Zeus d'en choisir un. Zeus s'aperçut que les tas n'étaient pas de valeurs égales, en dépit des efforts de Prométhée pour lui prouver le contraire, et choisit celui qu'il considérait comme étant le meilleur. Les lecteurs familiers de la mythologie grecque apprendront que Prométhée a été puni par les dieux, qui ont exprimé leur colère en le condamnant à une torture cruelle. Comme ce n'était pas suffisant, ils ont persuadé Épiméthée, le frère de Prométhée, d'accepter comme épouse la fidèle Pandora et un coffre mystérieux. L'ouverture du coffre fut à l'origine de toutes les maladies du monde, y compris la téléréalité.

Sous sa forme la plus simple, la méthode « couper et choisir » ne requiert pas l'utilisation des nombres. Néanmoins, elle contient l'essence de nombreuses idées simples fondamentales. Très récemment, la méthode a été étudiée par des mathématiciens et elle est utilisée actuellement dans certains accords internationaux sur les dépôts de minéraux marins. Une version plus complexe a été utilisée dans des règlements de divorce. Le problème sous-jacent à l'évaluation de la valeur d'un ensemble d'objets introduit les concepts de mesure et de monnaie, et une évaluation de la valeur équitable conduit à des procédures que nous appelons arithmétique et géométrie.

COMPTAGE SANS NOMBRES

On affirme souvent que les plus anciennes traces des mathématiques sont connues sous le nom de bâtons de comptage. Ces objets présentent des successions d'entailles et il est clair qu'elles ont été faites intentionnellement (figure 1.1). Les seuls qui ont survécu sont en os, mais il est probable que la plupart étaient en bois. Des datations fiables de ces objets se trouvent dans la littérature archéologique, cependant elles sont « mises à jour » régulièrement. Toutefois, on semble s'accorder sur l'âge de certains de ces objets, qui seraient vieux de 10 000 ans.

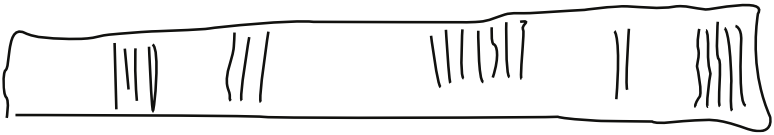


Figure 1.1 | Un bâton de comptage en bois ou en os.

On peut penser à de nombreuses utilisations possibles des bâtons de comptage, même aux mains des chasseurs-cueilleurs. Bien que l'on ne puisse pas déterminer leur but, on doit éviter des explications qui impliqueraient des niveaux de compréhension mathématique pour lesquels il n'existe aucune preuve quelle qu'elle soit. Les plus simples suggestions sont habituellement les meilleures. Bien qu'il soit assez clair que chaque entaille soit la représentation d'un simple objet ou d'un événement, il est important de souligner que ce type de représentation ne requiert pas la notion des nombres un, deux, trois, quatre, etc. Tout ce dont nous avons besoin, c'est d'établir une correspondance entre les entailles sur le bâton et les objets eux-mêmes. Une possibilité envisageable est que les entailles représentent un ensemble d'outils en pierre, peut-être des hâches. Si chaque entaille correspond à un outil, le bâton de comptage pouvait être utilisé pour vérifier qu'aucun outil n'a été perdu, comme le montre la figure 1.2. La différence entre quinze objets et quatorze n'est pas facile à reconnaître à première vue et, aujourd'hui, on effectuerait la vérification pour compter les objets en utilisant les noms actuels des suites de nombres. Les bâtons de comptage préhistoriques donnent une méthode de vérification qui ne requiert ni noms ni signes pour les nombres. Les noms et les règles pour manipuler les signes, que nous appelons désormais l'arithmétique, appartiennent à une étape bien ultérieure de développement.

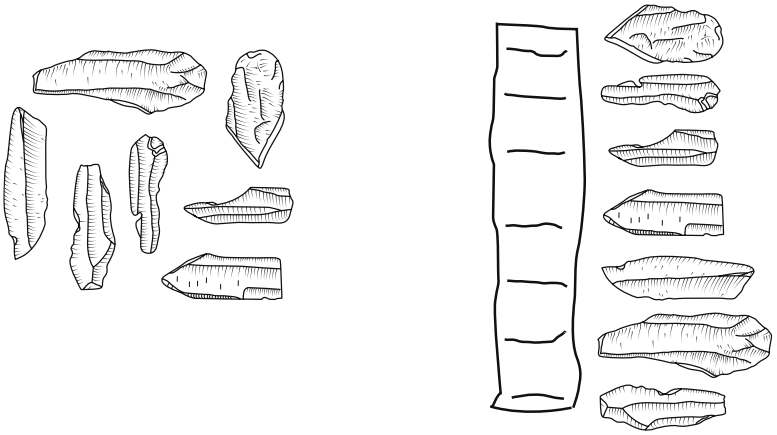


Figure 1.2 | Un ensemble d'outils en pierre et une méthode employant un bâton de comptage qui a peut-être été utilisée pour les vérifier.

Assez récemment, les mathématiciens ont décidé d'analyser les bases logiques du système des nombres. Au fil du temps, il est apparu que le concept de correspondance biunivoque, tel que celui qui avait été mis en évidence par la correspondance entre les outils et les entailles sur les bâtons de comptage, est fondamental. À première vue, ce retour aux notions préhistoriques peut paraître surprenant, mais si l'on y réfléchit, il offre quelques aperçus approfondis sur la relation entre des idées abstraites et l'intelligence humaine.

Vers 10 000 avant J.-C., il y eut des changements significatifs dans le climat de l'hémisphère nord, qui correspondent à ce que l'on appelle la fin de l'ère glaciaire. Avant cette période, les hommes et les femmes partout dans le monde avaient à gérer des vies très élémentaires. La plupart des concepts et des pratiques décrits dans ce chapitre semblent leur avoir été familiers, mais seulement sous des formes simples. Ils auraient compris l'idée du partage équitable et utilisé les méthodes des bâtons de comptage pour conserver leurs archives. Le retrait des glaces a été suivi d'une période de transition d'au moins 6 000 ans durant laquelle les façons de vivre des populations de nombreuses parties du monde, pas seulement celles

qui avaient vécu sous les glaces, se sont modifiées considérablement. Nous ne disposons pas d'archives écrites qui révéleraient les causes de ces changements, mais les preuves archéologiques sont claires : les populations sont devenues sédentaires et ont appris à cultiver des plantes et à élever des animaux. Plus tard, dans des documents écrits par des populations qui vivaient en Mésopotamie, le territoire situé entre le Tigre et l'Euphrate, on trouve des récits mythologiques de cette transition, pas très différents des mythes grecs qui nous sont plus familiers, mais écrits 1 000 ans plus tôt. L'un de ces mythes est connu sous le nom de « Le débat entre le grain et le mouton ». Il contient de fantastiques exposés sur les pour et les contre des deux modes de base de l'agriculture avec des aperçus sur des détails pratiques. Quand l'agriculteur interpelle le berger au sujet de sa vie confortable, il dit

> *chaque nuit votre compte est fait et vous pouvez enterrer vos bâtons de comptage, donc votre berger peut dire combien vous avez de brebis, combien il y a de jeunes agneaux, combien il y a de chèvres et combien il y a de cabris.*

Le choix des mots suggère que les bâtons de comptage avaient acquis à cette époque d'autres fonctions sophistiquées. Comme nous le verrons au chapitre 2, il y a en effet largement assez de preuves que des formes d'arithmétique étaient utilisées en Mésopotamie 3000 avant J.-C., bien avant la publication du mythique débat. Cependant, la transition se mit en place plus lentement en d'autres lieux. Même actuellement, il existe des tribus primitives qui se trouvent dans la période de transition, quelques-unes vivent comme au temps des chasseurs-cueilleurs. Au cours de cette période, des concepts se sont développés progressivement en relation avec les nécessités d'une société plus organisée. Des mots pour des nombres particuliers commencent à être utilisés, tels que leurs *deux* mains, leurs *cinq* doigts à chaque main. Mais le langage était parlé, non écrit, et nous n'avons pas d'idées de ce qu'étaient ces mots.

LES ORIGINES DE LA MONNAIE

Un autre aspect de la vie quotidienne à l'époque préhistorique portait sur l'échange de marchandises dans des situations sociales variées. Au temps des chasseurs-cueilleurs, l'approvisionnement en nourriture était incertain et irrégulier. Un groupe pouvait avoir pêché plus de poissons que nécessaire, mais être à court de fruits. Un autre groupe pouvait se trouver dans la situation inverse. Dans ce cas, un échange aurait été une alternative évidente à la situation risquée d'un vainqueur remportant toute la mise. On peut douter que le troc ait été une pratique commune. Toutefois, il y a un problème évident avec le troc comme moyen de satisfaire les exigences de toutes les parties. Un groupe qui a trop de poissons, mais pas suffisamment de fruits, peut n'être pas capable d'interagir directement avec un autre groupe qui dispose de trop de fruits et pas suffisamment de poissons. Plus généralement, tout groupe qui souhaite prendre part à un échange peut être impliqué dans une série de négociations complexes avec plusieurs autres groupes pour satisfaire ses besoins. C'est le problème de « l'incommodité du troc ». Dans la période transitoire, les populations commencèrent à utiliser un moyen commode qui pouvait contribuer à l'échange contre des fruits ou du poisson ou d'autres produits, et elles évitaient ainsi de faire correspondre des groupes de produits à un autre. Ce moyen particulier prit plusieurs formes, mais actuellement nous les désignons toutes sous le nom de *monnaie*. On peut donc affirmer que l'origine de la monnaie résulte de l'incommodité du troc. En réalité, c'était l'avis du philosophe grec Aristote ; dans *Éthique à Nicomaque* écrit vers 350 avant J.-C., il affirmait que

> *alors toutes les choses ou les services qui peuvent être échangés doivent être d'une certaine façon réductibles à une mesure commune. C'est dans ce but que la monnaie a été inventée et sert de moyen d'échange : ainsi on peut tout évaluer.*

L'opinion d'Aristote résonna fidèlement pendant très longtemps : par exemple chez Nicolas Oresme dans son livre *De Moneta* (vers 1360 ap. J.-C.) et chez Stanley Jevons dans son livre *Money and the Mechanism of Exchange* (1872). Elle devint le sens commun accepté chez les économistes. Mais au XX^{e} siècle, une théorie différente a émergé. Elle est due au travail des anthropologistes qui ont étudié des tribus primitives ayant réussi à survivre sans contact avec la civilisation. Bien sûr, on ne peut pas associer les pratiques de ces populations à celles des chasseurs-cueilleurs, mais le parallèle est très suggestif. Ce que les anthropologistes ont trouvé, c'était que les objets employés comme monnaie primitive pour le troc et les échanges étaient utilisés pour d'autres activités. De plus, ces autres activités apparaissaient comme plus fondamentales, dans la mesure où elles avaient des fonctions sociales, bien plus que commerciales. Par exemple, l'acquisition d'une fiancée entraînait souvent un versement au père de la fiancée, en reconnaissance de la privation des services d'une fille qui était un moyen d'assurer la survie de l'espèce. Les versements étaient aussi communs dans le cas d'une blessure ou d'une mort, et pour la protection contre des voisins puissants et prédateurs.

Il est important d'insister sur le fait que les objets employés comme monnaie primitive n'étaient pas des pièces comme nous les connaissons et (à quelques exceptions près) n'étaient pas fabriqués avec des métaux précieux. L'utilisation de pièces comme forme de monnaie arrive beaucoup plus tard dans notre histoire et avant que de nombreux objets servent de monnaie : certains d'entre eux, tels que les grosses pierres, utilisées encore récemment sur l'île de Yap, étaient particulièrement peu commodes. Dans la progression générale vers un système économique moderne, les formes les plus courantes de monnaie étaient celles qui avaient aussi une valeur intrinsèque, comme les troupeaux et les blés. Au temps des premiers fermiers, ces éléments étaient largement disponibles. Ils pouvaient être utilisés directement comme des parts de troc-échange ou être transmis lors d'une série d'échanges de telle sorte que les besoins de tous soient

satisfaits. Il est clair que ces transactions ont stimulé le développement de l'arithmétique (combien de bœufs me permettraient d'acheter une fiancée ?) et de la mesure (combien de blé me permettrait d'acheter un bœuf ?). Au chapitre 2, on verra que ces idées avaient été développées à l'époque des premiers textes écrits.

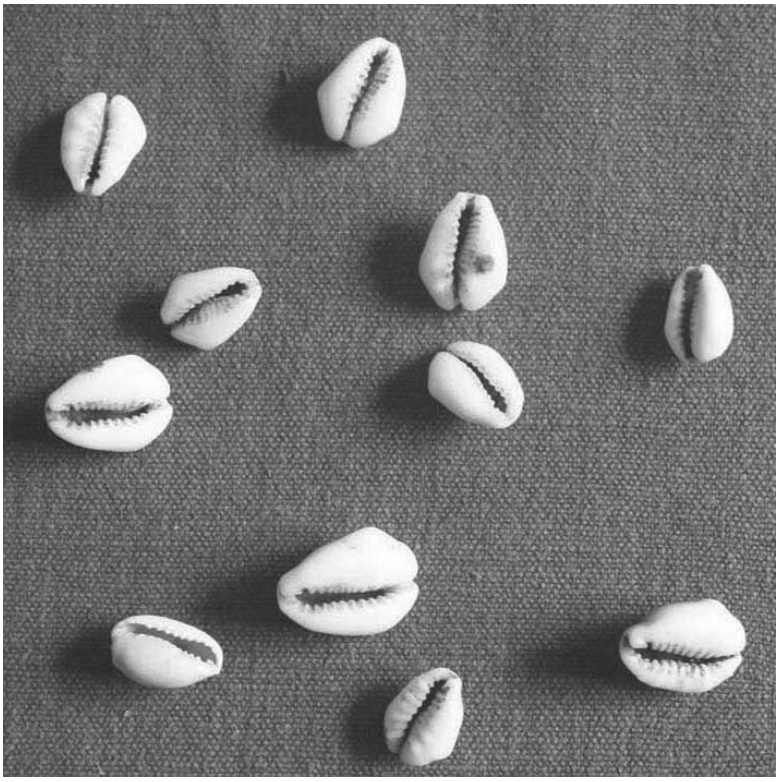


Figure 1.3 | Coquillages de un centimètre de long environ.

Mais nous ne pouvons pas passer à un autre sujet que la monnaie sans citer l'une de ses formes les plus répandues, la coquilles de cauri (figure 1.3). Le cauri est un petit mollusque dont la coquille possède

plusieurs des propriétés requises pour être une monnaie-objet. Il est durable, facile à transporter et peut être obtenu en grandes quantités. En réalité, le cauri est l'ancêtre naturel de l'espèce de monnaie-jeton utilisée aujourd'hui, ayant peu ou pas de valeur intrinsèque. On ne sait si les cauris étaient utilisés à une époque très ancienne avant l'existence de textes écrits, mais on trouve des références dans des textes chinois datant d'au moins 3 000 ans. Plus récemment, aux XIX^{e} et XX^{e} siècles, des milliers de tonnes de cauris avaient été extraits des mers au voisinage des Maldives, pour être utilisés comme monnaie en Afrique et en Inde.

En résumé, l'origine de la monnaie remonte aux temps préhistoriques car elle était utile dans toutes sortes de transactions, sociales et commerciales. Quand les chasseurs-cueilleurs sont devenus des fermiers, ils utilisaient des éléments comme le bétail ou le blé pour toutes les marchandises ou les services dont ils avaient besoin. Cette forme primitive de l'économie a conduit inévitablement au développement d'idées avancées, que nous connaissons maintenant sous le nom d'arithmétique.

MYSTÉRIEUX CLAIR DE LUNE

Il semble raisonnable de supposer que, au tout début de l'humanité, les premiers humains étaient conscients du rythme annuel des saisons. Pour eux, les saisons se définissaient par des changements observables de l'environnement : au printemps, les arbres et les plantes recommencent une nouvelle croissance ; en automne, les feuilles tombent.

Les premiers humains ont sans doute été conscients du lever quotidien du soleil, et du début et de la fin du cycle lunaire. Cependant, ces phénomènes réguliers étaient considérés comme de grands mystères, comme l'activité de forces surnaturelles. Pendant presque toute l'histoire de l'humanité, il n'y a eu aucune compréhension des mouvements relatifs du Soleil, de la Lune et de la Terre, laissant de

côté les causes physiques de ces mouvements. Des systèmes complexes étaient élaborés pour expliquer, par exemple, pourquoi le lever du soleil est inexorable, et ceux qui pouvaient en tirer une bonne histoire devenaient puissants comme les prêtres et les gourous, qui se targuaient d'être des hommes et des femmes « sages ». C'est probablement ces « sages » qui ont commencé à réfléchir aux relations entre les jours, les mois et les années. Mais le langage numérique pour traduire ces relations n'existait pas encore, donc il n'existait peut-être pas d'équivalent de nos calendriers modernes fondés sur une base numérique, comme les 365 jours d'une année. Avant l'arrivée de l'écriture et de l'arithmétique, un calendrier ne pouvait exister que sous forme d'analogie. Par exemple, certains bâtons de comptage ont pu être utilisés pour vérifier le nombre de jours entre une pleine lune et la suivante. Le fait que la survie de l'espèce dépende du cycle menstruel, à peu près de même durée que le mois d'un cycle lunaire, est un autre facteur qui a pu être enregistré de la même façon.

Les sages devaient être très puissants, particulièrement lorsqu'ils découvrirent les relations entre les jours et les saisons. Cette connaissance, même rudimentaire, permettait de faire des prédictions qui suggéraient que ces personnes avisées disposaient de pouvoirs magiques sur l'environnement. Cela est apparu dans le sillage de la période glaciaire, avant l'arrivée de l'écriture. Elles pouvaient avoir utilisé de simples témoignages : une ombre indique non seulement le passage des heures du jour, mais aussi des saisons de l'année, en fonction de sa longueur. Cependant, les instruments primitifs en bois n'étaient pas durables et même avant l'aube de la civilisation, les réalisations en pierre étaient préférées. À l'époque où la civilisation émergea en Égypte, les pierres sont devenues des obélisques imposants sur lesquels toutes sortes de données pouvaient être enregistrées. En Grande-Bretagne, on trouve des pierres dressées en cercles, certaines remplaçant des constructions en bois. L'état de ruine de ces monuments anciens ne permet pas de comprendre

comment ils étaient utilisés, mais il est bien possible qu'ils aient été construits par des personnes avisées pour montrer leurs pouvoirs personnels sur le rythme des saisons. Puisque ces sujets étaient d'importance vitale pour la communauté, les monuments étaient des lieux de cérémonies, telles que des remerciements aux dieux, des offrandes pour s'assurer de leur bonne volonté. Les cérémonies étaient sans doute organisées par des chefs locaux et leurs conseillers, qui pouvaient ainsi profiter de l'occasion pour faire étalage de leurs pouvoirs personnels.

L'un des défauts les plus sérieux des écrits du XX^{e} siècle sur l'histoire des idées est la tendance à attribuer des connaissances de concepts sophistiqués aux peuples primitifs. Malheureusement, ces théories ont été mises en avant par des personnes qui étaient, en quelque sorte, les « sages » de notre époque, et elles sont encore reprises de manière irréfléchie par d'autres qui prétendent avoir une meilleure connaissance. Par exemple, il a été remarqué que certains groupes d'entailles sur un os taillé (comme celui montré sur la figure 1.1) représentaient des nombres particuliers que l'on appelle nombres premiers. Cela aboutirait à suggérer que la personne qui a gravé ces entailles sur l'os était familière d'un système complexe d'idées arithmétiques qui n'existaient pas (et ne pouvaient pas exister) à cette époque. Un autre exemple concerne la théorie des cercles de pierre qui auraient été construits en utilisant un « yard mégalithique », dont la mesure avait été standardisée dans une grande partie de l'Europe et de l'Asie (on affirmait que sa valeur était d'environ 83 centimètres, en termes actuels). En réalité, les preuves archéologiques suggèrent que les habitants de Grande-Bretagne, à cette époque (3000–2500 avant J.-C. environ), vivaient dans une culture préhistorique et rien ne permet de dire qu'ils étaient familiers d'un système complexe de mesures. Pour eux, une mesure de longueur évidente pouvait être le pas de l'homme et il est facile d'imaginer qu'il a pu être utilisé par les constructeurs des cercles de pierre. Comme le pas de l'homme correspond à peu près à 83 centimètres,

il n'est pas étonnant qu'une telle preuve puisse aider à étayer la théorie du yard mégalithique, même si le bon sens la rejette.

La suite de ce livre est consacrée à la recherche de traces de notions préhistoriques de mesure et de monnaie développées dans des concepts acceptés aujourd'hui et sans lesquels la vie moderne serait impossible. Le fil conducteur qui donne une cohérence à cette histoire est ce que nous appelons désormais les mathématiques.

2

L'aube de la civilisation

Il y a environ 4 500 ans, les populations de certaines parties du monde vivaient en colonies sur de grands espaces. Si vous aviez appartenu à une colonie, vous auriez remarqué que certains aspects de la vie étaient réglementés par des signes étranges et des symboles. Les symboles les plus mystérieux étaient ceux qui représentaient des nombres et les quelques personnes qui comprenaient ces symboles étaient des membres importants de la communauté. Si vous aviez été l'un d'eux, vous auriez été capable de résoudre des problèmes pratiques, comme la répartition équitable du blé.

ÉCRIRE ET COMPTER

Combien ai-je de moutons ? « La discussion entre le Grain et le Mouton », mentionnée au chapitre 1, nous apprend que les premiers fermiers de Mésopotamie conservaient des traces de leurs troupeaux par l'ancienne méthode des bâtons de comptage. Il existe une preuve archéologique que de meilleures méthodes pourraient avoir été utilisées vers 8 000 ans avant J.-C., mais il n'y a pas d'accord unanime sur les détails. On sait que vers 3000 avant J.-C., à la naissance de