

Ingénierie mécanique

Transmission de puissance

Tome 1. Bases de la construction et écoconception

4^e ÉDITION

Francis Esnault

Agrégé de Mécanique et diplômé du CNAM. Il a d'abord enseigné en STS et en CPGE avant de dispenser ses cours à l'ECAM Rennes.

David Coquard

Diplômé de l'ENS Cachan, il est agrégé en sciences de l'ingénieur, spécialité ingénierie mécanique. Il enseigne en CPGE et à l'ECAM Rennes.

Illustration de couverture :
SafakOguz/istockphoto.com

Ingénierie mécanique. Transmission de puissance

Tome 2 : Applications : Transmission de puissance par engrenages - Rendement des transmissions - Embrayages - Limiteurs de couple - Boîtes de vitesses manuelles et automatiques - Réducteurs - Freins

Tome 3 : Applications : Roues libres - Courroies - Chaînes - Variateurs de vitesse - Joints d'accouplement

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2017

11 rue Paul-Bert, 92240 Malakoff

ISBN : 978-2-10-077221-6

www.dunod.com

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Préface

Particulièrement sensibilisé aux difficultés rencontrées dans la mise au point de systèmes mécaniques complexes, pour y avoir été confronté personnellement dans mon passé industriel au sein des services d'ingénierie du groupe Renault-Nissan, c'est avec un grand enthousiasme que je réagis à la parution de ces nouveaux ouvrages.

Nul ne doutera en effet de l'importance que revêt l'apprentissage, puis la mobilisation des savoirs mécaniques, dans la résolution des problèmes réels, aussi bien dans les phases de conception avancée que dans celles d'industrialisation et de production. Il en va de la robustesse et de la fiabilité des composants et systèmes industriels.

Les trois ouvrages de Francis Esnault sont une référence en la matière. Regroupant l'ensemble des fondamentaux et concepts de la discipline, ils sont aujourd'hui préconisés et largement utilisés dans l'enseignement supérieur, notamment dans de nombreuses écoles d'ingénieurs. Depuis sa création, l'ECAM-Rennes a formé à la mécanique l'ensemble de ses promotions d'ingénieurs sur ces bases documentaires.

Le monde change : pc portable, smartphones et tablettes sont devenus les outils privilégiés de la génération actuelle. Des pédagogies innovantes, basées sur les concepts du numérique, doivent être inventées pour prendre en compte les besoins croissants d'interactivité de nos étudiants.

Afin de répondre à cet objectif, le présent ouvrage, écrit en collaboration avec David Coquard, a été édité dans une version électronique permettant aux lecteurs de disposer en ligne, sur le site dunod.com, de fichiers numériques. Les étudiants, ainsi que les professionnels, y trouveront, outre la présentation des concepts fondamentaux, une nouvelle orientation très nette vers le concret grâce à la présence de nombreuses animations cinématiques 3D illustrant le fonctionnement des principaux mécanismes.

Cet ouvrage participera ainsi à une meilleure assimilation des connaissances théoriques nécessaires à la compréhension des systèmes mécaniques.

Les étudiants y trouveront, avec l'essentiel de leur programme, des éléments de modernité leur garantissant une formation véritablement efficace.

Je remercie les auteurs, mes collègues à l'ECAM-Rennes, de m'avoir donné l'occasion, par ces quelques mots, de leur rendre hommage pour le caractère novateur de leur démarche pédagogique.

Jean-Marie Malhaire
Chef du département Génie Industriel et Mécanique, ECAM-Rennes

Avant-propos

Les trois ouvrages de Francis Esnault s'inscrivent dans une collection dédiée à l'ingénierie mécanique. L'ensemble fait appel à un large éventail de connaissances : technologie des constructions, mécanique du solide (statique, cinématique), résistance des matériaux, étude des fluides destinés à la lubrification, éco-conception, etc. Ces connaissances sont utilisées ici dans le but de faire acquérir aux étudiants une méthode d'approche logique et actuelle de la conception mécanique.

Ce premier tome, coécrit avec David Coquard, constitue un incontournable préambule aux deux autres qui ont pour vocation l'étude des mécanismes intervenant dans une chaîne de transmission de puissance. En effet, le présent ouvrage aborde les concepts de base nécessaires qui président à la réalisation de tout système.

La modélisation des mécanismes est présentée de manière innovante dans la version numérique. Les images 2D et 3D (pdf disponibles gratuitement dans les plus en ligne, sur le site dunod.com) permettent en effet une interactivité étudiant/image. L'étudiant peut ainsi zoomer, démonter virtuellement un mécanisme, en isoler un élément, etc. Cette possibilité offerte aux novices en la matière revêt un caractère pédagogique indéniable. Suit l'analyse des dispositions constructives relatives aux liaisons, à la lubrification et à l'étanchéité, aux engrenages et aux dispositifs de transformation de mouvement. Enfin, un chapitre entier est consacré à l'écoconception des pièces mécaniques telle qu'elle est actuellement pratiquée dans l'industrie. Les futurs ingénieurs et techniciens supérieurs ne peuvent en effet aujourd'hui s'affranchir de cette nouvelle approche tant elle transforme significativement les projets dans les bureaux d'étude.

Chacun des chapitres de ce premier tome est bâti sur le même plan général :

- étude théorique (cours) ;
- exercices et applications avec solutions ;
- à savoir ;
- exercices avec réponses.

L'ensemble des notions abordées concerne en priorité les étudiants de l'enseignement supérieur débutant dans cette discipline (STS, IUT, écoles d'ingénieurs...). Les nombreux exercices qui sont proposés en fin de chapitres, accompagnés de corrigés, constituent une aide précieuse à l'apprentissage.

Écrit par deux professeurs en poste en école d'ingénieurs, cet ouvrage est le résultat d'une longue pratique pédagogique dans un établissement sans cesse confronté à la réalité industrielle par le biais de divers projets.

Les tomes 2 et 3, quant à eux, étudient chacun des mécanismes intervenant couramment pour transmettre une puissance entre un moteur et un récepteur.

Ainsi, après avoir abordé les notions de rendement, le tome 2 traite :

- des embrayages et des limiteurs de couple ;
- des boîtes de vitesses (manuelles et automatiques) et des réducteurs ;
- des freins.

Dans le tome 3, la présentation des variateurs de vitesse précède celle des organes transversaux que constituent :

- les roues libres ;
- les courroies et les chaînes ;
- les joints d'accouplement.

L'ensemble de la collection s'adresse aussi aux enseignants préparant des concours (CAPET Sciences de l'ingénieur, Agrégation, PLP...). Les techniciens supérieurs et ingénieurs en charge de projets dans l'industrie y trouveront également une aide précieuse.

Écrire des livres d'ingénierie mécanique qui ne soient pas des catalogues de recettes ou des recueils de normes est une entreprise redoutable. Nous pensons avoir ici évité ce piège à une étape charnière de l'histoire industrielle où le « tout CAO 3D » tend à faire disparaître progressivement le « 2D papier ».

Des choix ont été faits, car il est impossible de tout traiter. Nous souhaitons qu'ils donnent, avec notre démarche, toute satisfaction aux utilisateurs des trois tomes de cette collection.

Remerciements à Benjamin Sauvager, enseignant chercheur à l'ECAM, pour sa précieuse relecture et ses remarques pertinentes.

Les auteurs

Table des matières

PRÉFACE	III
AVANT-PROPOS	V
CHAPITRE 1 • MODÉLISATION DES MÉCANISMES	1
1.1 Pourquoi modéliser les mécanismes ?	1
1.2 Contact entre solides	2
1.3 Les liaisons mécaniques	2
1.4 Marche à suivre pour la réalisation d'un schéma cinématique	6
1.5 Caractère isostatique ou hyperstatique d'une liaison	12
CHAPITRE 2 • DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES POUR LES LIAISONS DE TYPE « ENCASTREMENT »	24
2.1 Introduction	24
2.2 Dispositions constructives	25
2.3 Dimensionnement du dispositif assurant la fonction obstacle	35
CHAPITRE 3 • DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES POUR LES LIAISONS DE TYPE « PIVOT » SUR PALIERS LISSES	45
3.1 Introduction	45
3.2 Régimes de lubrification	45
3.3 Les coussinets massifs	50
3.4 Les coussinets minces	53
3.5 Dimensionnement des coussinets	56
CHAPITRE 4 • DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES POUR LES LIAISONS :	
• DE TYPE « PIVOT » SUR PALIERS ROULANTS	
• DE TYPE « GLISSIÈRE » SUR PALIERS LISSES	63
4.1 Étude comparative (palier lisse/palier avec roulement)	63
4.2 Description d'un roulement	65
4.3 Différents types de roulements	65
4.4 Justification des règles de montage	66
4.5 Énoncé des règles de montage pour les roulements à billes rigides, à rouleaux cylindriques et à rotule	72
4.6 Énoncé des règles de montage pour les roulements à billes à contact oblique (à une rangée de billes), ou à rouleaux coniques	74
4.7 Énoncé de règles de montage pour les arbres longs	77
4.8 Montages particuliers	79
4.9 Dimensionnement des roulements	81
4.10 Les butées	96
4.11 Liaison glissière	98
CHAPITRE 5 • LA LUBRIFICATION	108
5.1 Fluides newtonien et viscosités	108
5.2 Désignation normalisée d'une huile	111
5.3 Modification de la viscosité	112
5.4 Classification et provenance des lubrifiants	113
5.5 Fonction des lubrifiants	113

5.6	Les lubrifiants liquides	115
5.7	Les lubrifiants semi-liquides ou graisses	115
5.8	Les lubrifiants solides	116
5.9	Techniques de lubrification	116
5.10	Exemples de réalisations	121
CHAPITRE 6 • ÉTANCHÉITÉ		126
6.1	Classification des solutions technologiques	126
6.2	Étanchéité statique (ES)	127
6.3	Étanchéité dynamique de rotation (EDR)	129
6.4	Étanchéité dynamique de translation (EDT)	134
6.5	Exemples de réalisations	140
CHAPITRE 7 • MODIFICATION DE LA NATURE DU MOUVEMENT		146
7.1	Introduction	146
7.2	Inventaire des systèmes mécaniques classiques	149
7.3	Détermination graphique des grandeurs cinématiques	149
7.4	Système bielle/manivelle et dérivés	150
7.5	Les cames	161
7.6	Les excentriques	168
7.7	Le système vis/écrou	170
7.8	La croix de Malte	172
CHAPITRE 8 • ÉTUDE CINÉMATIQUE DES ENGRENAGES		183
8.1	Le torseur cinématique, définition et propriétés	183
8.2	Mouvement plan sur plan	185
8.3	Profils conjugués	188
8.4	Axoïdes	193
CHAPITRE 9 • ENGRENAGES À AXES PARALLÈLES		200
9.1	Engrenages cylindriques à denture droite	200
9.2	Définition complète d'une denture droite	201
9.3	Problèmes liés à l'engrènement	205
9.4	Les corrections de denture	206
9.5	Exemples de calcul	206
9.6	Les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale et axes parallèles	208
9.7	Efforts transmis aux paliers par des engrenages à axes parallèles	212
CHAPITRE 10 • ENGRENAGES À AXES NON PARALLÈLES		220
10.1	Engrenages coniques à axes concourants	220
10.2	Engrenages à axes non concourants, dits engrenages « gauches »	225
CHAPITRE 11 • ÉCOCONCEPTION DES PIÈCES MÉCANIQUES		240
11.1	Analyse du cycle de vie d'un produit	240
11.2	Indicateur de performance environnementale en phase de conception	242
11.3	Conception orientée recyclage	245
11.4	Outils d'écoconception	249
11.5	Exemples de réussites industrielles	253
INDEX		261

Modélisation des mécanismes

Introduction

La modélisation des mécanismes est l'ossature de l'ingénierie mécanique. Modéliser les liaisons d'un mécanisme constitue l'étape initiale de la conception. Celle-ci permet, par la suite, de déterminer analytiquement, ou de simuler par logiciel, le comportement futur des pièces à dimensionner en tenant compte des contraintes du cahier des charges. Les outils mathématiques utilisés ici sont les torseurs qui se prêtent bien à la description d'une liaison mécanique.

1.1 POURQUOI MODÉLISER LES MÉCANISMES ?

Prenons comme exemple le sècheuse électrique de la marque Pellenc destiné aux professionnels des métiers de la viticulture et de l'arboriculture. Avant d'obtenir un produit fini commercialisable, le bureau d'étude s'est appuyé sur une solution cinématique, issue d'un brainstorming, schématisée en figure 1.1.

Cette présentation graphique particulière propose, en préambule à l'étude qui va suivre, un mode possible de transformation de mouvement associé à une transmission de puissance entre la pièce d'entrée (ici la vis 1, appartenant à l'ensemble E_1) et la pièce de sortie (couteau mobile repéré 4, appartenant à l'ensemble E_4).

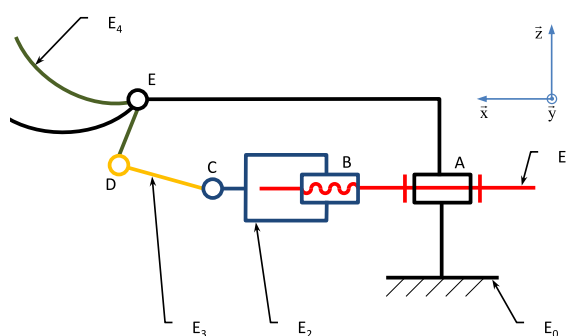


Figure 1.1 SOLUTION CINÉMATIQUE SCHÉMATISÉE

Ce type de schématisation filiforme est appelé « schéma cinématique ». Il utilise des symboles normalisés de liaisons mécaniques. Les différents sous-ensembles qui composent le méca-

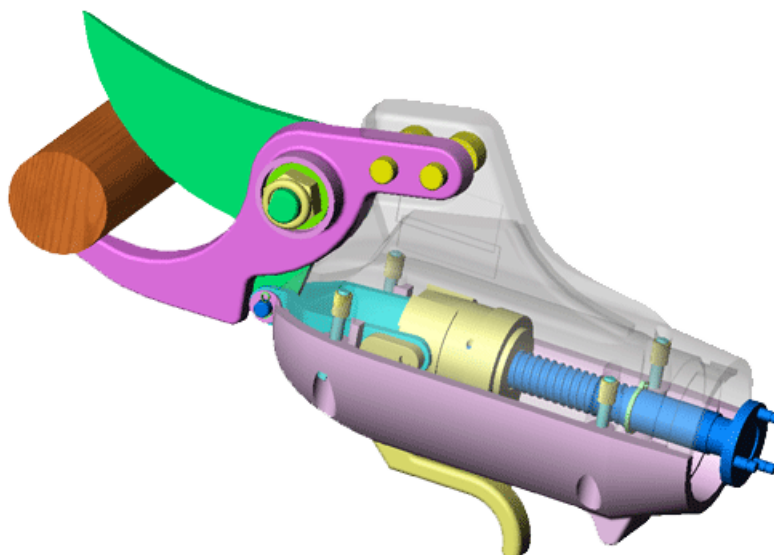


Figure 1.2 SÉCATEUR ÉLECTRIQUE PELLEN

nisme sont chacun distingués par une couleur spécifique. Intéressons-nous à la liaison mécanique au point E. Elle modélise une liaison fréquemment utilisée, dont nous verrons plus loin qu'elle peut être désignée « pivot d'axe $(E, \vec{y})$ ». Son symbole est construit en faisant intervenir deux sous-ensembles.

En regardant de plus près la liaison mécanique au point E, on note que le premier, désigné E_4 , est associé essentiellement au couteau mobile, et que le deuxième concerne le bâti désigné E_0 , plus particulièrement le couteau fixe.

Dans le modèle CAO 3D proposé en figure 1.2, cette liaison apparaît de façon réaliste, après dimensionnement, affectation de la matière, et choix d'une disposition constructive (ici boulon avec écrou freiné). Le schéma filiforme de départ s'est transformé, au terme de l'étude, en dessin de conception.

1.2 CONTACT ENTRE SOLIDES

Pour comprendre les liaisons entre deux pièces, il est nécessaire de passer par une étape de recherche du type de contact. Trois types sont à distinguer : le contact ponctuel, le contact linéique et le contact surfacique.

Le contact ponctuel, représenté à la figure 1.3, est celui d'une sphère sur un plan. Le contact

linéique en figure 1.4 est celui d'un cylindre sur un plan ou d'une sphère dans un cylindre femelle. Le contact surfacique en figure 1.5 est soit celui d'un plan sur un plan ou d'un cylindre mâle dans un cylindre femelle.

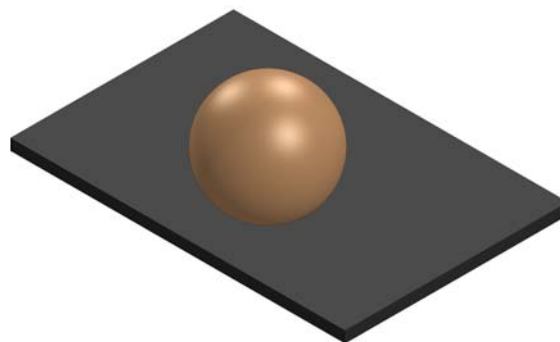


Figure 1.3 CONTACT PONCTUEL

1.3 LES LIAISONS MÉCANIQUES

1.3.1 Introduction

En pratique, il existe dix liaisons mécaniques, sans compter la liaison encastrement qui n'offre pas de degré liberté. Avant de nous intéresser à l'ensemble de ces liaisons, analysons en particulier la liaison entre **1** et **0** illustrée à la

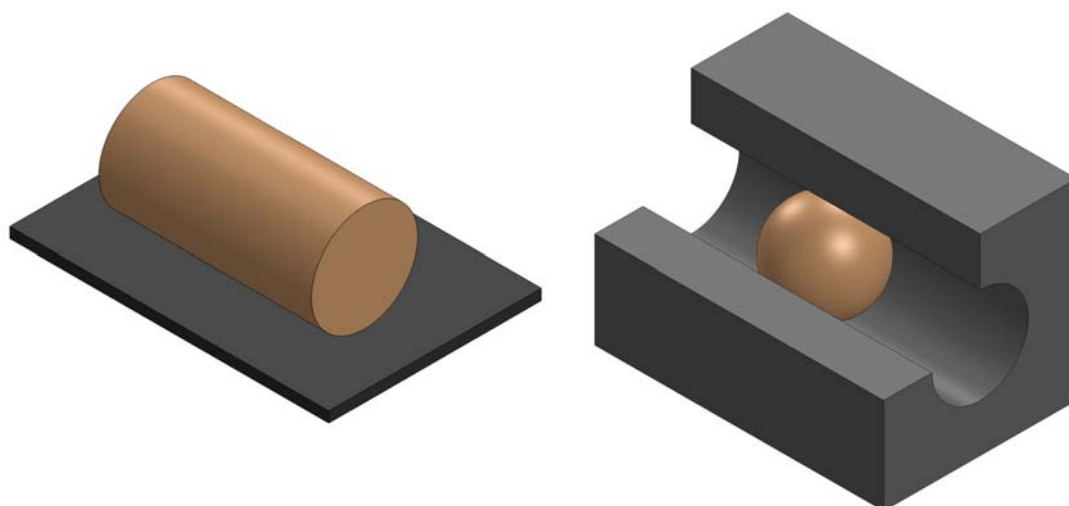


Figure 1.4 CONTACT LINÉIQUE

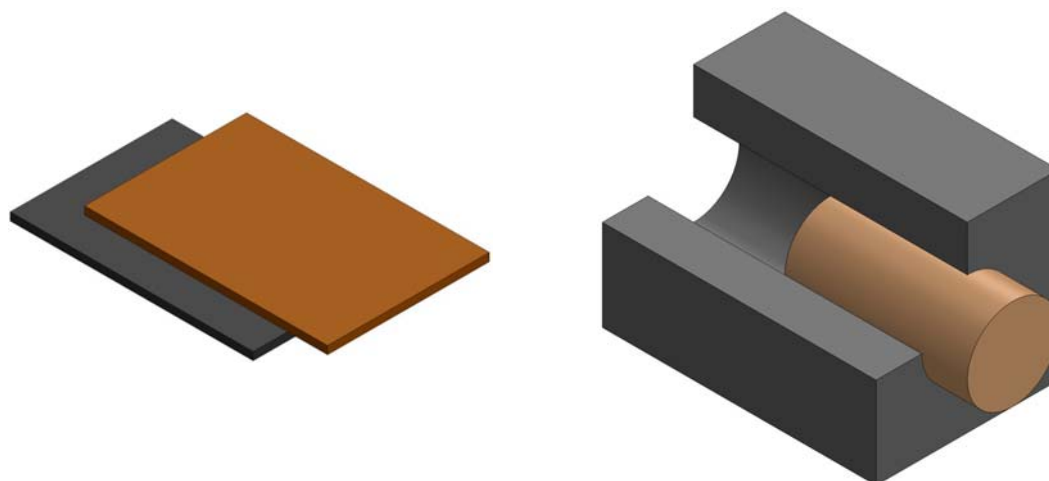


Figure 1.5 CONTACT SURFACIQUE

figure 1.6. Celle-ci est la plus courante des liaisons mises en œuvre dans les systèmes intervenant dans tous les domaines de l'ingénierie mécanique (automobile, robotique, etc.). Désignée « liaison pivot », elle se décrit par ses degrés de liberté dans un repère $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Le tableau 1.1 en donne les possibilités de mouvement en translation et rotation. La liaison pivot a un degré de liberté et, pour le cas étudié, il s'agit d'une rotation autour de l'axe $\vec{x}$. De manière imagée, cette mobilité peut être notée « $R_x = 1$ » (par convention, on adopte le chiffre 1 pour mobilité, et le chiffre 0 pour immobilité).

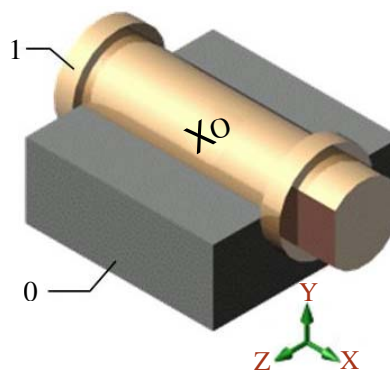


Figure 1.6 LIAISON PIVOT

TABLEAU 1.1 MOUVEMENTS DE LA LIAISON PIVOT

Translation	Rotation
$T_x = 0$	$R_x = 1$
$T_y = 0$	$R_y = 0$
$T_z = 0$	$R_z = 0$

Une liaison entre deux pièces i et j est modélisable par son torseur cinématique noté $\{\tau_c(i/j)\}$ écrit au centre de la liaison O . On désigne ω_x, ω_y et ω_z les composantes de la vitesse angulaire $\vec{\Omega}$ (en rad/s) et v_x, v_y et v_z les composantes de la vitesse linéaire $\vec{V}$ (en m/s). Cette même liaison est également modélisable par son torseur d'action mécanique transmissible noté $\{\tau(i/j)\}$. On désigne X_O, Y_O et Z_O les composantes de la résultante $\vec{R}$ (en Newton) et L_O, M_O et N_O les composantes du moment $\vec{M}$ (en N.m).

Le repère de projection $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ desdits vecteurs apparaît dans l'écriture du torseur conformément à l'exemple ci-après, relatif à la liaison pivot de la figure 1.6 dont le centre de liaison est le point O :

$$\{\tau_c(1/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega} \\ \vec{V} \end{Bmatrix}_O^{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} = \begin{Bmatrix} \omega_x & v_x = 0 \\ \omega_y = 0 & v_y = 0 \\ \omega_z = 0 & v_z = 0 \end{Bmatrix}_O^{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

$$\{\tau(1/0)\} = \begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M} \end{Bmatrix}_O^{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} = \begin{Bmatrix} X_O & L_O = 0 \\ Y_O & M_O \\ Z_O & N_O \end{Bmatrix}_O^{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

Remarque

Dans la suite de cet ouvrage, dans un souci d'allégement des notations, le repère $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ n'apparaîtra plus dans l'écriture du torseur.

Recherche des composantes pour un torseur ci-dessous.

- Pour un torseur cinématique :
 - une rotation autour d'un axe correspond à une vitesse angulaire ω autour de cet axe ;

- une translation suivant un axe correspond à une vitesse linéaire v suivant cet axe.
- Pour un torseur d'actions mécaniques transmissibles :
 - À une privation de translation suivant un axe, correspond l'existence d'un effort non nul suivant cet axe.
 - À une privation de rotation autour d'un axe, correspond l'existence d'un moment non nul autour de cet axe.

La recherche des composantes telle que définie précédemment est rendue possible avec l'hypothèse d'une liaison parfaite (sans frottement) qui ne dissipe pas d'énergie : puissance interne = 0. Cette relation se vérifie par le calcul du comoment du torseur cinématique et du torseur d'action mécanique transmissible :

Puissance interne (1/0)

$$= \{\tau_c(1/0)\} \otimes \{\tau(1/0)\} = 0$$

Avec,

$$\{\tau_c(1/0)\} \otimes \{\tau(1/0)\} = \left\{ \vec{\Omega} \right\} \cdot \left\{ \vec{M} \right\} + \left\{ \vec{V} \right\} \cdot \left\{ \vec{R} \right\}$$

D'où,

$$\{\tau_c(1/0)\} \otimes \{\tau(1/0)\} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} L_O \\ M_O \\ N_O \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_O \\ Y_O \\ Z_O \end{Bmatrix}$$

En réalisant le développement, l'expression du comoment des deux torseurs devient :

$$\{\tau_c(1/0)\} \otimes \{\tau(1/0)\} = (\omega_x \cdot L_O + \omega_y \cdot M_O + \omega_z \cdot N_O) + (v_x \cdot X_O + v_y \cdot Y_O + v_z \cdot Z_O)$$

Pour illustrer cela, prenons comme exemple une liaison glissière parfaite entre un solide **2** et un bâti **0**, défini par son centre de liaison au point B . Pour son degré de liberté qui est une translation d'axe $(B, \vec{x})$, les torseurs associés à cette liaison sont :

$$\{\tau_c(2/0)\} = \begin{Bmatrix} \omega_x = 0 & v_x = 1 \\ \omega_y = 0 & v_y = 0 \\ \omega_z = 0 & v_z = 0 \end{Bmatrix}_B^{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

$$\{\tau(2/0)\} = \begin{Bmatrix} X_B = 0 & L_B = 1 \\ Y_B = 1 & M_B = 1 \\ Z_B = 1 & N_B = 1 \end{Bmatrix}_{\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}}$$

Pour vérifier que la puissance interne entre **2** et **0** est nulle, appliquons la relation du comoment :

$$\{\tau_c(2/0)\} \otimes \{\tau(2/0)\} = (\omega_x \cdot L_B + \omega_y \cdot M_B + \omega_z \cdot N_B) + (v_x \cdot X_B + v_y \cdot Y_B + v_z \cdot Z_B)$$

$$\begin{aligned} \{\tau_c(2/0)\} \otimes \{\tau(2/0)\} &= (0 \cdot 1 + 0 \cdot M_B \\ &\quad + 0 \cdot N_B) + (v_x \cdot 0 + 0 \cdot Y_B + 0 \cdot Z_B) = 0 \end{aligned}$$

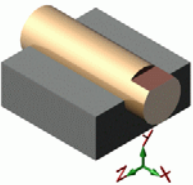
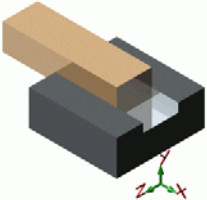
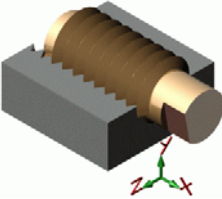
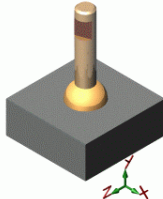
Puissance interne (2/0)

$$= \{\tau_c(2/0)\} \otimes \{\tau(2/0)\} = 0$$

1.3.2 Torseurs associés à l'ensemble des liaisons mécaniques

Pour chacune des liaisons parfaites, le lecteur trouvera dans le tableau 1.2 les torseurs cinématiques et d'actions mécaniques transmissibles associées.

TABLEAU 1.2 LIAISONS MÉCANIQUES ET TORSEURS ASSOCIÉS

Croquis	Liaison	Tableau des degrés de liberté	Torseur cinématique entre les pièces i et j	Torseur d'action mécanique transmissible
	Pivot glissant	Tx – Rx 0 – 0 0 – 0	$O \begin{Bmatrix} \omega_x & v_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$O \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_o & M_o \\ Z_o & N_o \end{Bmatrix}$
	Glissière	Tx – 0 0 – 0 0 – 0	$O \begin{Bmatrix} 0 & v_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$O \begin{Bmatrix} 0 & L_o \\ Y_o & M_o \\ Z_o & N_o \end{Bmatrix}$
	Hélicoïdale	Tx – Rx 0 – 0 0 – 0 Tx et Rx conjugués avec le pas p (en mm/tr)	$O \begin{Bmatrix} \omega_x & v_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$ ω_x et v_x sont conjugués avec le pas p (en mm/tr)	$O \begin{Bmatrix} X_o & pX_o \\ Y_o & M_o \\ Z_o & N_o \end{Bmatrix}$
	Rotule	0 – Rx 0 – Ry 0 – Rz	$O \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}$	$O \begin{Bmatrix} X_o & 0 \\ Y_o & 0 \\ Z_o & 0 \end{Bmatrix}$