# ECT

1re et 2e années

**Sylvain Rondy**
Pierre Berlandi
Gianfranco Niffoi
Nicolas Pierson
Anne-Sophie Pierson-Fertel

PRÉPAS SCIENCES

COLLECTION DIRIGÉE PAR **BERTRAND HAUCHECORNE**

# FORMULAIRE
# MATHÉMATIQUES
# INFORMATIQUE

2e édition

**Les 2 années** en 1 clin d'œil

NOUVEAUX PROGRAMMES !

ellipses

**PRÉPAS SCIENCES**

collection dirigée par Bertrand Hauchecorne

# ECT
## 1re et 2e années

# Formulaire MATHS INFORMATIQUE

## 2e édition

NOUVEAUX PROGRAMMES


ouvrage coordonné par

Sylvain RONDY
*Professeur au lycée Saint Jean (Douai)*

Pierre BERLANDI
*Professeur au lycée Saint Jean (Douai)*

Anne-Sophie PIERSON-FERTEL
*Professeur au lycée Saint Jean (Douai)*

Gianfranco NIFFOI
*Professeur au lycée Saint Michel de Picpus (Paris)*

Nicolas PIERSON
*Professeur au lycée Saint Jean (Douai)*



ellipses

COLLECTION
**PRÉPAS SCIENCES**

Retrouvez tous les titres de la collection
et des extraits sur www.editions-ellipses.fr

ISBN 9782340-066724
©Ellipses Édition Marketing S.A., 2022
8/10 rue la Quintinie 75015 Paris

DANGER
LE PHOTOCOPILLAGE TUE LE LIVRE

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5.2° et 3°a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

# Avant-propos

La réussite en prépa nécessite une acquisition solide des connaissances et une capacité à les mettre en réseau ; elle exige par ailleurs d'en avoir une vision claire et de savoir les mobiliser rapidement. Les deux ouvrages ECT1 et ECT2, de la collection *Prépas sciences* répondent au premier besoin. Ce formulaire vous permettra de satisfaire à cette deuxième exigence.

C'est en effet un résumé clair et concis du cours : définitions, théorèmes et propriétés. Les formules sont mises en valeur par un encadrement sur une trame grisée.

Aucune démonstration n'est faite, aucun exemple n'est proposé, car l'unique objectif est de retrouver le plus vite possible la définition ou la propriété cherchée.

Ce formulaire est structuré en 37 chapitres thématiques, répartis en 5 parties : généralités, analyse, matrices et systèmes linéaires, probabilités, et enfin informatique.

Un index très précis en fin d'ouvrage permet de trouver rapidement et sans hésitation la notion cherchée. Ainsi, ce formulaire est le compagnon idéal pour la préparation des colles, la résolution des exercices et des problèmes mais surtout pour accompagner les révisions avant les concours.

Bertrand Hauchecorne

# Sommaire


## Généralités

1. Calculs ..... 9
2. Sommes et produits ..... 11
3. Ensembles et applications ..... 14
4. Permutations et combinaisons ..... 18

## Analyse

5. Fonctions usuelles ..... 23
6. Généralités sur les fonctions ..... 27
7. Limites ..... 30
8. Continuité ..... 36
9. Dérivabilité ..... 38
10. Suites ..... 42
11. Suites usuelles ..... 45
12. Séries ..... 47
13. Intégration sur un segment ..... 49
14. Intégrales impropres ..... 51

## Matrices et systèmes linéaires

15. Matrices ..... 55
16. Systèmes linéaires ..... 60
17. Polynômes annulateurs ..... 63
18. Diagonalisation des matrices carrées ..... 64

## Probabilités

19. Espaces probabilisés ..... 67
20. Conditionnement et indépendance ..... 70
21. Variables aléatoires : généralités ..... 73
22. Variables aléatoires discrètes : loi et fonction de répartition ..... 74

23. Variables aléatoires discrètes : espérance et variance ... 75
24. Lois discrètes usuelles ... 78
25. Couples de variables finies ... 80
26. Covariance et corrélation ... 82
27. Suites de variables finies ... 84
28. Variables aléatoires à densité ... 85
29. Lois à densité usuelles ... 88
30. Loi faible des grands nombres ... 90
31. Estimation ... 91

## Informatique (Python)

32. Généralités ... 97
33. Librairies ... 100
34. Statistiques ... 104
35. Graphiques ... 105
36. Simulation ... 107
37. Bases de données ... 110

**Index** ... 117

# Généralités

# 1. CALCULS

## Identités remarquables

Si $a$ et $b$ sont deux réels, on a :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

## Opérations sur les fractions

Si $a$, $b$, $c$ et $d$ sont des réels, avec $b$ et $d$ non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \text{ et } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

Si $a$, $b$, $c$ et $d$ sont des réels, avec $b$ et $d$ non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Si $a$, $b$, $c$ et $d$ sont des réels, avec $b$, $c$ et $d$ non nuls, on a :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

## Puissances

Si $n$ et $p$ sont des entiers naturels, on a, pour tout réel $a$ :

$$a^{n+p} = a^n a^p$$

$$\left(a^n\right)^p = a^{np}$$

Si de plus, $a$ est différent de 0, on a : $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

Si $a$ et $b$ sont des réels, on a, pour tout entier naturel $n$ :

$$(ab)^n = a^n b^n$$

Si de plus, $b$ est différent de 0, on a : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

*Il est difficile de faire la différence entre un mathématicien qui dort et un mathématicien qui travaille.*

André Lichnerowicz

# 2. SOMMES ET PRODUITS

### Somme des termes d'une suite constante

$$\forall a \in \mathbb{R},\ \sum_{k=p}^{n} a = (n-p+1)a$$

### Sommes des *n* premiers entiers naturels non nuls

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

### Sommes géométriques

$$\forall n \in \mathbb{N},\ \sum_{k=0}^{n} q^k = \begin{cases} n+1 & \text{si } q = 1 \\ \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \end{cases}$$

Plus généralement : $\forall q \neq 1,\ \forall n \geq p,\ \sum_{k=p}^{n} q^k = q^p \dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$.

### Distributivité, commutativité et associativité

$$\forall \lambda \in \mathbb{R},\ \sum_{k=1}^{n} \lambda x_k = \lambda \sum_{k=1}^{n} x_k \quad (\lambda \text{ ne dépend pas de l'indice.})$$

$$\sum_{k=1}^{n} (x_k + y_k) = \sum_{k=1}^{n} x_k + \sum_{k=1}^{n} y_k$$

## Changement d'indice

Soit deux entiers naturels $n$ et $p$ tels que $p \leq n$.

Changement d'indice : $i = k + 1$.

$$\sum_{k=p}^{n} x_{k+1} = \sum_{i=p+1}^{n+1} x_i$$

## Télescopage

Quels que soient les réels $x_0, ..., x_{n+1}$, on a :

$$\sum_{k=0}^{n} \left( x_{k+1} - x_k \right) = x_{n+1} - x_0$$

## Factorielle

Pour tout entier naturel $n$, on appelle *factorielle* de $n$, et on note $n!$, l'entier naturel défini par $0! = 1$ et, pour tout entier naturel $n$ non nul : $n! = \prod_{k=1}^{n} k = 1 \times 2 \times ... \times n$.

Pour tout $n$ de $\mathbb{N}^*$, on a : $n! = n \times (n-1)!$.

## Produit de termes d'une suite constante

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \prod_{k=1}^{n} \lambda = \lambda^n$$

## Opérations compatibles avec $\prod$

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \prod_{k=1}^{n} (x_k y_k) = \left( \prod_{k=1}^{n} x_k \right) \left( \prod_{k=1}^{n} y_k \right)$$