

# **Matlab**

**Métodos Numéricos Aplicados à Engenharia**

**São Paulo / SP**

**A.M.O.**

**2023**

Este livro é a compilação de anos de pesquisa em eletromagnetismo aplicado, práticas da docência de Algoritmos e Cálculo Numérico para cursos de Engenharia do Dr. Alexandre Maniçoba de Oliveira. Todas as Marcas indicadas nesta obra, são de propriedade de seus respectivos donos. Matlab® e o Logotipo do Matlab são de propriedade da MathWorks, Inc. e todos seus direitos são reservados.



Os códigos de todos os programas deste livro estão disponíveis em:

[https://labmax.org/index.php/matlab\\_engenharia/](https://labmax.org/index.php/matlab_engenharia/)

### Catálogo na publicação

---

A. M. De Oliveira, Dr.

MATLAB/ Métodos Numéricos Aplicados à Engenharia /

A. M. D. O. – São Paulo: CDA, 2023.

183 p.

ISBN 978-65-00-77526-6

1. Engenharia Elétrica. 2. Matlab. Eletromagnetismo Aplicado. 3. Algoritmos. 4. Método dos elementos finitos.

---

**Matlab<sup>®</sup>**

## Métodos Numéricos Aplicados à Engenharia

Mais uma publicação do:



**Laboratório Maxwell**

**Micro-ondas e Eletromagnetismo Aplicado**

Instituto Federal de São Paulo | Campus Suzano e Cubatão

Laboratório Sede

Avenida Mogi das Cruzes, 1501, Suzano, SP, CEP 08673-010  
Bloco A, Sala A108, 11. 2146-1809

Laboratório II

Rua Maria Cristina, 50, Cubatão, SP, CEP 11533-160  
Bloco ADM sala 131 e Bloco Industrial Lab. 217

**Impresso no Brasil**

**[www.labmax.org](http://www.labmax.org)**

ISBN 978-65-00-77526-6



Copyright © 2023 by Alexandre Maniçoba de Oliveira

1ª Edição – Agosto de 2023

**Capa e Autoria:**

A. M. De Oliveira, Dr.

**Editor:**

A. M. De Oliveira, Dr.

**São Paulo / SP**

**A. M. O.**

**2023**

## AGRADECIMENTOS

A DEUS, pelo amor demonstrado a toda humanidade, por dar-me a vida e sua manutenção. Aos meus alunos, por todo apoio, torcida e participação. Agradeço a meu pai e minha mãe (*in memorian*), pela educação proporcionada, a minha esposa, e meu filho pelo apoio e total incentivo. Agradeço também a todos os colegas dos Campus Suzano e Cubatão do IFSP pelo apoio. Agradeço a todos do LabMax em especial o Dr. Antonio Mendes de Oliveira Neto, pelo apoio. Finalmente, gostaria de agradecer a todos os leitores, com o desejo de que vocês encontrem informações úteis nesta obra.

*“Eu creio em mim mesmo. Creio nos que trabalham comigo, creio nos meus amigos e creio na minha família. Creio que Deus me emprestará tudo que necessito para triunfar, contanto que eu me esforce para alcançar com meios lícitos e honestos. Creio nas orações e nunca fecharei meus olhos para dormir, sem pedir antes a devida orientação a fim de ser paciente com os outros e tolerante com os que não acreditam no que eu acredito. Creio que o triunfo é resultado de esforço inteligente, que não depende da sorte, da magia, de amigos, companheiros duvidosos ou de meu chefe. Creio que tirarei da vida exatamente o que nela colocar. Serei cauteloso quando tratar os outros, como quero que eles sejam comigo. Não caluniarei aqueles que não gosto. Não diminuirei meu trabalho por ver que os outros o fazem. Prestarei o melhor serviço de que sou capaz, porque jurei a mim mesmo triunfar na vida, e sei que o triunfo é sempre resultado do esforço consciente e eficaz. Finalmente, perdorei os que me ofendem, porque compreendo que às vezes ofendo os outros e necessito de perdão”.*

***Mahatma Gandhi.***

## APRESENTAÇÃO

O objetivo deste trabalho é apresentar a aplicação da metodologia de aprendizagem baseada em problemas (PBL) para aulas das disciplinas de Algoritmos e Cálculo Numérico em Matlab para cursos de Engenharia, com intuito de comprometer os alunos com a resolução de problemas reais de engenharia através do uso da PBL de tal forma que os mesmos sintam-se inspirados a participar das aulas e desta forma, possam ter um aproveitamento melhor em contraste aos métodos tradicionais de ensino e aprendizagem baseada em explicações totalmente teórica com uso de lousa e giz e na criação de programas de propósito geral em linguagem de programação de baixo e médio nível.

**PALAVRAS-CHAVES:** Engenharia Elétrica, Matlab, Eletromagnetismo Aplicado, Algoritmos, Método dos elementos finitos.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Grade de duas dimensões e no centro, o ponto submetido a análise computacional $V_0$ (HAYT, 1974).....	37
Figura 2 - Exemplo do uso da função <code>fprintf()</code> com texto e valores. ....	41
Figura 3 - Ilustração do site oficial do Matlab.....	63
Figura 4 - Ilustração da janela principal do ambiente Matlab. .	64
Figura 5 - Acesso ao editor de programas Editor. ....	65
Figura 6 - Editor de programas do Matlab.....	66
Figura 7 - Salvar e executar. ....	67
Figura 8 - Programa Olá Mundo! .....	67
Figura 9 - Representação artística de uma imagem térmica da inspeção de três conexões elétricas, onde uma apresenta uma temperatura acima do normal.....	68
Figura 10 - Representação numérica do condutor no instante inicial. ....	70
Figura 11 - Representação numérica do condutor, dividido em sete partes iguais, com a distribuição dos potenciais térmicos ao final do tempo necessário para sua estabilização térmica.....	71
Figura 12 - Detalhe do ícone “Salvar e executar”. ....	74
Figura 13 - Primeira tela da execução do programa. ....	74
Figura 14 - Tela com o detalhe da solicitação das duas temperaturas e o início do processamento. ....	75
Figura 15 - Gráfico impresso no início da execução com os valores de cada um dos sete elementos.....	76
Figura 16 - Gráfico do resultado final da execução.....	76
Figura 17 - Valores do vetor A após 4 iterações.....	77
Figura 18 - Resultado final da análise.....	78

Figura 19 - Modelamento do problema de distribuição de potenciais térmicos. Instante inicial e final representados por um vetor de 7 elementos. ....	79
Figura 20 - Modelamento do problema de distribuição térmica em um condutor representado por um vetor de 22 elementos. Instante inicial e final. ....	80
Figura 21 - Representação do condutor elétrico com um vetor de 22 elementos. ....	81
Figura 22 - Novo modelo matemático para solução do problema de distribuição de potenciais ao longo de um condutor de n elementos. Em detalhe o pseudocódigo para realizar a varredura de todos os elementos. ....	83
Figura 23 - Detalhe do ícone “Salvar e executar”. ....	85
Figura 24 - Detalhe da solicitação das informações iniciais. ....	85
Figura 25 - Resultado final após a quarta iteração. ....	86
Figura 26 - Resultados obtidos com 10, 50, 100, 200 e infinitas iterações. ....	87
Figura 27 - Representação dos potenciais térmicos ao longo dos 50 elementos do condutor em análise. ....	90
Figura 28 - Representação gráfica dos resultados após várias iterações. ....	90
Figura 29 - Análise da diferença entre as curvas de cada conjunto de resultados. ....	91
Figura 30 - Estudo da diferença entre as diversas curvas, cada qual representando um conjunto de resultados. ....	93
Figura 31 - Detalhe do ícone “Salvar e executar”. ....	96
Figura 32 - Janela do Matlab com o detalhe do estado inicial do programa, incluindo o gráfico. ....	97
Figura 33 - Janela do Matlab com o resultado final. ....	98
Figura 34 – Circuito elétrico e seus componentes com seus respectivos valores. ....	106

Figura 35 – Console do Matlab apresentando os resultados do sistema. ....	110
Figura 36 – Gráfico de Erro x Iteração. ....	111
Figura 37 – Gráfico método de Newton. ....	114
Figura 38 – Console e janela gráfica.....	118
Figura 39 – Resultado e gráfico do método de Bissecção. ....	119
Figura 40 – Resultado e gráfico do método de Newton.....	122
Figura 41 – Aproximação de integral por uma reta .....	123
Figura 42 – Aproximação de integral por uma parábola. ....	126
Figura 43 – Aproximação de integral por parábola no método composto. ....	127
Figura 44 – Gráfico do método do Trapézio.....	129
Figura 45 – Inserção de dados e resultado Matlab da regra dos Trapézios.....	132
Figura 46 – Inserção de dados e resultado Matlab da regra de Simpson. ....	134
Figura 47 – Representação gráfica do método linear dos mínimos quadrados. ....	135
Figura 48 – Representação gráfica do método linear dos mínimos quadrados. ....	137
Figura 49 – Console e janela gráfica com os pontos da regressão linear. ....	141
Figura 50 – Console e janela gráfica traçando a curva dos pontos.....	142
Figura 51 – Console e janela gráfica traçando a reta de tendência. ....	142
Figura 52 – Console e janela gráfica com os pontos da regressão polinomial. ....	145
Figura 53 – Console e janela gráfica com polinômio de grau 1. ....	145
Figura 54 – Console e janela gráfica com polinômio de grau 3. ....	146

Figura 55 - Geometrias de Antenas Patch: (a) Alimentação Coaxial; (b) Alimentação em Microlinha; e (c) Alimentação por Abertura (LEE e TONG, 2012). .....	147
Figura 56 - Console do MatLab com a tela do programa proposto. ....	150
Figura 57 - Gráficos feitos pelo programa em MatLab com o Diagrama de Radiação (esquerda) e Padrão de espalhamento dos Planos Elétrico e Magnético (direita). ....	151
Figura 58 - Antena Patch simulada no QucsStudio 4. ....	152
Figura 59 - Site do QucsStudio para download. ....	163
Figura 60 - Download e descompactação dos arquivos do QucsStudio. ....	163
Figura 61 - Tela principal do QucsStudio. ....	164
Figura 62 - Tela do QucsStudio com detalhe de abertura de novo projeto. ....	165
Figura 63 - Detalhe da criação do novo projeto. ....	165
Figura 64 - Detalhe da escolha de componentes em linhas de transmissão. ....	166
Figura 65 - Escolha do componente Substrate e configuração dos seus parâmetros. ....	167
Figura 66 - Detalhe da tela do programa em MatLab com os parâmetros calculados da Antena Patch. ....	168
Figura 67 - Detalhe da Arquitetura da Antena Patch proposta (a); detalhe de cada componente da antena separado que dará origem ao circuito e suas respectivas ligações elétricas, bem como as portas e suas medidas para cada componente; (c) detalhe dos componentes por tipo, seu nome e suas conexões; (d) circuito esquemático completo da Antena Patch projetada. ....	169
Figura 68 - Configuração da simulação de parâmetros S. ....	171
Figura 69 - Detalhe da configuração da Carta de Smith. ....	172

Figura 70 - Detalhe da configuração do gráfico do parâmetro $S_{11}$ .....	172
Figura 71 - Caminhos possíveis para executar a simulação. ..	173
Figura 72 - Área de trabalho do QucsStudio contendo os resultados da simulação do circuito esquemático. ....	173
Figura 73 - Caminhos para criação do layout da Antena Patch. ....	174
Figura 74 - Layout da Antena Patch Projetada. ....	175
Figura 75 - Simulação do layout com o detalhe de parte da malha adotada na simulação. ....	176
Figura 76 - Perda por retorno e Carta de Smith da simulação do layout da Antena Patch projetada. ....	176
Figura 77 - Prova de conceito feita no MatLab Antenna Toolbox. ....	177
Figura 78 - Prova de conceito feita no Ansys HFSS 2021R1. ....	178

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tipo de especificadores	43
Tabela 2 - Caracteres de controle.	43
Tabela 3 - Operadores aritméticos.	47
Tabela 4 - Operadores relacionais.	48
Tabela 5 - Operadores lógicos.	48

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>- INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
1.1	Origem e Evolução do Matlab .....	19
1.2	Principais Características do Matlab .....	20
1.3	Organização do livro .....	22
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>24</b>
2.1	Algoritmo na engenharia.....	25
2.1.1	PBL .....	26
2.2	Método de elementos finitos .....	34
2.2.1	Método das diferenças finitas .....	35
2.2.2	Método da iteração.....	36
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>- COMANDOS E FUNÇÕES DO MATLAB .....</b>	<b>40</b>
3.1	fprintf().....	41
3.2	input().....	45
3.3	Operadores .....	47
3.4	clear .....	52
3.5	clc .....	52
3.6	for .....	52
3.7	if-elseif-else.....	54
3.8	while.....	57

3.9	break.....	58
3.10	continue.....	59
<b>CAPÍTULO 4 - PROGRAMAÇÃO NO MATLAB .....</b>		<b>61</b>
4.1	Meu primeiro programa em Matlab .....	65
4.2	Análise de Potenciais Térmicos em 1D .....	68
4.2.1	Como determinar os potenciais térmicos do fio?..	70
4.2.2	Solução.....	71
4.3	Análise de Potenciais em 1D com maior precisão .....	79
4.3.1	Problema .....	80
4.3.2	Solução.....	82
4.4	Busca automática do resultado com menor custo .....	89
4.4.1	Problema .....	91
4.4.2	Solução.....	93
4.5	Análise de Circuito Através de Sistemas Lineares ....	98
4.5.1	Problema .....	105
4.5.2	Solução.....	106
4.6	Zero Reais de Funções Reais .....	112
4.6.1	Problema .....	114
4.6.2	Solução.....	115
4.7	Integração Numérica .....	123
4.7.1	Problema .....	128
4.7.2	Solução.....	129
4.8	Método dos mínimos quadrados .....	135
4.8.1	Problema .....	139
4.8.2	Solução.....	140
4.9	Projeto de Antena Patch com Matlab + QucsStudio	147

4.9.1	Parâmetros do Projeto da Antena Patch.....	152
4.9.2	Solução.....	152
4.9.3	Simulação EM2D+ no QucsStudio.....	162
4.9.4	Prova de Conceito.....	177

---

# CAPÍTULO 1

## - INTRODUÇÃO

O Matlab é um ambiente de desenvolvimento científico baseado em linguagem de programação para computação numérica e visualização de dados desenvolvido pela MathWorks. É usado amplamente em uma gama de aplicações, incluindo engenharia, ciências, finanças e negócios. Neste livro, sua principal aplicação está voltada a computação numérica de modelos matemáticos aplicados à engenharia. O Matlab é considerado um poderoso ambiente de programação para solução de problemas científicos e de engenharia.

Por ser um ambiente científico de solução numérica, possui um elevado número de funções matemáticas e sua linguagem de programação é classificada como de alto nível, possibilitando realizar o desenvolvimento de programas e a manipulação de dados de maneira estruturada.

Desta forma, pode-se definir o Matlab como uma linguagem de programação de alto nível voltada para a programação científica e tecnológica. Ele permite a rápida e eficiente criação de protótipos de algoritmos, de maneira simplificada quando comparado a outras linguagens de programação de nível mais baixo, como por exemplo o C e o Fortran, sobretudo no que diz respeito ao gerenciamento de memória ou mesmo na definição de variáveis. Tudo isso é tratado de forma nativa pelo interpretador do Matlab, o que resulta em poucas linhas de código para operações matemáticas complexas.

Ele também vem com uma estrutura de dados avançada, como polinômios, matrizes e identificadores gráficos, e fornece um ambiente de desenvolvimento intuitivo.

Além do interpretador principal, o Matlab dispõe de um considerável número de funcionalidades, podendo citar:

*Editor*, um prático ambiente que permite a criação ágil de programas com funcionalidade de preenchimento automático,

recuo automático, navegador de código, possibilidade de execução de instruções e gerenciamento de várias instâncias.

*Editor de variáveis* permite manipular e/ou editar as variáveis como matrizes e analisá-las através de diferentes tipos de gráficos. Você também pode copiar / colar valores de uma planilha ou de outro aplicativo usando o editor de variáveis.

*Visualizadores 3D e 2D* que proporcionam a possibilidade de se representar de forma gráfica, funções, ou mesmo dados processados.

*Análise numérica*, ferramentas computacionais que permitem o estudo de técnicas de aproximação para resolver problemas matemáticos numericamente.

*Simulink*, Sistema de modelamento mecânico, hidráulico, elétrico e de sistemas de controle e que permite aos usuários criar e simular modelos usando uma abordagem baseada em diagramas de blocos, oferecendo uma variada gama de recursos o que permite ao usuário, visualizar os resultados das simulações, analisar os dados obtidos, determinar o desempenho do modelo e mesmo avaliar sua eficácia.

Adicionalmente a estas características, o ambiente Matlab proporciona uma poderosa plataforma de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação (PD&I) podendo ser integrada a