

l'intègre

LES ÉCOLES D'INGÉNIEUR

MARIE-VIRGINIE SPELLER
DAVID BENTOUZA
PATRICK TROGLIA
SOPHIE GALLIX

CONCOURS
PUISSANCE
ALPHA
Tout-en-un

DUNOD

Maquette de couverture : Caroline Joubert (Atelier du Livre)
Mise en page : Belle Page

© Dunod, 2022
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-085061-7

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction.....	IX
-------------------	----

Partie 1 Mathématiques

Chapitre 1	La géométrie	2
	Entraînements	9
	Corrigés.....	12
Chapitre 2	Les équations, les inéquations et les systèmes	16
	Entraînements	19
	Corrigés.....	24
Chapitre 3	L'ensemble de définition d'une fonction.....	33
	Entraînements	34
	Corrigés.....	35
Chapitre 4	L'axe et le centre de symétrie d'une fonction	36
	Entraînements	37
	Corrigés.....	38
Chapitre 5	Les limites	39
	Entraînements	41
	Corrigés.....	43
Chapitre 6	Les dérivées.....	46
	Entraînements	48
	Corrigés.....	50
Chapitre 7	Les fonctions usuelles.....	56
	Entraînements	60
	Corrigés.....	63
Chapitre 8	Les primitives et intégrales	66
	Entraînements	69
	Corrigés.....	71
Chapitre 9	Les suites	74
	Entraînements	76
	Corrigés.....	78
Chapitre 10	Trigonométrie.....	82
	Entraînements	83
	Corrigés.....	85
Chapitre 11	Les nombres complexes.....	88
	Entraînements	91
	Corrigés.....	94
Chapitre 12	Les probabilités	99
	Entraînements	100
	Corrigés.....	101
Chapitre 13	Les lois de probabilités discrètes et continues.....	102
	Entraînements	105
	Corrigés.....	110

Chapitre 14	L'arithmétique.....	117
	Entraînements	118
	Corrigés.....	121

Partie 2

Physique

Chapitre 1	Radioactivité	126
	Entraînements	128
	Corrigés.....	133
Chapitre 2	Décrire un mouvement	136
	Entraînements	138
	Corrigés.....	142
Chapitre 3	Mouvement et force	144
	Entraînements	146
	Corrigés.....	149
Chapitre 4	Mouvement des satellites	152
	Entraînements	154
	Corrigés.....	157
Chapitre 5	Statique des fluides	160
	Entraînements	162
	Corrigés.....	166
Chapitre 6	Dynamique des fluides	169
	Entraînements	172
	Corrigés.....	176
Chapitre 7	Optique	179
	Entraînements	182
	Corrigés.....	186
Chapitre 8	L'énergie : conversions et transferts.....	189
	Entraînements	191
	Corrigés.....	195
Chapitre 9	Caractérisation des phénomènes ondulatoires.....	199
	Entraînements	203
	Corrigés.....	210
Chapitre 10	Interaction lumière matière : effet photoélectrique.....	215
	Entraînements	217
	Corrigés.....	221
Chapitre 11	Étude des systèmes électriques	223
	Entraînements	227
	Corrigés.....	229

Partie 3

Chimie

Chapitre 1	Acide/base.....	232
	Entraînements	233
	Corrigés.....	237
Chapitre 2	Les dosages	240
	Entraînements	242
	Corrigés.....	249

Chapitre 3	Cinétique.....	254
	Entraînements	255
	Corrigés.....	260
Chapitre 4	Oxydoréduction.....	263
	Entraînements	264
	Corrigés.....	267
Chapitre 5	Évolution spontanée d'un système chimique	270
	Entraînements	271
	Corrigés.....	274
Chapitre 6	Piles et électrolyse	276
	Entraînements	277
	Corrigés.....	281

Partie 4 Biologie

Chapitre 1	Génétique et diversification des génomes	286
	Entraînements	287
	Corrigés.....	289
Chapitre 2	Évolution des êtres vivants et évolution de la biodiversité.....	290
	Entraînements	291
	Corrigés.....	292
Chapitre 3	La vie fixée des plantes	293
	Entraînements	294
	Corrigés.....	295
Chapitre 4	La plante domestiquée	296
	Entraînements	297
	Corrigés.....	299
Chapitre 5	La réaction inflammatoire	300
	Entraînements	301
	Corrigés.....	304
Chapitre 6	L'immunité adaptative.....	305
	Entraînements	306
	Corrigés.....	309
Chapitre 7	Le phénotype immunitaire au cours de la vie	311
	Entraînements	312
	Corrigés.....	315
Chapitre 8	Le réflexe myotatique.....	317
	Entraînements	318
	Corrigés.....	321
Chapitre 9	De la volonté au mouvement.....	322
	Entraînements	323
	Corrigés.....	326
Chapitre 10	Le contrôle des flux de glucose	327
	Entraînements	328
	Corrigés.....	330
Chapitre 11	Motricité et plasticité cérébrale.....	332
	Entraînements	333
	Corrigés.....	336

Partie 5

Connaissance verbale et linguistique

Chapitre 1	Rappels de français pour soigner votre copie.....	340
	Entraînements	345
	Corrigés.....	347
Chapitre 2	Compréhension d'un texte en français	351
	Entraînements	358
	Corrigés.....	364

Partie 6

Anglais

Chapitre 1	Les articles	368
Chapitre 2	Les adjectifs, pronoms, quantificateurs et indénombrables.....	369
Chapitre 3	Le pluriel des noms	370
Chapitre 4	Les comparatifs et superlatifs	371
Chapitre 5	Les temps du passé.....	372
Chapitre 6	Les temps du présent	373
Chapitre 7	Subjonctif, futur, conditionnel	374
Chapitre 8	Le discours indirect.....	376
Chapitre 9	Les modaux	377
Chapitre 10	La proposition relative et infinitive	379
Chapitre 11	To ou -ing ?	380
Chapitre 12	Place de l'adverbe.....	381

Partie 7

Concours blancs

Concours blanc 1	385
Épreuve 1 : Mathématiques	385
Corrigés.....	389
Épreuve 2 : Physique-chimie	404
Corrigés.....	409
Épreuve 3 : Biologie	412
Corrigés.....	418
Épreuve 4 : Connaissance verbale et linguistique	422
Corrigés.....	430
Épreuve 5 : Anglais.....	434
Corrigés.....	439
Concours blanc 2	441
Épreuve 1 : Mathématiques	441
Corrigés.....	445
Épreuve 2 : Physique-chimie	458
Corrigés.....	464
Épreuve 3 : Biologie	467
Corrigés.....	473
Épreuve 4 : Connaissance verbale et linguistique	476
Corrigés.....	483
Épreuve 5 : Anglais.....	488
Corrigés.....	493

Introduction

PRÉSENTATION

DU CONCOURS PUISSANCE ALPHA

Le concours Puissance Alpha



❖ Le concours, une nouvelle modalité d'évaluation

Jusqu'à présent, vous aviez sûrement l'habitude d'être évalué par le biais d'examens, c'est-à-dire qu'il vous suffisait d'avoir une note au moins égale à la moyenne (10/20) pour réussir votre examen. C'est le cas du Baccalauréat ou du Brevet des collèges. Il en est de même pour les contrôles et les interrogations. Ces épreuves sont conçues de manière que vous puissiez traiter l'ensemble du sujet dans le temps imparti. Vous obtenez ainsi la note de 20/20 si vous répondez parfaitement à toutes les questions.

Un concours se déroule de manière bien différente, tant sur le plan de l'élaboration du sujet que des conditions de réussite. Contrairement à l'examen, le sujet est élaboré de façon que vous ne puissiez pas tout faire dans le temps imparti. Ainsi, vous pouvez obtenir la note maximale (20/20) à l'épreuve sans avoir traité le sujet entièrement. C'est pourquoi en général, les énoncés de concours paraissent interminables aux élèves... Toutefois, pas de panique ! Si vous n'avez pas pu traiter la totalité des questions du sujet, vous pouvez tout de même avoir très bien réussi. En effet, vous êtes noté et classé par rapport à la meilleure copie de la session. Votre classement est ensuite rapporté au nombre de places offertes lors du concours, ce n'est plus la note supérieure ou égale à la moyenne qui détermine votre réussite. Par exemple, pour un concours offrant 300 places pour 800 candidats, vous pouvez échouer avec une note de 11/20 qui vous classerait 450^e, mais réussir avec une note de 9/20 où vous seriez classés 270^e !

❖ Pourquoi un tel concours ?

En partant d'un choix unique sur Parcoursup, le concours Puissance Alpha vous offre la possibilité d'intégrer l'une des 17 grandes écoles d'ingénieur habilitées CTI. Afin de correspondre au mieux aux attentes, parcours et compétences de chacun, la notation est modulée en fonction des écoles. Au total, 4 000 candidats sont recrutés chaque année.

À l'issue de votre cursus, vous disposerez d'un diplôme niveau bac +5 (avec le titre d'ingénieur) ou d'un bachelor niveau bac +3. Un large panel de métiers dans l'ingénierie s'offre désormais à vous. Vous pouvez aussi compléter votre formation par un troisième cycle dans une école de commerce ou dans une université (Master 2).

❖ À qui s'adresse le concours Puissance Alpha ?

- Aux élèves de terminale générale avec deux enseignements de spécialités scientifiques, telles que les mathématiques, physique-chimie, SVT, NSI et SI : **profil Terminale générale 2 sciences**.
- Aux élèves de terminale générale avec l'enseignement de spécialité mathématiques et une autre spécialité non scientifique : **profil Terminale générale 1 science**.
- Aux élèves de terminale STI2D, STL, STAV : **profil Terminale technologique**.
- Aux élèves titulaires d'un bac général à prépondérance scientifique, STI2D, STL ou STAV, depuis moins de 2 ans : **profil Bac+1/+2**.

Les écoles du concours Puissance Alpha

❖ Modalités d'inscription

Toute la procédure de candidature s'effectue sur Parcoursup, avec en supplément une création de compte sur l'espace candidat pour les profils Terminale générale 2 sciences. À l'issue des étapes de sélection mi-avril, les résultats sont à consulter directement sur Parcoursup à la fin mai.

❖ Quelles écoles pour mon profil

École	Profil général 2 sciences	Profil général 1 science	STI2D	STL	STAV	Profil bac+1/+2
3iL Ingénieurs à Limoges	✓	✓	✓			✓
CPE à Lyon	✓					✓
EBI à Cergy	✓			✓		
EFREI à Paris	✓	✓	✓			✓
ELISA Aerospace à Bordeaux et Saint-Quentin	✓		✓			✓
ESA à Angers et St-Quentin-en-Yvelines	✓	✓		✓	✓	✓
ESAIP à Aix-en-Provence et à Angers	✓	✓	✓	✓		✓
ESCOM Chimie à Compiègne	✓			✓		✓
ESEO à Angers, Dijon et Paris	✓	✓	✓	✓		✓
ESIEA à Laval et Paris	✓	✓	✓	✓		✓
ESIEE à Paris	✓		✓			✓
ESTIA à Bidart	✓	✓	✓	✓		✓
HEI (JUNIA) à Lille	✓		✓	✓		✓
ISEN (JUNIA) à Lille	✓		✓	✓		✓
ISEN Méditerranée à Toulon	✓	✓	✓	✓		✓
ISEN Ouest à Brest, Nantes et Rennes	✓	✓				✓
ISEP à Paris	✓	✓				✓

❖ Notation et déroulement du concours

Profil	Note de dossier (60 % de la note)	Épreuve complémentaire (40 % de la note)	Tarifs si non-boursier et résultats
Profil général 2 sciences	Étude de dossier : notes de Première et Terminale (EC et contrôle continu), pondération supérieure pour les sciences. ¹	4 épreuves écrites, coef. variables : maths, sciences appliquées, anglais, connaissances linguistiques et verbales. ²	120 €. Une note et un résultat d'admission différent pour chaque programme.
Profil général 1 science	Étude de dossier : notes de Première et Terminale (EC et contrôle continu), appréciations des professeurs, projet de formation motivé...	Oral de motivation.	50 €. Une note et un résultat d'admission différent pour chaque programme.
Profil techno	Étude de dossier par le concours : notes de Première et Terminale (EC et contrôle continu), pondération supérieure pour les sciences. ¹	Seconde étude de dossier. ²	50 €. Une note et un résultat d'admission différent pour chaque programme.
Profil bac+1/+2	Étude de dossier par le concours : notes de Première et Terminale (EC et contrôle continu), notes du bac, pondération supérieure pour les sciences. ¹	Seconde étude de dossier. ²	50 €. Une note et un résultat d'admission différent pour chaque programme.

1. Cette note peut être modulée de +40 % par les écoles, selon les prérequis et les programmes.
2. Après l'examen du dossier, les Grands Classés sont exemptés des épreuves complémentaires.

Je prépare le concours !

❖ Je soigne mon dossier scolaire

- ✓ Travaillez régulièrement et sérieusement. Toutes vos notes obtenues en classes de première et terminale interviennent dans le processus d'admission. Vos moyennes en langues et matières littéraires entrent également en ligne de compte.

Attention !

Même si vous vous destinez à une carrière plutôt scientifique, les notes obtenues aux épreuves anticipées de français comptent ! (Voir tableau résumant le déroulement du concours).

Ne négligez donc aucune matière !

- ✓ Participez en classe.
Les appréciations inscrites sur vos bulletins trimestriels sont importantes. En participant en cours, les professeurs remarqueront l'intérêt que vous montrez pour leur discipline.
- ✓ Ayez un comportement irréprochable en cours. Soyez toujours respectueux auprès de vos professeurs et de vos camarades.

❖ Je prépare les écrits

- ✓ **Vous travaillez seul(e)**
Procurez-vous un manuel d'exercices corrigés ou consultez les annales corrigées sur Internet. Exercez-vous en commençant par des questions d'entraînement afin de déceler vos points forts et vos points faibles. Puis accentuez vos révisions sur les thèmes qui vous posent le plus de problèmes. Élaborez enfin un planning (que vous respecterez !) afin de vous donner des objectifs à court et moyen termes.
- ✓ **Vous optez pour de l'aide extérieure**
Si vous rencontrez des difficultés à travailler seul(e), vous pouvez toujours faire appel à des organismes de cours particuliers à domicile ou bien suivre un stage intensif de préparation. Les deux méthodes ont leurs avantages et leurs inconvénients résumés dans le tableau suivant :

	Cours particuliers	Stages collectifs
Avantages	- Flexibilité des horaires. - Pas de déplacement. - Vous avez plus de temps pour aborder les points qui vous posent problème. Vous avez une aide personnalisée. - Vous pouvez poser des questions en dehors du regard des autres.	- Les questions des autres peuvent vous aider. - En groupe, vous abordez plusieurs manières de résoudre les exercices. - Vous rencontrez des personnes qui passent le même concours que vous. Vous pouvez ainsi échanger avec eux. Cela peut avoir un effet plutôt rassurant.
Inconvénients	- Vous êtes seul(e) et ne rencontrez personne passant le même concours. - Vous n'avez pas d'autres points de vue.	- Les horaires et les déplacements sont moins flexibles. - Le professeur est moins disponible que dans le cas d'un cours particulier.
Conclusion	- Le cours particulier permet d'approfondir les notions que vous n'avez pas bien comprises et d'avancer à votre rythme. - Vous sélectionnez les points sur lesquels vous souhaitez travailler en priorité. - Choisissez cette option dans le cas où vous êtes en retard dans vos révisions et que vous avez besoin d'avancer rapidement.	- Le stage intensif vous permet de rencontrer d'autres personnes qui préparent le concours. Cela vous confronte aux réalités de la concurrence. - Si vous optez pour cette solution, vous devez, au préalable, réviser quelques notions afin de ne pas être perdu en route. Le professeur est beaucoup moins disponible que dans le cas d'un cours particulier, vous ne pourrez peut-être pas lui poser toutes vos questions.

	Cours particuliers	Stages collectifs
Attitude à adopter	- Préparez des questions avant l'arrivée de votre professeur. - Cherchez des exercices pour la séance suivante afin de savoir où vous avez des difficultés et pouvoir les combler avec votre professeur. - Abordez, avec votre professeur, les thèmes que vous souhaitez traiter au cours suivant.	- Préparez des questions et des notions que vous souhaiteriez aborder en stage. - Relisez vos notes prises dans la journée le soir en rentrant chez vous. - Faites le travail que le professeur vous donne d'un jour à l'autre. Cela vous permet de mieux saisir les explications lors de la correction.

❖ **Conseils : à emporter avec vous le jour du concours !**

- ✓ Soyez reposé(e) (pas de fête la veille !) car un concours exige une grande concentration et une énorme vivacité d'esprit.
- ✓ Lisez très attentivement les énoncés des exercices et des différentes propositions. Il peut y avoir des subtilités dans le raisonnement. Faites bien attention à ce que l'on vous demande.
- ✓ Vous êtes pénalisé en cas de mauvaise réponse. Ne faites pas confiance au hasard !
- ✓ Si vous ne parvenez pas à résoudre un problème, passez au suivant pour ne pas perdre de temps. Vous pourrez y revenir plus tard. Il est possible que la solution vous paraisse plus évidente après quelque temps.
- ✓ Soignez votre orthographe et surtout... Relisez-vous !

Remerciements

Nous tenons, tout d'abord, à remercier l'équipe d'édition pour sa disponibilité, son soutien et sa confiance. Nous remercions également tous les élèves de terminale, d'écoles d'ingénieur et d'universités rencontrés dans le cadre de travaux dirigés (TD) ou de cours particuliers. Leurs questions, leurs interrogations et leurs doutes ont permis de cerner les points qui leur posaient le plus de problèmes et d'insister ainsi sur les chapitres et les thèmes difficiles.

Nous espérons que cet ouvrage répondra aux attentes des candidats au concours Puissance Alpha. Bonne chance et bon travail à tous !

PARTIE

1

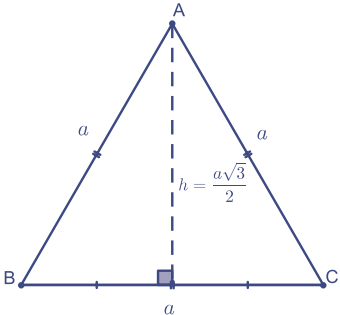
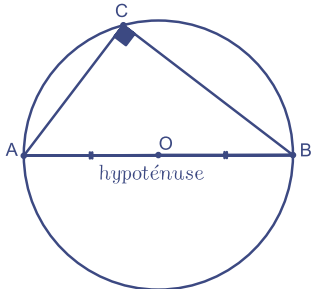
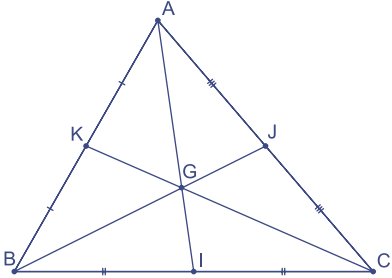
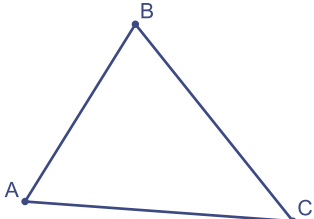
Mathématiques

Chapitre 1

LA GÉOMÉTRIE

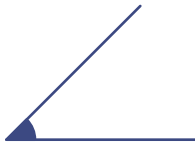
Je fais le point sur mes connaissances

❖ Propriétés dans un triangle

Hauteur d'un triangle équilatéral $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	
Triangle inscrit dans un cercle Tout triangle inscrit dans un cercle et dont un côté est un diamètre de ce cercle est rectangle. L'hypoténuse est un diamètre de ce cercle.	
Médiane et longueur $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AI}$ $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BJ}$ $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CK}$ où G est le centre de gravité du triangle ABC.	
Inégalité triangulaire $AB + BC > AC$	

❖ Angles

Angle aigu



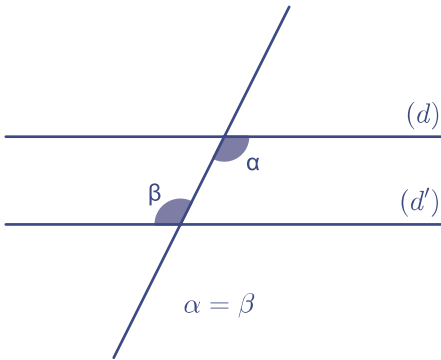
$$\alpha < 90^\circ$$

Angle obtus



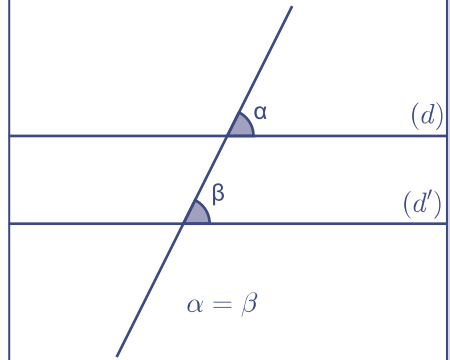
$$\alpha > 90^\circ$$

Angles alternes-internes



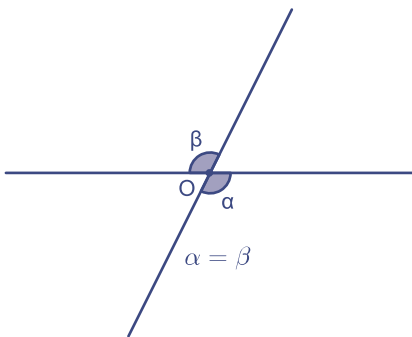
$$\alpha = \beta$$

Angles correspondants



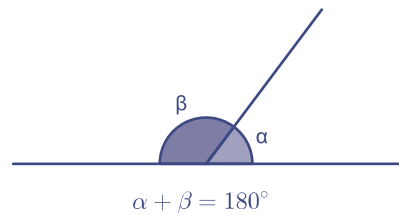
$$\alpha = \beta$$

Angles opposés par le sommet



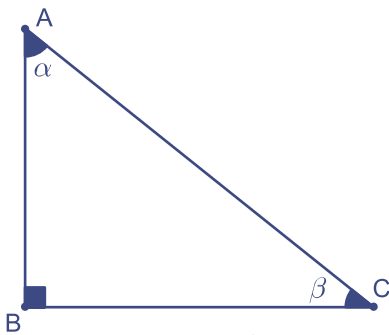
$$\alpha = \beta$$

Angles supplémentaires



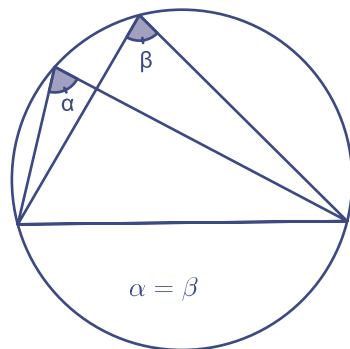
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Angles complémentaires



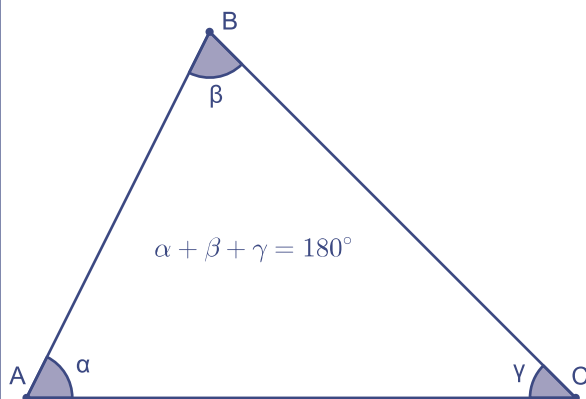
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

Angles interceptant le même arc de cercle

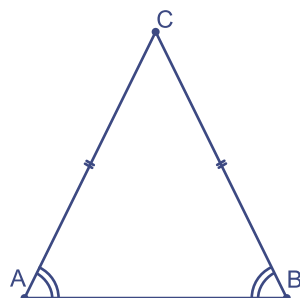


$$\alpha = \beta$$

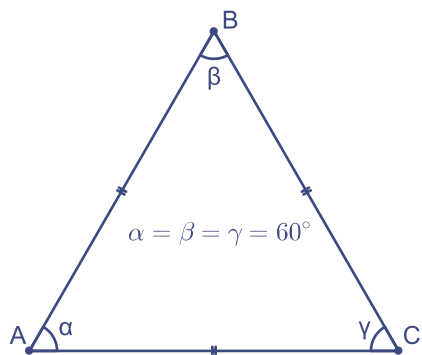
Somme des angles dans un triangle



Angles à la base d'un triangle isocèle

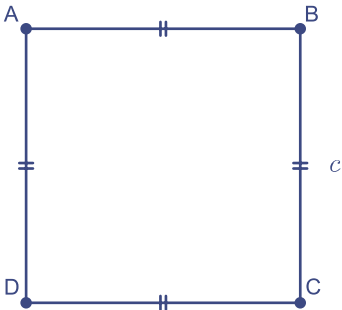
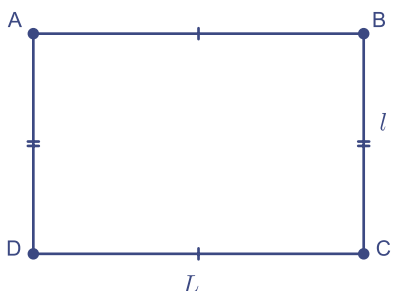
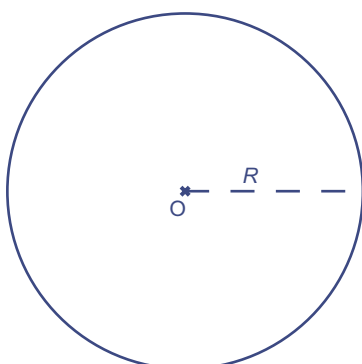
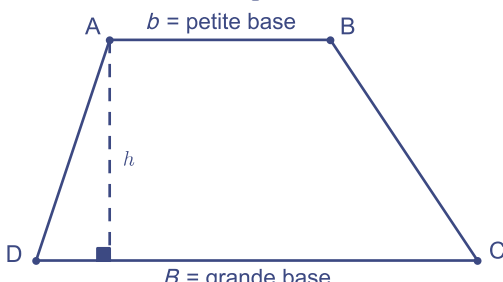


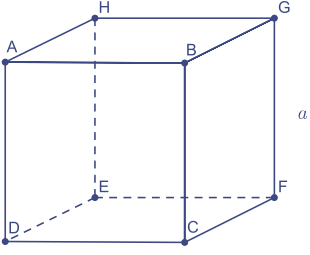
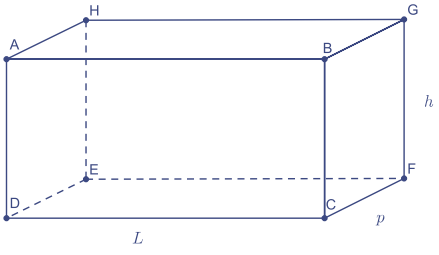
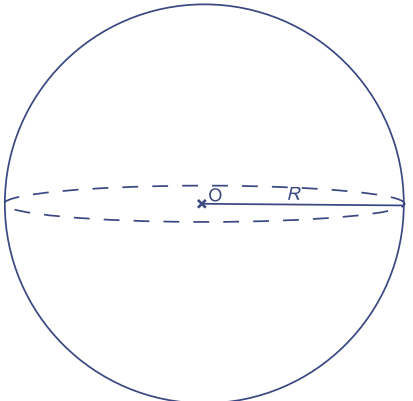
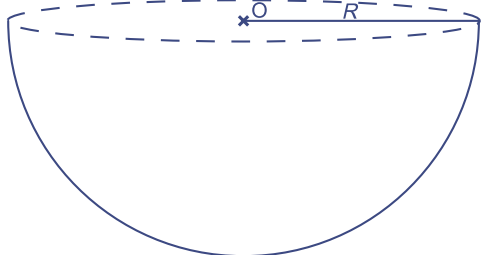
Angles dans un triangle équilatéral

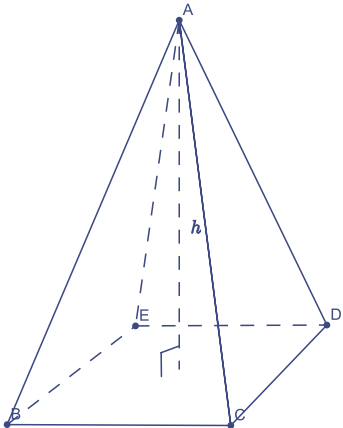
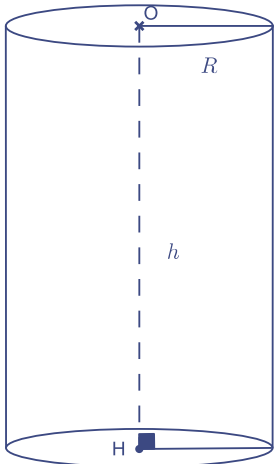
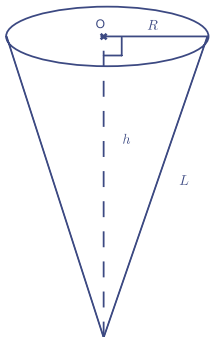


❖ Périmètres, aires et volumes

	Périmètre	Aire
Triangle	somme des côtés	$\frac{\text{base} \times h}{2}$

	Périmètre	Aire
Carré de côté c 	$4c$	$c \times c = c^2$
Rectangle 	$2 \times (L + l)$	$L \times l$
Cercle de rayon R 	$2\pi R$	πR^2
Trapèze 	somme des côtés	$\frac{(B+b) \times h}{2}$

	Aire	Volume
Cube 	$6a^2$	a^3
Parallélépipède rectangle 	$2 \times (Lp + hp + Lh)$	Lhp
Sphère de rayon R 	$4\pi R^2$	$\frac{4}{3}\pi R^3$
Demi-sphère de rayon R 	$3\pi R^2$ si la demi-sphère est pleine $2\pi R^2$ si la demi-sphère est vide	$\frac{2}{3}\pi R^3$

	Aire	Volume
Pyramide 	Aire de base + aire des surfaces latérales (qui sont des triangles)	Aire de base $\times h$
Cylindre 	$2\pi R^2 + 2\pi Rh$	$\pi R^2 h$
Cône de révolution 	$\pi RL + \pi R^2$ où $L = \sqrt{R^2 + h^2}$	$\frac{\pi R^2 h}{3}$

- ❖ Les problèmes de géométrie euclidienne (théorème de Pythagore, théorème de Thalès, droites remarquables d'un triangle, propriétés du triangle rectangle, etc.).
- ❖ Déterminer le périmètre et l'aire d'une figure plane ainsi que l'aire et le volume d'une figure de l'espace.
- ❖ Déterminer les coordonnées d'un point, d'un vecteur, du milieu d'un segment.
- ❖ Montrer l'alignement de trois points.
- ❖ Calculer la longueur d'un segment en fonction des coordonnées de ses points situés aux extrémités.
- ❖ Vérifier qu'un point appartient bien à un ensemble (droite, plan, cercle, etc.). Vous devez vérifier pour cela que ses coordonnées vérifient l'équation de cet ensemble.
- ❖ Calculer la distance d'un point à une droite, à un plan :

Distance d'un point $M(x_M; y_M)$ à une droite d d'équation $ax + by + c = 0$:

$$\frac{|a \times x_M + b \times y_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Distance d'un point $M(x_M; y_M; z_M)$ à un plan P d'équation $ax + by + cz + d = 0$:

$$\frac{|a \times x_M + b \times y_M + c \times z_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- ❖ Calculer le produit scalaire de deux vecteurs :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

- ❖ Dédire des informations à partir d'un produit scalaire (orthogonalité ou colinéarité de deux vecteurs, etc.).
- ❖ Déterminer un lieu géométrique à partir d'une relation :

Relation	Lieu géométrique
$AM = a, a > 0$	Cercle de centre A et de rayon a
$AM = BM$	Médiatrice de $[AB]$
$(AM) \perp (BM)$	Cercle de diamètre $[AB]$
$(AM) \perp (AB)$	Perpendiculaire à (AB) passant par A

ENTRAÎNEMENTS

Exercice 1 Le produit scalaire

1. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, que vaut $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

a. $\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$

c. $xx' + yy'$

b. $xx' - yy'$

d. $\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \sin(\vec{v}, \vec{u})$

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

2. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs, à quoi équivaut « $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux » ?

a. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$

b. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

c. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont égaux en norme

d. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction mais pas le même sens

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

3. Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \end{pmatrix}$ deux vecteurs, quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

a. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 16$

c. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -16$

b. $\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \end{pmatrix}$

d. $\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix}$

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

Exercice 2 Problème d'aires et de volumes

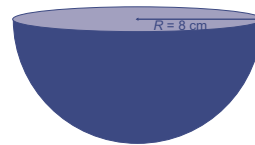
4. Que vaut l'aire de la demi-sphère pleine en sachant que le rayon est égal à 8 cm ?

a. $48\pi \text{ cm}^2$

c. $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^3$

b. $192\pi \text{ cm}^2$

d. On ne peut pas calculer l'aire de cette figure.



	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

5. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) (en reprenant la figure de la question précédente) ?

a. Le volume de la figure est égal à $64\pi \text{ cm}^2$.

b. Le volume de la figure est égal à $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^3$.

c. Le volume de la figure est égal à $\frac{1024}{3}\pi \text{ cm}^3$.

d. Le volume des trois quarts de la figure est égal à $256\pi \text{ cm}^3$.

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

Exercice 3

Un peu de géométrie analytique !

6. Soient $A(4 ; 3)$, $B(3 ; 2)$ et $C(1 ; 5)$, cochez la ou les bonne(s) réponse(s) :

a. $AB = \sqrt{2}$

c. $AC = \sqrt{13}$

b. ABC est isocèle

d. ABC est rectangle

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

7. Quelle(s) est(sont) l'(les) affirmation(s) exacte(s) à propos de l'équation suivante : $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 25$? Il s'agit d'un/une :

a. Cercle de centre $(4 ; 2)$ et de rayon 25

b. Cercle de centre $(4 ; -2)$ et de rayon 5

c. Sphère de centre $(4 ; -2)$ et de rayon 25

d. Sphère de centre $(4 ; 2)$ et de rayon 5

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

8. Quelle est la distance du point $M(2 ; 1 ; 4)$ au plan d'équation :

$$4x - 2y + 5z + 4 = 0 ?$$

a. $2\sqrt{5}$

c. $2\sqrt{10}$

b. $\frac{10}{\sqrt{5}}$

d. $\frac{10}{\sqrt{45}}$

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

9. Quelle est la distance du point $M(4 ; 8)$ à la droite d'équation $y = x + 1$?

a. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

c. $\frac{5}{\sqrt{2}}$

b. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

d. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

10. Soient $A(1 ; 4 ; 3)$, $B(4 ; 2 ; 5)$ et $C(7 ; 0 ; 7)$. Quelle(s) est(sont) l'(les) affirmation(s) exacte(s) au sujet de ces trois points ?

a. A, B et C sont alignés

b. Le triangle ABC est rectangle

c. Le triangle ABC est isocèle

d. Aucune de ces affirmations n'est exacte

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

Exercice 4

Ensembles de points

11. L'ensemble des points M vérifiant que le triangle AMB est isocèle en M est :

a. L'ensemble tel que le point M est équidistant de A et de B

b. La médiatrice de $[AB]$

c. La perpendiculaire à (AB) passant par M

d. Le cercle de diamètre $[AB]$

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

12. L'ensemble des points M vérifiant $AM = 4$ est :

- a. Le cercle de centre A diamètre 4
- b. Le cercle de centre A et de rayon 4
- c. Le cercle de centre A et de diamètre 8
- d. Le cercle de centre A et de rayon 2

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

13. L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$ est :

- a. Le cercle de diamètre [AC]
- b. Le vecteur nul
- c. Le cercle de centre J le milieu de [AC] et de rayon $\frac{1}{2} AC$
- d. Le cercle de centre A et de rayon [AC]

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

14. L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ est :

- a. Le cercle de diamètre [AC]
- b. Le vecteur nul
- c. La perpendiculaire à (AC) passant par A
- d. Le cercle de centre A et de rayon [AC]

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

15. Soit ABC un triangle et G son centre de gravité. L'ensemble des points M vérifiant $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 4$ est :

- a. Le cercle circonscrit au triangle ABC.
- b. Le cercle de centre G et de rayon $\frac{4}{3}$
- c. Le cercle de centre G et de rayon 4
- d. Le cercle de centre G et de rayon 12

	V	F
a	☐	☐
b	☐	☐
c	☐	☐
d	☐	☐

CORRIGÉS

Exercice 1

1. **Bonnes réponses a. et c.** Par définition du produit scalaire

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = xx' + yy'$$

2. **Bonne réponse b.** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ par définition de l'orthogonalité et du produit scalaire.

3. **Bonnes réponses b. et c.** Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \end{pmatrix}$ deux vecteurs,

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times (-12) + 8 \times 4 = -36 + 20 = -16$$

en utilisant la formule $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$ où $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-12 \\ 5+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Exercice 2

4. **Bonne réponse b.** L'aire (ou la surface) d'une demi-sphère pleine de rayon R est donnée par $A = 3\pi R^2$, ainsi avec $R = 8$ cm, $A = 3 \times \pi \times 8^2 = 3 \times \pi \times 64 = 192\pi$ cm².

Attention !

La demi-sphère est pleine, c'est pourquoi son aire est égale à $3\pi R^2$ unités d'aire. Si elle avait été vide, son aire aurait été égale à $2\pi R^2$ unités d'aire.

5. **Bonnes réponses c. et d.** Le volume d'une demi-sphère (pleine ou vide) de rayon

$$R \text{ est donné par } V = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2} = \frac{2}{3}\pi R^3, \text{ soit avec } R = 8 \text{ cm,}$$

$$V = \frac{2}{3} \times \pi \times 8^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 512 = \frac{1\,024}{3} \pi \text{ cm}^3.$$

Le volume des trois quarts de la demi-sphère de rayon R est donné par

$$V = \frac{3}{4} \times \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{1}{2} \times \pi \times 8^3 = \frac{1}{2} \times \pi \times 512 = 256\pi \text{ cm}^3.$$

Rappel :

Le volume d'une sphère est donné par $V_{\text{sphère}} = \frac{4}{3}\pi R^3$ unités de volume et donc le volume d'une demi-sphère (pleine ou vide) est égal à la moitié du volume d'une sphère soit : $V_{\text{demi-sphère}} = \frac{2}{3}\pi R^3$ unités de volume.

Exercice 3

- 6. Bonnes réponses a. et b.** Vous devez calculer les longueurs AB, AC, et BC pour déterminer la nature du triangle ABC :

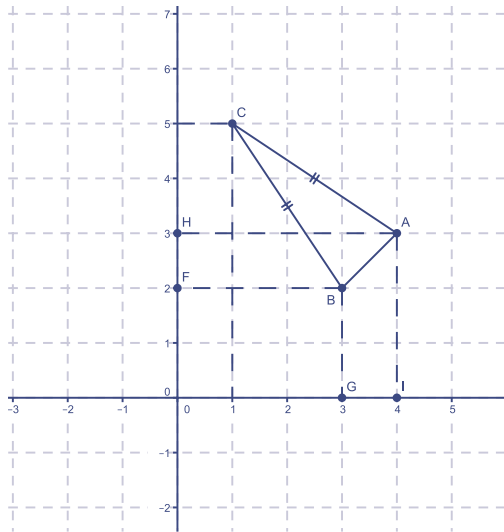
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3-4)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(1-4)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(1-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

Vous en déduisez que le triangle est isocèle en C.

En revanche, il n'est pas rectangle car l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.



- 7. Bonne réponse b.** L'équation $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 25$ correspond à un cercle de centre $(4 ; -2)$ et de rayon 5. En effet le cercle de centre $(a ; b)$ et de rayon R a pour équation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

Attention !

À ne pas confondre avec l'équation d'une sphère de centre (a, b, c) et de rayon R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

- 8. Bonnes réponses a. et b.** La distance d'un point M de coordonnées (x_M, y_M, z_M) à un plan d'équation de la forme $ax + by + cz + d = 0$ est donnée par la formule :

$$\frac{|a \times x_M + b \times y_M + c \times z_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Ainsi, avec les données de l'énoncé :

$$\frac{|2 \times 4 - 2 \times 1 + 5 \times 4 + 4|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 5^2}} = \frac{|8 - 2 + 20 + 4|}{\sqrt{16 + 4 + 25}} = \frac{|30|}{\sqrt{45}} = \frac{3 \times 10}{3\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{5} \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$