

PÉDAGOGIE
PRATIQUE

Le calcul mental

à l'école élémentaire

Les bases du calcul nécessaires
à l'apprentissage des mathématiques

Sylvie GAMO,
Daniel DJAMENT

hachette
ÉDUCATION

PÉDAGOGIE PRATIQUE À L'ÉCOLE

LE CALCUL MENTAL À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

**Les bases du calcul nécessaires
à l'apprentissage des mathématiques**

Sylvie Gamo
Daniel Djament

Les auteurs :

Sylvie Gamo est docteur en mathématiques, professeure à l'IUFM de l'académie de Créteil, université Paris 12, et psychologue des apprentissages (doctorante en psychologie cognitive, université Paris 8).

Daniel Djament est agrégé de mathématiques, docteur de 3^e cycle en didactique des mathématiques, professeur à l'IUFM de l'académie de Créteil, université Paris 12.

Leurs publications :

Sylvie Gamo, *La Résolution de problèmes au cycle 3*, Bordas, 2001.

Sylvie Gamo, *La Résolution de problèmes au cycle 2*, Bordas 2007.

Daniel Djament, « Réhabiliter le calcul mental, un enjeu essentiel de l'enseignement des mathématiques dès l'école primaire », *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public*, n° 403, septembre-octobre 1996.



Pour Hachette Éducation, le principe est d'utiliser des papiers composés de fibres naturelles, renouvelables, recyclables, fabriqués à partir de bois issus de forêts qui adoptent un système d'aménagement durable.

En outre, Hachette Éducation attend de ses fournisseurs de papier qu'ils s'inscrivent dans une démarche de certification environnementale reconnue.

Couverture : Domino

Réalisation : Marion Fernagut

© Hachette Livre, 2009, 43, quai de Grenelle, 75905 Paris Cedex 15

ISBN : 978-2-01-181323-7

www.hachette-education.com

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que « les analyses et les courtes citations » dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

SOMMAIRE

Introduction	5
1. Les tout premiers jours de CP	15
2. Les premiers calculs mentaux au CP	19
3. La table d'addition	21
4. La table de soustraction	25
5. La table de multiplication	29
6. Deux enjeux essentiels du calcul mental	33
7. Le loto du calcul mental	37
8. Initier à l'estimation d'un résultat	41
9. Une bonne habitude à prendre	47
10. Choisir l'ordre des termes	49
11. Calcul mental et comparaison	51
12. Dédire un résultat d'un autre (1)	55
13. Dédire un résultat d'un autre (2) Les « presque doubles » en CP et en CE1	59
14. La formule magique : $2 \times 5 = 10$	61
15. Quatre jeux numériques classiques	63
16. La falaise (jeu numérique aux multiples variantes)	71
17. Les carrés magiques	75
18. Les carrés magiques multiplicatifs	83
19. La carte manquante (activité numérique par groupes)	89
20. Des jeux autour des compléments à 10, 15, 20, 100	93
21. Un memory des tables de multiplication	97
22. L'intrus (activité numérique individuelle ou par groupes)	99
23. Le jeu des boîtes (activité numérique par groupes)	103
24. Les grilles multiplicatives	107
25. Des Sudokus pour progresser en calcul mental	113

26. Fabriquer et jouer au jeu du Mikado	129
27. Les triangles magiques (calcul mental et problèmes de recherche)	133
28. Les calculs relatifs au temps	141
29. Synthèse des progressions telle qu'elle apparaît dans les manuels ...	143
30. Place du calcul mental en 6 ^e	153
Conclusion	157

INTRODUCTION

Il y a quelques décennies, on ne parlait pas de mathématiques à l'école élémentaire, mais de calcul. Les calculatrices n'existaient pas, et l'apprentissage des techniques opératoires représentait une part très importante du temps scolaire. La pédagogie du problème était le plus souvent stéréotypée. Les temps ont changé, les calculatrices sont universellement répandues et il y a maintenant une ambition affichée d'initier les jeunes élèves à une véritable activité mathématique. En particulier, la pédagogie du problème a été profondément repensée, les problèmes ouverts, à solutions multiples, à habillages très variés, etc., sont couramment pratiqués.

Paradoxalement, les résultats sont loin d'être à la hauteur de nos espérances, et force est de constater que de nombreux élèves sont en échec dans tous les aspects des mathématiques dès l'école élémentaire.

Il est hors de notre propos d'analyser ici toutes les causes de l'échec scolaire, mais nous tenons à mettre l'accent sur un point : en dépoussiérant un enseignement qui en avait bien besoin, on a négligé la pratique de la base la plus fondamentale des mathématiques, à savoir le calcul.

Il n'est évidemment pas question de revenir sur les ouvertures considérables de ces dernières années, mais de comprendre qu'apprendre à calculer est une activité primordiale, qui demande d'exercer la mémoire et les mécanismes, mais aussi l'intelligence.

Cette activité est primordiale pour trois raisons. La première concerne la vie courante : il n'est pas question de gérer ses comptes sans dominer les calculs élémentaires et il est grotesque d'aller acheter ses pommes de terre en tenant en main sa calculatrice. La deuxième concerne la résolution de problèmes. Dans cette activité, l'élève ne prend plaisir à la réflexion que s'il est libéré des calculs les plus simples, qu'il doit être capable d'effectuer très rapidement. La troisième tient à l'allongement de la scolarité : comment s'imaginer que des élèves seront à l'aise dans des calculs algébriques, et en comprendront la signification, s'ils sont déjà désarmés devant les calculs numériques les plus basiques ?

Le calcul exerce la mémoire, l'apprentissage par cœur des résultats élémentaires, c'est-à-dire des tables, est indispensable. À quoi peut bien servir la technique opératoire de l'addition, par exemple, si on ne connaît pas par cœur $8 + 4$?

Il est vrai que les calculatrices diminuent la pratique des opérations posées, qui calcule aujourd'hui à la main le produit de 2 489 par 758 ? Mais attention, on ne domine la machine que si l'on a derrière soit une certaine habitude du calcul posé et une compréhension de la numération. N'oublions pas que notre système de numération de position doit son succès au fait qu'il facilite considérablement les techniques opératoires. Qui n'a jamais vu avec tristesse un élève prendre sa machine pour multiplier par 10 ? Et parfois sans succès ! S'imaginer que l'on deviendra un virtuose de la machine sans avoir

été initié au calcul est aussi illusoire que penser que le traitement de texte dispense d'apprendre à écrire.

Mais si le calcul posé, bien que toujours indispensable, perd un peu de son importance, il en est un autre que l'usage de la calculatrice devrait renforcer, c'est le calcul mental. En effet, outre l'indispensable familiarité avec les nombres qu'il permet d'acquérir, le calcul mental, exact ou approché, prépare aux règles de l'algèbre et à l'acquisition des ordres de grandeur.

De plus, le calcul mental est parfaitement adapté aux deux principes du calcul :
– on apprend à calculer pour ne pas avoir à calculer. Tout bon calculateur réfléchit avant de calculer, cherche à simplifier, calcule peu et donc calcule bien. La pratique de l'enseignement des mathématiques montre que plus les élèves sont en difficulté, plus ils effectuent de calculs. Ce principe s'enseigne dès le plus jeune âge, calcule-t-on $12 + 15 - 12$ en calculant $12 + 15$ ou $35 \times 56 \times 0$ en commençant par 35×56 ? Certainement pas !

– on n'effectue jamais un calcul dont on ne connaît à l'avance le résultat. Ce principe de physicien est évidemment provocateur, il signifie que si l'on n'a aucune idée du résultat, on ne comprend pas vraiment le calcul que l'on effectue. C'est pourquoi il nous paraît de la plus haute importance, avant de poser toute opération, de demander aux élèves d'estimer le résultat ou de leur proposer le bon résultat en concurrence avec d'autres évidemment faux et leur demander de choisir. Nous savons très bien qu'un jour, les élèves n'effectueront plus leurs calculs numériques qu'à la machine, mais nous visons deux attitudes : le recours à la machine ne se fait que si le calcul n'est pas immédiat et il doit être précédé de la question : « Ça fait à peu près combien ? »

Dans cet ouvrage, nous proposons un renouveau du calcul mental. Ce calcul ne vise pas toujours le résultat exact, il forme également à l'estimation de l'ordre de grandeur, il n'est pas utile que pour les calculs quotidiens, il prépare aussi à la pratique de l'algèbre, il n'est pas qu'une simple mécanique, il contient en germe toute l'intelligence du calcul, il ne constitue pas un retour vers le passé, il est la clé des progrès à venir.

Les moments de calcul mental

La circulaire (n° 2007-051 du 2-3-2007) sur l'enseignement du calcul pour la mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences (B.O. n° 10 du 8 mars 2007) précise que « le calcul mental doit faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes. L'entraînement au calcul mental doit être quotidien dès le CP et se prolonger tout au long de l'école élémentaire. Il s'appuie sur la connaissance parfaite de la table d'addition puis de la table de multiplication. Les maîtres alternent les moments d'entraînement et ceux qui permettent de concevoir des méthodes et de comparer leur efficacité. Les premiers permettent aux maîtres et aux élèves eux-mêmes de contrôler les acquisitions et de renforcer les acquis. Ils sont brefs

et peuvent se pratiquer selon le procédé La Martinière. Les seconds sont plus longs : le maître prend le temps de comparer avec les élèves diverses méthodes, de voir lesquelles sont les plus efficaces et de les analyser en vue de leur systématisation. Le calcul mental est l'occasion d'utiliser des propriétés sur les opérations : pour calculer 4×26 , on peut choisir d'effectuer $4 \times 25 + 4 \times 1$, ou aussi $26 \times 2 \times 2$, ou encore $4 \times 20 + 4 \times 6$. Trois objectifs dans l'enseignement du calcul mental, prolongés au collège, sont ainsi mis en évidence : l'automatisation des calculs simples, la mise en place de méthodes pour les calculs plus complexes d'une part et pour le calcul approché d'autre part ».

Les instructions officielles pour le calcul mental au cycle 2

L'apprentissage des nombres débute à l'école maternelle et se poursuit à l'école élémentaire et au-delà. Concernant le calcul mental, même si à l'école maternelle des élèves acquièrent des connaissances quant à la mémorisation de certains résultats traités par manipulation, son apprentissage évolue très rapidement dès le CP avec l'apprentissage des deux aspects de la numération : le nombre en tant qu'outil et objet.

« L'apprentissage des mathématiques développe l'imagination, la rigueur et la précision ainsi que le goût du raisonnement. La connaissance des nombres et le calcul constituent les objectifs prioritaires du CP et du CE1. La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations. Conjointement une pratique régulière du calcul mental est indispensable. Des premiers automatismes s'installent. L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification » (Programmes 2008, B.O. hors-série n° 3 du 19 juin 2008, p. 18).

La place du calcul mental au cycle 2

La place du calcul mental a été régulièrement réaffirmée dans les textes.

« L'entraînement au calcul mental doit être quotidien dès le CP et se prolonger tout au long de l'école élémentaire. C'est au cycle 2 que les élèves élaborent les bases de calcul mental, en particulier dans le domaine additif. Il s'appuie sur la connaissance progressive de la table d'addition puis de la table de multiplication. Les compétences correspondantes doivent donc être développées en priorité, notamment à travers le calcul réfléchi. L'appropriation progressive de résultats mémorisés et l'élaboration de procédures s'appuient souvent en ce domaine sur les caractéristiques des désignations orales des nombres, ce qui implique qu'on ne s'en tienne pas aux seuls exercices écrits. Les procédures utilisées doivent être explicitées et faire l'objet d'échanges entre les élèves. C'est l'occasion d'insister sur la diversité des procédures utilisables pour traiter un même calcul » (Programmes de l'école 2007, B.O. hors-série n° 5 du 12 avril 2007, p. 63). Dans les programmes de 2008, les

instructions insistent sur la construction des résultats mémorisés et précisent que les élèves « mémorisent et utilisent les tables d'addition et de multiplication (par 2, 3, 4 et 5) ». « L'entraînement quotidien au calcul mental permet une connaissance plus approfondie des nombres et une familiarisation avec leurs propriétés » (p. 18).

À propos du calcul mental, les programmes de l'école élémentaire distinguent deux types de calcul : le calcul automatisé (calcul fondé sur des résultats mémorisés) et le calcul réfléchi exact ou approché. Le calcul mental ne fait pas intervenir les techniques opératoires posées.

Cependant, dans ce domaine, il convient de distinguer ce qu'il faut mémoriser ou automatiser (les tables, quelques doubles et moitiés, le calcul sur les dizaines et les centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure...) et ce qu'il faut être capable de reconstruire et qui relève du calcul réfléchi, c'est-à-dire de rendre plus simple un calcul, en procédant par étapes et en s'appuyant sur ce qui est connu.

Dans le socle commun de connaissances et de compétences attendues à la fin du CE1 qui est rappelé dans les programmes de 2008 (p. 20), la compétence 3 concernant les principaux éléments de mathématiques et de culture scientifique précise pour le calcul mental que « l'élève est capable de : [...] « – restituer et utiliser les tables d'addition et de multiplication par 2, 3, 4 et 5 ; « – calculer mentalement en utilisant des additions, des soustractions et des multiplications simples ; [...] ».

Organiser la progressivité des apprentissages au cycle 2

Les programmes de 2008 sont complétés (p. 33) par des indications de repères annuels pour organiser la progressivité des apprentissages. Seules des connaissances et compétences nouvelles sont mentionnées dans chaque colonne.

Pour chaque niveau, les connaissances et compétences acquises dans la classe antérieure sont à consolider.