

Stéphane Champmartin

Analyse dimensionnelle

Principes de base, méthodes et applications

DUNOD

© Dunod, 2026
11, rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-10-089561-8

Table des matières

	Avant-propos	V
1	Introduction à l'analyse dimensionnelle	1
	1. Approche intuitive	2
	2. Grandeur, dimension et unité	11
	3. Principes de base de l'analyse dimensionnelle	17
	3.1 Invariance par changement d'unités	17
	3.2 Principe d'homogénéité	19
	3.3 Formes monômes dans les lois	19
	4. Méthode de Rayleigh	23
	5. Théorème de Vaschy-Buckingham	29
2	Applications de l'analyse dimensionnelle	46
	1. Problèmes d'électromagnétisme	46
	2. Problèmes de mécanique des fluides	63
	3. Problèmes de mécanique des solides	92
	4. Problèmes divers	104
3	Optimisation de l'analyse dimensionnelle	122
	1. Optimisation par minimisation de n	122
	2. Optimisation par maximisation de m	166
	3. Optimisation par minimisation de $n - m$	182
4	Similitudes	191
	1. Introduction	191
	2. Principaux types de similitudes	196
	2.1 Similitude géométrique	196
	2.2 Similitude temporelle	197
	2.3 Similitude cinématique	197
	2.4 Similitude dynamique	197
	2.5 Similitude thermique	198

2.6	Similitude massique	199
2.7	Limites des règles de similitude	199
3.	Exemples d'application	201
5	L'analyse dimensionnelle au-delà des sciences dures	228
1.	Généralisation de la notion de dimension	228
2.	Limites et difficultés	230
3.	Exemples d'application	232
	Annexes	248
	Bibliographie	261
	Index	266

Avant-propos

L'analyse dimensionnelle est souvent le « parent pauvre » des sciences de l'ingénieur. Basée sur des concepts et des techniques mathématiques simples, elle est souvent traitée avec une certaine désinvolture, comme si simplicité et intérêt scientifique étaient deux notions contradictoires. Dans l'enseignement en France, elle n'apparaît qu'à partir de la classe de terminale scientifique sous la forme de notions élémentaires (principe d'homogénéité) et n'est abordée plus en détail que dans l'enseignement supérieur où elle se résume, la plupart du temps, à un court chapitre vite expédié. Les étudiants tendent alors à penser que l'analyse dimensionnelle se résume à vérifier *a posteriori* la justesse d'un résultat mais passent souvent à côté de sa capacité à en prédire de nouveaux. Corrélativement, il n'existe que peu d'ouvrages lui étant pleinement consacrés. La grande majorité de ces ouvrages concerne l'application de l'analyse dimensionnelle à la physique ((Bridgeman, 1922), (Ipsen, 1960), (Barenblatt, 1987), (Saumont, 1988), (Lemons, 2017)). Les disciplines où elle est le plus couramment utilisée sont sans aucun doute la mécanique des fluides ((Comolet, 1958), (Sedov, 1993), (Chemloul, 2020)) et le génie des procédés ((Ducept, Loubière, & Delaplace, 2014), (Delaplace, Loubière, Ducept, & Jeantet, 2015)). Comme nous le verrons dans ce livre, son utilité a pourtant une portée bien plus grande pouvant même apporter des réponses dans les sciences humaines et sociales (économie notamment). La biologie, qui semble être « la science » du XXI^e siècle, peut également tirer profit de l'analyse dimensionnelle. Sur le principe, elle peut s'appliquer à toute discipline utilisant les mathématiques comme langage (malheureusement, elle s'applique mal à la chimie qui a choisi d'autres moyens d'expression). Au-delà de donner la forme générale des lois de la Nature, elle met également en évidence le lien entre les différents « acteurs » impliqués dans un phénomène. Pour filer la métaphore cinématographique, elle permet de construire le « casting d'un film » en distinguant les premiers rôles, les rôles secondaires et les simples figurants.

L'objectif de ce livre est de donner la vision la plus claire des possibilités mais aussi des limites de l'analyse dimensionnelle. Soyons clairs, cette technique n'est pas la panacée et ne permettra jamais de résoudre un problème entièrement. Dans tous les cas, elle ne donnera d'un phénomène qu'une vision partielle. Comme le dirait un mathématicien, elle permet d'obtenir la résolution d'un problème « à l'ordre zéro ». En des termes moins savants, elle permet de simplifier la résolution d'un problème pour en donner une vision d'ensemble, mettant en avant l'influence des principales grandeurs impliquées mais sans se préoccuper des détails dont les effets sont secondaires. Dans la démarche scientifique, c'est souvent la première étape à franchir avant de se lancer dans une étude plus poussée dont la complexité est souvent rédhibitoire. Son application constitue donc un gain de temps substantiel et une base solide pour aller plus loin. Un autre apport de l'analyse dimensionnelle est la possibilité de prédire des résultats grâce aux règles de similitudes : sans connaître la loi mathématique gouvernant un phénomène donné, il est possible de

déduire des informations à partir de mesures sur des modèles réduits (maquettes). C'est une approche bien connue des hydrauliciens ou des aérodynamiciens pour dimensionner tout type de véhicules (bateaux, trains, voitures...) mais aussi des ingénieurs en génie civil pour concevoir des structures résistantes au vent, aux séismes (ponts, barrages, digues, gratte-ciels...).

Le présent ouvrage est organisé de la manière suivante : le premier chapitre, introduit les outils utilisés dans l'analyse dimensionnelle en commençant par des approches intuitives puis en définissant les principaux concepts qu'elle manipule : grandeur, dimension, unité, homogénéité, invariance, formes en produits de monômes, grandeurs liées ou indépendantes. Il se poursuit par la présentation de la méthode de résolution de Rayleigh et se conclut par le théorème de Vaschy-Buckingham qui est la pierre angulaire de l'analyse dimensionnelle. Le deuxième chapitre contient de nombreuses mises en application de ces notions à des problèmes dont les thématiques balaient une grande variété de domaines de la physique. Le troisième chapitre montre qu'il est possible, dans de nombreux cas, d'optimiser la résolution d'un problème par la formation de « nouvelles grandeurs » ou l'introduction de « nouvelles unités » dans la mesure où l'on possède une culture scientifique suffisante. Le quatrième chapitre est consacré à la théorie des similitudes avec encore une fois de nombreux exemples de problèmes résolus. Le chapitre 5 propose ensuite une ouverture de l'analyse dimensionnelle à d'autres domaines que la physique comme l'économie ou les sciences humaines et sociales, domaines où elle a été très peu employée. Enfin un complément web, disponible sur le site dunod.com à la page de présentation de l'ouvrage, invite le lecteur à résoudre des problèmes par l'analyse dimensionnelle en les complétant par des « expériences de coin de table » réalisables à la maison avec du matériel facilement accessible et peu onéreux.

Ce livre cible principalement les enseignants et les étudiants des filières scientifiques de l'enseignement supérieur, que ce soit à l'université ou en école d'ingénieurs. Il ne nécessite aucune expertise mathématique avancée si ce n'est quelques notions d'algèbre linéaire. Les quelques démonstrations qu'il expose ne sont pas essentielles à l'application de l'analyse dimensionnelle, leurs résultats pouvant être admis tels quels. Dans sa forme, cet ouvrage est donc principalement un livre basé sur l'apprentissage par l'exemple. Sa rédaction a été pensée pour le rendre le plus pédagogique possible et les applications choisies ont été sélectionnées dans un souci d'originalité et de diversité afin d'englober les disciplines scientifiques les plus variées. L'auteur a également souvent souhaité donner à ce livre une « touche » plus physique en mettant l'accent sur le rôle et la signification des nombres sans dimension formés, sur l'importance de la validité des lois établies et en élargissant les résultats théoriques obtenus en les appliquant numériquement à des situations concrètes. Il reste à espérer que cet ouvrage permettra dorénavant à ses lecteurs d'aborder systématiquement un problème par cet outil formidable qu'est l'analyse dimensionnelle.

Introduction à l'analyse dimensionnelle

Introduction

Le but de l'analyse dimensionnelle est d'obtenir un certain nombre d'informations à partir des liens existants entre les grandeurs impliquées dans les phénomènes physiques. Ces phénomènes sont généralement décrits par des équations différentielles complexes dont la résolution, quand elle est possible, exige un bagage mathématique avancé. Nous allons voir que l'analyse dimensionnelle permet de contourner la difficulté de la résolution de ces équations. C'est donc un moyen rapide d'appréhender la physique d'un phénomène, même si elle n'en donne qu'une description partielle. En d'autres termes, elle permet de « dégrossir » un problème facilement. On pourrait dire que l'analyse dimensionnelle permet la prévision de la forme générale d'une loi physique à l'aide de considérations d'homogénéité. C'est donc un outil prédictif puissant et particulièrement utile lorsqu'on commence l'étude d'un phénomène afin d'en tirer des informations pertinentes. En premier lieu, quels sont les paramètres impliqués ? Puis comment ces paramètres sont-ils liés entre eux ? Enfin parmi ceux-ci, quel paramètre a le plus d'influence sur le phénomène ? La connaissance de ces informations constitue alors un socle solide et particulièrement utile avant de se lancer dans une étude plus poussée.

Ce premier chapitre donne les bases de l'analyse dimensionnelle. En s'appuyant sur l'intuition, nous allons d'abord voir qu'il est déjà possible, dans certains cas, de trouver la forme d'une loi physique. Si l'on veut aller plus loin, il est néanmoins nécessaire d'introduire des outils plus rigoureux en commençant par définir les notions manipulées (grandeur, dimension et unité de mesure). Les principes fondamentaux de l'analyse dimensionnelle sont ensuite exposés (invariance par changement d'unité, homogénéité et la forme en produit de puissance des grandeurs). Enfin une méthode de résolution due à Lord Rayleigh puis le théorème de Vaschy-Buckingham, qui est la clé de voûte de l'analyse dimensionnelle, sont présentés.

Objectifs

S'initier à l'analyse dimensionnelle en se basant sur la logique et l'intuition.

Définir une grandeur, une dimension et une unité.

Présenter les principes de base de l'analyse dimensionnelle.

Introduire la méthode de Rayleigh.

Présenter le théorème de Vaschy-Buckingham.

Plan

- 1 Approche intuitive
- 2 Grandeur, dimension et unité
- 3 Principes de base de l'analyse dimensionnelle
- 4 Méthode de Rayleigh
- 5 Théorème de Vaschy-Buckingham

1 Approche intuitive

Dans ce premier chapitre, en nous basant sur quelques exemples, nous allons voir comment il est possible d'aborder l'analyse dimensionnelle en construisant un raisonnement logique basé sur des arguments dimensionnels simples.

Exemple 1.1 : corps en chute libre

Commençons par essayer de déterminer la loi qui décrit le temps t que met un objet de masse m pour chuter d'une hauteur h en l'absence de frottement (ou dans le vide). Il faut premièrement deviner de quoi pourrait dépendre ce temps de chute. De manière évidente, la hauteur de chute doit être prise en compte (plus elle est grande, plus le temps de chute est important). De la même manière, la chute du corps est due à son poids qui est le produit de sa masse m et de l'accélération de la pesanteur g . On cherche donc à trouver quelle relation pourrait relier ces grandeurs. Une manière simple d'écrire cela est de dire qu'on cherche une relation du type $t = f(m, h, g)$. Inspectons maintenant de plus près ces grandeurs : la notion de temps nous est familière. On le mesure avec un chronomètre et on obtient un résultat en secondes, heures, minutes... Sans se soucier pour l'instant des unités, on dira qu'un temps a une dimension propre, qui le caractérise et qui permet de le différencier des autres grandeurs. On peut alors noter cette propriété par un symbole, par exemple T . Il en est de même pour la masse et la hauteur. On notera alors M et L les dimensions propres à ces quantités. Pour l'accélération de la pesanteur, sa dimension est L/T^2 . Elle se déduit donc de celles de la longueur et du temps. Résumons ces informations dans le tableau suivant :

	t	m	h	g
M	0	1	0	0
L	0	0	1	1
T	1	0	0	-2

Les chiffres qui apparaissent dans chaque colonne sont les exposants des dimensions de chacune des grandeurs. Le principe de base de l'analyse dimensionnelle est que la relation $t = f(m, h, g)$ doit respecter le principe d'homogénéité (ces notions seront développées dans les prochaines sections). En d'autres termes, la dimension de la fonction f doit être celle d'un temps. On notera cette obligation par la notation¹ $[f] = T$. De plus elle doit être indépendante du système d'unités employé. En particulier, si un Anglo-Saxon réalise l'expérience et mesure la masse m en livres et la hauteur h en pieds, le temps de chute t doit évidemment être le même que si un Français fait la même expérience en mesurant ces grandeurs en kilogrammes et en mètres. Cela implique que, dans la fonction f , les grandeurs doivent être combinées entre elles afin que le résultat reste inchangé lorsqu'on modifie l'unité de la masse ou de la hauteur. En y regardant de plus près, on remarque que la dimension de la masse n'apparaît que pour m . Il est donc impossible de combiner cette grandeur avec h ou g pour garantir une invariance par changement d'unité. On en conclut que, contrairement à notre intuition initiale, la masse m ne peut pas entrer dans la loi qu'on cherche à établir et donc que $t = f(h, g)$. Si l'on inspecte maintenant les dimensions de h et g , elles font apparaître la dimension L qu'on doit faire disparaître pour qu'il ne reste que la dimension T . On peut par exemple former le rapport h/g de dimension $[h/g] = T^2$. Notre fonction s'écrit maintenant $t = f(h/g)$. Enfin, h/g étant homogène au carré d'un temps, il est maintenant évident que la loi recherchée est du type :

$$t = \text{Constante} \times \sqrt{\frac{h}{g}}$$

dans laquelle la constante numérique n'a pas de dimension. Cette relation est compatible avec notre sens de l'observation : plus l'altitude est grande, plus le temps de chute est important. Plus l'accélération de la pesanteur est grande, plus le temps de chute est faible. Mais alors pourquoi la masse n'intervient-elle pas dans cette relation ? Si l'on double la masse de l'objet, on double aussi la force à laquelle il est soumis. Mais doubler la masse et le poids en même temps ne change pas l'accélération (une force deux fois plus grande agissant sur un objet deux fois plus lourd ne modifie pas la cinématique du système). Puisque l'accélération et donc le temps de chute sont les mêmes quelle que soit la masse, il est normal que cette dernière n'entre pas dans notre relation. Sans information complémentaire, on ne peut pas connaître la valeur de la constante de notre loi. L'analyse dimensionnelle aboutit donc à une description incomplète. On peut néanmoins dire que si les grandeurs utilisées dans l'analyse sont bien choisies (ou si celles qu'on a considérées comme étant négligeables le sont effectivement), la constante doit être de l'ordre de l'unité (dans le cas présent, elle vaut exactement $\sqrt{2}$). On doit au savant italien

1. Notation introduite par James Clerk Maxwell (1931-1879), physicien écossais célèbre pour avoir unifié les lois de l'électricité et du magnétisme.

Galilée¹ la découverte de la loi de la chute des corps. La légende raconte qu'il mesura le temps de chute d'objets lâchés du haut de la tour de Pise en se servant de son pouls comme chronomètre.

Exemple 1.2 : déformation d'une goutte en impesanteur

Imaginons à présent un volume de liquide de masse volumique ρ perdu par un astronaute dans la station spatiale internationale. On sait qu'en impesanteur, ce volume d'eau prendra une forme parfaitement sphérique afin de minimiser son énergie de surface, propriété qui dépend d'une grandeur appelée la tension de surface σ^2 .



Figure 1.1 – Le Japonais K. Wakata observant une goutte d'eau en lévitation à bord de l'ISS en 2009 (source : NASA/ESA)

Appelons d le diamètre de cette boule et imaginons qu'une perturbation la déforme légèrement (l'astronaute souffle dessus par exemple). La goutte d'eau va alors osciller un certain temps avant de retrouver sa forme sphérique. Quelle serait alors sa période d'oscillation τ ? En reprenant le raisonnement précédent, on cherche une loi du type : $\tau = f(\rho, \sigma, d)$. Écrivons à présent les dimensions de ces grandeurs :

	τ	ρ	d	σ
M	0	1	0	1
L	0	-3	1	0
T	1	0	0	-2

Leur inspection montre que la dimension M n'est présente que dans la masse volumique et dans la tension de surface. Afin de garantir l'invariance de la loi par changement d'unité de la masse, il est donc nécessaire de former le quotient ρ/σ . La loi recherchée est donc du type $\tau = f(\rho/\sigma, d)$. Il reste à combiner astucieusement ce quotient avec d afin de faire disparaître toute dimension autre que celle du temps. La dimension de ρ/σ étant $T^2 \cdot L^{-3}$, il suffit de multiplier ce rapport par d^3 pour faire disparaître la dimension

1. Galilée (en italien : Galileo Galilei) (1564-1642) est un mathématicien, astronome et physicien italien considéré comme le père de la physique moderne.

2. La dimension de la tension de surface est celle d'une force par unité de longueur ou d'une énergie par unité de surface. Pour le moment, admettons que cette dimension est $M \cdot T^{-2}$ (voir l'annexe 1 en fin d'ouvrage).

spatiale, soit $\tau = f(\rho d^3/\sigma)$. Finalement, puisque $[\rho d^3/\sigma] = T^2$, l'homogénéité impose que la loi recherchée soit du type :

$$\tau = \text{Constante} \times \sqrt{\frac{\rho d^3}{\sigma}}$$

Ce résultat a été vérifié par l'expérience et Lord Rayleigh¹ en a donné l'expression dans un article paru dans la revue *Nature* (Rayleigh, 1915). Un observateur zélé pourrait arguer qu'il est surprenant que d'autres propriétés du liquide n'interviennent pas dans cette loi. On pourrait par exemple parler de sa viscosité. Intuitivement, on devine que plus le liquide est visqueux, plus la période d'oscillation sera grande. Il n'y a rien à opposer à cette critique sinon que la loi établie ci-dessus par des arguments dimensionnels ne sera valable que pour les fluides très peu visqueux. Toute loi physique nécessite le respect de certaines conditions, on parle d'hypothèses de validité, et n'est applicable que si ces hypothèses sont vérifiées.

Exemple 1.3 : ascension capillaire (loi de Jurin)

Dans ce troisième exemple, on désire trouver la hauteur d'ascension h d'un liquide parfaitement mouillant (angle de contact nul) dans un tube capillaire vertical de rayon intérieur r . Encore une fois, tentons de deviner les grandeurs impliquées dans ce problème : le liquide monte grâce à la force capillaire caractérisée par la tension superficielle σ . La hauteur est limitée par le poids de la colonne de liquide qui fait intervenir l'accélération de la pesanteur g et la masse du liquide, cette dernière étant parfaitement définie par sa masse volumique ρ et le volume donc le rayon r du tube et la hauteur h . La viscosité n'a pas à être prise en compte puisqu'on s'intéresse à un problème de statique où les contraintes visqueuses sont nulles. On cherche donc une loi du type :

$$h = f(\sigma, \rho, g, r)$$

Écrivons les dimensions de ces grandeurs :

	h	ρ	r	σ	g
M	0	1	0	1	0
L	1	-3	1	0	1
T	0	0	0	-2	-2

Par un raisonnement analogue aux précédents, on voit rapidement que la masse volumique et la tension de surface ne peuvent apparaître dans f que sous la forme de leur rapport σ/ρ afin d'éliminer la dimension de la masse. On a donc maintenant :

$$h = f(\sigma/\rho, g, r)$$

1. John William Strutt, troisième baron Rayleigh (1842-1919) est un physicien britannique. Il est lauréat du prix Nobel de physique de 1904.

Il reste à combiner ce quotient, de dimension $L^3 \cdot T^{-2}$, avec les deux grandeurs restantes afin d'obtenir un résultat homogène à une longueur. On ne peut éliminer le temps qu'en divisant σ/ρ par g :

$$h = f(\sigma/\rho g, r)$$

Finalement, comme $[\sigma/\rho g] = L^2$, il ne reste plus qu'à le diviser par le rayon r afin d'obtenir la loi recherchée :

$$h = \text{Constante} \times \frac{\sigma}{\rho g r}$$

Cette loi est aujourd'hui connue comme la loi de Jurin¹. Un observateur zélé pourrait critiquer ce raisonnement en disant : « Pourquoi ne pas multiplier $\sigma/\rho g$ par r (obtenant ainsi une expression de dimension L^3) et prendre la racine cubique du résultat ? ». Dimensionnellement, ce serait effectivement tout aussi correct :

$$h = \text{Constante} \times \sqrt[3]{\frac{\sigma r}{\rho g}}$$

On pourrait d'ailleurs imaginer une infinité de solutions respectant le principe d'homogénéité de forme générale :

$$h = \text{Constante} \times \left(\frac{\sigma r^a}{\rho g} \right)^{\frac{1}{a+2}} \text{ avec } a \neq -2$$

La première relation que nous avons établie est bien de ce type pour $a = -1$ et la seconde pour $a = 1$. Pour résoudre ce dilemme qui est dû à la présence dans la loi de deux grandeurs de même nature (h et r), on pourrait rétorquer à cet observateur que cela serait contraire à l'intuition : plus le tube est fin, moins le poids du liquide est grand et plus celui-ci peut monter haut. Le rayon doit donc apparaître au dénominateur, pas au numérateur et l'exposant a est forcément négatif. « Bien sûr » rebondit notre observateur perspicace en ajoutant : « mais la force capillaire, qui est proportionnelle au périmètre (donc au rayon du tube), diminue également lorsque le rayon est réduit, donc le liquide montera moins haut si le rayon est plus petit ». Ce raisonnement est encore une fois pertinent. Mais il faudrait vérifier si le poids et la force capillaire varient avec r dans les mêmes proportions : le poids s'écrit $\rho \pi r^2 h g$ alors que la force capillaire a comme expression $2 \pi r \sigma$. En conséquence, le poids diminue plus fortement que la force capillaire lorsque r diminue. Un moyen simple de voir cela est de faire le rapport de ces deux forces :

$$\frac{\text{Capillarité}}{\text{Gravité}} \propto \frac{1}{r}$$

1. James Jurin (1684-1750) est un médecin et physicien anglais célèbre pour ses travaux sur la capillarité et la variole.

Plus le rayon est petit, moins le poids est important relativement à la force capillaire ce qui permet à l'eau de monter plus haut. On confirme donc que le rayon doit apparaître au dénominateur de notre loi. Ne voulant pas s'avouer vaincu, notre observateur tente une dernière parade : « Pourquoi a vaut-il forcément -1 ? Pourquoi pas une autre valeur négative comme -3 ? ». Cette fois-ci, il n'y a pas d'argument à opposer. L'exposant a restera inconnu sans information supplémentaire. Tout n'est pas perdu pour autant. Nous verrons au chapitre 3 qu'il est souvent possible de résoudre ce genre de difficultés.

Exemple 1.4 : imprégnation capillaire (loi de Lucas-Washburn)

Reprenons le problème précédent, inclinons le tube à l'horizontale et intéressons-nous au régime instationnaire. Quelle est la distance h que le liquide parcourt dans le tube en fonction du temps t ? Le moteur du mouvement est toujours la tension de surface σ . Cette fois-ci, la force antagoniste et due à la viscosité η du liquide qui induit des forces de frottement freinant la progression du liquide. Puisque le tube est à l'horizontale, le poids du liquide donc ρ et g n'interviennent plus. Enfin le rayon interne r devrait toujours être présent puisqu'il entre dans l'expression de la force capillaire. On cherche donc une loi du type :

$$h = f(\sigma, \eta, r, t)$$

Comme d'habitude, écrivons les dimensions de ces grandeurs (pour les dimensions des grandeurs, on peut se référer à l'annexe 1) :

	h	η	r	σ	t
M	0	1	0	1	0
L	1	-1	1	0	0
T	0	-1	0	-2	1

Cette fois-ci, la masse intervient uniquement dans σ et η et on ne peut éliminer cette dépendance qu'en formant le rapport σ/η de dimension $[\sigma/\eta] = L \cdot T^{-1}$. On a donc $h = f(\sigma/\eta, r, t)$. À présent, pour éliminer le temps, on ne peut que multiplier le quotient σ/η par t , soit $h = f(\sigma t/\eta, r)$. On se rend alors compte que $[\sigma t/\eta] = [h] = L$. On est donc tenté de dire que le rayon du tube n'est pas un paramètre du problème soit :

$$h = \text{Constante} \times \frac{\sigma t}{\eta}$$

Cette loi est valable dimensionnellement mais à y regarder de plus près, elle pose pourtant problème : la force capillaire, moteur du déplacement du liquide, s'écrit $F_{cap} = 2\pi r \sigma$. Elle est proportionnelle au rayon r . Cependant la force visqueuse qui s'écrit $F_{vis} = 8\pi \eta h V$ avec $V = dh/dt$ ne fait pas intervenir le rayon du tube. Notre phénomène étant gouverné par la compétition entre ces deux forces, on ne comprend pas