Oraux
corrigés et commentés

Concours PC-PC*

Physique

CCINP
Centrale-Supélec
Mines-Ponts
X-ESPCI-ENS



ellipses

Zakarya Ouzit

CONCOURS PC-PC*

Physique

CCINP
Centrale-Supélec
Mines-Ponts
X-ESPCI-ENS

Oraux

corrigés et commentés

Concours PC-PC*

Physique

CCINP
Centrale-Supélec
Mines-Ponts
X-ESPCI-ENS

Zakarya Ouzit

ellipses

Collection

Oraux

corrigés et commentés

Retrouvez tous les livres de la collection sur www.editions-ellipses.fr

Conception graphique couverture : Éric VIGIER

ISBN 9782340-111998

Dépôt légal : janvier 2026

©Ellipses Édition Marketing S.A.
8/10 rue la Quintinie 75015 Paris

DANGER
LE PHOTOCOPILLAGE TUE LE LIVRE

Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1er de l'article L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage s'adresse en premier lieu aux étudiants de CPGE scientifique en filière PC/PC* s'apprêtant à passer les concours d'intégration des grandes écoles d'ingénieurs. Il a été conçu comme un florilège d'exercices couvrant l'ensemble du programme de Physique des filières PCSI et PC et posés aux épreuves orales des quatre principales banques de concours : Concours Commun aux Instituts Nationaux Polytechniques, Concours Centrale-Supélec, Concours Commun Mines-Ponts et aux concours X-ESPCI et des ENS. Il pourra également servir à tout étudiant en physique, issu d'autres filières de CPGE ou d'autres parcours, qui souhaite s'exercer sur des problèmes de physique aux sujets et difficultés variés.

Les exercices proposés dans cet ouvrage sont organisés par banque afin d'offrir une évolution crescendo du niveau des exercices. En effet, on peut les répartir comme suit :

— CCINP, exercices guidés et abordables sous réserve d'une bonne maîtrise du cours, associés à des exercices aux énoncés concis du type « Résolution de problèmes » ;

— Centrale-Supélec et Mines-Ponts, exercices au niveau variable et en moyenne moins proches du cours que ceux de la banque CCINP ;

— X-ESPCI-ENS, exercices calculatoires nécessitant généralement un certain recul sur les notions au programme.

Ils sont par ailleurs organisés au sein de chaque banque par thème (optique, mécanique, ondes...). Les exercices sont tous adaptés de retours d'oraux réalisés par des anciens candidats et conformes aux programmes de CPGE scientifique entrés en vigueur en 2021.

Votre but sera alors de vous entraîner au mieux sur ces énoncés afin de vous construire une culture et des automatismes sur certaines méthodes de résolution.

Afin de vous accompagner dans votre travail, les énoncés sont accompagnés

▌ d'un corrigé rédigé caractérisé par un environnement à marge noire à gauche

ainsi que divers encadrés répartis de la sorte :

Rappel : l'essentiel à retenir afin de traiter correctement l'exercice et de répondre aux éventuelles questions de l'examinateur ;

✎ Recommandation du jury : des extraits de rapports de jury de concours afin de cibler les attentes des examinateurs et ne pas répéter les erreurs de ses prédécesseurs ;

⚠ Attention : les erreurs ou imprécisions typiques à éviter dans la démarche de résolution.

Ceci étant dit, il paraît judicieux de rappeler que lors des épreuves orales d'admission, de nombreuses compétences sont évaluées. En se préparant à ces épreuves, il faut garder en tête qu'il s'agit d'un échange avec un examinateur et non d'une résolution papier comme aux épreuves écrites d'admissibilité. En ce sens, soulevons les deux points suivants :

— Il n'est pas attendu que vous sachiez reconstituer mot pour mot les corrigés de cet ouvrage. Ces corrigés sont un outil et un support pour vous permettre de progresser.

— La résolution d'un exercice de physique lors d'une épreuve orale n'est pas parfaitement linéaire. Le déroulement dépend des échanges avec l'examinateur : il peut suggérer une voie de résolution particulière, demander de passer rapidement sur une question, donner certaines indications.

Ainsi, même si vous tombez le jour de l'oral sur un énoncé similaire voire identique à l'un de ceux présents dans cet ouvrage, ne visez pas la copie conforme de la résolution que vous avez pu étudier en amont.

Pour finir cette introduction, je tiens à remercier l'ensemble des personnes, collègues et étudiants, qui ont participé de près ou de loin à la conception de cet ouvrage, en particulier par les retours transmis à la sortie des épreuves d'admission. Le travail fourni pour mettre ce recueil sur pied est bien entendu perfectible et je prie les lecteurs de maintenir un regard critique et bienveillant à l'égard du contenu de l'ouvrage.

L'auteur

TABLE DES MATIÈRES

I Concours Commun des Instituts Nationaux Polytechniques 11

1 Présentation des épreuves 13

2 Optique 15
2.1 Mesure de distance focale 16
2.2 Mesure interférométrique d'indice optique 18
2.3 Interférences entre ondes gravitationnelles 22

3 Mécanique, point/solide 27
3.1 Anneau sur une tige en rotation 28
3.2 Tige reliée à un ressort 32
3.3 Pierre dans une benne en mouvement 36
3.4 Erreur de pilotage d'un satellite 40

4 Mécanique des fluides 45
4.1 Expérience de Millikan 46
4.2 Tourbillon océanique 50
4.3 Distribution de l'eau d'un lac 54

5 Thermodynamique 61
5.1 Patinoire 62
5.2 Atmosphère isotherme 67
5.3 Équilibre hydrostatique du Soleil 72

5.4 Survie d'un dauphin . . . 76
5.5 Banc Köfler . . . 80
5.6 Étoile à neutrons . . . 85

6 Électromagnétisme 89
6.1 Condensateur en régime variable . . . 90
6.2 Bobine torique . . . 93
6.3 Conducteur cylindrique . . . 95

7 Électrocinétique 99
7.1 Filtrage d'un signal sinusoïdal . . . 100
7.2 Résonance et déphasage . . . 104
7.3 Filtre inconnu . . . 108

8 Ondes 115
8.1 Ondes électromagnétiques dans le vide . . . 116
8.2 Cuve à plasma . . . 120
8.3 Corde vibrante et frottements de l'air . . . 124
8.4 Cornet acoustique . . . 130

9 Mécanique quantique 133
9.1 Marche de potentiel . . . 134
9.2 Barrière de potentiel . . . 139
9.3 Molécule organique . . . 142

II Concours Centrale-Supélec 147

1 Présentation des épreuves 149

2 Optique 151
2.1 Biprisme de Fresnel . . . 152
2.2 Dilatation d'un bloc d'acier . . . 156

3 Mécanique, point/solide 161
3.1 Piège de Penning . . . 162
3.2 Anneau-monde . . . 169
3.3 Moteur asynchrone . . . 172

4 Mécanique des fluides **177**
4.1 Viscosimètre . . . 178
4.2 Remplissage d'une piscine . . . 182

5 Thermodynamique **187**
5.1 Echangeur thermique VMC . . . 188
5.2 Isolation d'une maison . . . 194

6 Électromagnétisme **197**
6.1 Électro-érosion . . . 198
6.2 Conductivité du plasma interstellaire . . . 202

7 Électrocinétique **207**
7.1 Quartz piézoélectrique . . . 208
7.2 Circuits résonants . . . 213

8 Ondes **219**
8.1 Détection de canalisation . . . 220
8.2 Réflexion et transmission par un rail de Laplace . . . 223

9 Mécanique quantique **229**
9.1 Interaction dans l'atome d'hydrogène . . . 230
9.2 Jonction Josephson . . . 234

III Concours Mines-Ponts **239**

1 Présentation des épreuves **241**

2 Optique **243**
2.1 Triples trous d'Young . . . 244
2.2 Doublet du sodium . . . 249

3 Mécanique, point/solide **253**
3.1 Particule dans un potentiel attractif . . . 254
3.2 Double rail de Laplace . . . 260
3.3 Voiture dans un virage . . . 265

4 Mécanique des fluides **269**
4.1 Écoulement autour d'un cylindre . . . 270
4.2 Étalement d'une goutte . . . 274

5 Thermodynamique **279**
5.1 Fusion d'un glaçon dans l'eau . . . 280
5.2 Stabilité du Soleil . . . 283
5.3 Entropie créée dans une tuyère . . . 286

6 Électromagnétisme **291**
6.1 Décharge d'une boule conductrice . . . 292
6.2 Mesure 4 pointes de conductivité . . . 296
6.3 Fil parcouru par un courant non uniforme . . . 299

7 Électrocinétique **305**
7.1 Régime transitoire . . . 306

8 Ondes **311**
8.1 Ondes lumineuses polarisées . . . 312
8.2 Corde vibrante avec raideur . . . 315
8.3 Corde vibrante et ressorts . . . 319

9 Mécanique quantique **325**
9.1 Électron dans un potentiel inconnu . . . 326
9.2 Double puits de potentiel . . . 330

10 Questions de cours **335**

IV Concours X-ESPCI-ENS **337**

1 Présentation des épreuves **339**

2 Optique **343**
2.1 Cavité semi-réfléchissante . . . 344
2.2 Prisme d'indice inconnu . . . 348

3 Mécanique, point/solide **353**
3.1 Bille sur un cône . . . 354
3.2 Poulie suspendue . . . 358
3.3 Câble d'un pont suspendu . . . 362

4 Mécanique des fluides **367**
4.1 Oscillation de fluide . . . 368
4.2 Tourniquet hydraulique . . . 371

5 Thermodynamique **375**
5.1 Rayon d'un astre . . . 376
5.2 Machine thermique avec un gaz réel . . . 379

6 Électromagnétisme **385**
6.1 Goutte d'eau chargée . . . 386
6.2 Cylindres conducteurs tangents . . . 388
6.3 Force exercée par un aimant sur une pièce . . . 392

7 Ondes **395**
7.1 Réflexion totale d'une onde électromagnétique . . . 396
7.2 Milieu d'indice variable . . . 401

8 Mécanique quantique **405**
8.1 Émission de particules α . . . 406
8.2 Potentiel parabolique . . . 411

9 Thèmes de physique **415**

Index **419**

Première partie

Concours Commun des Instituts Nationaux Polytechniques

1 PRÉSENTATION DES ÉPREUVES

Passer un oral de physique n'est pas systématique au concours CCINP. En effet, chaque candidat admissible en filière PC est convoqué pour une interrogation orale et une épreuve de travaux pratiques de physique ou de chimie. Le choix de la matière pour chaque épreuve est tiré au sort, de sorte que :

— si le candidat est convoqué pour une interrogation orale de physique, alors il sera convoqué pour une épreuve de travaux pratiques de chimie ;

— si le candidat est convoqué pour une interrogation orale de chimie, alors il sera convoqué pour une épreuve de travaux pratiques de physique.

Pour ce qui suit, nous nous plaçons dans la situation d'un candidat convoqué pour une interrogation orale de physique (et donc une épreuve de travaux pratiques de chimie).

L'oral de physique du concours CCINP est une épreuve composée de 30 min de préparation et 30 min de passage devant un examinateur. Les planches remises au candidat au début de sa préparation sont composées de deux exercices portant sur deux parties distinctes du programme de physique de PCSI et de PC :

— un premier problème, appelé « exercice majeur », composé de plusieurs questions et assez proche du cours ;

— un deuxième problème, appelé « exercice mineur », de type résolution de problème et qui s'appuie généralement sur un document (photo, courbe expérimentale...) où la démarche est à définir et conduire par le candidat.

L'interrogation peut aussi, éventuellement, aborder des aspects expérimentaux vus en travaux pratiques. Le jury recommande d'accorder 20 min à la présentation de l'exercice majeur et 10 min à celle de l'exercice mineur.

L'interrogation orale est coefficient 9, qu'elle soit une interrogation de physique ou de chimie, ce qui représente $22,5\%$ des épreuves orales.

2 OPTIQUE

Problèmes

2.1 Mesure de distance focale 16
2.2 Mesure interférométrique d'indice optique 18
2.3 Interférences entre ondes gravitationnelles 22

2.1 Mesure de distance focale

Soit $\mathcal{L}$ une lentille convergente de distance focale f' et $\mathcal{M}$ un miroir plan, distants d'une distance $D = 60$ cm. On considère par ailleurs un point objet réel A de l'axe optique. Pour deux positions de ce point, le système optique réalise une image confondue avec le point objet. Ces deux positions sont espacées de 10 cm.

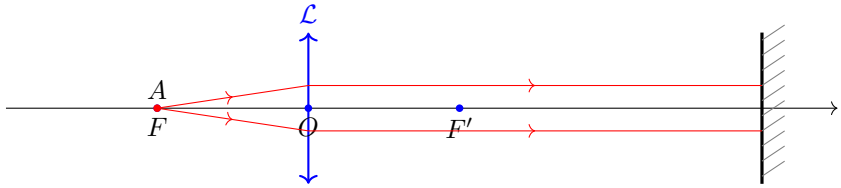
Déterminer la distance focale de la lentille convergente.

On rappelle les relations de conjugaison, respectivement de Descartes et de Newton, pour une lentille mince de centre optique O, de foyers objet F et image F' et de distance focale f' qui donne d'un point objet A une image ponctuelle A'

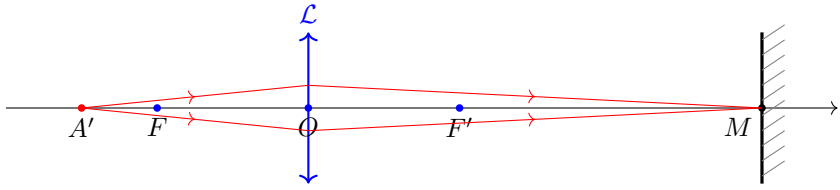
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$
$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$$

Solution

Il convient tout d'abord d'identifier les deux positions du point objet pour lesquelles son image par le système $\mathcal{LML}$ lui est confondue. On retrouve tout d'abord la situation d'autocollimation, c'est-à-dire lorsque l'objet est au foyer objet de la lentille.



Pour la deuxième, il s'agit d'une situation où le point objet admet une image réelle que l'on notera A' par la lentille $\mathcal{L}$. Alors, par le principe de retour inverse de la lumière, A' en tant qu'objet réel admet une image réelle par $\mathcal{L}$ située en A. Il suffit alors que le miroir se trouve au point où l'image A' se forme.



✎ Recommandation du jury

« Les constructions géométriques manquent souvent de rigueur et surtout de clarté. » Il faut donc veiller à soigner ses schémas en optique. Notamment, lorsque des rayons sont tracés, il ne faut pas les tracer au hasard et justifier les déviations.

Si l'on note $d = 10\,\text{cm}$ la distance entre les deux positions du point objet A entre les deux situations évoquées, la première position coïncidant avec le foyer objet de la lentille, Alors $\overline{FA} = -d$ dans la deuxième situation. Si l'on applique la relation de conjugaison de Newton (avec origine aux foyers) à la deuxième situation, on en déduit

$$\begin{aligned}\overline{FA}\cdot\overline{F'A'} &= -f'^2\\ -d(\overline{F'O}+\overline{OA'}) &= -f'^2\\ -d(D-f') &= f'^2\end{aligned}$$

avec D la distance entre le miroir et la lentille. Ainsi, la distance focale de la lentille est la solution du polynôme du second degré

$$f'^2 + df' - dD = 0$$

de discriminant $\Delta = d^2 + 4dD$. Les solutions sont donc de la forme

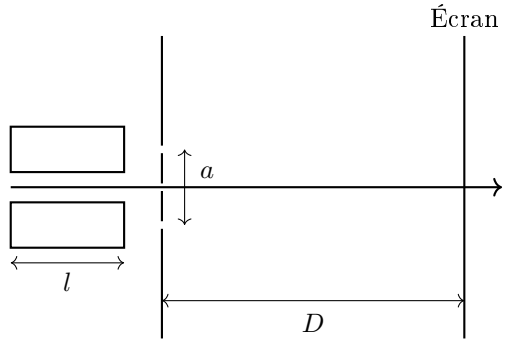
$$f' = \frac{-d \pm \sqrt{d^2+4dD}}{2}$$

Ainsi, la distance focale est la racine positive du polynôme, soit

$$f' = \frac{\sqrt{d^2+4dD}-d}{2} = 20\,\text{cm}$$

2.2 Mesure interférométrique d'indice optique

Grâce à deux fibres optiques, on amène des rayons lumineux dans deux cuves identiques remplies d'air de longueur $l = 20\,\text{cm}$. On place alors un trou à la sortie de chaque cuve. On observe alors des interférences sur un écran placé à une distance D.



On vide une des cuves pour ensuite la remplir d'un gaz d'indice $n_2 > n_{air}$. On observe alors un décalage de la figure d'interférence de 70 franges. Calculer $n_2 - n_{air}$ ainsi que la distance parcourue par la frange centrale.

Données :

— $D = 1\,\text{m}$

— $a = 0{,}5\,\text{mm}$

— $\lambda = 0{,}6\,\mu\text{m}$

Solution

Rappel - Trous d'Young

L'expérience des trous d'Young est une expérience d'interférométrie à division du front d'onde. Deux trous sont placés derrière une source lumineuse, ce qui permet de « cloner » la source. On obtient alors deux sources secondaire synchrones et cohérentes. Cette dernière condition est indispensable pour observer des interférences lumineuses.

Les trous diffractent la lumière. On modélise alors les sources secondaires par des sources d'ondes sphériques (donc quasi-ponctuelles). On peut alors observer des interférences en tout point de l'écran d'observation atteint par des rayons issus des deux sources.

On appelle S_1 et S_2 les deux sources secondaires situées respectivement ou trou 1, en $x = \frac{a}{2}$, et au trou 2, en $x = -\frac{a}{2}$. On note par ailleurs C_1 (respectivement C_2) le point d'entrée de la fibre optique dans la cuve placée devant S_1 (respectivement S_2) et n_1 (respectivement n_2) l'indice du gaz dans la cuve placée devant S_1 (respectivement devant S_2). On considère un point M de l'écran de coordonnées dans le plan $(x, 0)$. La différence de chemin optique entre les rayons issus de S_1 et S_2 qui interfèrent en M s'écrit

$$\begin{aligned}\delta &= (SM)_2 - (SM)_1 \\ &= ((SC_2) + (C_2S_2) + (S_2M)) - ((SC_1) + (C_1S_1) + (S_1M))\end{aligned}$$

On pourrait supposer que $(SC_1) = (SC_2)$ en considérant que les rayons parcourent la même distance dans la fibre, mais cette hypothèse n'est pas nécessaire. On pose $\delta_0 = (SC_2) - (SC_1)$. Ensuite, on peut écrire $(C_1S_1) = n_1 l$ et $(C_2S_2) = n_2 l$ les chemins optiques des rayons passant dans les cuves. Par ailleurs, on peut écrire

$$\begin{aligned}(S_1M) &= n_{air} S_1M \\ &= n_{air}\sqrt{(x_M - x_{S1})^2 + (y_M - y_{S1})} \\ &= n_{air}\sqrt{(x - \frac{a}{2})^2 + (0 - (-D))^2} \\ &= n_{air} D\sqrt{1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2} \\ &\approx n_{air} D\left(1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{2D^2}\right)\end{aligned}$$

en considérant que l'observation de la figure d'interférence se fait suffisamment loin pour considérer $D \gg x$ et $D \gg a$. Ainsi,

$$(S_1M) = n_{air}\frac{(x - \frac{a}{2})^2}{2D}$$

De la même manière, on montrer que

$$(S_2M) = n_{air}\frac{(x + \frac{a}{2})^2}{2D}$$

On en déduit donc

$$(S_2M) - (S_1M) = n_{air}\frac{(x + \frac{a}{2})^2}{2D} - n_{air}\frac{(x - \frac{a}{2})^2}{2D}$$

$$
\begin{aligned}
&= n_{air}\frac{(x+\frac{a}{2})^2-(x-\frac{a}{2})^2}{2D}\\
&= n_{air}\frac{(x+\frac{a}{2}+x-\frac{a}{2})(x+\frac{a}{2}-(x-\frac{a}{2}))}{2D}\\
&= n_{air}\frac{xa}{D}
\end{aligned}
$$

Par conséquent, la différence de chemin optique au point M est de la forme

$$\delta = \delta_0 + (n_2 - n_1)l + n_{air}\frac{xa}{D}$$

On obtient une figure d'interférence composée de franges rectilignes. On peut par ailleurs exprimer l'ordre d'interférences

$$p(M) = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\delta_0}{\lambda} + (n_2 - n_1)\frac{l}{\lambda} + n_{air}\frac{ax}{\lambda D}$$

Rappel - Interfrange

L'interfrange est la plus petite distance séparant deux franges de même nature consécutives sur une figure d'interférence. Ici, on peut montrer à partir de l'expression de la différence de chemin optique que l'interfrange s'exprime

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

En particulier, au centre de la figure d'interférence, c'est-à-dire au point O, l'ordre d'interférences vaut

$$p(O) = \frac{\delta_0}{\lambda} + (n_2 - n_1)\frac{l}{\lambda}$$

Lorsque les deux cuves sont remplies d'air, l'ordre d'interférence vaut alors $p_{air}(O) = \frac{\delta_0}{\lambda}$. Puis, lorsque l'on vide l'une des cuves, par exemple la cuve 2, on obtient un nouvel ordre d'interférence s'écrivant

$$p_2(O) = \frac{\delta_0}{\lambda} + (n_2 - n_{air})\frac{l}{\lambda}$$

Le décalage de la figure d'interférence correspond à la variation de l'ordre d'interférence en un point donné, par exemple ici au point O. On écrit alors

$$\Delta p = p_2(O) - p_{air}(O) = (n_2 - n_{air})\frac{l}{\lambda} \Leftrightarrow n_2 - n_{air} = \frac{\Delta p \lambda}{l}$$

Avec $\Delta p = 70$, on en déduit

$$n_2 - n_{air} = 2{,}1 \times 10^{-4}$$

Pour déterminer la distance parcourue par la frange centrale (i.e. le décalage de la figure d'interférence sur l'écran), il faut retrouver le point M de l'écran dont la valeur d'ordre d'interférence après avoir remplacé le gaz de la cuve 2 correspond à celle au point O avant le changement de gaz. On cherche alors x tel que

$$\begin{aligned} p_2(M) &= p_{air}(O) \\ \Leftrightarrow \frac{\delta_0}{\lambda} + (n_2 - n_{air})\frac{l}{\lambda} + \frac{ax}{\lambda D} &= \frac{\delta_0}{\lambda} + (n_{air} - n_{air})\frac{l}{\lambda} + 0 \\ \Leftrightarrow \frac{ax}{\lambda D} &= -(n_2 - n_{air})\frac{l}{\lambda} \\ \Leftrightarrow x &= (n_{air} - n_2)\frac{Dl}{a} \end{aligned}$$

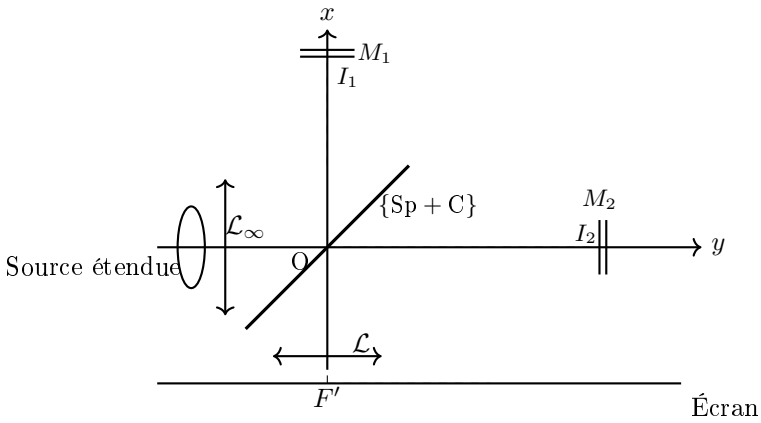
On obtient $x < 0$, ce qui signifie que la figure d'interférence se décale vers le bas. Cela est cohérent puisque si la cuve 2 est remplie d'un gaz d'indice plus grand que celui de l'air, il faut que le rayon issu de la cuve 1 parcourt une distance plus grande pour « compenser » le temps supplémentaire mis par le rayon issu de la cuve 2. On obtient

$$x = -8\,\text{cm}$$

Si c'était la cuve 1 qui était vidée puis remplie par le gaz d'indice n_2, la figure se serait décalée de la même distance mais cette fois-ci vers le haut.

2.3 Interférences entre ondes gravitationnelles

L'interféromètre de Michelson ci-dessous est entouré d'air d'indice de réfraction égal à 1. Le dispositif est en configuration « lame d'air ». On note alors : $OI_1 = L$. Le miroir chariotable correspond au miroir M_2 et on note e l'épaisseur de la lame d'air.



1. Quel est l'intérêt de l'ensemble $\{S_p + C\}$? Quel est le nom de S_p et de C ? Retrouver la différence de marche induite en un point M de l'écran ainsi que l'intensité lumineuse en ce point. Quelle est la figure observée à l'écran ?
2. On remplace l'ensemble $\{\text{Source étendue} + \mathcal{L}_\infty\}$ par un laser et on éclaire le miroir M_2 sous incidence normale. Quelle est la nouvelle différence de marche ? Quelle est l'intensité lumineuse en M ? et en F' ?
3. L'interféromètre est désormais placé dans un milieu perturbé par des ondes gravitationnelles, ce qui impose une variation de l'indice de réfraction de l'air dépendant des axes x et y : $n_x = 1 - \frac{h}{2}; n_y = 1 + \frac{h}{2}$. Que valent alors (OI_1) et (OI_2) ?
4. Quelle est la nouvelle différence de marche due seulement à la perturbation du milieu par les ondes gravitationnelles ? Exprimer l'intensité lumineuse en F'.
5. En déduire la variation relative d'intensité entre la détection des ondes gravitationnelles et la situation de repos. On effectuera un développement limité.

Données :

— Variation d'indice $h = 1 \times 10^{-21}$

— Taille d'un bras $L = 3\,\text{km}$

— Longueur d'onde du laser $\lambda = 1\,\mu\text{m}$

Solution

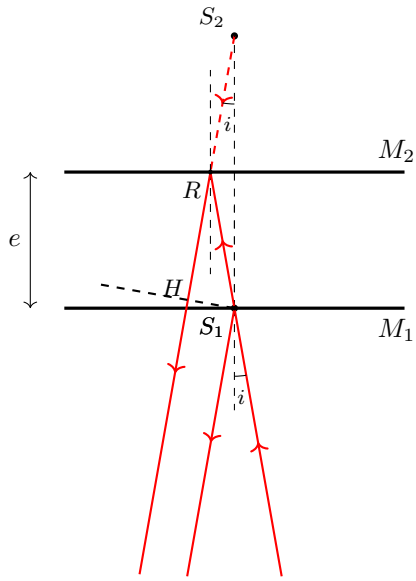
Rappel - Interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson est un dispositif permettant d'observer des interférences lumineuses à division d'amplitude. Une séparatrice sépare un faisceau incident en deux faisceaux traversant chacun un bras de l'interféromètre. Deux configurations sont possibles :

- Configuration « lame d'air » : les deux miroirs sont parallèles mais l'un d'eux est charrioté de sorte à ce que les rayons, réfléchi et transmis, parcourt des distances différentes via chaque bras ce qui induit une différence de marche ; la figure d'interférence, localisée à l'infini, est composé d'anneaux concentriques.
- Configuration « coin d'air » : les deux miroirs sont égale distance de la séparatrice mais l'un des miroirs est incliné d'un certain angle par rapport à la direction de l'autre miroir ; la figure d'interférence, localisée au voisinage des miroirs, est composé de franges rectilignes.

1. L'ensemble $\{S_p + C\}$ est constitué d'une lame séparatrice, S_p, et d'une compensatrice.
   - La séparatrice est une lame semi-réfléchissante 50 :50 qui réfléchit la moitié de l'énergie de l'onde incidente et transmet l'autre moitié. La compensatrice est une lame transparente, généralement de même épaisseur que la séparatrice ; elle permet de compenser la différence de chemin optique induite entre les rayons transmis et réfléchis par la séparatrice du fait que l'un traverse plusieurs fois la lame. Ainsi, avec la compensatrice, les deux parties réfléchie et transmise d'un rayon incident ont parcouru la même distance dans le verre qui constitue les lames en sortie de l'interféromètre et aucune différence de chemin optique supplémentaire n'est à prendre en compte.

   Pour retrouver la différence de chemin optique induite en un point M de l'écran, on travaille sur le modèle dit replié de l'interféromètre où l'on prend le symétrique du bras portant le miroir M_2 par rapport à l'ensemble $\{S_p + C\}$. La source étant placée dans le plan focal objet de la lentille L_1, chaque point de la source produit des rayons qui entrent dans l'interféromètre parallèlement entre eux. On considère un de ces rayons et on note i l'angle d'incidence à l'entrée de l'interféromètre. Ce rayon se sépare en deux rayons qui interfèrent alors entre eux.



On définit alors deux sources secondaires S_1 et S_2 desquelles proviendraient chacun des deux rayons qui interfèrent, S_2 étant le symétrique de S_1 par rapport au miroir M_2. Les deux rayons étant parallèles entre eux, ils font partie d'une même onde plane, dans lesquels les surfaces d'onde sont des plans. Ainsi, par le théorème de Malus, les points S_1 et H vibrent en phase. La différence de chemin optique calculée en un point M de l'écran s'écrit donc

$$\begin{aligned}\delta &= (S_2M) - (S_1M)\\ &= (S_2H) + (HM) - (S_1M)\\ &= (S_2H)\\ &= n_{air}S_2H\\ &= n_{air}S_1S_2\cos i\\ &= 2n_{air}e\cos i\end{aligned}$$

Ainsi, par la formule de Fresnel, l'intensité lumineuse au point M s'écrit en fonction de la différence de phase calculée au point M

$$\begin{aligned}I(M) &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos(\Delta\varphi)\\ &= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} + 2\sqrt{\frac{I_0}{2}\frac{I_0}{2}}\cos\left(2\pi\frac{\delta(M)}{\lambda}\right)\end{aligned}$$

$$= I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi n_{air} e \cos i}{\lambda}\right)\right)$$

Les points qui vibrent en phase sont ceux associés à des rayons correspondant aux mêmes angles d'incidence. Cela donne lieu à une figure d'interférence ayant une symétrique de révolution autour de l'axe optique de la lentille L. Ce sont donc des franges circulaires, appelées « anneaux d'égales inclinaisons ».

✎ Recommandations du jury

« L'origine de la différence de marche dans un montage interférentiel n'est pas toujours bien comprise, que ce soit pour le dispositif des trous d'Young en montage de Fraunhofer ou pour un interféromètre de Michelson ». Ici en particulier, la différence de marche est donnée par l'épaisseur de la lame d'air qui implique une différence de parcours entre les rayons réfléchi et transmis par la séparatrice. Il faut veiller aussi à être clair sur la localisation des interférences. En l'occurrence, les franges d'égales inclinaisons sont localisées à l'infini.

2. En remplaçant la source ponctuelle par un laser, on obtient en entrée de l'interféromètre une onde plane dont les rayons sont parallèles à l'axe optique, c'est-à-dire pour lesquels $i = 0$. La nouvelle différence de marche s'écrit

$$\delta = 2en_{air}$$

et l'intensité lumineuse, concentrée en un point, s'écrit

$$I = I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi e n_{air}}{\lambda}\right)\right)$$

3. Dans le milieu perturbé par des ondes gravitationnelles, les chemins optiques s'écrivent

$$(OI_1) = n_x L = \left(1 - \frac{h}{2}\right) e \quad \text{et} \quad (OI_1) = n_y L = \left(1 + \frac{h}{2}\right) e$$

4. La différence de chemin optique est due à la différence de parcours des rayons entre réflexion et transmission. Ainsi, elle s'exprime en un point M de l'écran par

$$\delta(M) = (OO)_2 - (OO)_1$$

$$
\begin{aligned}
&= (OI_2) + (I_2O) - (OI_1) - (I_1O) \\
&= 2(OI_2) - 2(OI_1) \quad \text{par le principe de retour inverse de la lumière} \\
&= 2L(n_y - n_x) \\
&= 2hL
\end{aligned}
$$

L'intensité lumineuse en F' s'écrit donc

$$
\begin{aligned}
I(F') &= I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\right) \\
&= I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi hL}{\lambda}\right)\right)
\end{aligned}
$$

5. On peut réexprimer l'intensité lumineuse en F' connaissant l'ordre de grandeur du terme $\frac{4\pi hL}{\lambda} \approx 4 \times 10^{-11}$, on peut approximer l'intensité lumineuse par

$$
I(F') \approx I_0 \left(1 + 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi hL}{\lambda}\right)^2\right)
$$

Ainsi, la variation relative d'intensité s'écrit

$$
\left|\frac{\Delta I}{I_0}\right| = \left|\frac{I(F') - 2I_0}{I_0}\right| = \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi hL}{\lambda}\right)^2
$$

$$
\text{soit} \quad \left|\frac{\Delta I}{I_0}\right| = 1 \times 10^{-21}
$$

3 MÉCANIQUE DU POINT ET DU SOLIDE

Problèmes

3.1 Anneau sur une tige en rotation 28
3.2 Tige reliée à un ressort 32
3.3 Pierre dans une benne en mouvement 36
3.4 Erreur de pilotage d'un satellite 40

3.1 Anneau sur une tige en rotation

On fait tourner une tige autour de l'axe vertical ascendant Oz à la vitesse angulaire ω. La tige est inclinée d'un angle θ_0 par rapport à l'axe. On place un anneau de masse m susceptible de se déplacer sans frottement sur la tige. À l'état initial, l'anneau est situé à une distance r_0 de l'origine O et part sans vitesse initiale. Deux référentiels sont à considérer dans cette situation :

— un premier référentiel supposé galiléen $\mathcal{R}$,

— et le référentiel $\mathcal{R}'$ de la tige qui tourne dans le référentiel $\mathcal{R}$

1. Définir le vecteur de rotation $\overrightarrow{\omega}$.
2. Faire le bilan des forces subies par l'anneau.
3. Écrire l'énergie potentielle relative à la force d'inertie d'entraînement, en la prenant nulle à l'origine.
4. En déduire l'énergie potentielle totale.
5. Déterminer la (les) position(s) d'équilibre et discuter sa (leur) stabilité.
6. Décrire les évolutions possibles de l'anneau en fonction de r_0.

Solution

Il s'agit d'un exercice de mécanique du point en référentiel non galiléen. L'énoncé définit en effet clairement un référentiel galiléen ainsi qu'un référentiel en mouvement de rotation par rapport à ce référentiel.

Rappel - Résolution d'un problème de mécanique du point

1. Définition du système étudié
2. Définition du référentiel d'étude
3. Bilan des actions extérieures appliquées au système : forces et éventuellement puissance et/ou moment associés
4. Application d'un des théorèmes fondamentaux de la mécanique
   — théorème de la résultante cinétique (deuxième loi de Newton)
   — théorème de l'énergie cinétique/mécanique
   — théorème du moment cinétique
5. Obtention de l'équation du mouvement

Bien que l'énoncé ne l'exige généralement pas explicitement, il faut veiller à bien définir le système étudié ainsi que le référentiel d'étude en début de résolution.

On assimile l'anneau à un point matériel noté M de masse m en mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}'$ lié à la tige en rotation par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R}$.

1. Le vecteur rotation est un vecteur dont la norme correspond à la vitesse angulaire du système étudié dirigé et orienté selon le vecteur unitaire lié à l'axe de rotation . Ici, il peut être défini par
$$\overrightarrow{\omega} = \omega \overrightarrow{e_z}$$

2. Les forces appliquées au système sont les suivantes :
   - Poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg\overrightarrow{u_z}$
   - Réaction du support, purement normale car les frottements solides sont négligés $\overrightarrow{R_N}$
   - Force d'inertie d'entraînement $\overrightarrow{f_{ie}} = -m\overrightarrow{a_e}$
   - Force d'inertie de Coriolis $\overrightarrow{f_{ic}} = -m\overrightarrow{a_c}$

   avec $\overrightarrow{a_e}$ l'accélération d'entraînement dont l'expression se simplifie en définissant H le projeté orthogonal du point matériel M sur l'axe de rotation Oz
   $$\overrightarrow{a_e} = -\omega^2 \overrightarrow{HM}$$
   et $\overrightarrow{a_c}$ l'accélération de Coriolis d'expression
   $$\overrightarrow{a_c} = 2\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{v}_{/\mathcal{R}}(M)$$

⚠ Attention ⚠

☞ Ne pas oublier les forces d'inertie lors de l'étude du mouvement d'un système dans un référentiel non galiléen, en particulier la force d'inertie de Coriolis pour un référentiel en rotation.

3. On peut montrer que la force d'inertie d'entraînement dérive d'une énergie potentielle dans le cas d'un mouvement dans un référentiel en rotation uniforme. En effet, en se munissant d'un repère cylindrique $(\overrightarrow{u_\rho}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z})$, la force d'inertie d'entraînement s'écrit
$$\overrightarrow{f_{ie}} = m\omega^2 \overrightarrow{HM} = m\omega^2 \rho \overrightarrow{u_\rho}$$

avec $\rho = r\sin\theta_0 = HM$. On peut donc écrire cette force sous la forme

$$\overrightarrow{f_{ie}} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ E_p$$

avec $E_p = -\frac{1}{2}\omega^2\rho^2 = -\frac{1}{2}\omega^2 r^2\sin^2\theta_0$ et $E_p = 0$ en $r = 0$.

4. La réaction normale du support et la force d'inertie de Coriolis ne travaillent pas. En effet, $\overrightarrow{R_N}$ est par définition perpendiculaire à la tige, donc à $\overrightarrow{v}_{/\mathcal{R}}(M)$ puisque le point M glisse sur la tige ; c'est également le cas de f_{ic} puisque le résultat du produit vectoriel $\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{v}_{/\mathcal{R}}(M)$ et orthogonal à $\overrightarrow{v}_{/\mathcal{R}}(M)$. La seule autre force qui dérive d'une énergie potentielle est le poids. Son expression est donnée par

$$E_{p,pes} = mgz = mgr\cos\theta_0$$

On en déduit donc l'expression de l'énergie potentielle totale du point matériel

$$E_{p,tot}(M) = -\frac{1}{2}m\omega^2 r^2\sin^2\theta_0 + mgr\cos\theta_0$$

5. On se retrouve avec une énergie potentielle fonction de la variable r. Les positions d'équilibres sont données par les maxima de la fonction $E_{p,tot}(r)$. On calcule alors la dérivée de la fonction

$$\frac{\mathrm{d}E_{p,tot}}{\mathrm{d}r} = -m\omega^2 r\sin^2\theta_0 + mg\cos\theta_0$$

et on cherche les valeurs r_{eq} annulant cette dérivée :

$$\left.\frac{\mathrm{d}E_{p,tot}}{\mathrm{d}r}\right|_{r_{eq}} = 0 \Leftrightarrow -m\omega^2 r_{eq}\sin^2\theta_0 + mg\cos\theta_0 = 0$$

Si $\theta_0 = 0$, alors il n'existe pas de position d'équilibre. Sinon,

$$r_{eq} = \frac{g\cos\theta_0}{\omega^2\sin^2\theta_0}$$

La stabilité de la position d'équilibre est donnée par le signe de la dérivée seconde de l'énergie potentielle calculée en r_{eq}.

$$\frac{\mathrm{d}^2E_{p,tot}}{\mathrm{d}r^2} = -m\omega^2\sin^2\theta_0 < 0$$

La dérivée seconde étant négative en r_{eq}, cette position est une position d'équilibre instable. Elle correspond alors à un maximum local d'énergie potentielle.

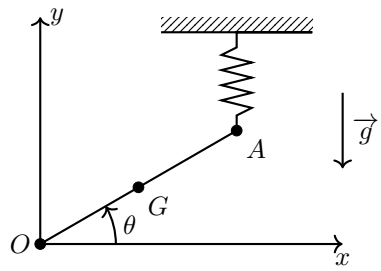
6. Une unique position d'équilibre instable a été trouvée. Toute évolution du système tend à l'éloigner de cette position.

   — Si $\theta_0 = 0$, alors l'anneau ne présente pas de position d'équilibre. Dans ce cas-ci, la tige est verticale et la force d'inertie d'entraînement est nulle. L'anneau glisse vers le bas sous l'effet du poids, $r \to 0$.

   — Si $\theta_0 \neq 0$, l'anneau présente une unique position d'équilibre $r_{eq} = \frac{g \cos \theta_0}{\omega^2 \sin^2 \theta_0}$. Si $r_0 = r_{eq}$, alors l'anneau reste fixe dans le référentiel $\mathcal{R}'$. Si $r_0 < r_{eq}$, alors l'anneau glisse vers le bas de sorte à ce que $r \to 0$. Si $r_0 > r_{eq}$, alors l'anneau glisse vers le haut et r croît jusqu'à quitter la tige.

3.2 Tige reliée à un ressort

On considère une tige de masse m, de longueur $2a$, de centre de masse G, fixée en O et d'extrémité A. En A est fixé un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. La tige possède un moment d'inertie $I = ma^2$. La tige est en rotation dans le plan xOy sans frottement. On note $\overrightarrow{g}$ le champ de pesanteur. À l'équilibre, la tige est horizontale et le ressort sera considéré constamment parallèle à l'axe vertical Oy.



1. Rappeler les conditions d'équilibre pour un solide dans un référentiel galiléen.
2. Faire un bilan des forces s'appliquant sur la tige.
3. Trouver alors une relation entre la longueur l_e du ressort à l'équilibre et l_0.
4. Exprimer le moment cinétique de la tige.
5. Déterminer l'équation vérifiée par l'angle de rotation $\theta(t)$.
6. Exprimer la période des petites oscillations T_0.

Solution

Il s'agit d'un exercice de mécanique du solide en référentiel galiléen. La mise en équation se fera via l'application du théorème du moment cinétique conformément à la façon dont les questions posées.

On étudie le mouvement de la tige de longueur $2a$, de masse m et de centre de masse G dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.

1. Un solide est à l'équilibre dans un référentiel donné si et seulement si sont centre de masse est au repos et qu'il n'est animé d'aucun mouvement de rotation. Cela impose donc la nullité de la résultante des forces et ainsi que du moment de la résultante par rapport à n'importe quel point fixe dans le référentiel d'étude.
2. Les actions appliquées au système sont les suivantes :

— Poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg\overrightarrow{u_y}$ appliqué au point G
— Force de rappel du ressort $\overrightarrow{F} = k(l - l_0)\overrightarrow{u_y}$ appliquée au point A
— Liaison pivot au point O ; dans la cas d'une liaison parfaite, son moment calculé par rapport à l'axe Oz perpendiculaire au plan de la figure est nul.

Le poids et la force de rappel du ressort sont connues. Cependant, nous avons assez peu d'information sur la réaction qui maintient la tige au point O si ce n'est que le moment résultant selon l'axe Oz est nul (liaison pivot parfaite). Nous allons donc utiliser la nullité du moment de la résultante pour obtenir l'expression de l_e.

⚠ Attention ⚠

☞ Lorsque l'on calcule le moment d'une force qui s'exerce sur un solide, il faut tenir compte du point d'application de la force ! Pour une force $\overrightarrow{F}$ qui s'exerce sur un solide en un point A, le moment de la force calculé par rapport à un point fixe O du référentiel se calcule par la relation

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{F}$$

3. On considère la tige dans son état d'équilibre, c'est-à-dire à l'horizontale. Calculons le moment de chacune des actions extérieures s'exerçant sur la tige par rapport à l'axe Oz fixe dans le référentiel :
   — poids : $\mathcal{M}_z(\overrightarrow{P}) = -mga$ avec a le bras de levier de la force qui a pour effet de faire tourner le point G dans le sens indirect autour de l'axe Oz, d'où un moment négatif
   — force de rappel : $\mathcal{M}_z(\overrightarrow{F}) = 2ak(l_e - l_0)$ avec $2a$ le bras de levier de la force qui a pour effet de faire tourner le point A dans le sens direct autour de l'axe Oz, d'où un moment positif
   — liaison pivot : $\mathcal{M}_z(\text{liaison}) = 0$ dans l'hypothèse d'une liaison pivot parfaite

   La condition d'équilibre de la tige permet d'écrire

$$\mathcal{M}_z(\overrightarrow{P}) + \mathcal{M}_z(\overrightarrow{F}) + \mathcal{M}_z(\text{liaison}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -mga + 2ak(l_e - l_0) = 0 \Leftrightarrow l_e = l_0 + \frac{mg}{2k}$$

4. Le moment cinétique de la tige calculé par rapport à son axe de rotation Oz s'écrit en faisant intervenir la vitesse angulaire $\omega = \dot{\theta}$ ainsi que le moment d'inertie $I = ma^2$

$$L_z = I\omega = ma^2\dot{\theta}$$

Rappel - Théorème du moment cinétique appliqué à un solide en rotation

Le moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe peut s'exprimer simplement en définissant le moment d'inertie. Si l'on appelle Oz l'axe autour duquel le solide est en rotation, on peut définir une grandeur scalaire appelée moment d'inertie que l'on note généralement J_z définit par

$$J_z = \iiint_{M\in\mathcal{V}} \rho^2(M)\mathrm{d}^3m(M)$$

avec $\rho(M)$ la distance entre un point M du solide et l'axe Oz. Cette définition qui est la plus générale possible pour le moment d'inertie n'est généralement pas exigible. Pour un ensemble discret de points matériels, cette grandeur se définit par

$$J_z = \sum_{i=1}^{N} m_i\rho_i^2$$

Dans ce cas, le moment cinétique scalaire du solide calculé par rapport à l'axe de rotation se définit à partir du moment d'inertie et de la vitesse angulaire

$$L_z = J_z\omega$$

Dans cette situation, on veillera donc à exprimer les différents moments (en particulier les moments de force) sous leurs formes scalaires.

5. On reprend le calcul des moments des actions extérieures calculés par rapport à l'axe de rotation Oz pour une position quelconque de la tige :
   - poids : $\mathcal{M}_z(\overrightarrow{P}) = -mga\cos\theta$ avec $a\cos\theta$ le bras de levier de la force
   - force de rappel : $\mathcal{M}_z(\overrightarrow{F}) = 2a\cos\theta k(l-l_0)$ avec $2a\cos\theta$ le bras de levier de la force et l la longueur du ressort qui peut s'écrire $l = l_e - y_A = l_0 + \frac{mg}{2k} - 2a\sin\theta$, d'où $\mathcal{M}_z(\overrightarrow{F}) = 2a\cos\theta k(\frac{mg}{2k} - 2a\sin\theta)$
   - liaison pivot : $\mathcal{M}_z(\text{liaison}) = 0$ dans l'hypothèse d'une liaison pivot parfaite

   L'application du théorème scalaire du moment cinétique au mouvement de la tige dans le référentiel d'étude galiléen s'écrit, pour des moments calculés par rapport à l'axe Oz fixe dans le référentiel d'étude,

$$\frac{\mathrm{d}L_z}{\mathrm{d}t} = \mathcal{M}_z(\overrightarrow{P}) + \mathcal{M}_z(\overrightarrow{F}) + \mathcal{M}_z(\text{liaison})$$

$$\Leftrightarrow ma^2\ddot{\theta} = -mga\cos\theta + 2a\cos\theta k\left(\frac{mg}{2k} - 2a\sin\theta\right)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{4k}{m}\cos\theta\sin\theta = 0$$

6. Dans l'approximation des petites oscillations autour de la position d'équilibre (tige horizontale, donc $\theta_{eq} = 0$), on considère $\theta \ll 1\,\text{rad}$, ce qui implique au premier ordre en θ $\cos\theta \approx 1$ et $\sin\theta \approx \theta$. L'équation du mouvement devient

$$\ddot{\theta} = \frac{4k}{m}\theta = 0$$

On reconnaît l'équation différentielle décrivant le comportement d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{4k}{m}}$. La période associée aux petites oscillations vaut donc

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}$$

3.3 Pierre dans une benne en mouvement

On considère une pierre de masse m se trouvant dans la benne d'un camion. On appelle α l'angle que forme la benne avec l'horizontale. Le camion accélère constamment, et le vecteur accélération est $\overrightarrow{a}$. La réaction de la benne sur la pierre est $\overrightarrow{R}$. On appelle μ le coefficient de frottement entre la pierre et la benne.

1. Effectuer un bilan des forces dans le référentiel lié à la benne et exprimer les forces dans la base associée.
2. Exprimer une condition sur μ pour que la pierre reste immobile.
3. Exprimer en fonction de α une condition sur $\overrightarrow{a}$ pour que la pierre se mette en mouvement.
4. On considère désormais que la pierre est en mouvement. Déterminer les équations horaires du mouvement de la pierre.

On suppose maintenant que le camion s'arrête et que la benne se met en mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Oz à une vitesse angulaire constante ω.

5. Effectuer un bilan des forces dans le référentiel lié à la benne et exprimer les forces dans la base associée.

Solution

Il s'agit d'un exercice de mécanique du point en référentiel non galiléen en translation par rapport à un référentiel galiléen.

On étudie le mouvement de la pierre de masse m assimilée à un point matériel M dans le référentiel de la benne en translation de vecteur accélération $\overrightarrow{a}$ par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen. On muni le référentiel de la benne d'un repère cartésien plan d'axes Ox aligné avec le fond de la benne, faisant donc un angle α avec l'horizontal et Oy orthogonal à Ox et ascendant.

1. Les forces s'appliquant sur la pierre sont les suivantes :
   - Poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg(\sin\alpha\overrightarrow{u_x} + \cos\alpha\overrightarrow{u_y})$
   - Réaction du support $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{R_T} + \overrightarrow{R_N} = R_T\overrightarrow{u_x} + R_N\overrightarrow{u_y}$
   - force d'inertie d'entraînement $\overrightarrow{f_{ie}} = -m\overrightarrow{a} = ma(-\cos\alpha\overrightarrow{u_x} + \sin\alpha\overrightarrow{u_y})$
2. La pierre reste immobile dans le référentiel de la benne tant que les forces qui s'appliquent dessus se compensent :

$$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T} + \overrightarrow{f_{ie}} = \overrightarrow{0}$$

Ensuite, par projection selon les axes Ox et Oy, on obtient

$$R_T = mg\sin\alpha + ma\cos\alpha \quad \text{et} \quad R_N = mg\cos\alpha - ma\sin\alpha$$

Rappel - Lois de Coulomb du frottement solide

On considère un solide en contact avec une surface exerçant. De ce contact résulte une action subie par le solide nommée réaction du support séparée en deux composantes, normale à la surface $\overrightarrow{R_N}$ et tangente à la surface $\overrightarrow{R_T}$. Les lois de Coulomb du frottement solide donnent une relation entre ces deux composantes selon l'état de glissement ou non du solide par rapport au support :

— lorsque le solide glisse sur le support, la réaction tangentielle est de sens opposé au vecteur vitesse du solide et de norme proportionnelle à la norme de la réaction normale

$$\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = \mu_D \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$$

avec μ_D le coefficient de frottement dynamique ;

— tant que le solide est immobile par rapport au support, la réaction tangentielle est majorée en norme

$$\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| \leq \mu_S \left\|\overrightarrow{R_T}\right\|$$

avec μ_S le coefficient de frottement statique.

Les coefficients de frottements μ_S et μ_D sont théoriquement différents et dépendent des matériaux constituant les surfaces en contact et de l'état de surface. Généralement, on considère $\mu_S = \mu_D$, comme c'est le cas dans le problème résolu ici.

Par les lois de Coulomb du frottement solide, tant que la pierre est immobile, la norme de la réaction tangentielle est majorée

$$R_T \leq \mu R_N$$

$$\Leftrightarrow \mu \geq \frac{mg\sin\alpha + ma\cos\alpha}{mg\cos\alpha - ma\sin\alpha}$$

$$\text{que l'on peut réécrire} \quad \mu \geq \frac{g\tan\alpha + a}{g - a\tan\alpha}$$

On peut remarquer qu'en absence d'accélération du référentiel de la benne $a = 0$, on

retrouve l'inégalité entre l'angle d'inclinaison de la surface par rapport à l'horizontal et le coefficient de frottement

$$\mu \geq \tan\alpha$$

3. Si le minorant de μ est négatif, alors la pierre ne sera jamais immobile. Cela donne une condition sur l'accélération a du camion

$$a \geq \frac{g}{\tan\alpha}$$

4. On considère que la pierre est en mouvement dans le référentiel lié à la benne non galiléen. Le théorème de la résultante cinétique nous permet d'écrire

$$m\overrightarrow{a}(M) = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T} + \overrightarrow{f_{ie}}$$

Le mouvement de la pierre est un mouvement de translation parallèlement à la surface de la benne, donc à l'axe Ox. En projetant selon les axes Ox et Oy, on obtient

$$\begin{cases} \ddot{x} = R_T - mg\sin\alpha - ma\cos\alpha \\ 0 = R_N - mg\cos\alpha + ma\sin\alpha \end{cases}$$

On est dans le cas où la pierre glisse sur la surface de la benne. Par les lois de Coulomb du frottement solide, on a la relation suivante entre les normes des réactions normale et tangentielle

$$R_T = \mu R_N$$

On obtient

$$\begin{cases} \ddot{x} = \mu R_N - mg\sin\alpha - ma\cos\alpha \\ R_N = mg\cos\alpha - ma\sin\alpha \end{cases}$$

On obtient alors

$$\ddot{x} = \mu(mg\cos\alpha - ma\sin\alpha) - mg\sin\alpha - ma\cos\alpha$$

que l'on peut réécrire $\quad \ddot{x} = mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) - ma(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)$

On obtient ainsi un mouvement rectiligne uniformément accéléré selon l'axe Ox.