Michaël Bruyneel
Jean-Charles Craveur
Pierre Gourmelen

L'USINE

OPTIMISATION DES STRUCTURES MÉCANIQUES

Méthodes numériques et éléments finis

DUNOD

Photo de couverture : © Bim / Maciej Noskowski - istockphoto.com

© Dunod, Paris, 2014, nouvelle présentation 2022

ISBN 9782100851614

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).
Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Avant-propos XI

Chapitre 1 : Objectif et contraintes 1

1.1 Pourquoi l'optimisation ? 1
1.2 Optimisation et mécanique des structures 2
1.3 Structure de l'ouvrage 4

Chapitre 2 : De la conception à la conception optimale 5

2.1 Présentation 5
2.2 Concepts de base 5
2.3 Configurations possibles 11
2.4 Essai-erreur 14
2.5 Étude paramétrique 15
2.6 Plans d'expériences 18
2.7 Surfaces de réponse 20
2.8 Optimisation 21
2.9 Questions préalables à la résolution 22

Chapitre 3 : Les différents problèmes d'optimisation des structures 24

3.1 Paramétrage et choix des fonctions 24
3.2 Les problèmes d'optimisation de structures 25

Chapitre 4 : Les différentes méthodes d'optimisation des structures 35

4.1 Catégories de méthodes d'optimisation des structures 35
4.2 Les critères d'optimalité 36
4.3 Une méthode stochastique 37
4.4 Les méthodes de programmation mathématique 38

© Dunod - Toute reproduction non autorisée est un délit

4.5 Variables discrètes 44
4.6 Références 45

Chapitre 5 : Optimisation 1D 46

5.1 Fonctions convexes et fonctions non convexes 46
5.2 Minimisation à une dimension : processus itératif 50
5.3 Méthodes à un point 51
5.4 Méthode à deux points 55
5.5 Méthodes avec intervalle de confiance 56
5.6 Exemple d'application 59
5.7 Références 61

Chapitre 6 : Optimisation multi-variables sans contrainte 62

6.1 Préambule 62
6.2 Exemple 63
6.3 Remise à jour des variables de conception 67
6.4 Calcul de la direction de recherche 68
6.5 Calcul du pas de progression 77
6.6 Minimisation d'une fonction quadratique à deux variables 81
6.7 Synthèse de structure : exemple 1 85
6.8 Synthèse de structure : exemple 2 89
6.9 Références 90

Chapitre 7 : Optimisation avec contraintes : notions de base et méthode duale 91

7.1 Position du problème d'optimisation avec contraintes 91
7.2 Contraintes et domaines convexes 92
7.3 Les conditions de Kuhn-Tucker 95
7.4 Étude de la fonction lagrangienne 102
7.5 Notion de point de selle 103
7.6 Méthode duale 107
7.7 Exemples 110
7.8 Références 115

Chapitre 8 : Optimisation avec contraintes : autres méthodes **116**
8.1 Méthodes primales 116
8.2 Méthode du gradient projeté 116
8.3 Méthode de pénalité intérieure 123
8.4 Méthode de pénalité extérieure 125
8.5 Méthodes primales-duales 127
8.6 Méthode du simplexe 131
8.7 Exemples 137
8.8 Références 142

Chapitre 9 : Méthodes d'approximations séquentielles convexes **143**
9.1 Motivations et solution proposée 143
9.2 Approximations en optimisation de structure 151
9.3 Comparaison de quelques approximations 165
9.4 Méthodes de résolution 168
9.5 Relaxation 168
9.6 Problèmes multi-objectifs 171
9.7 Exemples 173
9.8 Références 180

Chapitre 10 : Calcul de sensibilité **181**
10.1 Utilité et difficultés 181
10.2 Étude paramétrique 182
10.3 Dérivées par différences finies 183
10.4 Dérivées semi-analytiques 184
10.5 Exemple 190
10.6 Cas des contraintes de tension 192
10.7 Cas de la compliance 193
10.8 Cas des fréquences de vibration 193
10.9 Cas des charges de flambement 194
10.10 Cas des composites 195

© Dunod - Toute reproduction non autorisée est un délit

10.11 Cas non linéaires 196
10.12 Références 196

Chapitre 11 : Algorithmes génétiques 197

11.1 Intérêt et principes de la méthode 197
11.2 Population et codage 198
11.3 Création de la population suivante 200
11.4 Remarques 205
11.5 Références 206

Chapitre 12 : Dimensionnement optimal et optimisation de forme 207

12.1 Dimensionnement optimal 207
12.2 Exemples de dimensionnement optimal 208
12.3 Optimisation de forme 210
12.4 Exemples d'optimisation de forme de treillis 216
12.5 Exemple d'optimisation, structure continue 223
12.6 Références 227

Chapitre 13 : Optimisation topologique 228

13.1 Position du problème 228
13.2 Formulations du problème 235
13.3 Algorithmes d'optimisation 237
13.4 Analyse de sensibilité 238
13.5 Implantation dans un code de calcul 239
13.6 Enchaînement des optimisations 240
13.7 Modélisation alternative 240
13.8 Exemples 242
13.9 Références 255

Chapitre 14 : Optimisation des structures en matériaux composites 256

14.1 Principe de conception des composites 256
14.2 Rappels de mécanique des composites 257

14.3 Caractéristiques d'une structure composite 268
14.4 Paramétrage des composites 269
14.5 Références 285

Chapitre 15 : Exemples d'optimisation des structures en matériaux composites 286

15.1 Laminé soumis à divers efforts 286
15.2 Problème multi-objectifs 288
15.3 Membrane non homogène 292
15.4 Structure caissonnée 297
15.5 Optimisation topologique et orthotropie 302
15.6 Optimisation de séquence d'empilement 304
15.7 Optimisation topologique en formulation SFP 307
15.8 Comparaison de méthodes 311
15.9 Références 314

Chapitre 16 : Quelques notions supplémentaires très utiles 315

16.1 Vitesse de convergence 315
16.2 Critères de convergence 316
16.3 Solution non admissible et relaxation 318
16.4 Recherche de l'optimum global 319
16.5 La mise à échelle 320
16.6 Grand nombre de contraintes 321
16.7 Critique de l'optimum 322
16.8 Robustesse et fiabilité de la solution 324
16.9 Optimisation multidisciplinaire 325
16.10 Problèmes multi-objectifs 326
16.11 Problèmes d'autres natures 327
16.12 Références 329

Index 331

© Dunod - Toute reproduction non autorisée est un délit

Avant-propos

Le calcul de structures par éléments finis est une discipline née dans les années 1960. S'y mêlent étroitement les mathématiques, la mécanique et l'analyse numérique, ce qui engendre sa grande complexité et des approches différentes en fonction des sensibilités. Les progrès réalisés en informatique, tant par la puissance de calcul que par une interactivité toujours plus grande associée à des interfaces homme/machine sans cesse améliorées, ont contribué à une large diffusion de la conception assistée par ordinateur (CAO) dans les bureaux d'études, puis, naturellement, à une utilisation sans cesse croissante des programmes de calcul par éléments finis par des personnels familiers de la CAO. Aujourd'hui, une nouvelle étape semble franchie dans les bureaux d'études avec l'emploi de plus en plus fréquent des outils d'optimisation, et en particulier de l'optimisation topologique, qui paraît aux yeux de certains être la solution miracle.

Un des auteurs de cet ouvrage a eu la chance de voir l'évolution du module OPTI de SAMCEF développé à Liège dans les années 1980, puis d'assister à la naissance et à l'éclosion de son successeur, le logiciel BOSS Quattro conçu par Vincent Braibant, dont il était voisin de bureau. Il a pu ainsi mesurer la technicité de ces méthodes, le niveau de connaissance nécessaire pour les utiliser correctement et faire en sorte de mener une véritable optimisation en mécanique des structures.

Un autre auteur, arrivé beaucoup plus tard dans les éléments finis mais concepteur d'ensembles mécaniques et thermo-mécaniques, a vu très vite l'intérêt des méthodes d'optimisation pour guider le choix des solutions techniques ou dimensionner des sous-ensembles vers une solution meilleure ou plutôt moins mauvaise que les autres.

Quant au troisième d'entre nous, il est tombé dans la marmite de l'optimisation des structures en suivant les cours dispensés par le Professeur Claude Fleury à l'Université de Liège au milieu des années 1990 et en réalisant une thèse sous sa direction tout en étant son assistant. Son intérêt pour cette discipline n'a fait que croître au contact d'autres collègues passionnés, comme le Professeur Pierre Duysinx de la même université, Alain Remouchamps et Patrick Morelle de la société SAMTECH ou encore Stéphane Grihon d'Airbus.

La formation à l'optimisation est souvent dispensée dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. Son approche dans les écoles d'ingénieurs ou formations universitaires à dominante mécanique est souvent très théorique, et pas ou peu orientée vers l'optimisation des structures mécaniques. Les exercices traités sont plus faits pour comparer les performances des algorithmes,

© Dunod - Toute reproduction non autorisée est un délit

pour des problèmes qui ne sont généralement pas du domaine de la mécanique des structures. La nécessaire formation des personnes à ces techniques n'est pas assurée et il s'ensuit des utilisateurs d'outils de simulation en ingénierie mécanique formés sur le tas ou par les fournisseurs de logiciels. Ils connaissent peu les méthodes, les hypothèses sur lesquelles elles sont basées, leurs limites et sont parfois surpris par les résultats obtenus.

Au début des années 2000, lors des soutenances de stage de fin d'études dans nos écoles respectives, il est apparu que l'optimisation en bureau d'études mécanique était un sujet émergent et que, bien que ces méthodes aient commencé à être développées et utilisées dans l'aéronautique depuis les années 1980, nos étudiants n'étaient pas formés, pas plus que leurs tuteurs industriels. Nous avons donc commencé à réfléchir à un cours très orienté sur le lien entre l'optimisation, la modélisation et le calcul de structures, en rapport avec nos formations. Ce cours, écrit à deux et très imparfait, a démarré en 2006. Il était dispensé en visioconférence dans nos deux établissements, donné en alternance une semaine par l'ISMANS, la semaine suivante par l'ENSTA Bretagne. Son objectif pédagogique et sa forme ont intéressé M. Bruyneel, entre autres spécialiste de l'optimisation chez SAMTECH, qui, en répondant à nos nombreuses questions, nous a aidés à améliorer les contenus. Il dispense depuis 2008 à l'ISMANS une partie de ce cours profondément modifié par rapport à la version de 2006.

À plusieurs reprises, nous avions vaguement parlé de faire le livre dédié à l'optimisation en mécanique que ni Claude Fleury ni Vincent Braibant ne publiaient. Écrire un livre est un exercice difficile et de longue haleine qui n'a rien à voir avec la rédaction d'un support de cours ou le développement de méthodes et d'algorithmes. Le décès prématuré de Claude Fleury, qui était venu à l'ISMANS pour des conférences et des cours aux élèves de dernière année, nous a poussés à nous mettre au travail et à faire cet ouvrage que nous lui dédions.

Toutes les simulations numériques ont été faites avec le code de calcul par éléments finis SAMCEF, développé par la société SAMTECH. L'optimisation a été réalisée avec BOSS Quattro et TOPOL, outils également développés par la société SAMTECH.

Nous ne saurions terminer cet avant-propos sans une petite pensée pour les élèves de l'option MCOP (Modélisation, Calcul et OPtimisation) de l'ISMANS et ceux de l'option mécanique de l'ENSTA Bretagne, qui servent depuis des années de « cobayes pédagogiques », le contenu de cet ouvrage constituant une partie de leur enseignement.

Michael, Jean-Charles et Pierre
Boncelles, Coulaines et l'Aber Wrac'h
Juillet 2013

À Claude Fleury

1 Objectif et contraintes

Ce chapitre présente les origines, l'utilité et l'application de l'optimisation au cas des structures.

1.1 Pourquoi l'optimisation ?

Les techniques d'optimisation sont aujourd'hui utilisées dans de très nombreux domaines dont la logistique, la gestion de production, la finance, l'assurance et la banque, les protocoles de transport d'information des réseaux informatiques, le transport d'énergie dans les réseaux électriques, les stratégies militaires, les transports aériens et ferroviaires entre autres… Et bien sûr, ces outils sont utilisés dans les bureaux d'études mécaniques en génie civil, construction navale, aéronautique, automobile…

Bref, ce n'est plus une affaire de spécialistes comme ça l'était dans les années 1980. On ne peut plus ignorer ces méthodes et leur bonne compréhension devient essentielle. Certains outils d'optimisation sont spécifiques à un type de problème et ont été développés pour répondre à un besoin précis, d'autres sont généraux… Des outils spécifiques ont vu leur champ d'application s'étendre progressivement, d'autres ont une utilisation qui est restée limitée. Mais tous les outils d'optimisation ont un point commun : ils reposent sur un socle mathématique relativement important et sont souvent difficiles à comprendre et à utiliser. L'approche retenue dans ce livre se veut moins mathématique que les descriptions que l'on peut trouver par ailleurs, sans pour autant manquer de rigueur scientifique. Il est en effet important de mettre à disposition, et de manière simple, la connaissance pratique des méthodes d'optimisation et de présenter la manière avec laquelle elles sont utilisées dans les bureaux d'études.

Une grande partie du métier d'ingénieur consiste à trouver une solution à un problème, qu'il soit technique (ce qui constitue le cœur du métier), financier,

© Dunod - Toute reproduction non autorisée est un délit

organisationnel. Pour être admissible, cette solution doit atteindre un objectif ou une fonction principale et elle doit satisfaire à un certain nombre de contraintes, traduites ou non par les lois de la physique selon le type de problème. Il existe toujours plusieurs solutions possibles et le concepteur est tenté de rechercher la meilleure (au sens qu'il devra définir) : il est donc tenté d'optimiser.

Malheureusement, les phénomènes physiques sont généralement décrits par des systèmes d'équations aux dérivées partielles qui gouvernent leurs évolutions, systèmes qui n'ont de solutions analytiques que dans des cas particuliers très idéalisés. Ces solutions analytiques sont intéressantes pour trouver des ordres de grandeur mais elles ne donnent pas la solution du problème réel et sont de fait insuffisantes pour en déterminer l'optimum.

Chacun sait aussi que des routines d'optimisation sont facilement accessibles mais celles-ci nécessitent la formulation analytique du problème et elle n'existe en général pas dans le métier d'ingénieur mécanicien. Celui-ci doit donc se tourner vers le calcul numérique et utiliser diverses techniques numériques comme par exemple les éléments finis ou les volumes finis. On conçoit bien qu'une optimisation, quelle que soit la méthode utilisée, va nécessiter plusieurs itérations. On sait aussi que le nombre de variables qui interviennent dans un travail de conception est souvent grand. Toutes ces remarques vont dans le même sens : même si on dispose d'une puissance de calcul importante et bien que les outils soient devenus performants, on va vite avoir besoin de ressources de calcul très importantes pour mener à bien une optimisation. Il est donc nécessaire de maîtriser ce que l'on fait pour que les temps de calcul soient raisonnables, que l'optimisation soit efficace et la solution pleinement satisfaisante.

Il faut également faire attention aux mots et à leur signification : en mécanique, changer la valeur d'un rayon de raccordement et en mesurer l'influence sur un résultat n'est pas de l'optimisation. Il ne faut pas confondre optimisation, étude paramétrique et mise en place d'un plan d'expérience, ce qui sera détaillé dès le chapitre 2. En effet, beaucoup parlent d'optimisation, mot à la mode aujourd'hui très employé, mais peu sont ceux qui en font véritablement.

1.2 Optimisation et mécanique des structures

La notion de « meilleure conception » est très ancienne. L'homme a toujours voulu faire mieux. Mais l'idée de conception optimale des structures, même si elle est vraisemblablement très ancienne, n'est possible que depuis quelques décennies et ce grâce à l'avènement de l'ordinateur. Sa mise en œuvre est décrite à la figure 1.1. Sur la base d'une conception initiale définie par un certain nombre

de paramètres de valeur variable, appelés variables de conception, l'optimisation vise à déterminer de manière automatique la conception qui est la meilleure au regard de critères liés à des performances structurales. La solution trouvée par ce procédé itératif, alternant analyse structurale et application d'une technique d'optimisation, est qualifiée de conception optimale.

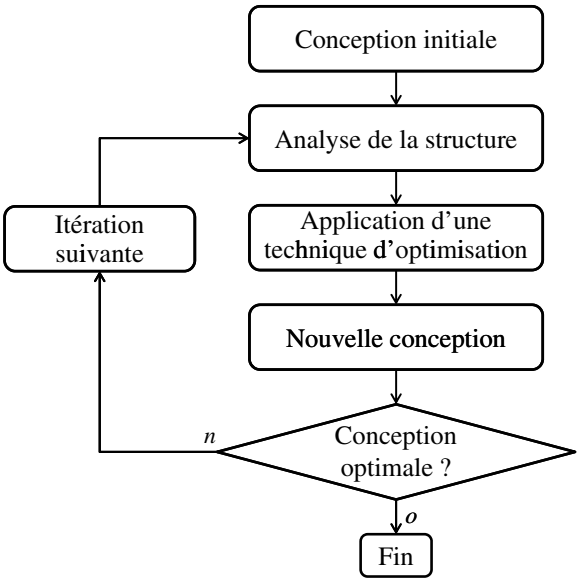


Figure 1.1 Mise en œuvre de l'optimisation des structures.

Contrairement à ce qui se dit de plus en plus, si on ne maîtrise pas la modélisation, l'analyse par éléments finis et le maillage, on ne peut pas faire de l'optimisation : tout au plus, on peut cliquer dans des outils « boîte noire » et espérer un résultat ; les outils d'optimisation, aussi simples qu'ils paraissent, ne font encore pas de miracles. L'ingénieur devra particulièrement soigner son maillage, ce qui n'est pas « tendance », pour au moins deux excellentes raisons.

La première est que, si le maillage est trop fin, le temps de calcul de chaque analyse peut être très important, hypothéquant ainsi l'optimisation, faute de place disque ou de temps. Or il est rare de nos jours de trouver un maillage grossier, la mode étant plutôt de mailler fin en espérant avoir la bonne valeur de tension ! La différence entre modéliser et mailler est loin d'être assimilée par un grand nombre d'utilisateurs de code de calcul de structures. La seconde est que, s'il n'y a pas la bonne densité de l'élément *ad hoc* au bon endroit, les tensions sont mal évaluées or, dans beaucoup de problèmes d'optimisation en mécanique, la tension est l'une des contraintes générales du problème. Satisfaire à « la tension équivalente de Von Mises reste inférieure à 100 MPa » n'est donc intéressant que dans la mesure où cette tension représente la véritable tension dans la structure

© Dunod - Toute reproduction non autorisée est un délit

physique. D'où la nécessité de la maîtrise de l'art de la modélisation, de l'art du maillage et l'art de l'interprétation des résultats avant d'espérer faire une optimisation correcte.

Si le modèle n'est pas approprié, si le maillage n'est pas en adéquation avec le comportement réel de la structure, on peut toujours faire tourner des outils d'optimisation. On n'a que la conception optimale que l'on mérite, issue de la compréhension que l'on a du problème physique, de sa modélisation, du choix de l'outil d'optimisation et de la connaissance que l'on a de la simulation numérique.

Qui dit calcul par éléments finis dit aussi qu'on ne part pas d'une feuille blanche, il existe un modèle de la pièce qu'on veut améliorer d'un point de vue mécanique, thermique ou autre. On peut envisager des améliorations portant sur les propriétés des matériaux, sur des modifications d'épaisseur de parties minces ou de caractéristiques de section droite pour des poutres ou des barres. On peut aussi imaginer d'agrandir des cavités ou de modifier des frontières existantes. On peut également accepter de modifier la topologie de la pièce en ouvrant d'autres cavités, en positionnant des raidisseurs, en changeant le nombre et la position des poutres dans un treillis. Ces trois types d'optimisations – de dimension, de forme et de topologie – vont être décrits dans cet ouvrage qui se différencie du reste de la littérature car il traite des problématiques propres aux mécaniciens. Il est le fruit de longues années de recherche, de développement et d'expérience pédagogique.

1.3 Structure de l'ouvrage

Après cette introduction, les chapitres 2, 3 et 4 décrivent les grands concepts qui vont être développés. On y explique notamment les différences entre l'optimisation, l'essai-erreur, les études paramétriques et les plans d'expérience. On y décrit brièvement les types de problèmes et les méthodes d'optimisation. Les chapitres 5 et 6 traitent de l'optimisation sans contrainte, les chapitres 7 et 8 de celle avec contraintes. Le chapitre 9 décrit les méthodes d'approximations séquentielles convexes ou comment est construite une formulation explicite locale à partir de calculs par éléments finis et comment est déterminé l'optimum à partir de cette dernière. Le chapitre 10 est consacré au calcul des sensibilités, éléments indispensables pour tous les outils basés sur les gradients. Le chapitre 11 donne un aperçu des algorithmes génétiques, peu appropriés à la mécanique des structures, mais qu'il aurait été surprenant de ne pas trouver dans un tel ouvrage. Les derniers chapitres reprennent de façon détaillée les divers types d'optimisations, à savoir le dimensionnement, la forme, la topologie, le matériau dans le cas des composites.

2 De la conception à la conception optimale

Ce chapitre présente la formulation d'un problème de conception optimale de structures et les différentes manières, de complexité croissante, qui permettent d'en trouver la solution.

2.1 Présentation

De tout temps, à partir d'un cahier des charges fonctionnelles existant ou non au sens où on l'entend aujourd'hui, le concepteur a été confronté à trois questions : Est-ce possible ? Peut-on faire mieux ? Quelle est la meilleure solution ? Ces questionnements et les concepts sous-jacents sont à l'opposé des modes de pensée classiquement développés dans le système éducatif, même dans l'enseignement supérieur. En effet, il ne s'agit plus de résoudre des problèmes directs mais des problèmes inverses.

Un problème est direct quand, à partir des données qui sont toutes connues, on cherche la solution. Un problème est inverse quand, connaissant le résultat que l'on souhaite, on cherche les données qui permettent de l'atteindre. En conception optimale, on ne connaît pas à l'avance le résultat mais on connaît les performances que l'on souhaite atteindre car on se les impose. C'est un cas particulier de problème inverse. Pour diverses raisons, il peut ne pas y avoir de solution, ou il peut y en avoir de nombreuses. L'optimisation et en particulier l'optimisation des structures est donc étroitement liée à la famille des problèmes inverses.

2.2 Concepts de base

Quel que soit le domaine étudié et quelle que soit l'étude visant à améliorer les performances d'une structure ou le problème d'optimisation à résoudre, plusieurs notions sont systématiquement présentes. Tout d'abord, tout problème d'amélioration ou d'optimisation comporte un ou plusieurs objectifs. Concentrons-nous dans un premier temps sur le cas d'un seul objectif, et réservons le

© Dunod - Toute reproduction non autorisée est un délit